Усі домашні завдання

твори

універсальні

інформатика

Українська мова

алгебра

творчі роботи

унікальні

удосконалені

розв'язання

хімія

фізика

німецька мова

геометрія

англійська мова

довідкові матеріали

8 клас

УСІ ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

8

КЛАС

Том 2

Харків

ГРАМАТИКА

2017

ББК 92я2
У74

Автори:

Л. В. Колесникова, старший викладач КВНЗ «Харківська академія неперервної освіти», «Відмінник освіти України».

Н. Д. Залімська, учитель-методист, «Відмінник освіти України».

Л. В. Гомульчинська, учитель-методист, учитель вищої категорії, відзначена Подякою Прем'єр-міністра України.

В. І. Гордієнко, учитель-методист, учитель вищої категорії ХГ № 23.

І. М. Галкіна, учитель-методист, учитель вищої категорії.

Н. В. Максименко, учитель-методист, учитель вищої категорії ХЗОШ № 70.

Н. О. Щедріна, старший учитель, учитель вищої категорії ХЗОШ № 157.

Г. В. Філюнкіна, учитель-методист, учитель вищої категорії ХЗОШ № 70.

Т. О. Хоменко, учитель першої категорії ХСШ № 99.

Н. Г. Бурма, учитель першої категорії Харківської гімназії № 1.

О. М. Годунова, канд. пед. наук.

Г. О. Григор'єва, учитель інформатики КЗ ОСШІ «Обдарованість».

Я. В. Єфімова, учитель інформатики КЗ ОСШІ «Обдарованість».

Т. А. Скорич, учитель першої категорії ХСШ № 119.

Т. І. Колесникова, учитель-методист, учитель вищої категорії ХНВК № 8.

І. С. Латунов, викладач кафедри іноземних мов НФаУ.

Л. Ф. Бойко, учитель-методист, учитель вищої категорії ХЗОШ № 31.

О. С. Петренко, канд. філол. наук, старший викладач ХДАК.

У74 **Усі** домашні завдання. 8 клас. Том 2. — Х. : Граматика, 2017. — 864 с.

ISBN 978-966-97435-8-9

Комплексне видання об'єднує зразки виконання домашніх завдань до НОВИХ підручників з алгебри, геометрії, фізики, хімії, української мови, російської мови, англійської мови, німецької мови, інформатики; творчих робіт з української та світової літератури, які необхідні для всебічної підготовки до уроків.

Матеріал збірника повністю відповідає НОВІЙ шкільній програмі для 8 класу.

Комплексний підхід до домашніх завдань значно спростить засвоєння шкільної програми учнями, допоможе дбайливим батькам і педагогам сконцентруватися на спілкуванні з дитиною, стати частиною її світу, бути для дитини справжнім другом, а не повчальником.

ББК 92я2

ISBN 978-966-97435-8-9

Не дуріте самі себе,
Учітесь, читайте,
І чужому научайтесь,
Й свого не цурайтесь.

Т. Г. Шевченко

ЗМІСТ



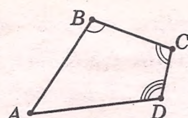
РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ГЕОМЕТРІЯ

Мерзляк А. Г., Полонський В. Б.,
Якір М. С.

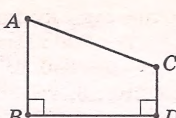


1. 1)



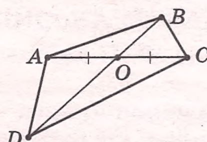
$\angle B$; $\angle C$; $\angle D$ — тупі.

2)



$\angle B$ і $\angle C$ — прямі ($\angle B = \angle C = 90°$); $\angle A$ і $\angle D$ — не є прямими ($\angle A \neq 90°$, $\angle D \neq 90°$).

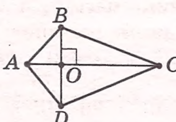
3)



Діагональ AC у точці O ділиться навпіл; діагональ BD у точці O не ділиться навпіл.

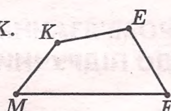
$AO = OC = \frac{1}{2}AC$; $BO \neq OD$.

4)

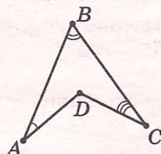


Діагоналі $AC \perp BD$.

2. Сусідні сторони: MK і KE; KE і EF; EF і MF; MF і MK.
Протилежні сторони: MK і EF; KE і MF.
Протилежні вершини: M і E; K і F.
Чотирикутники: $MKEF$, $KEFM$, $EFMK$.

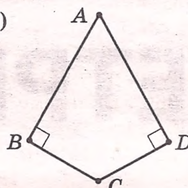


3. 1)



$\angle A$; $\angle B$; $\angle C$ — гострі

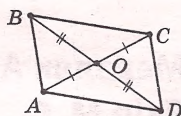
2)



$\angle B$ і $\angle D$ — прямі, $\angle B = \angle D = 90°$; $\angle A$ і $\angle C$ — не є прямі, $\angle A \neq 90°$, $\angle C \neq 90°$.

3) Діагоналі AC і BD у точці O діляться навпіл.

$AO = OC = \frac{1}{2}AC$; $BO = OD = \frac{1}{2}BD$.

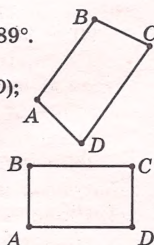


4. а); б); ґ); д); е).

5. $AMKC$; $MKCA$; $KCAM$; $CAMK$.
1) M; K; A; C; 2) MK; KA; AC; CM; 3) M і K; K і C; C і A; A і M;
4) M і C; K і A; 5) MK і KC; KC і CA; CA і MA; MA і MK;
6) MK і AC; MA і KC; 7) MC і AK.

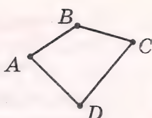
6. $MKEF$; $STOP$; $RQLN$.

7. Нехай у чотирикутнику $ABCD$ $\angle B = 93°$, $\angle C = 78°$, $\angle D = 89°$.
За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо:
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$; $\angle A = 360° - (\angle B + \angle C + \angle D)$;
$\angle A = 360° - (93° + 78° + 89°)$; $\angle A = 360° - 260°$;
$\angle A = 100°$. *Відповідь*: 100°.

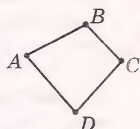


8. Нехай чотирикутник $ABCD$, у якому $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$.
Нехай $\angle A = x$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x + x + x = 360$;
$4x = 360$; $x = 360 : 4$; $x = 90$. Отже, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.
Відповідь: 90°, 90°, 90°, 90°.

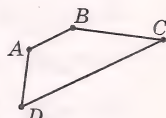
9. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle B = 150°$, $\angle A = \angle C = \angle D$.
Нехай $\angle A = x$.



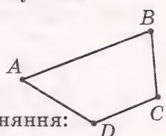
За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння $x + 150 + x + x = 360$; $3x + 150 = 360$; $3x = 360 - 150$; $3x = 210$; $x = 210 : 3$; $x = 70$. Отже, $\angle A = 70°$, $\angle C = 70°$, $\angle D = 70°$. *Відповідь*: 70°.



10. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle A < \angle B$ у 2 рази; $\angle A < \angle C$ на 20°; $\angle A > \angle D$ на 40°. Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = 2x$; $\angle C = x + 20°$; $\angle D = x - 40°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 2x + x + 20 + x - 40 = 360$; $5x - 20 = 360$; $5x = 360 + 20$; $5x = 380$; $x = 380 : 5$; $x = 76$. Отже, $\angle A = 76°$, $\angle B = 76° \cdot 2 = 152°$, $\angle C = 76° + 20° = 96°$, $\angle D = 76° - 40° = 36°$. *Відповідь*: 76°, 152°, 96°, 36°.

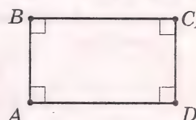


11. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 10 : 21 : 2 : 3$.
Нехай $\angle A = 10x$, $\angle B = 21x$, $\angle C = 2x$, $\angle D = 3x$.
За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $10x + 21x + 2x + 3x = 360$; $36x = 360$; $x = 360 : 36$; $x = 10$. $\angle A = 10 \cdot 10° = 100°$, $\angle B = 21 \cdot 10° = 210°$, $\angle C = 2 \cdot 10° = 20°$, $\angle D = 3 \cdot 10° = 30°$. *Відповідь*: 100°, 210°, 20°, 30°. Не є опуклим.



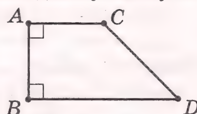
12. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 5 : 7$, $\angle D = (\angle A + \angle B + \angle C) : 2$. Нехай $\angle A = 4x$, $\angle B = 5x$, $\angle C = 7\,x$, тоді $\angle D = (4x + 5x + 7x) : 2. = 8x$.
За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $4x + 5x + 7x + 8x = 360$; $24x = 360$; $x = 260 : 24$; $x = 15$.
Отже, $\angle A = 4 \cdot 15° = 60°$, $\angle B = 5 \cdot 15° = 75°$, $\angle C = 7 \cdot 15° = 105°$, $\angle D = 8 \cdot 15° = 120°$. $\angle A < 180°$, $\angle B < 180°$, $\angle C < 180°$, $\angle D < 180°$, тому $ABCD$ — опуклий чотирикутник.
Відповідь: 60°, 75°, 105°, 120°; $ABCD$ — опуклий чотирикутник.

13. 1) Якщо $\angle A = \angle B = \angle C = 90°$, $\angle D < 90°$ — гострий. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, тоді $90° + 90° + 90° + \angle D = 360°$; $270° + \angle D = 360°$; $\angle D = 360° - 270° = 90°$. Тому $\angle D$ — прямий, він не може бути гострим.
Висновок: не може мати три прямих кута і один гострий.
2) Якщо $\angle A = \angle B = \angle C = 90°$, $\angle D > 90°$ — тупий. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, тоді $90° + 90° + 90° + \angle D = 360°$; $270° + \angle D = 360°$; $\angle D = 360° - 270° = 90°$. Тому $\angle D$ — прямий і він не може бути тупим. *Висновок*: не може мати три прямих кута і один тупий.



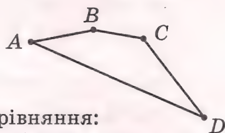
3) Якщо $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$; $90° + 90° + 90° + 90° = 360°$; $360° = 360°$.
Висновок: може мати чотири прямих кути.
4) Якщо $\angle A < 90°$, $\angle B < 90°$, $\angle C < 90°$, $\angle D < 90°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Якщо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ — гострі, тоді $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D < 360°$. *Висновок*: не може мати чотири гострі кути.
5) Якщо $\angle A = \angle C = 90°$, $\angle D > 90°$, $\angle B > 90°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Якщо $\angle A$

і $\angle C$ — прямі, тоді $90° + \angle B + 90° + \angle D = 360°$; $180° + \angle B + \angle D = 360°$; $\angle B + \angle D = 360° - 180°$; $\angle B + \angle D = 180°$. Якщо $\angle B$ і $\angle D$ — тупі, тоді $\angle B + \angle D > 180°$. *Висновок*: не може мати два прямі кути і два кутих кути.



6) Якщо $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C < 90°$, $\angle D > 90°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$; $90° + 90° + \angle C + \angle D = 360°$; $180° + \angle C + \angle D = 360°$; $\angle C + \angle D = 360° - 180°$; $\angle C + \angle D = 180°$. Якщо $\angle C$ — гострий, $\angle D$ — тупий, то їхня сума може дорівнювати 180°. *Висновок*: може існувати два прямих кути, один гострий і один тупий.

14. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $P = 63$ см;



$BC = \frac{2}{3}AB$; $CD = 50\ \%$ від BC; $AD = 150\ \%$ від AB.

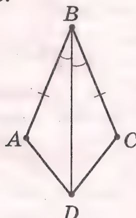
Нехай $AB = x$ см, $BC = \frac{2}{3}x$ см, $50\ \% = 0{,}5$, тому

$CD = 0{,}5BC$, $CD = 0{,}5 \cdot \frac{2}{3}x = \frac{1}{\not 2} \cdot \frac{\not 2}{3}x = \frac{1}{3}x$ (см), $150\ \% = 1{,}5$, тому $AD = 1{,}5AB$, $AD = 1{,}5x$ (см). $P = AB + BC + CD + AD$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x + 1{,}5x = 63$; $2{,}5x + \frac{3}{3}x = 63$; $2{,}5x + x = 63$; $3{,}5x = 63$; $x = 63 : 3{,}5 = 630 : 35 = 18$. $AB = 18$ см,

$BC = \frac{2}{\not 3} \cdot \not{18}^{6} = 12$ (см), $CD = \frac{1}{\not 3} \cdot \not{18}^{6} = 6$ (см); $AD = 1{,}5 \cdot 18 = 27$ см.

Відповідь: 18 см, 12 см, 6 см, 28 см.

15. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $P = 64$, $AB > BC$ на 2 см, $AB < CD$ на 6 см, $AB < AD$ у 3 рази. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = x - 2$ (см), $CD = x + 6$ (см), $AD = 3x$ (см).

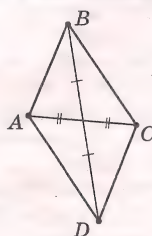


$P = AB + BC + CD + AD$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x - 2 + x + 6 + 3x = 64$; $6x + 4 = 64$; $6x = 64 - 4$; $6x = 60$; $x = 60 : 6$; $x = 10$. Отже, $AB = 10$ см, $BC = 10 - 2 = 8$ (см), $CD = 10 + 6 = 16$ (см), $AD = 3 \cdot 10 = 30$ (см).

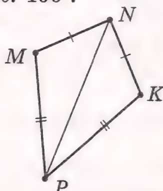
Відповідь: 10 см, 8 см, 16 см, 30 см.

16. Розглянемо ΔABD і ΔCBD. За умовою: 1) $AB = BC$; 2) $\angle ABD = \angle CBD$; 3) BD — спільна сторона. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ABD = \Delta CBD$. За властивістю рівних фігур маємо: $AD = DC$. Доведено.

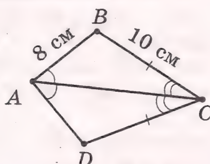
17. Розглянемо ΔAOB і ΔCOD. За умовою: 1) $AO = OC$; 2) $BO = OD$; 3) $\angle AOB = \angle COD$ (вертикальні). За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AOB = \Delta COD$. За властивістю рівних фігур маємо: $AB = CD = 6$ см. *Відповідь*: 6 см.



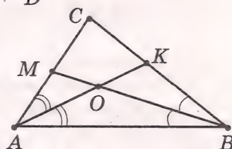
18. Виконаємо додаткову побудову: діагональ NP. Розглянемо ΔNMP і ΔNKP. За умовою: 1) $MN = NK$; 2) $MP = PK$; 3) NP — спільна сторона. За III ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta MNP = \Delta NKP$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle M = \angle K = 100°$.
Відповідь: 100°.



19. Розглянемо ΔABC і ΔADC.
За умовою: 1) $\angle BAC = \angle DAC$; 2) $\angle BCA = \angle DCA$; 3) AC — спільна сторона. За II ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ABC = \Delta ADC$. За властивістю рівних фігур маємо: $AB = AD = 8$ см, $BC = CD = 10$ см.
$P = AB + BC + CD + DA$;
$P = 8 + 10 + 10 + 8 = 36$ (см).
Відповідь: 36 см.

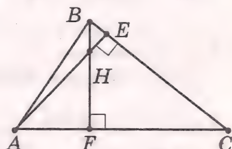


20. 1) Розглянемо ΔABC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B)$, $\angle C = 180° - (44° + 56°) = 180° - 100° = 80°$. За умовою AK — бісектриса $\angle A$. За означенням бісектриси маємо: $\angle CAK = \angle BAK = 44° : 2 = 22°$. Розглянемо ΔACK.



За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle C + \angle K = 180°$, $\angle K = 180° - (\angle A + \angle C)$, $\angle K = 180° - (22° + 80°) = 180° - 102° = 78°$. За умовою BM — бісектриса $\angle B$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle ABM = \angle MBC = 56° : 2 = 28°$. Розглянемо ΔCMB. . За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle B + \angle M + \angle C = 180°$, $\angle M = 180° - (\angle B + \angle C)$, $\angle M = 180° - (80° + 28°) = 180° - 108° = 72°$. Розглянемо чотирикутник $MOKC$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle M + \angle O + \angle K + \angle C = 360°$, $\angle O = 360° - (\angle M + \angle K + \angle C)$, $\angle O = 360° - (72° + 78° + 80°) = 360° - 230° = 130°$. *Відповідь*: 72°, 80°, 78°, 130°.
2) Розглянемо чотирикутник $AOBC$. $\angle A = 22°$, $\angle B = 28°$, $\angle C = 80°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle O = 360°$, $\angle O = 360° - (\angle A + \angle B + \angle C)$, $\angle O = 360° - (22° + 28° + 80°) = 360° - 130° = 230°$. *Відповідь*: 22°, 28°, 80°, 230°.

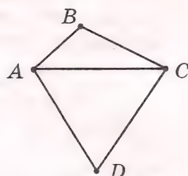
21. 1) Розглянемо ΔABC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B)$, $\angle C = 180° - (36° + 72°)$, $\angle C = 180° - 108° = 72°$. За умовою AE — висота ($AE \perp BC$).



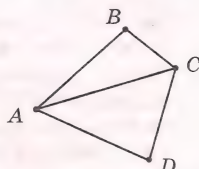
За означенням висоти маємо $\angle AEC = \angle AEB = 90°$. Аналогічно BF — висота ($BF \perp AC$). $\angle BFA = \angle BFC = 90°$. Розглянемо чотирикутник $FHEC$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle F + \angle H + \angle E + \angle C = 360°$. Якщо $\angle F = \angle E = 90°$, $\angle C = 72°$, тоді $\angle H = 360° - (\angle F + \angle C + \angle E)$, $\angle H = 360° - (90° + 72° + 90°)$, $\angle H = 360° - 252° = 108°$.
Відповідь: 90°, 108°, 90°, 72°.
2) AE — висота, $\angle AEC = 90°$. Розглянемо ΔAEC — прямокутний ($\angle E = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутних трикутників маємо: $\angle A + \angle C = 90°$. Якщо $\angle C = 72°$, тоді $\angle A = 90° - \angle C$, $\angle A = 90° - 72° = 18°$.

BF — висота, $\angle BFC = 90°$. Розглянемо ΔBFC — прямокутний ($\angle F = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо $\angle B + \angle C = 90°$, $\angle B = 90° - \angle C$, $\angle B = 90° - 72° = 18°$. Розглянемо чотирикутник $ACBH$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle C + \angle B + \angle H = 360°$. Якщо $\angle A = \angle B = 18°$, $\angle C = 72°$, тоді $\angle H = 360° - (\angle A + \angle B + \angle C)$, $\angle H = 360° - (18° + 18° + 72°)$, $\angle H = 360° - 108° = 252°$. *Відповідь*: 18°, 72°, 252°, 18°.

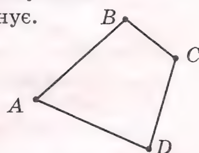
22. Розглянемо чотирикутник $ABCD$. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. $AB + BC + CD + AD = 80$ см (1). Розглянемо ΔABC. $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. $AB + BC + AC = 36$ см. Звідси отримаємо суму сторін AB і BC, $AB + BC = 36 - AC$. Отриманий вираз підставимо у рівність (1): $(AB + BC) + CD + AD = 80$; $36 - AC + CD + AD = 80$; $(CD + AD) - AC = 80 - 36$; $(CD + AD) - AC = 44$ (2). Розглянемо ΔADC: $P_{\Delta ADC} = AD + DC + AC$; $AD + DC + AC = 64$ см. Звідси отримаємо суму сторін AD і DC. $AD + DC = 64 - AC$. Отриманий вираз підставимо у рівність (2): $(CD + AD) - AC = 44$; $(64 - AC) - AC = 44$; $64 - AC - AC = 44$; $64 - 2AC = 44$; $-2AC = 44 - 64$; $-2AC = -40$; $AC = -40 : (-2) = 20$ (см). *Відповідь*: 20 см.



23. 1) Виконаємо додаткову побудову: діагональ AC. Розглянемо ΔABC. За нерівністю трикутника маємо: $AB < AC + CB$. Розглянемо ΔADC. За нерівністю трикутника маємо: $AC < AD + DC$. Отже, маємо: $AB < AC + CB$ і $AC < AD + DC$, тоді $AB < AC + CB < (AD + DC) + CB$.

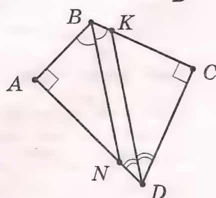


Отже, з нерівності для сторін чотирикутника маємо: $AB < AD + DC + CB$. Тобто будь-яка сторона чотирикутника не менше за суму трьох інших сторін цього ж чотирикутника.
Перевіримо нерівність $AD < AB + BC + CD$. Для цього ж перевіримо $9 < 2 + 3 + 4$. Маємо $9 = 9$. Отже, нерівність не виконується.
Висновок: чотирикутника з такими сторонами не існує.
2) Перевіримо, чи виконується нерівність для сторін чотирикутника. AD — найбільша сторона, тому перевіримо, чи виконується нерівність: $AD < AB + BC + CD$; $10 < 2 + 3 + 4$; $10 \not< 9$, не вірно. *Висновок*: чотирикутника з такими сторонами не існує.



24. 1) За умовою BN — бісектриса $\angle ABC$. За означенням бісектриси кута маємо:

$\angle ABN = \angle NBK = \frac{1}{2}\angle ABC$. Нехай $\angle ABN = x$, тоді $\angle NBC = x$, а $\angle ABC = 2x$. Розглянемо ΔABN — прямокутний ($\angle A = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle ABN + \angle ANB = 90°$.



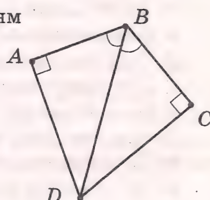
Якщо $\angle ABN = x$, тоді $\angle ANB = 90° - \angle ABN$, $\angle ANB = 90° - x$. Розглянемо чотирикутник $ABCD$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Якщо $\angle A = \angle C = 90°$ і $\angle ABC = \angle B = 2x$, тоді $\angle D = 360° - (\angle A + \angle B + \angle C)$, $\angle D = 360° - (90° + 90° + 2x)$, $\angle D = 360° - (180° + 2x) = 360° - 180° - 2x = 180° - 2x$.
За умовою DK — бісектриса $\angle ADC$.

За означенням бісектриси кута маємо: $\angle ADK = \angle CDK = \frac{1}{2}\angle ADC$.

Якщо $\angle ADC = 180° - 2x$, тоді $\angle ADK = \angle CDK = \frac{1}{2}(180° - 2x) = 90° - x$.

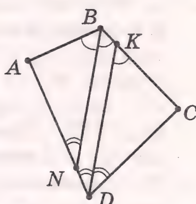
Розглянемо ΔKDC — прямокутний ($\angle C = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо:
$\angle KDC + \angle DKC = 90°$, $\angle DKC = 90° - \angle KDC$.
Якщо $\angle DKC = 90° - x$, тоді $\angle KDC = 90° - (90° - x) = 90° - 90° + x = x$.
Розглянемо прямі BN і KD, AD — січна. $\angle ANB = 90° - x$,
$\angle ADK = \angle NDK = 90° - x$ (відповідні). Якщо $\angle ANB = \angle NDK$, за ознакою паралельних прямих маємо $BN \parallel KD$. Доведено.
2) За умовою BD — бісектриса $\angle ABC$. За означенням

бісектриси кута маємо $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$.



Розглянемо ΔABD і ΔCBD — прямокутні
($\angle A = \angle C = 90°$). Якщо $\angle ABD = \angle CBD$,
BD — спільна гіпотенуза. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо $\Delta ABD = \Delta CBD$.
За властивістю рівних фігур маємо $\angle ADB = \angle CDB$.
Звідси маємо BD — бісектриса $\angle ADC$. Доведено.

25. 1) За умовою $BN \parallel KD$, BC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle NBK = \angle DKC$ (відповідні).
Аналогічно $BN \parallel KD$, AD — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle ANB = \angle NDK$ (відповідні).
За умовою BN — бісектриса $\angle ABC$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle ABN = \angle NBC$.
Якщо $\angle NBK = \angle DKC$, тоді $\angle ABN = \angle DKC$.
Нехай $\angle ABN = \angle DKC = x$.

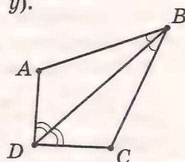


За умовою DK — бісектриса $\angle ADC$. Тоді $\angle ADK = \angle KDC$.
Якщо $\angle NDK = \angle ANB$, тоді $\angle ANB = \angle KDC$. Нехай $\angle ANB = \angle KDC = y$.
Розглянемо ΔANB. За теоремою про суму кутів трикутника маємо:
$\angle A + \angle ABN + \angle BNA = 180°$. Якщо $\angle ABN = x$ і $\angle BNA = y$, тоді
$\angle A = 180° - (\angle ABN + \angle BNA)$, а саме $\angle A = 180° - (x + y)$.
Розглянемо ΔDKC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо:
$\angle C + \angle KDC + \angle DKC = 180°$. Якщо $\angle KDC = y$ і $\angle DKC = x$, тоді
$\angle C = 180° - (\angle KDC + \angle DKC)$, а саме $\angle C = 180° - (x + y)$.
Отже, $\angle A = \angle C = 180° - (x + y)$. Доведено.
2) За умовою BD — бісектриса $\angle ABC$. За означенням

бісектриси кута маємо: $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$.

Аналогічно, якщо BD — бісектриса $\angle ADC$, тоді

$\angle ADB = \angle CDB = \frac{1}{2}\angle ADC$.

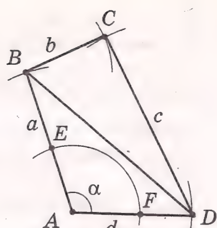


Розглянемо ΔABD і ΔCBD. 1) $\angle ABD = \angle CBD$; 2) $\angle ADB = \angle CDB$; 3) BD — спільна сторона. За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ABD = \Delta CBD$.
За властивістю рівних фігур маємо $\angle A = \angle C$. Доведено.

26. *Дано*: відрізки $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, $\angle BAD = \alpha$.
Побудувати: $ABCD$.
Схема побудови. 1) Будуємо кут α. 2) Будуємо ΔABD (за двома сторонами і кутом між ними). 3) Будуємо ΔBDC (за трьома сторонами).

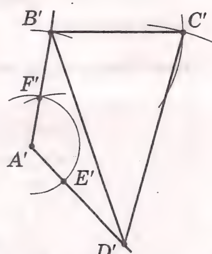
Побудова.

I. Будуємо кут α.



1) Будуємо циркулем дугу з центром у точці A довільного радіусу. Ця дуга перетинає сторони AB і AD у точках E і F. 2) Позначаємо довільну точку A'. 3) Будуємо дугу з центром у точці A' того ж радіуса. 4) Вимірюємо циркулем довжину відрізку EF. 5) На отриманій дузі позначаємо довільну точку E'. 6) Будуємо дугу з центром у точці E' радіуса EF. 7) Дуги перетинаються у точці F'. 8) Будуємо промені $A'E'$ і $A'F'$. 9) $\angle F'A'E' = a$ — шуканий кут.

II. Будуємо ΔABD. $AB = a$, $AD = d$, $\angle A = \alpha$.



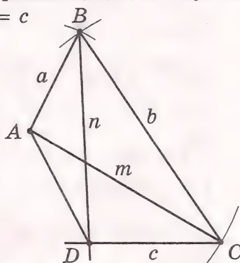
1) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $AB = a$.
2) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса a.
3) Дуга перетинає промінь $A'E'$ у точці B'.
4) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $AD = d$.
5) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса d.
6) Дуга перетинає промінь $A'E'$ у точці D'. 7) Будуємо відрізок $B'D'$. 8) $\Delta A'B'D'$ — шуканий трикутник зі сторонами a і d і кутом між ними α.

III. Будуємо ΔBDC. $BC = b$, $CD = c$ на стороні BD.

1) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $BC = b$. 2) Циркулем будуємо дугу з центром у точці B' радіуса b. 3) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $DC = c$. 4) Циркулем будуємо дугу з центром у точці D' радіуса c. 5) Дуги перетинаються у точці C'. 6) Будуємо відрізки $B'C'$ і $D'C'$. 7) $\Delta B'C'D'$ — шуканий трикутник зі сторонами b і c на відрізку $B'D'$.

$A'B'C'D'$ — чотирикутник, який побудовано на сторонах a, b, c, d і кут α.

27. *Дано*: чотирикутник $ABCD$. $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$ і діагоналі $AC = m$, $BD = n$.



Побудувати: чотирикутник $ABCD$.

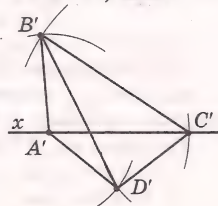
Схема побудова. 1) Будуємо ΔABC (за трьома сторонами). 2) Будуємо ΔBCD (за трьома сторонами). 3) Будуємо чотирикутник $ABCD$.

Побудова.

I. Будуємо ΔABC. $AB = a$, $BC = b$, $AC = m$.

1) Будуємо довільну пряму x.
2) Позначаємо на прямій x довільну точку A'.
3) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $AC = m$.
4) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса m. 5. Дуга перетинає пряму x у точці C. 6) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $AB = a$. 7) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса a. 8) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $CB = b$. 9) Будуємо дугу з центром у точці C' радіуса b. 10) Дуги перетинаються у точці B'. 11) Будуємо відрізки $A'B'$ і $C'B'$. 12) $\Delta A'B'C'$ — шуканий трикутник зі сторонами a, b, m.

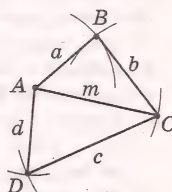
II. Будуємо ΔBCD за сторонами $BD = n$, $BC = b$, $CD = c$.



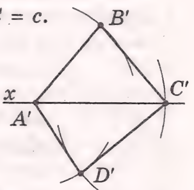
1) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $CD = c$.
2) Будуємо дугу з центром у точці C' радіуса c.
3) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $BD = n$.
4) Будуємо дугу з центром у точці B' радіуса n.
5) Дуги перетинаються у точці D'.

6) Будуємо відрізки $B'D'$ і $D'C'$.
7) $\Delta B'C'D'$ — шуканий трикутник зі сторонами b, c, n.
III. Будуємо чотирикутник $ABCD$. Будуємо відрізок $A'D'$. $A'B'C'D'$ — шуканий чотирикутник, побудований за сторонами a, b, c і діагоналями m і n.

28. *Дано*: чотирикутник $ABCD$, $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, $AC = m$ — діагональ.
Побудувати: чотирикутник $ABCD$.
Схема побудови.
1) Будуємо ΔABC (за трьома сторонами).
2) Будуємо ΔADC (за трьома сторонами).

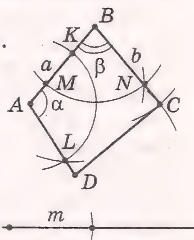


Побудова.
I. Будуємо ΔABC, $AB = a$, $BC = b$, $AC = m$.
1) Будуємо довільну пряму x. 2) На прямій x обираємо довільну точку A'. 3) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $AC = m$. 4) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса m. 5) Дуга перетинає пряму x у точці C'. 6) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $AB = a$. 7) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса a. 8) Циркулем вимірюємо довжину відрізка $BC = b$. 9) Будуємо дугу з центром у точці C' радіуса b.
10) Будуємо відрізки $A'B'$ і $B'C'$.
$\Delta A'B'C'$ — шуканий трикутник зі сторонами a, b, m.
II. Будуємо ΔADC зі сторонами $AC = m$, $AD = d$, $DC = c$.
1) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $AD = d$.
2) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса d.
3) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $CD = d$.
4) Будуємо дугу з центром у точці C' радіуса d.
5) Дуги перетинаються у точці D'.
6) Будуємо відрізки $A'D'$ і $C'D'$.



$\Delta A'C'D'$ — шуканий трикутник зі сторонами c, d, m.
$A'B'C'D'$ — чотирикутник, побудований на сторонах a, b, c, d і діагоналі m.

29. *Дано*: чотирикутник $ABCD$. $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.
Сторони: $AB = a$, $BC = b$. Сума сторін $AD + DC = m$.
Побудувати: чотирикутник $ABCD$.
Схема побудови.
1) Будуємо кут $\angle ABC = \beta$.
2) Будуємо ΔABC. $AB = a$, $BC = b$, $\angle ABC = \beta$.
3) Будуємо ΔABF. $AB = a$, $AE = m$, $\angle BAD = \alpha$.
4) Будуємо чотирикутник $ABCD$.



Побудова.
I. Будуємо $\angle ABC = \beta$.
1) Циркулем будуємо дугу з центром у точці B довільного радіуса. 2) Позначаємо довільну точку B'. 3) Будуємо дугу з центром у точці B' того ж радіуса. 4) Дуга перетинає сторони кута ABC у точках M і N. 5) Вимірюємо довжину відрізка MN. 6) Позначаємо на дузі довільну точу M'. 7) Будуємо дугу з центром у точці M' радіуса MN. 8) Точку перетину дуг позначаємо N'. 9) Будуємо промені $B'M'$ і $B'N'$.10) $\angle M'B'N'$ — шуканий кут, який дорівнює β.
рис. II. Будуємо ΔABC. $AB = a$, $BC = b$, $\angle ABC = \beta$.
1) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $AB = a$. 2) Будуємо дугу з центром у точці B' радіуса a. Дуга перетинає промінь $B'M'$ у точці A'.

3) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $BC = b$. 4) Будуємо дугу з центром у точці B' радіуса b. Дуга перетинає промінь $B'N'$ у точці C'. 5) Будуємо відрізок $A'C'$. 6) $\Delta A'B'C'$ — шуканий трикутник, побудований за сторонами a і b і кутом β.

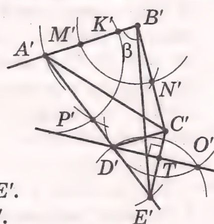
III. Будуємо $\angle BAD = \alpha$.

1) Циркулем будуємо дугу з центром у точці A довільного радіуса. 2) Дуга перетинає сторони AB і AD у точках K і L. 3) Будуємо дугу з центром у точці A' того ж радіуса. 4) Дуга перетинає сторону $A'B'$ у точці K'. 5) Циркулем вимірюємо довжину відрізку KL.

6) Будуємо дугу з центром у точці K' радіуса KL. 7) Дуги перетинаються у точці L'. 8) Будуємо промінь $A'L'$. 9) $\angle B'A'L'$ — шуканий кут, який дорівнює α.

IV. Будуємо ΔABE. $AB = a$, $AE = AD + DC = m$, $\angle BAD = \alpha$.

1) Циркулем вимірюємо довжину відрізку $m = AD + DC$. 2) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса m. 3) Дуга перетинає промінь $A'L'$ у точці E'. 4) Будуємо відрізок $B'E'$. 5) $\Delta A'B'E'$ — шуканий трикутник, побудований на сторонах $AB = a$, $AD = m$, $\angle BAD = \alpha$.



V. Будуємо відрізок $C'E'$. Будуємо серединний перпендикуляр до відрізка $C'E'$.

1) Будуємо дугу довільного радіуса з центром у точці C'. 2) Будуємо дугу того ж радіуса з центром у точці E'. 3) Дуги перетинаються у точках P' і O'. Будуємо пряму $P'O'$, $P'O'$ — серединний перпендикуляр до відрізку $C'E'$.

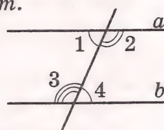
4) Пряма $P'O'$ перетинає відрізок $A'E'$ у точках D'.

$\Delta C'D'E'$ — рівнобедрений, $C'D' = D'E'$, DT – висота, медіана.

Будуємо відрізок $C'D'$.

$A'B'C'D'$ — шуканий чотирикутник, побудований на сторонах $AB = a$, $BC = b$, кутах $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$ і сумі сторін $AD + DC = m$.

30. 1) $\angle 1 = \angle 4$. Якщо $\angle 1 = \angle 4$ (внутрішні різносторонні).



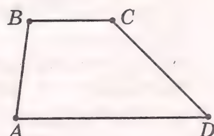
За ознакою паралельності прямих маємо:

$a \parallel b$, c — січна.

2) $\angle 1 = 20°$, $\angle 3 = 170°$. $\angle 1$ і $\angle 3$ — внутрішні односторонні. За ознакою паралельних прямих маємо $\angle 1 + \angle 3 = 180°$; $20° + 170° = 190° \neq 180°$.

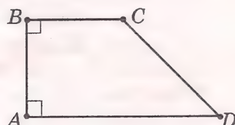
Отже, $a \nparallel b$.

31. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle C = 110°$, $\angle D = 70°$.



Сторони BC і AD, CD — січна, $\angle C$ і $\angle D$ — внутрішні односторонні. $\angle C + \angle D = 110° + 70° = 180°$. За ознакою паралельності прямих маємо $BC \parallel AD$. Доведено.

32. За умовою $ABCD$ — чотирикутник, у якому $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C = 100°$.



1) $\angle A$ і $\angle B$ — внутрішні односторонні, $\angle A + \angle B = 90° + 90° = 180°$. За ознакою паралельних прямих маємо: $BC \parallel AD$.

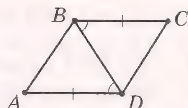
2) За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$;

$\angle D = 360° - (\angle A + \angle B + \angle C)$; $\angle D = 360° - (90° + 90° + 100°)$;

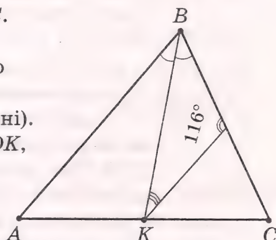
$\angle D = 360° - 280° = 80°$. Прямі AB і CD, AD — січна.

$\angle A$ і $\angle D$ — внутрішні односторонні. $\angle A + \angle D = 90° + 80° = 170° \neq 180°$. За ознакою паралельності прямих маємо: $AB \nparallel CD$.

33. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, у якому $AD = BC$, $\angle ADB = \angle CBD$. Розглянемо ΔADB і ΔCBD. 1) За умовою $AD = BC$; 2) За умовою $\angle ADB = \angle CBD$; 3) BD — спільна сторона. За І ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ADB = \Delta CBD$. За властивістю рівних фігур маємо: $AB = CD$, $\angle ABD = \angle CDB$ (внутрішні різносторонні). Отже, AB і CD — прямі, BD — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $AB \parallel CD$. Доведено.



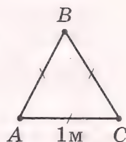
34. Нехай задано ΔABC; BK — бісектриса $\angle ABC$. ($K \in AC$); $KD \parallel AB$, $D \in BC$ і $\angle BDK = 116°$.
За умовою $AB \parallel DK$, BD — січна. За ознакою паралельних прямих маємо:
$\angle ABD + \angle BDK = 180°$ (внутрішні односторонні).
Якщо $\angle BDK = 116°$, тоді $\angle ABD = 180° - \angle BDK$,
$\angle ABD = 180° - 116° = 64°$.
За умовою BK — бісектриса $\angle ABC$.
За ознакою бісектриси кута маємо:



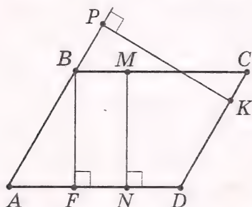
$\angle ABK = \angle KBC = \frac{1}{2}\angle ABC$; $\angle KBD = 64° : 2 = 32°$. Розглянемо ΔBDK.

За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle KBD + \angle BDK + \angle DKB = 180°$; $\angle BKD = 180° - (\angle KBD + \angle BDK)$; $\angle BKD = 180° - (116° + 32°) =$ $= 180° - 148° = 32°$. *Відповідь*: 32°.

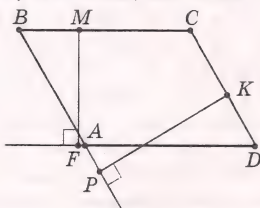
35. Намалюємо на білій площині довільний трикутник зі сторонами 1 м, тобто ΔABC — рівносторонній. Нехай точка A буде чорною. Тоді можливі два варіанти: якщо серед точок B і C є точки чорного кольору, тоді AB або AC — шуканий відрізок. Або B і C будуть обидві білого кольору, тоді BC — шуканий відрізок.



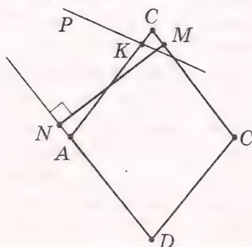
36. а) $BF \perp AD$, $MN \perp AD$, $KP \perp AB$.



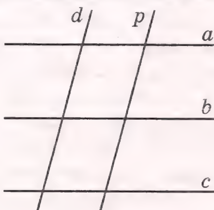
б) $MF \perp AD$, $KP \perp AB$.



в) $KP \perp AB$, $MN \perp AD$.



37. Утворилося три паралелограма.



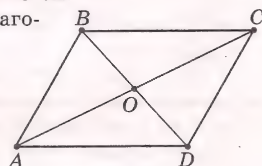
38. Неправильні довжини сторін на рис. а), г), ґ).
Неправильні величини кутів на рис. а), в).

39. 1) $a = 14$ см, $b = 8$ см. $P = (a + b) \cdot 2 = (14 + 8) \cdot 2 = 44$ см.
44 см > 40 см, тому 40 см дроту не вистачить.
2) $a = 16$ см, $b = 4$ см. $P = (a + b) \cdot 2 = (16 + 4) \cdot 2 = 40$ см.
40 см = 40 см, тому 40 см дроту вистачить.
3) $a = 12$ см, $b = 6$ см. $P = (a + b) \cdot 2 = (12 + 6) \cdot 2 = 36$ см.
36 см < 40 см, тому 40 см дроту вистачить.

40. 1) Нехай дано паралелограм, $P = 112$ см, сторона a на 12 см менша від другої (b). Знайдемо сторони a і b. Нехай $a = x$ (см), тоді $b = x + 12$ (см). Оскільки $P = 112$ см, то складемо рівняння: $(x + x + 12) \cdot 2 = 112$; $2x + 12 = 112 : 2$; $2x + 12 = 56$; $2x = 56 - 12$; $2x = 44$; $x = 22$. $a = 22$ см, $b = 22 + 12 = 34$ см. *Відповідь*: $a = 22$ см, $b = 34$ см.
2) Нехай дано паралелограм, $P = 112$ см, $a : b = 5 : 9$. Знайдемо сторони a і b. Нехай одна частина x (см), тоді $a = 5x$ (см), $b = 9x$ (см). Оскільки $P = 112$ см, то складемо рівняння: $(5x + 9x) \cdot 2 = 112$; $28x = 112$; $x = 4$. $a = 5 \cdot 4 = 20$ (см), $b = 9 \cdot 4 = 36$ (см). *Відповідь*: $a = 20$ см, $b = 36$ см.

41. Нехай дано паралелограм, $P = 96$ см, сторона a у 5 разів більша ніж сторона b. Знайдемо a і b. Нехай $b = x$ (см), тоді $a = 5x$ (см). Оскільки $P = 96$ см, то складемо рівняння: $(x + 5x) \cdot 2 = 96$; $6x = 96 : 2$; $6x = 48$; $x = 8$.
1) $5 \cdot 8 = 40$ (см) — a. *Відповідь*: $a = 40$ см, $b = 8$ см.

42. Нехай дано паралелограм $ABCD$, AC і BD — діагоналі, які перетинаються в т. O. $AB = 6$ см, $AC = 10$ см, $BD = 8$ см. Знайдемо $P_{\Delta COD}$.

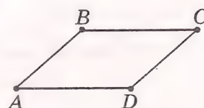


$P_{\Delta COD} = CO + OD + DC$.
$AB = DC = 6$ см (як протилежні сторони паралелограма). $CO = \frac{1}{2}AC$,

$CO = 10 : 2 = 5$ (см), $OD = \frac{1}{2}BD$, $OD = 8 : 2 = 4$ (см).

Так як діагоналі точкою перетину діляться навпіл.
$P_{\Delta COD} = 6 + 5 + 4 = 15$ (см). *Відповідь*: $P_{\Delta COD} = 15$ см.

43. Нехай $ABCD$ — паралелограм. $\angle A$ і $\angle B$ — сусідні. Доведемо, що $\angle A + \angle B = 180°$. $BC \parallel AD$ як протилежні сторони паралелограма, AB — січна.
Тоді $\angle CBA$ і $\angle BAD$ — внутрішні односторонні при $BC \parallel AD$ і січній AB, отже, $\angle CBA + \angle BAD = 180°$.



44. Див. рис. до №43. 1) Нехай дано паралелограм $ABCD$, $\angle A = 70°$. Знайдемо кути паралелограма. $\angle A = \angle C = 70°$ (як протилежні кути паралелограма).
$\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма).
$\angle B = 180° - 70° = 110°$. $\angle B = \angle D = 110°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 70°$, $\angle B = \angle D = 110°$.
2) Нехай дано паралелограм $ABCD$, сума двох кутів $100°$. Знайдемо кути паралелограма. Дані кути не можуть бути сусідніми (так як сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює $180°$), отже, дані кути — протилежні. $\angle A + \angle C = 100°$. $\angle A = \angle C$ (як протилежні кути паралелограма).
$\angle A = \angle C = 100° : 2 = 50°$. $\angle A$ і $\angle B$ — сусідні, тому $\angle A + \angle B = 180°$.
$\angle B = 180° - 50° = 130°$. $\angle B = \angle D = 130°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 50°$, $\angle B = \angle D = 130°$.

3) Нехай дано $ABCD$ — паралелограм, різниця двох кутів дорівнює 20°. Знайдемо кути паралелограма. Дані кути можуть бути протилежними, так як протилежні кути рівні, отже, дані кути — сусідні. $\angle B - \angle A = 20°$. Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = x + 20°$.
$\angle A + \angle B = 180°$ (як сума сусідніх кутів паралелограма). $x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$. $\angle A = 80°$, $\angle A = \angle C = 80°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle B = 80° + 20° = 100°$. $\angle B = \angle D = 100°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 80°$, $\angle B = \angle D = 100°$.

4) Нехай дано $ABCD$ — паралелограм, кути відносяться як 3 : 7. Знайдемо кути паралелограма. Дані кути не можуть бути протилежними, так як протилежні кути рівні, отже, дані кути — сусідні: $\angle A : \angle B = 3 : 7$. Нехай x — одна частина, $\angle A = 3x$, $\angle B = 7x$. $\angle A + \angle B = 180°$, складемо рівняння $3x + 7x = 180$; $10x = 180$; $x = 18$.

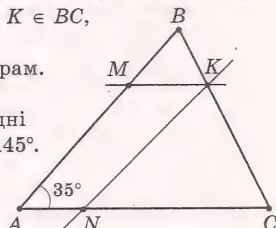
$\angle A = 3 \cdot 18° = 54°$, $\angle B = 7 \cdot 18° = 126°$. $\left.\begin{matrix}\angle A = \angle C = 54° \\ \angle B = \angle D = 126°\end{matrix}\right\}$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 54°$, $\angle B = \angle D = 126°$.

45. Див. рис. до №43. 1) Нехай $ABCD$ — паралелограм, один з кутів у 2 рази більший за другий. Знайдемо кути. Дані кути не можуть бути протилежними, так як протилежні кути рівні. Отже, дані кути сусідні ($\angle B = 2\angle A$). Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = 2x$. Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°, складемо рівняння: $x + 2x = 180$; $3x = 180$; $x = 60$.

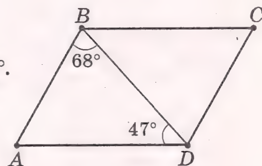
$\angle A = 60°$, $\angle B = 2 \cdot 60° = 120°$, $\left.\begin{matrix}\angle A = \angle C = 60° \\ \angle B = \angle D = 120°\end{matrix}\right\}$ як протилежні кути паралелограма.

2) Нехай $ABCD$ — паралелограм, один з кутів на 24° менший від другого. Знайдемо кути. Дані кути не можуть бути протилежними, так як протилежні кути рівні. Отже, дані кути сусідні. Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = x + 24$. Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°, складемо рівняння: $x + x + 24 = 180$; $2x + 24 = 180$; $2x = 156$; $x = 78$.
$\angle A = 78°$, $\angle B = 78° + 24° = 102°$. $\angle A = \angle C = 78°$, $\angle B = \angle D = 102°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 78°$, $\angle B = \angle D = 102°$.

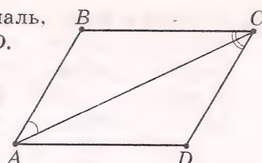
46. Нехай $ABCD$ — даний трикутник, $\angle A = 35°$, т $K \in BC$, $KM \parallel AC$, $KN \parallel AB$. Розглянемо $AMKN$: $MK \parallel AC$, $NK \parallel AB$, тоді $AMKN$ — паралелограм. $\angle A = \angle MKN = 35°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle AMK = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $\angle AMK = 180° - 35° = 145°$. $\angle AMK = \angle ANK = 145°$ (як протилежні кути паралелограма).
Відповідь: $\angle A = \angle MKN = 35°$, $\angle AMK = \angle ANK = 145°$.



47. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $\angle ABD = 68°$, $\angle ADB = 47°$. Знайдемо кути паралелограма. Розглянемо ΔABD. $\angle A + \angle ABD + \angle BDA = 180°$. $\angle A = 180° - (68° + 47°) = 180° - 115° = 65°$. $\angle A = \angle C = 65°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $\angle B = 180° - 65° = 115°$. $\angle B = \angle D = 115°$ (як протилежні кути паралелограма).
Відповідь: $\angle A = \angle C = 65°$, $\angle B = \angle D = 115°$.

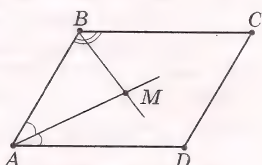


48. Нехай дано паралелограм $ABCD$. AC — діагональ, $\angle BAC = 32°$, $\angle BCD = 56°$. Знайдемо $\angle CAD$ і $\angle D$. $\angle B + \angle BCD = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $\angle B = 180° - 56° = 124°$. $\angle B = \angle D = 124°$ (як протилежні кути паралелограма).



$\angle BAD = \angle BCD = 56°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$,
$56° = 32° + \angle CAD$, $\angle CAD = 56° - 32°$, $\angle CAD = 24°$.
Відповідь: $\angle D = 124°$, $\angle CAD = 24°$.

49. Нехай дано паралелограм $ABCD$. AM і BM — бісектриси кутів A і B відповідно.
Знайдемо $\angle BMA$. $\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $\angle BAM = \angle MAD = \frac{1}{2}\angle A$,



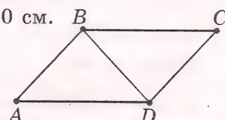
$\angle ABM = \angle CBM = \frac{1}{2}\angle B$. Розглянемо ΔABM.

$\angle ABM + \angle BAM + \angle BMA = 180°$, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle BMA = 180°$,

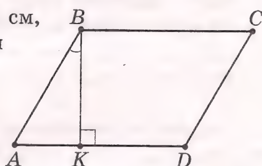
$\frac{1}{2}(\angle B + \angle A) + \angle BMA = 180°$, $\frac{1}{2} \cdot 180° + \angle BMA = 180°$, $\angle BMA = 90°$.

Відповідь: $\angle BMA = 90°$.

50. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $AB = 6$ см, $BC = 10$ см. Якщо діагональ $BD = 16$ см, то для ΔABD не виконується нерівність трикутника: $AB + AD > BD$, але 6 см + 10 см = 16 см. Отже, діагональ не може дорівнювати 16 см. *Відповідь*: не може.

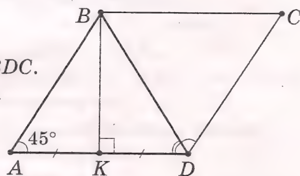


51. $ABCD$ — паралелограм, BK — висота, $AK = 4$ см, $KD = 6$ см, $\angle ABK = 30°$. Знайдемо P_{ABCD} і кути паралелограма. Розглянемо ΔABK: $\angle K = 90°$, $\angle ABK = 30°$, $AK = 4$ см.
$AB = 2 \cdot AK = 2 \cdot 4 = 8$ (см) (так як катет прямокутного трикутника, який лежить напроти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи).



$\angle A + \angle ABK = 90°$; $\angle A = 90° - 30° = 60°$.
$AD = AK + KD$; $AD = 4 + 6 = 10$ см. $P_{ABCD} = (AB + AD) \cdot 2$;
$P_{ABCD} = (8 + 10) \cdot 2 = 36$ см. $\angle A = \angle C = 60°$ (протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $\angle B = 180° - 60° = 120°$; $\angle B = \angle D = 120°$ (як протилежні кути паралелограма).
Відповідь: $P_{ABCD} = 36$ см, $\angle B = \angle D = 120°$, $\angle A = \angle C = 60°$.

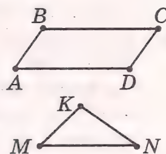
52. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $\angle A = 45°$.
BK — висота, $AK = KD$, $BK = 3$ см,
BD — діагональ. Знайдемо AD і $\angle BDA$, $\angle BDC$.
Розглянемо ΔABK: $\angle K = 90°$, $\angle A = 45°$, тоді $\angle ABK = 180° - 90° - 45° = 45°$. Отже, ΔABK — рівнобедрений, $BK = AK = 3$ см.
$AD = 2 \cdot AK$, $AD = 2 \cdot 3 = 6$ см.



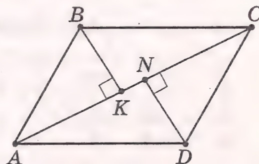
Розглянемо ΔABD — рівнобедрений (так як висота BK є медіаною), тоді $\angle A = \angle BDA = 45°$. BK — бісектриса $\angle ABD$.
$\angle ABD = 2 \cdot \angle ABK$, $\angle ABD = 2 \cdot 45° = 90°$. $\angle ABD = \angle BDC = 90°$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel DC$ та січній BD).
Відповідь: $AD = 6$ см, $\angle BDA = 45°$, $\angle BDC = 90°$.

53. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $\angle C = 30°$, BH — висота, $BH = 7$ см, $P_{ABCD} = 46$ см. Знайдемо сторони AB, BC, CD і AD.
Розглянемо ΔBCH: $\angle H = 90°$, $\angle C = 30°$.
BH — катет, що лежить напроти кута 30°.
$BH = \frac{1}{2}BC$, $BC = 2 \cdot BH$, $BC = 2 \cdot 7 = 14$ см.
$BC = AD = 14$ см (як протилежні сторони паралелограма).
$AB + BC = P_{ABCD} : 2$, $AB + BC = 46 : 2 = 23$ см, $AB = 23 - 14 = 9$ см.
$AB = DC = 9$ см (як протилежні сторони паралелограма).
Відповідь: $BC = AD = 14$ см, $AB = DC = 9$ см.

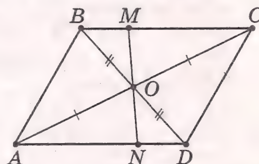
54. Нехай дано паралелограм $ABCD$ і ΔMKN. Перевіримо, чи можуть виконуватися одночасно рівності $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle K$, $\angle C = \angle N$.
Оскільки у паралелограма $\angle A = \angle C$ (як протилежні), то дані рівності можуть виконуватися тільки, якщо $\angle M = \angle N$, тобто ΔMKN буде рівнобедрений або рівносторонній.



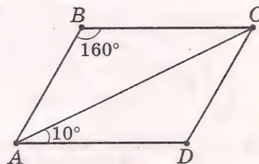
55. Нехай дано паралелограм $ABCD$. AC — діагональ, $BK \perp AC$, $DN \perp AC$. Доведемо, що $BK = DN$.
Розглянемо ΔABK і ΔCDN.
1) $\angle BKA = \angle DNC = 90°$. 2) $AB = DC$ (протилежні сторони паралелограма).
3) $\angle BAK = \angle DCN$ (внутрішні різносторонні при $AB \parallel DC$ і січній AC).
Отже, $\Delta ABK = \Delta CDN$ (за гіпотенузою і гострим кутом) $\Rightarrow BK = DN$.



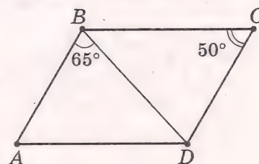
56. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагоналі, т. O — точка перетину діагоналей, MN — відрізок. Доведемо, що $MO = NO$.
Розглянемо ΔMOC і ΔNOA. 1) $AO = OC$ (властивість діагоналей паралелограма).
2) $\angle AON = \angle COM$ (як вертикальні).
3) $\angle MCO = \angle NAO$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC). Отже. $\Delta MOC = \Delta NOA$ (за II ознакою рівності трикутників). З цього випливає, що $MO = ON$.



57. Нехай дано паралелограм $ABCD$, $\angle B = 160°$, $P_{ABCD} = 24$ см. AC — діагональ, $\angle CAD = 10°$. Знайдемо сторони AB, BC, CD, DA.
$\angle BCA = \angle CAD = 10°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC).
Розглянемо ΔABC. $\angle BAC + \angle B + \angle BCA = 180°$, $\angle BAC = 180° - 160° - 10°$, $\angle BAC = 10°$.
Так як $\angle BAC = \angle BCA = 10°$, то ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$. Оскільки $AB = CD$, $BC = AD$, то $AB = BC = CD = DA = 24 : 4 = 6$ см.
Відповідь: $AB = BC = CD = DA = 6$ см.

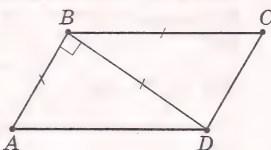


58. Нехай дано паралелограм $ABCD$, BD — діагональ, $\angle ABD = 65°$, $\angle C = 50°$, $AB = 8$ см. Знайдемо P_{ABCD}. $\angle A = \angle C = 50°$ (як протилежні кути паралелограма). Розглянемо ΔABD.
$\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180°$.



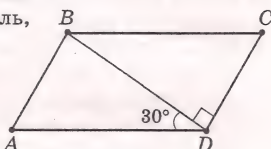
$\angle ADB = 180° - (50° + 65°) = 65°$. $\angle ABD = \angle BDA$, отже, $\triangle ABD$ — рівнобедрений з основою BD. $AB = AD = 8$ см. $P_{ABCD} = (AB + AD) \cdot 2$, $P_{ABCD} = (8 + 8) \cdot 2 = 32$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 32$ см.

59. Нехай дано паралелограм $ABCD$, BD — діагональ, $BD \perp AB$, $AB = BD$. Знайдемо кути паралелограма. Розглянемо $\triangle ABD$. $\angle ABD = 90°$ ($DB \perp AB$), $AB = BD$, тоді $\angle BAD = \angle BDA = (180° - 90°) : 2 = 45°$. $\angle A = \angle C = 45°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle B = 180°$ (сусідні кути паралелограма).



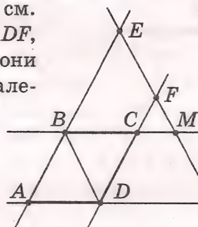
$\angle B = 180° - 45° = 135°$, $\angle B = \angle D = 135°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 45°$, $\angle B = \angle D = 135°$.

60. Нехай $ABCD$ — паралелограм. BD — діагональ, $\angle BDC = 90°$, $\angle BDA = 30°$, $P_{ABCD} = 36$ см. Знайдемо AB, BC, CD, DA. $\angle BDC = \angle ABD = 90°$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel DC$ і січній BD).

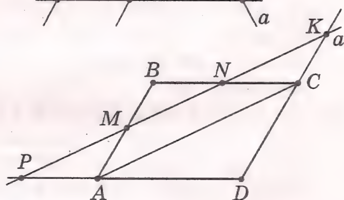


Розглянемо $\triangle ABD$. $\angle ABD = 90°$, $\angle BDA = 30°$, тоді $AB = \frac{1}{2} AD$. Нехай $AB = x$ (см), тоді $AD = 2x$ (см). Оскільки $P_{ABCD} = 36$ см, то складемо рівняння: $(x + 2x) \cdot 2 = 36$; $6x = 36$; $x = 6$. $AB = 6$ см, $AB = CD = 6$ см; $AD = 2 \cdot 6 = 12$ см, $BC = AD = 12$ см як протилежні сторони паралелограма.
Відповідь: $AB = CD = 6$ см, $AD = BC = 12$ см.

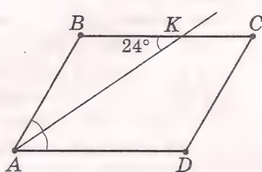
61. Розглянемо $BEFD$ — паралелограм ($BE \parallel DF$, $EF \parallel BD$), тоді $BD = EF$ як протилежні сторони паралелограма. Розглянемо $BDKM$ — паралелограм ($BD \parallel MK$, $BM \parallel DK$), тоді $BD = MK$ як протилежні сторони паралелограма.
$BD = EF$, $BD = MK$, отже, $EF = MK$.



62. Розглянемо $AMKC$ — паралелограм ($AM \parallel CK$, $MK \parallel AC$), тоді $AM = CK$. Розглянемо $\triangle PAM$ і $\triangle NCK$. 1) $AM = CK$. 2) $\angle MPA = \angle KNC$ (як відповідні при $AD \parallel BC$ і січній PK). 3) $\angle PMA = \angle NKC$ (як відповідні при $AB \parallel DC$ і січній PK). Отже, $\triangle PAM = \triangle NCK$ (за II ознакою рівності трикутників), тоді $PM = NK$.

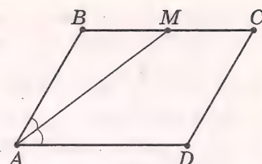


63. Нехай дано паралелограм $ABCD$, AK — бісектриса, $\angle BKA = 24°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$. $\angle BKA = \angle KAD = 24°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK).
$\angle BAK = \angle KAD = 24°$ (AK — бісектриса).
$\angle A = 24° \cdot 2 = 48°$. $\angle A = \angle C = 48°$ (протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма).



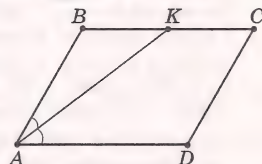
$\angle B = 180° - 48° = 132°$. $\angle B = \angle D = 132°$ (протилежні кути паралелограма).
Відповідь: $\angle A = \angle C = 48°$, $\angle B = \angle D = 132°$.

64. Нехай $ABCD$ — паралелограм. AM — бісектриса $\angle A$, $AB = 12$ см, $MC = 16$ см. Знайдемо P_{ABCD}. $\angle BMA = \angle MAD$ (як внутрішні різносторонні при паралельних BC і AD та січній AM). $\angle BAM = \angle MAD$ (AM — бісектриса). $\angle BAM = \angle BMA$, тоді ΔABM — рівнобедрений, $AB = BM = 12$ см.



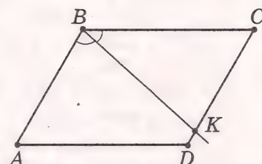
$BC = BM + MC$, $BC = 12 + 16 = 28$ (см). $P_{ABCD} = (AB + AC) \cdot 2$, $P_{ABCD} = (12 + 28) \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80$ (см). *Відповідь*: $P_{ABCD} = 80$ см.

65. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AK — бісектриса $\angle A$. $BK : KC = 3 : 5$. $P_{ABCD} = 66$ см. Знайдемо AB, BC, CD, AD. $\angle BKA = \angle KAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ та січній AK). $\angle BAK = \angle KAD$ (AK — бісектриса). $\angle BAK = \angle BKA$, тоді ΔABK — рівнобедрений, $AB = BK$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $BK = 3x$ (см), $KC = 5x$ (см).



$BC = BK + KC$, $BC = 3x + 5x = 8x$ (см), $AB = 3x$ (см).
Оскільки $P_{ABCD} = 66$ см, то складемо рівняння: $(3x + 8x) \cdot 2 = 66$; $22x = 66$; $x = 3$. $AB = 3 \cdot 3 = 9$ (см), $BC = 3 \cdot 8 = 24$ (см). $AB = CD = 9$ см, $BC = CA = 24$ см (як протилежні сторони паралелограма).
Відповідь: $AB = CD = 9$ см, $BC = CA = 24$ см.

66. Нехай $ABCD$ — паралелограм, BK — бісектриса $\angle D$, $CK = 5 \cdot KD$, $P_{ABCD} = 88$ см. Знайдемо AB, BC, CD, AD. $\angle ABK = \angle BKC$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ та січній BK). $\angle CBK = \angle KBA$ (BK — бісектриса). Отже, $\angle CBK = \angle BKC$, тоді ΔBCK — рівнобедрений з основою BK ($BC = CK$).

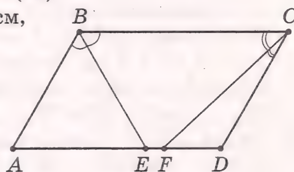


Нехай $KD = x$ (см), тоді $CK = 5x$ (см). $DC = DK + KC$, $DC = x + 5x = 6x$ (см). $CK = BC = 5x$ (см). Оскільки $P_{ABCD} = 88$ см, то складемо рівняння: $(5x + 6x) \cdot 2 = 88$; $22x = 88$; $x = 4$. $BC = 5 \cdot 4 = 20$ (см), $DC = 6 \cdot 4 = 24$ (см),

$$\left.\begin{array}{l} BC = AD = 20 \text{ (см)} \\ DC = AB = 24 \text{ (см)} \end{array}\right\}$$ як протилежні сторони паралелограма.

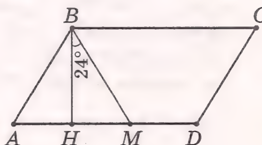
Відповідь: $BC = AD = 20$ (см), $DC = AB = 24$ (см).

67. Нехай дано паралелограм $ABCD$, $AD = 12$ см, $AB = 3$ см, BE — бісектриса $\angle B$, CF — бісектриса $\angle C$. Знайдемо EF. $\angle CBE = \angle BEA$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BE). $\angle CBE = \angle ABE = \angle BEA \Rightarrow \Delta ABE$ — рівнобедрений, $AB = AE = 3$ см.



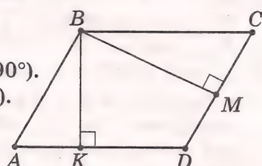
$\angle BCF = \angle DFC$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній CF). $\angle BCF = \angle FCD = \angle CFD \Rightarrow \Delta FCD$ — рівнобедрений, $FD = DC = AB = 3$ см. $AD = AE + EF + FD$; $12 = 3 + EF + 3$; $EF = 6$ см.
Відповідь: $EF = 6$ см.

68. Нехай дано паралелограм $ABCD$, BH — висота, BM — бісектриса $\angle ABC$, $\angle HBM = 24°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$. Розглянемо ΔBHM: $\angle H = 90°$, $\angle HBM = 24°$,



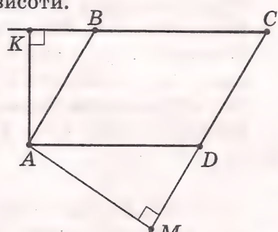
тоді $\angle BMH = 180° - (90° + 24°) = 180° - 114° = 66°$.
$\angle CBM = \angle AMB = 66°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BM). $\angle MBC = \angle MBA = 66°$ (BM — бісектриса $\angle ABC$).
$\angle ABC = 2 \cdot 66° = 132°$. $\angle ABC = \angle D = 132°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle A + \angle ABC = 180°$ (як сусідні кути паралелограма).
$\angle A = 180° - 132° = 48°$. $\angle A = \angle C = 48°$ (як протилежні кути паралелограма). *Відповідь*: $\angle A = \angle C = 48°$, $\angle B = \angle D = 132°$.

69. Нехай дано паралелограм $ABCD$, BK і BM — висоти. Доведемо, що $\angle KBM = \angle A$.
Нехай $\angle A = x = \angle C$. Розглянемо ΔABK ($\angle K = 90°$).
$\angle ABK = 90° - x$. Розглянемо ΔBMC ($\angle M = 90°$).
$\angle CBM = 90° - x$. $\angle ABC = \angle ABK + \angle KBM + \angle MBC$, $\angle ABC = 90° - x + \angle KBM + 90° - x$, $\angle ABC = 180° - 2x + \angle KBM$.



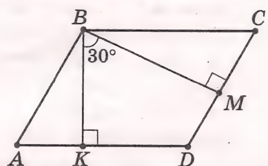
$\angle A + \angle ABC = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $x + 180° - 2x + \angle KBM = 180°$, $-x + \angle KBM = 0$, $\angle KBM = x$. Отже, $\angle KBM = \angle A$.

70. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AK і AM — висоти.
Доведемо, що $\angle KAM = \angle ABC$.
Нехай $\angle ABC = x$, тоді $\angle ADC = x$.
$\angle KBA + \angle ABC = 180°$ (як суміжні).
$\angle KBA = 180° - x$.
З ΔAKB: $\angle K = 90°$, $\angle KAB = 90° - \angle KBA$,
$\angle KAB = 90° - (180° - x) = x - 90°$.
$\angle ADC + \angle ADM = 180°$ (як суміжні).
$\angle ADM = 180° - \angle ADC$. $\angle ADM = 180° - x$.
З ΔADM: $\angle M = 90°$, $\angle MAD = 90° - \angle ADM$.



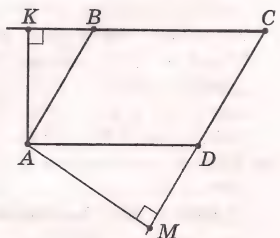
$\angle MAD = 90° - (180° - x) = x - 90°$. $\angle KAM = \angle KAB + \angle BAD + \angle DAM$.
$\angle BAD + \angle ABC = 180°$ (як сусідні кути паралелограма).
$\angle BAD = 180° - x$, $\angle KAM = x - 90° + 180° - x + x - 90°$, $\angle KAM = x$.
Отже, $\angle KAM = \angle ABC$.

71. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, BK і BM — висоти, $\angle KBM = 30°$, $BK = 4$ см, $BM = 6$ см. Знайдемо P_{ABCD}. Оскільки кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута, дорівнює гострому куту паралелограма, то $\angle KBM = \angle A = 30°$.



Розглянемо ΔABK ($\angle K = 90°$), так як $\angle A = 30°$. то $AB = 2 \cdot BK$.
$AB = 2 \cdot 4 = 8$ см. Розглянемо ΔBMC ($\angle M = 90°$), так як $\angle C = \angle A = 30°$ (протилежні кути паралелограма), то $BC = 2 \cdot BM$. $BC = 2 \cdot 6 = 12$ см.
$P_{ABCD} = (AB + BC) \cdot 2$, $P_{ABCD} = (8 + 12) \cdot 2 = 40$ см. *Відповідь*: 40 см.

72. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AK і AM — висоти, $\angle KAM = 150°$, $AB = 10$ см, $AD = 18$ см. Знайдемо AK і AM. Оскільки кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини гострого кута, дорівнює тупому куту, то $\angle KAM = \angle ABC = 150°$.
$\angle KBA + \angle ABC = 180°$ (як суміжні кути).
$\angle KBA = 180° - 150° = 30°$.
Розглянемо ΔABK: $\angle K = 90°$,

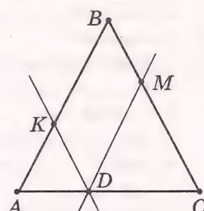


$AK = \frac{1}{2} AB$ як катет, що лежить напроти кута 30°.

$AK = 10 : 2 = 5$ см. $\angle ABC = \angle ADC = 150°$ (як протилежні кути паралелограма). $\angle ADC + \angle ADM = 180°$ (як суміжні). $\angle ADM = 180° - 150° = 30°$.

Розглянемо ΔADM. $\angle M = 90°$, $AM = \frac{1}{2}AD$ як катет, що лежить напроти кута $30°$. $AM = 18 : 2 = 9$ см. *Відповідь*: $AK = 5$ см, $AM = 9$ см.

73. Нехай ABC — рівнобедрений трикутник, $AB = BC$, $D \in AC$, $DM \parallel AB$, $DK \parallel BC$.



Довести, що $P_{KDMB} = AB + BC = 2AB$.

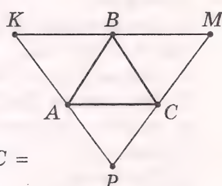
Чотирикутник $KDMB$ — паралелограм, так як $KD \parallel BC$, $DM \parallel AB$ (за побудовою). $KD = BM$, $DM = KB$ (як протилежні сторони паралелограма).

$P_{KDMB} = KD + DM + MB + BK =$
$= BM + KB + MB + BK$. $\angle KDA = \angle BCA$ як відповідні при $KD \parallel BC$ і січній AC.

$\angle A = \angle BCA$ як кути при основі рівнобедреного ΔABC, $\angle A = \angle KDA$, тоді ΔKDA — рівнобедрений і $AK = KD$. $BK + KD = BK + KA = BA$.

$P_{KDMB} = (BK + KD) \cdot 2 = AB \cdot 2$.

74. Нехай ABC — даний трикутник, $KM \parallel AC$, $KP \parallel BC$, $MP \parallel AB$, $P_{KBCA} + P_{ABMC} + P_{ABCP} = 100$ см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$. $KBCA$, $ABMC$, $ABCP$ — паралелограми за побудовою. За властивістю паралелограма:

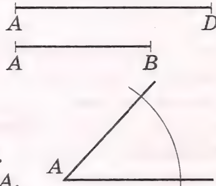


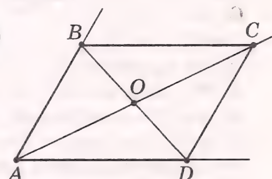
$KB = AC = BM$, $KA = BC = AP$, $AB = PC = CM$.

$P_{KBCA} = KB + BC + CA + AK = AC + BC + CA + BC =$
$= 2AC + 2BC = 2(AC + BC)$.

$P_{ABMC} = AB + BM + MC + CA = AB + AC + AB + AC = 2AB + 2AC =$
$= 2(AB + AC)$. $P_{ABCP} = AB + BC + CP + PA = AB + BC + AB + BC = 2AB + 2BC =$
$= 2(AB + BC)$. $100 = 2(AC + BC) + 2(AB + AC) + 2(AB + BC)$;
$50 = AC + BC + AB + AC + AB + BC$; $50 = 2(AC + BC + AB)$;
$25 = AC + BC + AB = P_{\Delta ABC}$. *Відповідь*: $P_{\Delta ABC} = 25$ см.

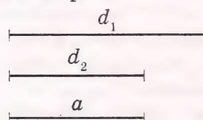
75. 2) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм $ABCD$.
Побудова.

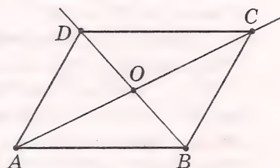




1) Побудувати промінь з початком в т. A.
2) Відкласти відрізок AD.
3) Побудувати $\angle KAD = \angle A$.
4) На промені AK відкласти відрізок AD.
5) Отримали ΔADB.
6) т. O — середина BD, провести промінь AO, на продовженні відкласти відрізок, що дорівнює AO, отримали т. C.
7) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

2) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм
$ABCD$: $AC = d_1$, $BD = d_2$, $AB = a$.
Побудова.



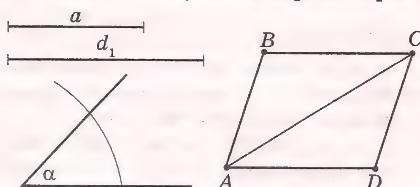


1) Побудувати ΔABO за трьома сторонами:

$AB = a$, $AO = \frac{1}{2}d_1$, $BO = \frac{1}{2}d_2$.

2) На продовженні променя AO відкладемо $OC = AO$, на продовженні променя BO відкладемо $OD = BO$. 3) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

3) *Дано*:



Побудувати: паралелограм $ABCD$: $AD = a$, $AC = d_1$, $\angle CAD = \alpha$.

Побудова.

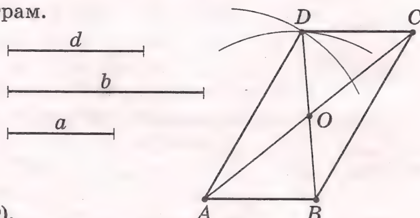
1) Побудувати ΔCAD: $AD = a$, $AC = d_1$, $\angle CAD = \alpha$.

2) $\angle ACM = \alpha$.

3) На промені CM відкласти $CB = a$.

4) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

76. 1) *Дано*:



Побудувати: паралелограм $ABCD$: $AB = a$, $AD = b$, $BD = d$.

Побудова.

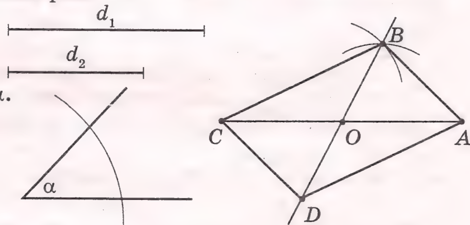
1) Побудувати ΔABD ($AB = a$, $AD = b$, $BD = d$).

2) Позначити середину BD (т. O).

3) Проведемо промінь AO і на його продовженні відкладемо $OC = AO$.

4) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

2) *Дано*:



Побудувати: паралелограм $ABCD$: $AC = d_1$, $BD = d_2$, $\angle AOB = \alpha$.

Побудова.

1) Побудувати ΔAOB:

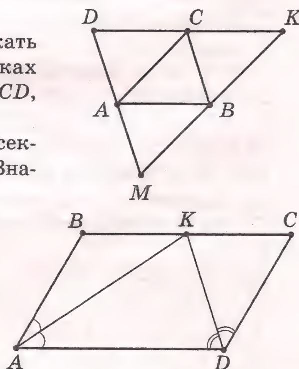
$AO = \frac{1}{2}d_1$, $BO = \frac{1}{2}d_2$,

$\angle AOB = \alpha$.

2) На продовженні променя BO відкладемо $OD = BO$.

3) На продовженні променя AO відкладемо $OC = AO$.

4) $ABCD$ — шуканий паралелограм.



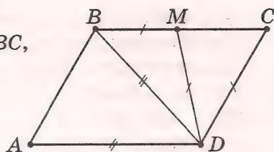
77. Нехай дано три точки A, B, C, які не лежать на одній прямій. З вершинами в цих точках можна побудувати 3 паралелограма: $ABCD$, $ACBM$, $ACKB$.

78. Нехай дано паралелограм $ABCD$, AK — бісектриса $\angle A$, DK — бісектриса $\angle D$, т. $K \in BC$. Знайдемо $AB : AD$.

$\angle BKA = \angle KAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK). $\angle BAK = \angle KAD$ (AK — бісектриса). $\angle BAK = \angle BKA$, отже, ΔABK — рівнобедрений, $AB = BK$. $\angle CKD = \angle KDA$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній DK). $\angle CDK = \angle KDA$ (DK — бісектриса).

Отже, $\angle CDK = \angle CKD$, тоді ΔCKD — рівнобедрений, $CD = CK$. Так як $AB = CD$, то $CK = AB$, $BC = 2AB$. $BC = AD = 2AB$. $AB : AD = AB : 2AB = 1 : 2$. *Відповідь*: $1 : 2$.

79. Нехай дано паралелограм $ABCD$, т. $M \in BC$, $BM = MD = CD$, $AD = BD$. Знайдемо $\angle A$, $\angle ABC$, $\angle C$, $\angle ADC$. Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle C = \angle A = x$ (протилежні кути паралелограма),
$\angle C = \angle DMC = x$ (ΔDMC — рівнобедрений).
$\angle A = \angle ABD = x$ (ΔABD — рівнобедрений).

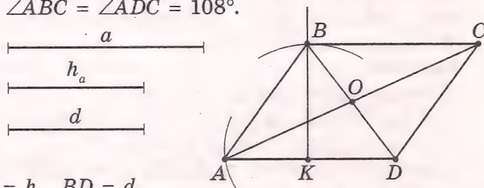


Нехай $\angle MBD = \angle BDM = y$ (ΔBMD — рівнобедрений).
$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBM$. $\angle ABC = x + y$. $\angle A + \angle ABC = 180°$ (як сусідні кути паралелограма). $x + x + y = 180$; $2x + y = 180$.
$\angle CMD$ — зовнішній кут ΔBMD, тоді $\angle CMD = \angle MBD + \angle MDB$.

$x = y + y$; $x = 2y$. $\begin{cases} 2x + y = 180, \\ x = 2y; \end{cases}$ $\begin{cases} 2 \cdot 2y + y = 180, \\ x = 2y; \end{cases}$ $\begin{cases} 5y = 180, \\ x = 2y; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 36, \\ x = 72. \end{cases}$

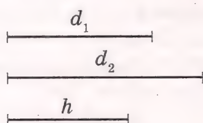
$\angle A = 72°$, $\angle ABC = 36° ° 72° = 108°$. $\angle A = \angle C = 72°$, $\angle ABC = \angle ADC = 108°$.
Відповідь: $\angle A = \angle C = 72°$, $\angle ABC = \angle ADC = 108°$.

80. 1) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм $ABCD$:
$AD = a$, $BK = h_a$,
$BK \perp AD$, $BD = d$.



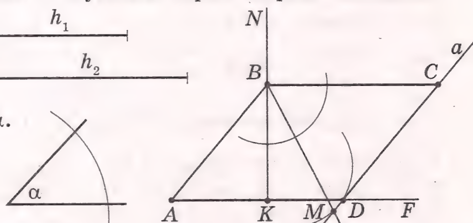
Побудова.
1) Побудувати ΔBKD: $BK = h_a$, $BD = d$, $\angle BKD = 90°$. 2) На промені DK від т. D відкласти відрізок $DA = a$. 3) Позначити середину BD (т. O). 4) Проведемо промінь AO і на його продовженні відкладемо $OC = AO$. 5) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

2) *Дано*:
Побудувати: паралелограм $ABCD$, $AC = d_1$, $BD = d_2$, $BK \perp AD$, $BK = h$.



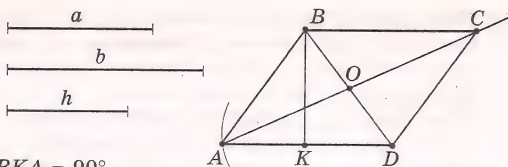
Побудова.
1) Побудувати ΔBKD:
$BK = h$, $BD = d_2$, $\angle BKD = 90°$.
2) Позначити середину BD (т. O).
3) Провести коло з центром у т. O і $R = \frac{1}{2} d_1$.
4) Точка перетину цього кола з променем DK — т. A. 5) Промінь AO перетинає коло в т. C. 6) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

3) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм $ABCD$:
$BK \perp AD$, $BK = h_1$,
$BM \perp DC$, $BM = h_2$, $\angle A = \alpha$.

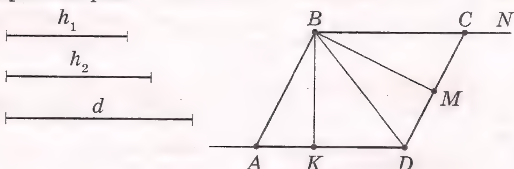


Побудова.
1) За властивістю висот паралелограма $\angle A = \angle KBM = \alpha$.
2) $\angle NKF = 90°$, на промені KN відкласти $KB = h_1$.
3) $\angle KBL = \alpha$. 4) На промені BL відкласти $BM = h_2$.
5) Через т. N провести пр. $a \perp BM$.
6) $KF \cap$ пр. a = т. D. 7) $BE \parallel KF$, $BE \cap$ пр. a = т. C.
8) На промені DK відкласти $DA = BC$. 9) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

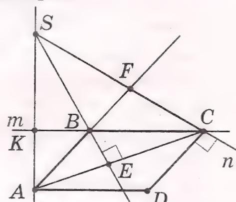
81. 1) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм $ABCD$:
$AB = a$, $AD = b$,
$BK \perp AD$, $BK = h$.
Побудова.
1) Побудувати ΔABK: $\angle BKA = 90°$,
$BK = h$, $BA = a$. 2) На промені AK відкласти $AD = b$.
3) Позначити середину BD (т. O). 4) На промені AO відкласти $OC = AO$.
5) $ABCD$ — шуканий паралелограм.



2) *Дано*:
Побудувати:
паралелограм $ABCD$:
$BK \perp AD$, $BK = h_1$,
$BM \perp DC$, $BM = h_2$,
$BD = d$.
Побудова.
1) Побудувати ΔBKD: $\angle K = 90°$, $BK = h_1$, $BD = d$. 2) $BN \parallel KD$.
3) Коло з центром у т. B, $R = h_2$. 4) Через т. D провести дотичну до цього кола, т. M — точка дотику. 5) $DM \cap BN =$ т. C. 6) На промені DK відкласти $DA = BC$. 7) $ABCD$ — шуканий паралелограм.



82. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC — діагональ, $BE \perp AC$, пр. $m \perp AD$, пр. $n \perp CD$, пр. $m \cap$ пр. $n =$ т. S. Доведемо, що т. S належить прямій BE.
$AD \parallel BC$ як протилежні сторони паралелограма, так як пр. $m \perp AD$, то пр. $m \perp BC$.
$AB \parallel CD$ як протилежні сторони паралелограма, так як пр. $n \perp CD$, то пр. $n \perp AB$.
Таким чином: AK — висота ΔABC (пр. $m \cap BC =$ т. K), CF — висота ΔABC (пр. $n \cap AB =$ т. F), BE — висота ΔABC. Висоти ΔABC перетинаються в т. S, тому т. S належить прямій BE.

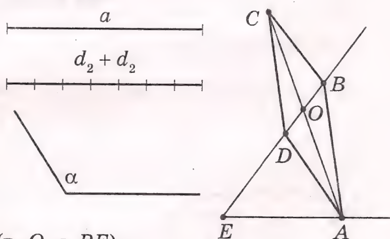


83. *Дано*:
Побудувати: паралелограм $ABCD$:
$AB = a$, $AC + BD = d_1 + d_2$,
$\angle BOA = \alpha$.
Побудова.
1) Побудувати ΔBEA: $AB = a$,

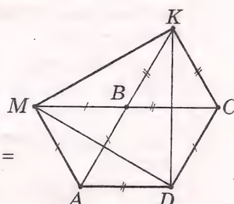
$BE = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$, $\angle BEA = \dfrac{\alpha}{2}$.

2) В ΔBEA побудувати $\angle EAO = \dfrac{\alpha}{2}$ (т. $O \in BE$).

3) На промені AO відкласти $OC = AO$.
4) На промені OE відкласти $OD = BO$.
5) $ABCD$ — шуканий паралелограм.

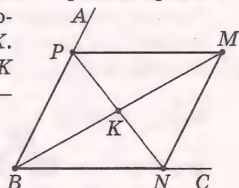


84. Нехай $ABCD$ — паралелограм, ΔABM — рівносторонній. ΔBKC — рівносторонній. Доведемо, що ΔMKD — рівносторонній.
Так як ΔKBC і ΔABM — рівносторонні, то $\angle KBC = \angle MBA = 60° \Rightarrow \angle KBC$ і $\angle MBA$ — вертикальні.



$\angle KBC = \angle BAD = 60°$ (як відповідні при $BC \parallel AD$ і січній AK).
$\angle BAD = \angle BCD = 60°$ (як протилежні кути паралелограма $ABCD$).
$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ (як сусідні кути паралелограма $ABCD$).
$\angle ABC = 180° - 60° = 120°$.
Розглянемо ΔMAD, ΔDCK, ΔMBK.
1) $MB = MA = CD$. 2) $AD = KC = BK$. 3) $\angle MBK = \angle ABC = 120°$ (як вертикальні). $\angle MAD = \angle MAB + \angle BAD = 60° + 60° = 120°$; $\angle KCD = \angle KCB + \angle BCD = 60° + 60° = 120°$. Отже, $\Delta MAD = \Delta DCK = \Delta MBK$ (за I ознакою рівності трикутників), тоді $MD = KD = MK$. ΔMKD — рівносторонній.

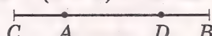
85. Нехай дано $\angle ABC$, т. K всередині $\angle ABC$. На продовженні променя BK відкладемо відрізок $KM = BK$. Через т. M проведемо $MP \parallel CB$. На промені PK відкладемо $KN = PK$, т. $N \in BC$. Отже, т. K — середина PN, $BPNM$ — паралелограм.



86. 1) Нехай дано $AB = 24$ см, т. C лежить між т. A і B. $BC = 5AC$, $AB = 4BD$.
Знайдемо відрізок CD.

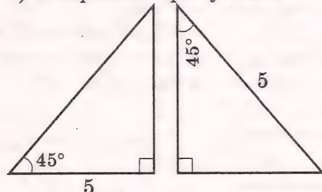


$24 = 4BD$, $BD = 6$ см. $AB = BC + AC$, $AB = 5AC + AC$, $AB = 6AC$,
$24 = 6AC$, $AC = 4$ см. $CD = AB - (AC + DB)$, $CD = 24 - (4 + 6) = 14$ см.
2) Нехай точка C лежить ліворуч від т. A і B.

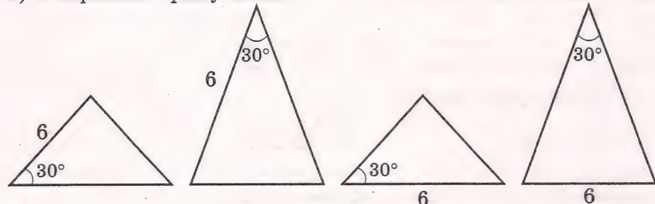


$24 = 4BD$, $BD = 6$ см.
$AB = BC - AC$, $AB = 5AC - AC$, $AB = 4AC$, $24 = 4AC$, $AC = 6$ см. $CD = CA + AD$, $AD = AB - DB$, $AD = 24 - 6 = 18$ см. $CD = 6 + 18 = 24$ см.
Відповідь: 1) $CD = 14$ см; 2) $CD = 24$ см.

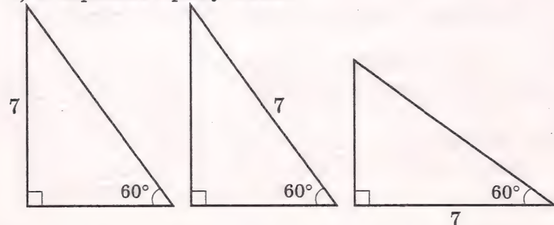
87. 1) 2 нерівних трикутника.



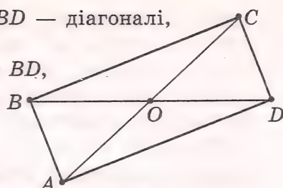
2) 4 нерівних трикутника.



3) 3 нерівних трикутника.



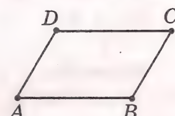
88. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. AC і BD — діагоналі, є діаметрами кола. Доведемо, що $AB \parallel CD$.



Оскільки AC і BD — діаметри кола, то $AC = BD$, т. O — центр кола і точка перетину діагоналей. $BO = OD = AO = OC = R$.
Розглянемо ΔAOB і ΔCOD.
1) $AO = OC$. 2) $BO = OD$.
3) $\angle BOA = \angle COD$ (вертикальні).
Отже, $\Delta AOB = \Delta COD$ (за I ознакою рівності трикутників).
З цього випливає $\angle OCD = \angle OAB$, ці кути є внутрішніми різносторонніми при прямих AB і CD та січній AC. Так як ці кути рівні, то $AB \parallel CD$.

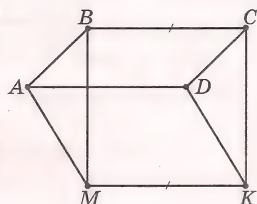
89. Ні. неможливо. Уявимо, що ми розфарбували квадрат 10×10 як шахову дошку. Тоді 50 клітинок чорних, 50 клітинок білих. Фігуру розфарбував так або .
У першому випадку 1 фігура містить 3 чорні і 1 білу клітинку, а 25 таких фігурок містять 75 чорних і 25 білих клітинок, а потрібно 50 білих і 50 чорних. У другому випадку 1 фігура містить 3 білі і 1 чорну клітинку, а 25 таких фігурок містять 75 білих і 25 чорних клітинок, а в квадраті 50 білих і 50 чорних. Отже, покрити квадрат такими фігурками неможливо.

90. Розглянемо прямі BC і AD, AB — січна, $\angle A$ і $\angle B$ — внутрішні односторонні, $\angle A + \angle B = 180°$ (за умовою). Тоді за ознакою паралельності прямих маємо $BC \parallel AD$.

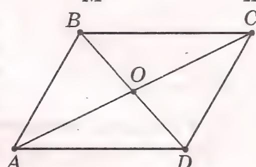


Розглянемо прямі AB і CD, BC — січна, $\angle B$ і $\angle C$ — внутрішні односторонні, $\angle B + \angle C = 180°$ (за умовою). Тоді за ознакою паралельності прямих маємо $AB \parallel CD$. За ознакою паралелограма маємо, якщо $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, тоді $ABCD$ — паралелограм.

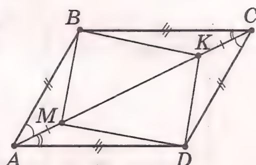
91. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За ознакою паралелограма маємо $BC \parallel AD$, $BC = AD$. За умовою $AMKD$ — паралелограм. За ознакою паралелограма маємо $AD \parallel MK$, $AD = MK$.
Маємо: $BC \parallel AD$ і $AD \parallel MK$, тоді $BC \parallel MK$.
$BC = AD$ і $AD = MK$, тоді $BC = MK$. За теоремою 3.2 маємо, якщо $BC \parallel MK$ і $BC = MK$, тоді $BCKM$ — паралелограм. Доведено.



92. За умовою AO — медіана ΔABD. Тоді за означенням медіани маємо $BO = OD$. За умовою BO — медіана ΔABC. Тоді за означенням медіани маємо $AO = OC$. Отже, діагоналі AC і BD у точці перетину O діляться навпіл. За теоремою 3.3 маємо $ABCD$ — паралелограм. Доведено.



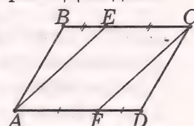
93. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За означенням паралелограма маємо $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $BC = AD$.
$AB \parallel CD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BAC = \angle DCA$ (внутрішні різносторонні).



$BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCA = \angle DAC$ (внутрішні різносторонні). Розглянемо ΔABM і ΔCKD. 1) За умовою $AM = KC$. 2) За доведеним $AB = CD$. 3) $\angle BAM = \angle DCK$. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ABM = \Delta CKD$. За властивістю рівних фігура маємо $BM = DK$. Розглянемо ΔBKC і ΔDMA. 1) За умовою $AM = KC$. 2) За доведеним маємо $AD = BC$. 3) $\angle BCK = \angle DAM$. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta KBC = \Delta MDA$. За властивістю рівних фігур маємо: $MD = BK$. За теоремою 3.1, якщо $BM = DK$ і $MD = BK$, тоді $BMKD$ — паралелограм. Доведено.

94. Нехай побудовано I коло з центом у точці O, AB — діаметр, тоді $AO = OB$ (радіуси) і II коло з центром у точці O, CD — діаметр, тоді $CO = OD$ (радіуси). Для чотирикутника $ACBD$ AB і CD є діагоналями, які у точці перетину O діляться навпіл. Отже, застосовуючи теорему 3.3 маємо, що якщо $AO = OB$, $CO = OD$, тоді $ACBD$ — паралелограм. Доведено.

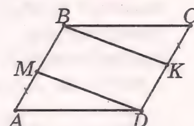
95. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За ознакою паралелограма маємо $BC \parallel AD$, $BC = AD$. Нехай $BC = a$, тоді $AD = a$. За умовою E — середина BC, тоді $BE = EC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$, отже, $EC = \frac{1}{2}a$.



За умовою F — середина AD, тоді

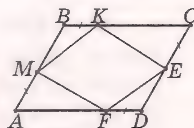
$AF = FD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}a$, отже $AF = \frac{1}{2}a$. Ми отримали, що $EC \parallel AF$ ($EC \in BC$, $AF \in AD$, $BC \parallel AD$) і $EC = AF = \frac{1}{2}a$. Застосовуючи теорему 3.2 маємо $AECF$ — паралелограм. Доведено.

96. За умовою $ABCD$ — паралелограм.
За ознаками паралелограма маємо $AB \parallel CD$, $AB = CD$. Нехай $AB = b$, тоді $CD = b$.
За умовою $AM = CK$. Нехай $AM = a$, тоді $CK = a$.
За аксіомою вимірювання відрізків маємо:



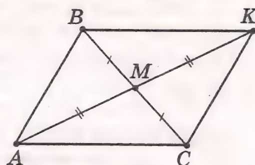
$MB = AB - AM$, $MB = b - a$. Аналогічно $KD = CD - CK$, $KD = b - a$. Отже, отримали $MB = KD = b - a$. Ми отримали $MB \parallel DK$ ($AB \parallel CD$, $MB \in AB$, $KD \in DC$) і $MB = DK$. За теоремою 3.2 маємо $MBKD$ — паралелограм. Доведено.

97. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За ознаками паралелограма маємо $AB = CD$, $BC = AD$ (протилежні сторони) і $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ (протилежні кути). Нехай $AB = a$, тоді $CD = a$.
Нехай $BC = b$, тоді $AD = b$.

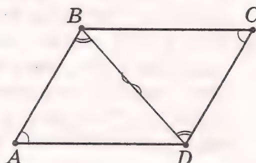


За умовою $AM = BK = CE = DF$.
Нехай $AM = x$, тоді $BK = x$, $CE = x$, $DF = x$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $MB = AB - AM$, $MB = a - x$. $KC = BC - BK$, $KC = b - x$. $DE = DC - CE$, $DE = a - x$. $AF = AD - DF$, $AE = b - x$. Звідси маємо: $MB = DE = a - x$, $KC = AF = b - x$. Розглянемо ΔAMF і ΔCEK.
1) $AF = KC$; 2) $AM = CE$; 3) $\angle A = \angle C$.
За I ознакою рівності трикутників маємо $\Delta AMF = \Delta CEK$.
За властивістю рівних фігур маємо: $MF = KE$.
Розглянемо ΔMBK і ΔEDF. 1) $MB = DE$; 2) $BK = DF$; 3) $\angle B = \angle D$.
За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta MBK = \Delta EDF$.
За властивістю рівних фігур маємо $MK = FE$.

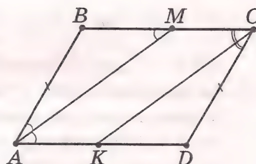
Ми отримали $MF = KE$, $MK = FE$. Застосовуючи теорему 3.1 маємо $MFEK$ — паралелограм. Доведено.



98. За умовою AM — медіана трикутника ABC. За означенням медіани трикутника маємо $BM = MC$. За умовою $AM = MK$. Отже, для чотирикутника $ABKC$ AK і BC — діагоналі, які у точці перетину M діляться навпіл. За теоремою 3.3 $ABKC$ — паралелограм. Доведено.



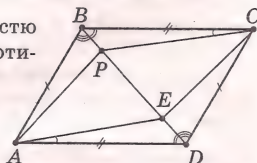
99. Виконаємо додаткову побудову: діагональ BD. За умовою $AB \parallel CD$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle ABD = \angle CDB$ (внутрішні різносторонні).
Розглянемо ΔABD. За теоремою про суму кутів трикутника маємо:
$\angle A + \angle ABD + \angle BDA = 180°$.
$\angle BDA = 180° - (\angle A + \angle ABD)$. Розглянемо ΔBCD.
За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle C + \angle CDB + \angle DBC = 180°$, $\angle DBC = 180° - (\angle C + \angle CDB)$. Ми отримали, що $\angle A = \angle C$, $\angle ABD = \angle CDB$, тому $\angle BDA = \angle DBC$. Розглянемо ΔABD і ΔCDB. 1) $\angle ABD = \angle CDB$; 2) $\angle BDA = \angle DBC$; 3) BD — спільна сторона. За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ABD = \Delta CDB$. За властивістю рівних фігур маємо: $AB = CD$. Застосовуючи теорему 3.1 ми маємо, якщо $AB \parallel CD$ і $AB = CD$, тоді $ABCD$ — паралелограм. Доведено.



100. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма маємо $AB = CD$ (протилежні сторони), $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ (протилежні кути), $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$ (означення паралелограма). За умовою AM — бісектриса $\angle BAD$. За ознакою бісектриси кута маємо

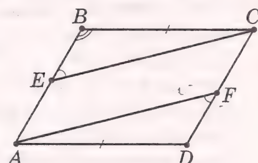
$\angle BAM = \angle MAK = \frac{1}{2}\angle BAD$.

$BC \parallel AD$, AM — січна. За ознакою паралельних прямих маємо $\angle KAM = \angle BMA$ (внутрішні різносторонні). Ми отримали $\angle BAM = \angle MAK$ і $\angle KAM = \angle BMA$, отже, $\angle BAM = \angle BMA$. За умовою CK — бісектриса $\angle BCD$. Отже, $\angle DCK = \angle KCM = \frac{1}{2}\angle BCD$. Якщо $\angle BAD = \angle BCD$, тоді $\angle BMA = \angle MCK$. Отже, AM і CK, MC — січна. за ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BMA = \angle MCK$ (відповідні), тоді $AM \parallel CK$. $MC \parallel AK$ ($BC \parallel AD$, $MC \in BC$, $AK \in AD$). За означенням паралелограма маємо $AMCK$ — паралелограм. Доведено.

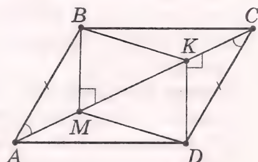


101. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю паралелограма маємо: $AB = CD$, $AD = BC$ (протилежні сторони).
За означенням паралелограма маємо $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.
$AB \parallel CD$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle ABD = \angle CDB$ (внутрішні різносторонні). $AD \parallel BC$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle ADB = \angle CBD$ (внутрішні різносторонні). Розглянемо ΔADE і ΔCBP. 1) $BC = AD$; 2) за умовою $\angle BCP = \angle DAE$; 3) $\angle EDA = \angle CBP$. За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ADE = \Delta CBP$. За властивістю рівних фігур маємо

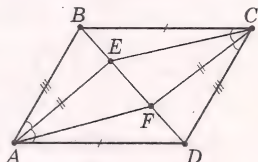
$ED = BP$ і $AE = PC$. Розглянемо ΔABP і ΔCDE. 1) $AB = CD$; 2) $BP = ED$; 3) $\angle ABP = \angle CDE$. За I ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ABP = \Delta CDE$. За властивістю рівних фігур маємо $AP = EC$. Ми отримали $AP = CE$, $PC = AE$. Застосовуючи теорему 3.1 маємо $APCE$ — паралелограм. Доведено.



102. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю паралелограма маємо $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$, $BC = AD$ (протилежні сторони), $\angle B = \angle D$ (протилежні кути). Нехай $\angle B = \alpha$, тоді $\angle D = \alpha$. За умовою $\angle BEC = \angle DFA$. Нехай $\angle BEC = \beta$, тоді $\angle DFA = \beta$. Розглянемо ΔBEC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо $\angle B + \angle BEC + \angle BCE = 180°$. Отже, $\angle BCE = 180° - (\angle B + \angle BEC)$, $\angle BCE = 180° - (\alpha + \beta)$. Розглянемо ΔADF. За теоремою про суму кутів трикутника маємо $\angle D + \angle AFD + \angle DAF = 180°$. Звідси маємо $\angle DAF = 180° - (\angle D + \angle AFD)$, $\angle DAF = 180° - (\alpha + \beta)$. Отже, маємо $\angle BCE = \angle DAF$. Розглянемо ΔBEC і ΔDFA. 1) $BC = AD$; 2) $\angle EBC = \angle FDA$; 3) $\angle BCA = \angle DAF$. за II ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta BEC = \Delta DFA$. За властивістю рівних фігур маємо $EC = AF$ і $BE = DF$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо $AE = AB - BE$ і $CF = CD - FD$. Якщо $AB = CD$ і $BE = FD$, тоді $AE = CF$. Звідси ми маємо $AE = CF$ і $EC = AF$. За теоремою 3.1 маємо $AECF$ — паралелограм. Доведено.



103. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю паралелограма маємо $AB = CD$ (протилежні сторони) і $AB \parallel CD$.
$AB \parallel CD$, AC — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle BAC = \angle ACD$ (внутрішні різносторонні). За умовою $BM \perp AC$, отже, $\angle BMA = 90°$. Аналогічно $DK \perp AC$, $\angle DKC = 90°$. Якщо $BM \perp AC$ і $DK \perp AC$, то $BM \parallel DK$.
Розглянемо ΔAMB і ΔCKD. 1) $AB = CD$; 2) $\angle AMB = \angle CKD = 90°$; 3) $\angle BAM = \angle DCK$. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо $\Delta AMB = \Delta CKD$. За властивістю рівних фігур маємо $BM = DK$. Отже. ми отримали $BM \parallel DK$ і $BM = DK$. За теоремою 3.2 маємо $BKDM$ — паралелограм. Доведено.

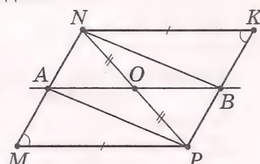


104. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма маємо $AB = CD$, $AD = BC$ (протилежні сторони), $\angle A = \angle C$ (протилежні кути). За умовою AE — бісектриса $\angle BAD$. За означенням бісектриси кута маємо

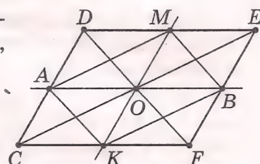
$$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAD.$$

За умовою CF — бісектриса $\angle BCD$. За означенням бісектриси кута маємо $\angle BCF = \angle DCF = \frac{1}{2}\angle BCD$. Розглянемо ΔAED і ΔCFB. 1) $BC = AD$; 2) $\angle EAD = \angle FCB$; 3) $AD \parallel BC$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle ADB = \angle CBD$ (внутрішні різносторонні). За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta AED = \Delta CFB$. За властивістю рівних фігур маємо $AE = CF$. Розглянемо ΔBAE і ΔDCF. 1) $AB = CD$; 2) $AE = CF$; 3) $\angle BAE = \angle DCF$. За I ознакою рівності трикутників маємо $\Delta BAE = \Delta DCF$. За властивістю рівних фігур маємо $FD = BE$.

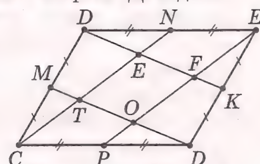
Розглянемо ΔBEC і ΔDFA. 1) $BC = AD$; 2) $FD = BE$; 3) $\angle CBE = \angle ADF$. За I ознакою рівності трикутників маємо $\Delta BEC = \Delta DFA$. За властивістю рівних фігура маємо $AF = EC$. Ми отримали $AE = CF$ і $AF = CE$. За теоремою 3.1 маємо $AECF$ — паралелограм. Доведено.



105. За умовою $MNKP$ — паралелограм. За властивостями паралелограма маємо $MN \parallel KP$. Прямі $MN \parallel KP$ і NP — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle MNO = \angle BPO$ (внутрішні різносторонні). За умовою O — середина NP, тоді $NO = OP$, $\angle NOA = \angle POB$ (вертикальні). Розглянемо ΔAON і ΔBOP.
1) $NO = OP$; 2) $\angle NOA = \angle POB$; 3) $\angle ANO = \angle BPO$. За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta AON = \Delta BOP$. За властивістю рівних фігур маємо $AO = OB$. Ми отримали $NO = OP$ і $AO = OB$. За теоремою 3.3 $ANBP$ — паралелограм. Доведено.



106. За умовою $CDEF$ — паралелограм. За властивістю діагоналей паралелограма маємо $CO = OE$, $DO = OF$. $AD \parallel EF$ і $DE \parallel CF$.
Пряма $CF \parallel DE$, CE — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle OCK = \angle OEB$ (внутрішні різносторонні), $\angle COK = \angle MOE$ (вертикальні). Розглянемо ΔCOK і ΔEOM:
1) $CO = OE$; 2) $\angle COK = \angle MOE$; 3) $\angle OCK = \angle OEM$. За II ознакою рівності трикутників маємо $\Delta COK = \Delta EOM$. За властивістю рівних фігур маємо $OK = OM$.
Прямі $AD \parallel EF$, DF — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle ADO = \angle BFO$ (внутрішні різносторонні), $\angle DOA = \angle FOB$ (вертикальні). Розглянемо ΔAOD і ΔBOF: 1) $DO = OF$; 2) $\angle ADO = \angle BFO$; 3) $\angle AOD = \angle BOF$. За II ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AOD = \Delta BOF$. За властивістю рівних фігур маємо $AO = OB$. Отже, ми отримали $AO = OB$ і $OM = OK$. Застосовуючи теорему 3.3 маємо $AMBK$ — паралелограм. Доведено.



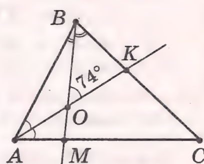
107. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма маємо $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $BC = AD$ (протилежні сторони), $\angle B = \angle D$, $\angle A = \angle C$ (протилежні кути).
За умовою N — середина BC, тоді

$BN = NC = \frac{1}{2}BC$ і P — середина AD,

тоді $AP = PD = \frac{1}{2}AD$. Розглянемо ΔABN і ΔCDP. 1) $AB = CD$;
2) $BN = PD$; 3) $\angle B = \angle D$. За I ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ABN = \Delta CDP$. За властивістю рівних фігур маємо $\angle DPC = \angle BNA$. Якщо $BC \parallel AD$ і AN — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle BNA = \angle NAD$ (внутрішні різносторонні). Ми отримали: $\angle BNA = \angle NAD$ і $\angle DPC = \angle BNA$, отже, маємо $\angle NAD = \angle CPD$ (відповідні). За ознакою паралельності прямих маємо $AN \parallel CP$.
Розглянемо ΔBCK і ΔDAM: 1) $BC = AD$; 2) $\angle C = \angle A$; 3) K — середина CD, тоді $CK = KD$ і M — середини AB, тоді $AM = MB$. Отже, якщо $AB = CD$, тоді маємо $AM = CK$. За I ознакою рівності трикутників маємо $\angle AMD = \angle BKC$. Прямі $DC \parallel AB$, KB — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle CKB = \angle KBA$ (внутрішні різносторонні). Ми отримали $\angle AMD = \angle BKC$

і $\angle CKB = \angle KBA$, тоді $\angle KBA = \angle DMA$ (відповідні). За ознакою паралельності прямих маємо $BK \parallel DM$. Отже, маємо $AN \parallel CP$, $TE \in AN$ і $OF \in CP$, тоді $TE \parallel OF$, $BK \parallel MD$, $EF \in BK$, $TO \in MD$, тоді $EF \parallel TO$. За означенням паралелограма маємо $TEFO$ — паралелограм. Доведено.

108. За умовою AK — бісектриса $\angle BAC$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle BAK = \angle CAK = \frac{1}{2}\angle BAC$.

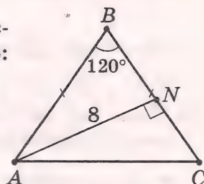


Нехай $\Delta BAK = x$, тоді $\angle BAC = 2x$.
За умовою BM — бісектриса $\angle ABC$.

Аналогічно маємо $\angle ABM = \angle MBC = \frac{1}{2}\angle ABC$.

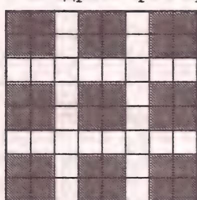
Нехай $\angle ABM = y$, тоді $\angle ABC = 2y$. $\angle BOK$ і $\angle AOB$ — суміжні. За теоремою про суміжні кути маємо $\angle AOB + \angle BOK = 182°$, $\angle AOB = 180° - \angle BOK$, $\angle AOB = 180° - 74° = 106°$.
Розглянемо ΔAOB. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180°$; $x + y + 106° = 180°$; $x + y = 180° - 106°$; $x + y = 74°$. Розглянемо ΔABC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle BAC + \angle ABC + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - (\angle ABC + \angle BAC)$, $\angle C = 180° - (2x + 2y) = 180° - 2(x + y) = 180° - 2 \cdot 74° = 180° - 148° = 32°$.
Відповідь: 32°.

109. За умовою ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$. За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BAC = \angle C$. Нехай $\angle C = x$, тоді $\angle BAC = x$.

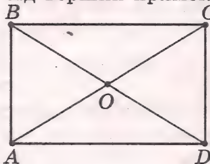


За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle B + \angle C + \angle BAC = 180°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x + 120 = 180$; $2x + 120 = 180$; $2x = 180 - 120$; $2x = 60$; $x = 60 : 2$; $x = 30$.
Отже, маємо $\angle C = 30°$. Розглянемо ΔANC. За умовою AN — висота, $AN \perp BC$, $\angle ANC = 90°$. Отже, ΔANC — прямокутний. За властивістю катет, який лежить напроти кута 30°, маємо $AC = 2AN$. Отже, $AC = 16$ см.
Відповідь: 16 см.

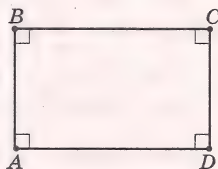
110. Квадрат 8×8. Можливо отримати 8 квадратів розміром 2×2.



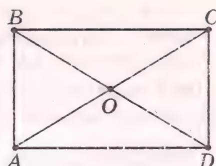
111. Точка перетину діагоналей прямокутника, т. O рівновіддалена від вершин прямокутника.



112. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. Доведемо, що $ABCD$ — прямокутник. $\angle A$ і $\angle B$ — внутрішні односторонні при прямих BC і AD та січній AB, оскільки $\angle A + \angle B = 180°$, то $BC \parallel AD$. $\angle A$ і $\angle D$ — внутрішні односторонні при прямих AB і DC та січній AD, оскільки $\angle A + \angle D = 180°$, то $AB \parallel DC$. Отже, $ABCD$ — паралелограм, а якщо у паралелограма всі кути прямі, то це прямокутник.



113. Нехай $ABCD$ — прямокутник, BD і AC — діагоналі, перетинаються в т. O. Доведемо, що ΔAOB і ΔAOD — рівнобедрені. Діагоналі прямокутника рівні $AC = BD$, точкою перетину діляться навпіл: $AO = OC = BO = OD$. В ΔAOB $BO = AO$, тоді ΔAOB — рівнобедрений. В ΔAOD $AO = OD$, тоді ΔAOD — рівнобедрений.



114. Див. рис. до №113. Нехай дано прямокутник $ABCD$, діагоналі BD і AC перетинаються в т. O, $\angle ABD = 64°$. Знайдемо: $\angle COD$, $\angle AOD$.

Так як $AC = BD$, то $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD$, отже, $AO = OB = OC = OD$.

ΔAOB — рівнобедрений ($BO = OA$), тоді $\angle ABO = \angle BAO = 64°$.
$\angle AOD$ — зовнішній кут при вершині ΔAOB. $\angle AOD = \angle ABO + \angle BAO = 64° + 64° = 128°$. $\angle AOD + \angle COD = 180°$ (як суміжні).
$\angle COD = 180° - 128° = 52°$. *Відповідь*: $\angle COD = 52°$, $\angle AOD = 128°$.

115. Див. рис. до №113. Нехай дано прямокутник $ABCD$, AC і BD — діагоналі, перетинаються в т. O, $\angle ADB = 30°$, $BD = 10$ см.
Знайдемо: $P_{\Delta AOB}$. Розглянемо ΔABD ($\angle A = 90°$), $BD = 10$ см, $\angle ADB = 30°$.

$AB = \frac{1}{2}BD$ (як катет, що лежить напроти кута 30°).

$AB = 5$ см. $BO = \frac{1}{2}BD = 5$ см. $AO = BO = 5$ см. $P_{\Delta AOB} = AB + BO + AO$,

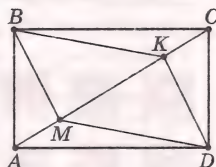
$P_{\Delta AOB} = 5 + 5 + 5 = 15$ см. *Відповідь*: 15 см.

116. Див. рис. до №113. Нехай дано прямокутник $ABCD$, AC і BD — діагоналі, перетинаються в т. O. $\angle AOB = 60°$, $AB = 8$ см. Знайдемо: AC.

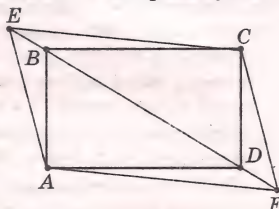
В прямокутнику $AC = BD$, $AO = OC = \frac{1}{2}AC$, $BO = OD = \frac{1}{2}BD$, отже,

$AO = BO = OC = OD$. ΔAOB — рівнобедрений ($AO = OB$), так як $\angle AOB = 60°$, то ΔAOB — рівносторонній. тоді $AB = AO = BO = 8$ см. $BD = 2 \cdot BO = 2 \cdot 8 = 16$ см. $BD = AC = 16$ см. *Відповідь*: $AC = 16$ см.

117. Розглянемо ΔBAM і ΔDCK. 1) $AB = CD$ (протилежні сторони прямокутника). 2) $AM = CK$ (за умовою). 3) $\angle BAM = \angle DCK$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній AC). Отже, $\Delta BAM = \Delta DCK$ (за I ознакою рівності трикутників). З цього випливає, що $BM = KD$, $\angle BMA = \angle DKC$, $\angle BMK = \angle DKM$ (як суміжні з рівними), ці кути є внутрішніми різносторонніми при прямих BM і KD та січній MK, так як вони рівні, то $BM \parallel KD$. Розглянемо чотирикутник $BKDM$: $BM \parallel KD$, $BM = KD$, тоді $BKDM$ — паралелограм. $MK < AC$, $AC = BD$, $MK < BD$. У $BKDM$ діагоналі не рівні, тому $BKDM$ — не прямокутник.

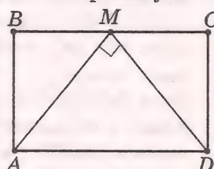


118. $\angle ABD = \angle CDB$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel DC$ і січній BD). Розглянемо ΔABE і ΔCDF. 1) $AB = DC$ (протилежні сторони прямокутника). 2) $BE = DF$ (за умовою). 3) $\angle ABE = \angle CDF$ (як суміжні з рівними). Отже, $\Delta ABE = \Delta CDF$ (за I ознакою рівності трикутників). З цього випливає, що $AE = CF$, $\angle AEB = \angle CFD$. $\angle AEB$ і $\angle CFD$ є внутрішніми різносторонніми при прямих AE і CF і січній EF,



так як вони рівні, то $AE \parallel CF$. Розглянемо чотирикутник $AECF$, так як $AE = CF$, $AE \parallel CF$, то $AECF$ — паралелограм. $EF > BD$, $BD = AC$, $EF > AC$. У паралелограмі $AECF$ діагоналі не рівні, тому $AECF$ — не прямокутник.

119. Розглянемо ΔABM і ΔDCM. 1) $\angle B = \angle C = 90°$. 2) $BM = MC$ (за умовою). 3) $AB = CD$ (протилежні сторони прямокутника). Отже, $\Delta ABM = \Delta DCM$ (за двома катетами), з цього випливає, що $AM = MD$. ΔAMD — рівнобедрений ($AM = MD$), $\angle AMD = 90°$, тоді $\angle MAD = \angle MDA = 45°$. $\angle BAD = \angle BAM + \angle MAD$, $\angle BAM = 90° - 45° = 45°$.

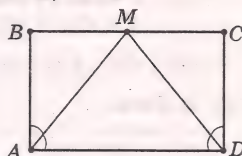


Розглянемо ΔMBA. $\angle B = 90°$, $\angle BAM = 45°$, тоді $\angle BMA = 45°$, ΔMBA — рівнобедрений, $AB = BM$. $BC = 2BM = 2AB$.

$P_{ABCD} = (AB + BC) \cdot 2$; $36 = (AB + BC) \cdot 2$; $36 = 6AB$; $AB = 6$ см.

$BC = 2 \cdot 6 = 12$ см, $BC = AD = 12$ см. *Відповідь*: 6 см; 12 см.

120. $\angle A = \angle D = 90°$.



$$\angle BAM = \angle MAD = \frac{1}{2}\angle A = 90° : 2 = 45°;$$

$$\angle CDM = \angle MDA = \frac{1}{2}\angle D = 90° : 2 = 45°.$$

Розглянемо ΔABM і ΔDCM.

1) $\angle B = \angle C = 90°$. 2) $AB = CD$. 3) $\angle BAM< = \angle CDM = 45°$.

Отже, $\Delta ABM = \Delta DCM$ (за катетом і гострим кутом), тоді $BM = MC$.

Розглянемо ΔABM, $\angle B = 90°$, $\angle BAM = 45°$, тоді $\angle BMA = 45°$, ΔABM — рівнобедрений, $AB = BM$. $BC = 2BM = 2AB$. $P_{ABCD} = (AB + BC) \cdot 2$;

$30 = (AB + 2AB) \cdot 2$; $30 = 6AB$; $AB = 6$ см. $BC = 5 \cdot 2 = 10$ см.

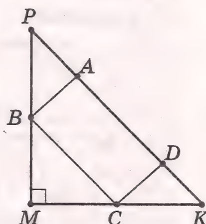
Відповідь: 5 см; 10 см.

121. Нехай дано ΔPKM, $\angle M = 90°$, $PK = 55$ см, $PM = MK$, $ABCD$ — прямокутник. $AB : BC - 3 : 5$. Знайдемо AB і BC. Оскільки ΔPKM — прямокутний рівнобедрений, то $\angle P = \angle K = 45°$. Розглянемо ΔPAB і ΔKDC.

1) $\angle PAB = \angle KDC = 90°$. 2) $\angle P = \angle K = 45°$.

3) $AB = CD$.

Отже, $\Delta PAB = \Delta KDC$ (за катетом і гострим кутом), тоді $PA = DK$.



ΔPAB — прямокутний, $\angle P = 45°$, тоді $\angle PBA = 45°$, отже, ΔPAB — рівнобедрений, $PA = BA$. $PA = DK = BA$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = 3x$ (см), $BC = 5x$ (см).

$PK = PA + AD + DK$; $PK = BA + AD + BA = 2BA + AD$, $AD = BC = 5x$.

$PD = 2 \cdot 3x + 5x = 11x$; $11x = 55$; $x = 5$ (см). $AB = 3 \cdot 5 = 15$ (см),

$BC = 5 \cdot 5 = 25$ (см). *Відповідь*: 15 см, 25 см.

122. Розглянемо ΔABC — рівнобедрений, $\angle C = 90°$, $\angle A = \angle B = 45°$.

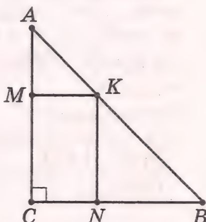
ΔAMK: $\angle AMK = 90°$, $\angle A = 45°$, тоді $\angle MKA = 45°$, отже, ΔAMK — рівнобедрений, $AM = MK$.

ΔKNB: $\angle KNB = 90°$, $\angle B = 45°$, тоді $\angle NKB = 45°$, отже, ΔKNB — рівнобедрений, $KN = NB$.

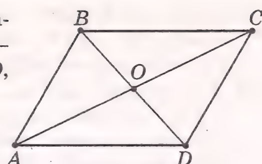
$P_{CMKN} = (CM + MK) \cdot 2$; $P_{CMKN} = (CM + AM) \cdot 2$;

$P_{CMKN} = AC \cdot 2$; $P_{CMKN} = 6 \cdot 2 = 12$ см.

Відповідь: $P_{CMKN} = 12$ см.



123. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагоналі. $\angle BAC = \angle ABD$. Доведемо, що $ABCD$ — прямокутник. Розглянемо ΔABO: $\angle ABO = \angle BAO$, тоді ΔABO — рівнобедрений, $AO = BO$.
$AO = OC$; $BO = OD$ (властивість діагоналей паралелограма).
$AO = OC = BO = OD$, тоді $AC = BD$.

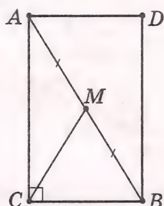


Якщо в паралелограмі рівні діагоналі, то цей паралелограм — прямокутник. $ABCD$ — прямокутник.

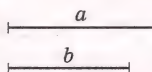
124. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle C = 90°$,

CM — медіана. Доведемо, що $CM = \frac{1}{2}AB$.
Добудуємо даний ΔABC до прямокутника $ADBC$.
Тоді $AB = CD$ як діагоналі прямокутника.
$AM = MB$, $CM = MD$, в прямокутнику

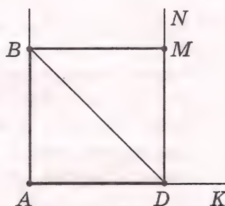
$$AM = MB = CM = MD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD.$$



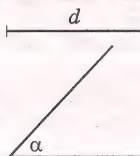
125. 1) *Дано*:



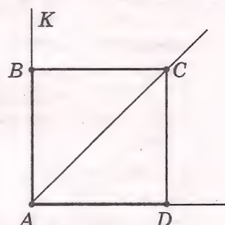
Побудувати: прямокутник $ABCD$:
$AB = b$, $AD = a$.
Побудова.
1) Побудуємо ΔABD: $\angle A = 90°$, $AB = b$, $AD = a$.
2) Через т. D проведемо $ND \perp AK$.
3) На промені DN відкладемо $DC = b$.
4) $ABCD$ — шуканий прямокутник.



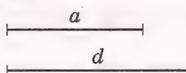
2) *Дано*:



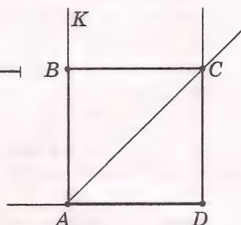
Побудувати:
$ABCD$ — прямокутник:
$AC = d$, $\angle CAD = \alpha$.
Побудова.
1) Побудуємо ΔCAD:
$\angle D = 90°$, $\angle CAD = \alpha$, $AC = d$.
2) Через т. A проведемо $AK \perp AD$.
3) На промені AK відкласти $AB = DC$.
4) $ABCD$ — шуканий прямокутник.



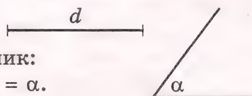
126. 1) *Дано*:



Побудувати:
$ABCD$ — прямокутник:
$AD = a$, $AC = d$.
Побудова.
1) Побудуємо ΔACD: $\angle D = 90°$, $AC = d$, $AD = a$.
2) Через т. A проведемо $AK \perp AD$.
3) На промені AK відкласти $AB = CD$.
4) $ABCD$ — шуканий прямокутник.



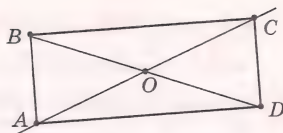
2) *Дано*:



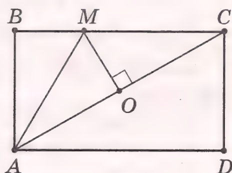
Побудувати:
$ABCD$ — прямокутник:
$BD = AC = d$, $\angle AOB = \alpha$.
Побудова.

1) Побудуємо ΔAOB: $\angle AOB = \alpha$, $BO = AO = \frac{1}{2}d$.

2) На промені BO відкладемо $OD = BO$.
3) На промені AO відкладемо $AO = OC$.
4) $ABCD$ — шуканий прямокутник.

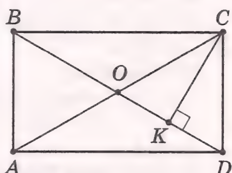


127. Нехай $BM = x$ (см), тоді $MC = 2x$ (см). Проведемо відрізок AM і розглянемо ΔAMC. MO — медіана і висота, тоді ΔAMC — рівнобедрений, AC — основа. $AM = MC = 2x$ (см). Розглянемо ΔAMB ($\angle B = 90°$), $BM = x$ см, $AM = 2x$ (см), тоді $\angle BAM = 30°$, $\angle AMB = 60°$. $\angle AMB$ — зовнішній кут ΔAMC, тоді $\angle AMB = \angle MAC + \angle MCA = 60°$.



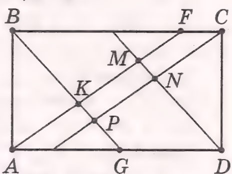
$\angle MAC = \angle MCA = \frac{1}{2} \cdot 60° = 30°$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника).
$\angle MCA = \angle CAD = 30°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC).
$\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD$, $\angle BAC = 90° - 30° = 60°$.
Відповідь: $\angle BAC = 60°$, $\angle CAD = 30°$.

128. Нехай $\angle BCA = x$, тоді $\angle DCA = 5x$.
$\angle BCA + \angle DCA = \angle C$.
$x + 5x = 90$; $6x = 90$; $x = 15$.
$\angle DCA = 5 \cdot 15 = 75°$.
Розглянемо ΔCOD — рівнобедрений ($OC = OD$),
$\angle OCD = \angle ODC = 75°$.
$\angle COD = 180° - (75° + 75°) = 180° - 150° = 30°$.



Розглянемо ΔCOK, $\angle K = 90°$, $\angle COD = 30°$, $OC = \frac{1}{2} AC = 9$ см.
Катет, що лежить напроти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи.
$CK = \frac{1}{2} OC$, $CK = 9 : 2 = 4{,}5$ (см). *Відповідь*: $CK = 4{,}5$ см.

129. Нехай $ABCD$ — паралелограм, BK, AK, CN, DN — бісектриси, $BK \cap CN =$ т. P, $AK \cap DN =$ т. M.
Доведемо, що $KMNP$ — паралелограм.



$\angle BAF = \angle FAD = \frac{1}{2} \angle A$ (AF — бісектриса).
$\angle BFA = \angle FAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AF).
$\angle BAF = \angle BFA = \frac{1}{2} \angle A$. $\angle BCN = \angle DCN = \frac{1}{2} \angle C$ (CN — бісектриса).
Так як $\angle A = \angle C$, то $\angle BFA = \angle BCN$, ці кути є відповідними при AF і CP та січній BC. Ці кути рівні, отже $AF \parallel CP$.
$\angle ABG = \angle GBC = \frac{1}{2} \angle B$ (BK — бісектриса). $\angle AGB = \angle GBC$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BG).
$\angle NDA = \angle NDC = \frac{1}{2} \angle D$ (DN — бісектриса). Так як $\angle B = \angle D$, то $\angle BGA = \angle NDA$, ці кути є відповідними при BG і DN та січній AD. Ці кути рівні, отже $BG \parallel DN$.
Чотирикутник $PKMN$ — паралелограм ($KM \parallel PN$, $KP \parallel MN$).

$\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути паралелограма).

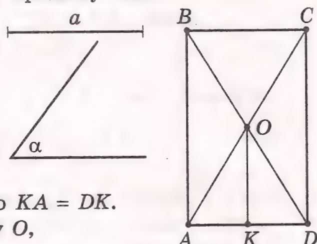
$\angle ABK = \frac{1}{2}\angle B$; $\angle BAK = \frac{1}{2}\angle A$.

Розглянемо ΔABK: $\angle ABK + \angle BAK + \angle AKB = 180°$.

$\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AKB = 180°$; $\frac{1}{2}(\angle B + \angle A) + \angle AKB = 180°$;

$\angle AKB = 90°$. $\angle PKM = \angle AKB = 90°$ (як вертикальні). Оскільки в паралелограмі $PKMN$ один кут прямий, то це — прямокутник.

130. *Дано*:



Побудувати: $ABCD$ — прямокутник, $AD = a$, $\angle AOD = \alpha$.

Побудова.

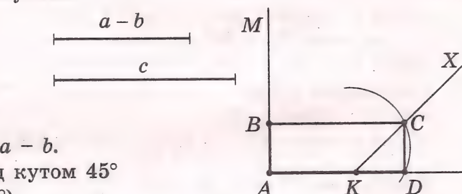
1) Побудуємо ΔKOD: $\angle K = 90°$, $KD = \frac{1}{2}a$, $\angle KOD = \frac{\alpha}{a}$.

2) На продовжені променя DK відкладемо $KA = DK$.

3) Продовжимо промені AO і DO за точку O, відкладемо $OC = AO$, $OB = OD$.

4) $ABCD$ — шуканий прямокутник.

131. 1) *Дано*:



Побудувати:

$ABCD$ — прямокутник, $AC = c$, $AD - CD = a - b$.

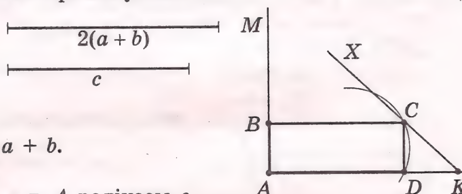
Побудова.

1) Відкласти відрізок $AK = a - b$.

2) Провести промінь KX під кутом 45° о променя AK ($\angle AKX = 135°$).

3) Провести коло з центром у т. A і радіусом c. 4) Позначити точку перетину цього кола і променя KX (т. C). 5) Провести із т. C перпендикуляр CD на AK. 6) Побудувати $MA \perp AK$, на промені AM відкласти $AB = DC$. 7) $ABCD$ — шуканий прямокутник.

2) *Дано*:



Побудувати:

$ABCD$ — прямокутник, $AD + DC = a + b$, $AC = c$.

Побудова.

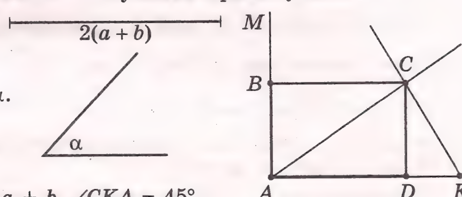
1) Відкласти відрізок $AK = a + b$.

2) Побудувати $\angle AKX = 45°$.

3) Провести коло з центром в т. A радіусом c.

4) Позначити точку перетину цього кола і променя KX (т. C). 5) Провести із т. C перпендикуляр CD на AK. 6) Побудувати $MA \perp AK$, на промені AM відкласти $AB = DC$. 7) $ABCD$ — шуканий прямокутник.

3) *Дано*:



Побудувати:

$ABCD$ — прямокутник: $AD + DC = a + b$, $\angle COD = \alpha$.

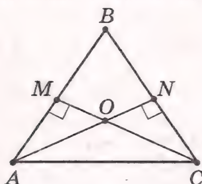
Побудова.

1) Відкласти відрізок $AK = a + b$.

2) Побудувати ΔACK: $AK = a + b$, $\angle CKA = 45°$,

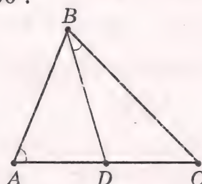
$\angle CAK = \frac{\alpha}{2}$. 3) З т. C провести $CD \perp AK$. 4) Побудувати $MA \perp AK$, на промені AM відкласти $AB = DC$. 5) $ABCD$ — шуканий прямокутник.

132. Розглянемо ΔCMB,
$\angle C = 48°$,
$\angle CMB = 90°$ (BM — висота).
$\angle CBM = 90° - 48° = 42°$.
Розглянемо ΔBOK:
$\angle CBO = 42°$,
$\angle OKB = 90°$ (AK — висота),
$\angle KOB = 90° - 42° = 48°$.



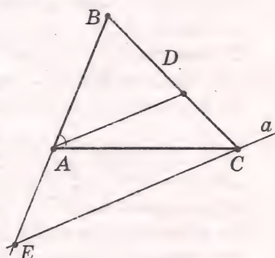
Відповідь: 48°.

133. Оскільки ΔABD і ΔBCD мають ще одну пару рівних кутів, то ці кути $\angle ABD$ і $\angle C$.
Нехай $\angle A = \angle DBC = y$,
$\angle ABD = \angle C = y$. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
$x + \angle B + y = 180°$, $\angle B = x + y$.
$x + y + x + y = 180°$; $2(x + y) = 180°$;
$x + y = 90°$.



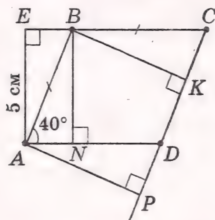
Відповідь: $\angle B = 90°$.

134. $\angle BAD = \angle AEC$ (як відповідні при $AD \parallel EC$ і січній BE).
$\angle ACE = \angle DAC$ (як внутрішні різносторонні при $AD \parallel EC$ і січній AC).
Так як $\angle BAD = \angle DAC$ (AD — бісектриса), то $\angle AEC = \angle ACE$. Отже, ΔAEC — рівнобедрений з основою EC.

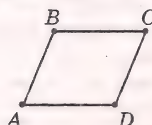


135. Розглянемо всі прямі, які з'єднують пари даних точок. Візьмемо деяку пряму a, яка не перпендикулярна ні одній з цих прямих.
Виберемо на площині систему координат таким чином, щоб пряма a була віссю Ox. Позначимо абсциси даних точок в порядку збільшення $x_1, x_2, ..., x_{1000}$ (числа $x_1, x_2, ..., x_{1000}$ різні згідно вибору прямої a). Знайдеться деяке число b таке, що $x_{500} < b < x_{501}$. Проведемо пряму, яка задається рівнянням $x = b$. Тоді легко помітити, що по кожну сторону від неї лежить рівно 500 точок.

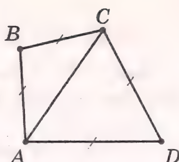
136. $ABCD$ — ромб, $AB = BC = CD = AD = 5$ см, $\angle A = 40°$, BN — висота ($BN \perp AD$), BK — висота ($BK \perp CD$), AP — висота ($AP \perp CD$), AE — висота ($AE \perp BC$).



137. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо $AB = CD$, $AD = BC$.
За умовою $AB = BC$, отже, маємо $AB = CD$, $AB = BC$, тоді $BC = CD$.
Отже, $AB = BC = CD = AD$. За значенням ромба маємо $ABCD$ — ромб. Доведено.



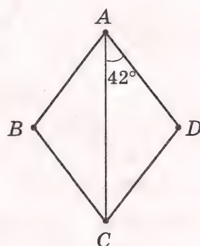
138. Виконаємо додаткову побудову: діагональ AC. Розглянемо ΔABC і ΔADC. За умовою $AB = BC = CD = AD$, AC — спільна сторона. За III ознакою рівності трикутників маємо $\Delta ABC = \Delta ADC$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle BCA = \angle DAC$, $\angle CAB = \angle ACD$ (відповідні елементи). Отже, маємо: прямі AB і CD, січна AC, якщо $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні).



За ознакою паралельності прямих маємо $BC \parallel AD$. Аналогічно, маємо прямі $AB \parallel CD$, AC — січна, $\angle CAB = \angle ACD$ (внутрішні різносторонні). Звідси маємо, якщо $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, тоді за означенням паралелограма маємо $ABCD$ — паралелограм. За умовою $AB = BC = CD = AD$, тоді $ABCD$ — ромб. Доведено.

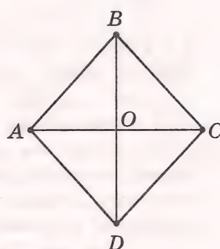
139. За умовою $ABCD$ — ромб і AC — його діагональ. За властивістю діагоналей ромба маємо: $\angle CAD = \angle CAB = 42°$. Звідси маємо $\angle BAD = 2\angle CAD$, $\angle BAD = 2 \cdot 42° = 84°$. За властивістю кутів ромба, прилеглих до однієї сторони, маємо: $\angle BAD + \angle D = 180°$, $\angle D = 180° - \angle BAD$, $\angle D = 180° - 84° = 96°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle B = \angle D$, $\angle BAD = \angle BCD$. Отже, $\angle B = 96°$, $\angle BCD = 84°$.

Відповідь: 84°, 96°, 84°, 96°.



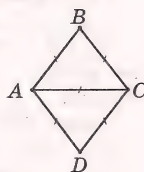
140. За умовою $ABCD$ — ромб. AC і BD — діагоналі. За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC \perp BD$ і AC — бісектриса $\angle C = \angle BCD$. $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCD$, $\angle BCO = 140° : 2 = 70°$.

Розглянемо ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BCO = \angle BAC$, $\angle BAO = 70°$. Якщо $BD \perp AC$, тоді $\angle AOB = 90°$. Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($\angle O = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B = 90° - \angle A$, $\angle B = 90° - 70° = 20°$. *Відповідь*: 70°, 20°, 90°.



141. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо $AB = BC = CD = AD$. За умовою $AC = AB$. Розглянемо ΔABC — рівносторонній, $AB = BC = AC$. За властивістю кутів рівностороннього трикутник маємо: $\angle A = \angle B = \angle C = 180° : 3 = 60°$. За умовою AC — діагональ. За властивістю діагоналей ромба маємо: AC — бісектриса $\angle BCD$. Звідси маємо: $\angle BCD = 2\angle BCA$, $\angle BCD = 2 \cdot 60° = 120°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle B = \angle D = 60°$, $\angle BAD = \angle BCD = 120°$.

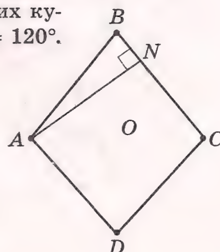
Відповідь: 60°, 120°, 60°, 120°.



142. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо $AB = BC = CD = AD$. Звідси маємо $P = 4a$, де a — сторона ромба. За умовою $P = 24$ см, $4a = 24$, $a = 24 : 4$, $a = 6$ см. Отже, $AB = 6$ см. За умовою AN — висота ($AN \perp BC$).

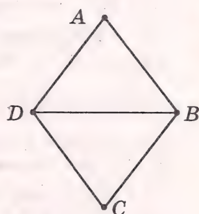
Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$).

Ми отримали $AB = 6$ см, за умовою $AN = 3$ см,

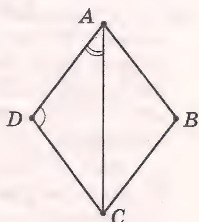


$AN = \frac{1}{2}AB$. За властивістю катета, який лежить напроти кута 30°, маємо: AB — гіпотенуза, AN — катет, $\angle B = 30°$. За властивістю кутів ромба, прилеглих до однієї сторони. маємо: $\angle B + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - \angle B$, $\angle C = 180° - 30°$, $\angle C = 150°$. $\angle B = \angle D = 30°$, $\angle C = \angle BAD = 150°$.
Відповідь: 30°, 150°, 30°, 150°.

143. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо $AB = BC = CD = AD$. Тоді $P = 4a$, де a — сторона ромба. Розглянемо ΔDAB — рівнобедрений ($AD = AB$). За умовою $\angle A = 60°$. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle ADB = \angle ABD = (180° - 60°) : 2 = 120° : 2 = 60°$. Отже, маємо ΔDAB — рівносторонній, $AB = BD = DA = 9$ см. $P = 4 \cdot 9 = 36$ (см).
Відповідь: 36 см.

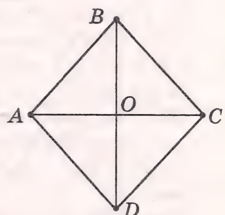


144. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо $AB = AD = DC = CB$. Розглянемо ΔADC — рівнобедрений ($AD = DC$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle DAC = \angle DCA$. За умовою $\angle D > \angle CAD$ у 8 разів. Нехай $\angle CAD = x$, тоді $\angle DCA = x$, а $\angle D = 8x$. За теоремою про суму кутів трикутника маємо $\angle D + \angle CAD + \angle ACD = 180°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x + 8x = 180$; $10x = 180$; $x = 180 : 10$; $x = 18$.



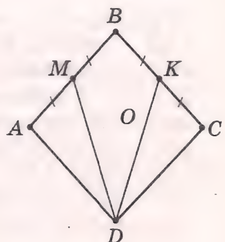
Отже, маємо $\angle CAD = 18°$. AC — діагональ ромба. За властивістю діагоналей ромба маємо: AC — бісектриса $\angle BAD$, звідси маємо: $\angle BAD = 2\angle CAD$, $\angle BAD = 2 \cdot 18° = 36°$. *Відповідь*: 36°.

145. За умовою $ABCD$ — ромб, AC і BD — діагоналі, $\angle OBA : \angle OAB = 2 : 7$. Нехай $\angle OBA = 2x$, $\angle OAB = 7x$. За властивістю діагоналей ромба маємо $AC \perp BD$, отже, $\angle AOB = 90°$. Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($\angle O = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle OAB + \angle OBA = 90°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $2x + 7x = 90$; $9x = 90$; $x = 90 : 9$; $x = 10$. Звідси маємо: $\angle OBA = 2 \cdot 10° = 20°$, $\angle OAB = 7 \cdot 10° = 70°$.



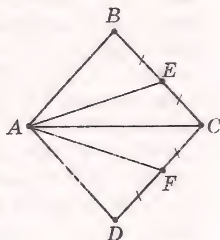
За властивістю діагоналей ромба маємо: AC — бісектриса $\angle BAD$ і BD — бісектриса $\angle ABC$. Отже, $\angle BAD = 2\angle BAO$, $\angle BAD = 2 \cdot 70° = 140°$, $\angle ABC = 2\angle ABO$, $\angle ABC = 2 \cdot 20° = 40°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle ABC = \angle ADC = 40°$, $\angle BAD = \angle BCD = 140°$.
Відповідь: 40°, 140°, 40°, 140°.

146. $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо: $AB = BC = CD = AD$. За умовою M — середина AB, отже, $AM = MB = \frac{1}{2}AB$, K — середина BC, отже, $BK = KC = \frac{1}{2}BC$. Звідси маємо $AM = CK$.
За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle A = \angle C$.
Розглянемо ΔADM і ΔCDK.



1) $AD = DC$ (сторони ромба); 2) $\angle A = \angle C$; 3) $AM = KC$. За І ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ADM = \Delta CDK$. За властивістю рівних фігур маємо: $DM = DK$. Доведено.

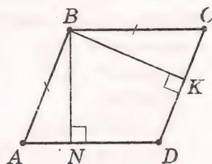
147. За умовою $ABCD$ — ромб. За властивістю ромба маємо: $AB = BC = CD = AD$. За умовою E — середина BC, тоді $BE = EC$. F — середина CD, тоді $DF = FC$. Отже, маємо: $EC = FC$. За умовою AC — діагональ. За властивістю діагоналей ромба маємо: AC — бісектриса $\angle BCD$. Звідси маємо:



$$\angle BCA = \angle DCA = \frac{1}{2}\angle BCD.$$

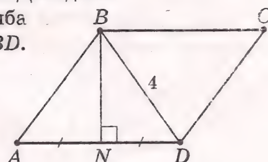
Розглянемо ΔAEC і ΔAFC. 1) $EC = FC$;
2) $\angle ACE = \angle AFC$; 3) AC — спільна сторона.
За І ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AEC = \Delta AFC$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle EAC = \angle FAC$. Доведено.

148. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо: $AB = BC = CD = AD$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle A = \angle C$. За умовою BN — висота ($BN \perp AD$), BK — висота ($BK \perp CD$), отже, $\angle BNA = 90°$, $\angle BKC = 90°$.



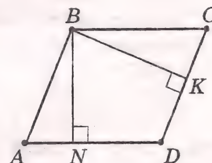
Розглянемо ΔANB і ΔBKC — прямокутні:
1) $\angle BNA = \angle BKC = 90°$; 2) $\angle A = \angle C$; 3) $AB = BC$.
За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta ANB = \Delta CKB$.
За властивістю рівних фігур маємо: $BN = BK$. Доведено.

149. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо: $AB = BC = CD = AD$. Розглянемо ΔABD. BN — висота і медіана, $BN \perp AC$, $AN = NC$. За властивістю медіани рівнобедреного трикутника маємо: ΔABD — рівнобедрений ($AB = BD = 4$ см). $P_{ABCD} = 4a$, де a — сторона ромба. $P_{ABCD} = 4 \cdot 4 = 16$ (см).



ΔBAD — рівносторонній, $\angle A = 180° : 3 = 60°$. За властивістю кутів ромба, прилеглих до однієї сторони, маємо: $\angle A + \angle ADC = 180°$, $\angle ADC = 180° - 60° = 120°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle A = \angle C = 60°$, $\angle ABC = \angle CDB = 120°$.
Відповідь: $P_{ABCD} = 16$ см; 60°, 120°, 60°, 120°.

150. За умовою $ABCD$ — ромб. BD — діагональ ромба. За властивістю діагоналей ромба маємо, що BD — бісектриса $\angle ADC$. Звідси маємо:

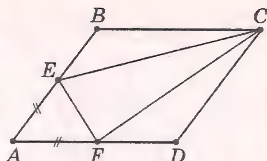


$$\angle ADB = \angle CDB = \frac{1}{2}\angle ADC.$$

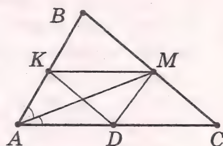
За умовою BN — висота ($BN \perp AD$), $\angle BND = 90°$ і BK — висота, $BK \perp CD$, $\angle BKD = 90°$.
Розглянемо ΔBND і ΔBKD — прямокутні. 1) $\angle BND = \angle BKD = 90°$; 2) $\angle BDN = \angle BDK$; 3) BD — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta BND = \Delta BKD$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle NBD = \angle KBD$. Доведено.

151. За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо: $AB = BC = CD = AD$. За умовою $AE = FA$. Тоді $EB = FD$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle B = \angle D$.

Розглянемо ΔCBE і ΔCDF: 1) $CB = CD$ (сторони ромба); 2) $\angle B = \angle D$; 3) $BE = DF$. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta CBE = \Delta CDF$. За властивістю рівних фігур маємо: $CE = CF$. Звідси маємо: ΔCEF — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle CEF = \angle CFE$. Доведено.



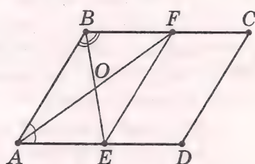
152. За умовою $KM \parallel AC$ і $AB \parallel MD$. За означенням паралелограма маємо $AKMD$ — паралелограм. За умовою AM — бісектриса $\angle BAC$. За теоремою 5.3 $AKMD$ — ромб. За властивістю діагоналей ромба маємо: $AM \perp KD$. Доведено.



153. За умовою $ABCD$ — паралелограм. AF — бісектриса $\angle BAE$. За означенням бісектриси кута маємо:

$\angle ABE = \angle FBE = \dfrac{1}{2}\angle ABF$. Аналогічно AF —

бісектриса $\angle BAE$, $\angle BAF = \angle EAF = \dfrac{1}{2}\angle BAE$.



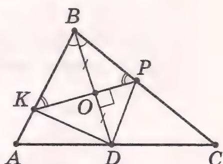
За властивістю кутів, прилеглих до однієї сторони, маємо:

$\angle DAB + \angle ABC = 180° \mid : 2$; $\dfrac{1}{2}\angle DAB + \dfrac{1}{2}\angle ABC = 90°$; $\angle FAB + \angle ABE = 90°$.

Розглянемо ΔAOB. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle ABO + \angle BOA + \angle OAB = 180°$; $\angle BOA = 180° - (\angle OAB + \angle OBA)$; $\angle BOA = 180° - 90° = 90°$. Отже, маємо $BE \perp AF$.
За теоремою 5.2 маємо: $ABFE$ — ромб.
Відповідь: $ABFE$ — ромб.

154. За умовою KP — серединний перпендикуляр до бісектриси BD. $KP \cap BD = O$, $BO = OD$.
Розглянемо ΔBOP і ΔPOD — прямокутні, $\angle BOP = \angle DOP = 90°$.

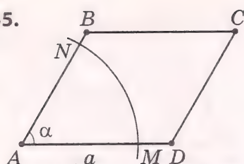
1) $BO = OD = \dfrac{1}{2}BD$; 2) $\angle BOP = \angle DOP = 90°$;

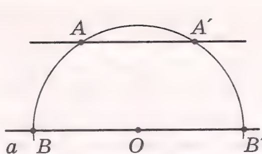


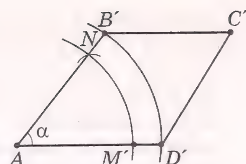
3) OP — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta BOP = \Delta DOP$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle BPO = \angle DPO$ і $BP = PD$.
Розглянемо ΔBOP і ΔBOK — прямокутні.

1) $\angle PBO = \angle KBO = \dfrac{1}{2}\angle KBP$;

2) $\angle BOP = \angle BOK = 90°$;
3) BO — спільна сторона.
За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta BOP = \Delta BOK$. Звідси маємо $BP = BK$, $\angle BPO = \angle BKO$. Звідси маємо $\angle DPO = \angle BKO$. Прямі PD і BK, KP — січна. За ознакою паралельності прямих маємо, якщо $\angle DPO = \angle BKO$ (внутрішні різносторонні), тоді $PD \parallel BK$.
$\Delta BOK = \Delta DOK$ ($\angle BKO = \angle DKO$). $\Delta POD = \Delta KOD$. 1) $\angle POD = \angle KOD = 90°$; 2) $\angle BKO = \angle DKO$. Звідси маємо $BP \parallel KD$. Отже, $KBPD$ — паралелограм. $BD \perp KP$. За теоремою 5.2 маємо: $KBPD$ — ромб.
Відповідь: $KBPD$ — ромб.

155. 





1) Побудувати ромб за стороною a і кутом α.

I. Побудова прямої паралельної даній, які проходить задану точку.

1) На заданій прямій відмічаємо довільну точку O. 2) Будуємо коло з центром у точці O, яка проходить через точку A і перетинає пряму a у точках B і B'. 3) Вимірюємо циркулем довжину відрізку AB. 4) Будуємо коло з центром у точці B' радіуса AB. 5) Кола перетинаються у точці A'. 6) Будуємо пряму AA', яка і буде шуканою прямою: $AA' \parallel a$, $A \in AA'$.

Схема побудови ромба $ABCD$.

1) Будуємо відомий кут α. 2) Будуємо прямі паралельні сторонам кута, які проходять через задані точки.

II. Будуємо кут α.

1) Будуємо довільне коло з центром у точці A довільного радіуса. 2) Коло перетинає сторони кута у точках N і M. 3) Позначаємо довільну точку A'. 4) Будуємо коло з центром у точці A' того ж радіуса. 5) Позначаємо на колі довільну точку M'. 6) Вимірюємо циркулем довжину відрізку MN. 7) Будуємо дугу з центром у точці M' радіуса MN. 8) Дуги перетинаються у точці N'. 9) Будуємо променя $A'N'$ і $A'M'$.

10) $\angle M'A'N' = \alpha$. 11) Вимірюємо довжину відрізка a. 12) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса a. 13) Дуга перетинає сторони кута у точках B' і D'.

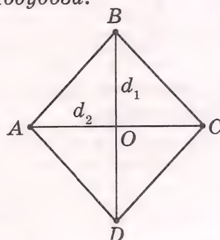
III. Будуємо прямі паралельні сторонам кута, які проходять через точки B' і D'.

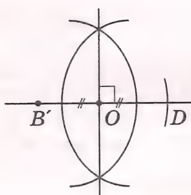
14) Пряма $a \parallel A'D'$ і $b \parallel A'B'$. Прямі $a \cap b = C'$.

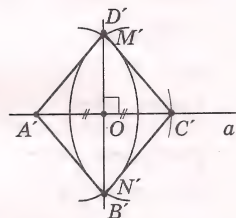
$A'B'C'D$ — шуканий ромб, побудований по стороні і куту.

2) Побудувати ромб за двома діагоналями d_1 і d_2.

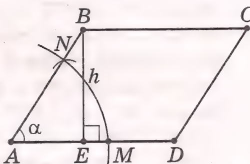
Побудова.







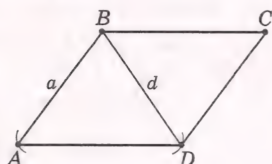
1) Будуємо довільну пряму a. 2) На прямій a позначаємо довільну точку A'. 3) Циркулем вимірюємо довжину відрізка AC. 4) Будуємо дугу з центром у точці A' радіуса AC. 5) Дуга перетинає пряму a у точці C'. 6) Будуємо серединний перпендикуляр до $A'C'$.

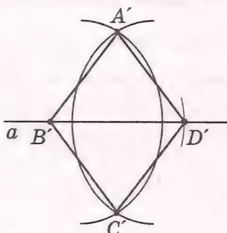


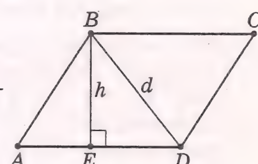
7) Будуємо дугу з центром у точці A' довільного радіуса. 8) Будуємо дугу з центром у точці C' того ж радіуса. 9) Дуги перетинаються у точках M і N.

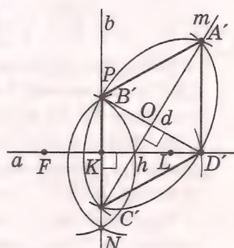
10) MN — серединний перпендикуляр до $A'C'$. $A'C' \cap MN = O'$.
Додаткова побудова.
Будуємо відрізок, який дорівнює BD.
Будуємо серединний перпендикуляр до BD.
Отримаємо відрізок, який дорівнює $\frac{1}{2}BD$.
11) На прямій MN від точки O' в обидві боки відкладаємо відрізки $\frac{1}{2}BD$.
12) Будуємо відрізки $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$.
13) $A'B'C'D'$ — шуканий ромб, побудований за вдома діагоналями d_1 і d_2.
3) Побудувати ромб за кутом α і висотою h.
Побудова.
I. Будуємо заданий кут α. 1) Через точку A проводимо дугу довільного радіуса. 2) Дуга перетинає сторони кута у точках M і N. 3) Позначаємо довільну точку A'. 4) Через точку A' проводимо дугу того ж радіуса.
5) Позначаємо на дузі довільну точку M'.
6) Вимірюємо циркулем довжину відрізка MN. 7) Будуємо дугу з центром у точці M' радіуса MN. 8) Дуги перетинаються у точці N'. 9) Будуємо промені $A'N'$ і $A'M'$. 10) Позначаємо на промені $A'M'$ довільну точку E. 11) Будуємо серединний перпендикуляр PK до відрізку $A'E'$.
12) $A'E' \cap PK = O'$. 13) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $BE = h$.
14) Від точки O' відкладаємо відрізок, який дорівнює h. $O'F = h$.
15) Через точку F проводимо пряму b ($b \parallel A'E$). 16) Промінь $A'N'$ і пряма b перетинаються у точці B'. 17) Вимірюємо довжину відрізка $A'B' = a$ — довжина сторони ромба. 18) Від точки A' відкладаємо на промені $A'E$ відрізок $A'D' = a$. 19) Через точку D' проводимо пряму c ($c \parallel A'B'$).
20) $b \cap c = C'$.
$A'B'C'D$ — шуканий ромб, побудований за кутом α і висотою h.

156. 1) Побудувати ромб за стороною a і діагоналлю d.
Побудова.







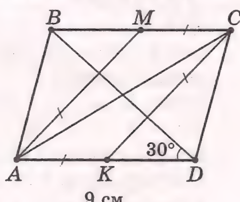


1) Будуємо довільну пряму a. 2) Позначаємо на прямій a довільну точу B'. 3) Циркулем вимірюємо довжину відрізка d. 4) Будуємо дугу з центром у точці B' і радіуса d. 5) Дуга перетинає пряму a у точці D'. 6) Вимірюємо довжину відрізка a. 7) Будуємо дугу з центром у точці B' радіуса a. 8) Будуємо дугу з центром у точці D' радіуса a. 9) Дуги перетинаються у точках A' і C'. 10) Будуємо відрізки $B'A'$, $B'D'$, $C'B'$, $C'D'$.
$A'B'C'D'$ — шуканий ромб, побудований за діагоналлю d і стороною a.

2) Побудувати ромб за висотою h та діагоналлю d.
Додаткова побудова.
I. Будуємо прямий кут.
1) Будуємо довільну пряму a. 2) Позначаємо на прямій довільні точки L і F. 3) Будуємо серединний перпендикуляр b до відрізку LF.
$b \perp LF$, $b \cap LF = K$, $\angle PKL = 90°$.
II. Будуємо прямокутний трикутник за катетом h і гіпотенузою d.
1) Вимірюємо циркулем довжину відрізку h.
2) Будуємо дугу з центром у точці K і радіуса h, точку перетину дуги і прямої a позначаємо D'. 3) Вимірюємо циркулем довжину відрізка d.
4) Будуємо дугу з центром у точці D' радіуса d. Точку перетину дуги і прямої b позначаємо B'. Будуємо відрізок $B'D'$.
III. Будуємо серединний перпендикуляр до відрізку $B'D'$. m — серединний перпендикуляр до $B'D'$, $m \cap B'D' = O$, $m \cap b = C''$.

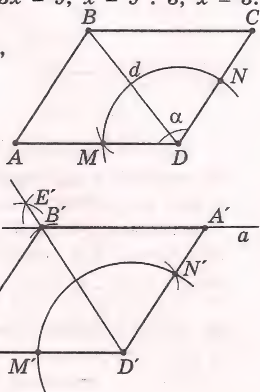
1) Будуємо відрізок $C'D'$. 2) Циркулем вимірюємо довжину відрізка OC'.
3) На прямій m від точки O відкладаємо відрізок $OA' = OC'$. 4) Будуємо відрізки $A'B'$ і $A'D'$. $A'B'C'D'$ — ромб, побудований за діагоналлю d і висотою h.

157. Розглянемо $\triangle BAD$ і $\triangle ADC$ — прямокутні ($\angle BAD = \angle CDA = 90°$). $AB = CD$ (сторони прямокутника), AD — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\triangle BAD = \triangle CDA$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle BDA = \angle CAD = 30°$.
Розглянемо ромб $AMCK$: AC — діагональ ромба.



За властивістю діагоналей ромба маємо: $\angle CAK = \angle CAM = \frac{1}{2}\angle KAM$;
$\angle KAM = 2 \cdot 30° = 60°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle MAK = \angle MCK = 60°$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle KCD = \angle BCD - \angle MCK$, $\angle KCD = 90° - 60° = 30°$. Розглянемо $\triangle KCD$ — прямокутний ($\angle D = 90°$), якщо $\angle KCD = 30°$. За властивістю катета, який лежить напроти кута 30°, маємо: $KD = \frac{1}{2}KC$. Нехай $KD = x$ см, тоді $KC = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AK + KD$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 2x = 9$; $3x = 9$; $x = 9 : 3$; $x = 3$. Отже, $KC = 3 \cdot 2 = 6$ (см), *Відповідь*: 6 см.

158. Побудувати ромб за діагоналлю d та кутом α, вершина якого належить цій діагоналі.
Побудова.
I. Будуємо кут α.
1) Будуємо дугу з центом у точці D довільного радіуса. 2) Дуга перетинає сторони кута ADC у точках M і N. 3) Позначаємо довільну точку D'. 4) Будуємо дугу того ж радіуса з центом у точці D'. 5) Позначаємо на дузі довільну точку M'. 6) Вимірюємо довжину відрізка MN.
7) Будуємо дугу з центом у точці M' радіуса MN. 8) Дуги перетинаються у точці N'.



9) Будуємо промені $D'M'$ і $D'N'$. Отримали $\angle M'D'N' = \alpha$.

II. Будуємо бісектрису $\angle M'D'N'$.

1) Будуємо дугу з центром у точці M' довільного радіуса. 2) Будуємо дугу з центром у точці N' того ж радіуса. 3) Дуги перетинаються у точці E'. 4) Будуємо промінь $D'E'$ — бісектриса $\angle M'D'N'$.

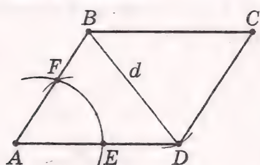
III. Будуємо ромб $A'B'C'D'$.

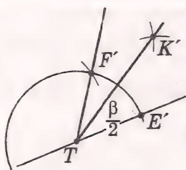
1) Вимірюємо циркулем довжину діагоналі d. 2) Будуємо дугу з центром у точці D' радіуса d. 3) Точку перетину дуги і променя $D'E'$ позначаємо B'. 4) Через точку B' проводимо пряму $a \parallel M'D'$ і $b \parallel D'N'$. 5) Позначаємо точку перетину $a \cap D'N' = A'$, $b \cap M'D' = C'$,

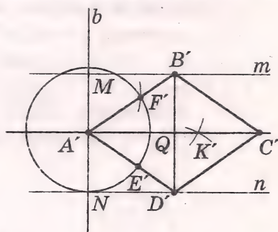
$A'B'C'D$ — шуканий ромб, побудований за діагоналлю d і кутом α.

159. Побудувати ромб за діагоналлю d і кутом α протилежним кутом до діагоналі.

Схема побудови.





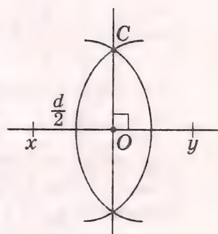


1) Будуємо кут α. 2) Будуємо бісектрису кута α.

3) Будуємо ромб $ABCD$.

I. Будуємо кут α.

1) Будуємо дугу з центром у точці A довільного радіуса. 2) Дуга перетинає сторони кута у точках E і F. 3) Позначаємо довільну точку A'. 4) Будуємо дугу того ж радіуса з центром у точці A'. 5) Позначаємо на дузі довільну точку E'. 6) Вимірюємо циркулем довжину відрізку EF. 7) Будуємо дугу з центром у точці E' радіуса EF. 8) Точку перетину дуг позначаємо F'.



9) Будуємо промені $A'E'$ і $A'F'$.

II. Будуємо бісектрису кута α.

1) Через точку E' проводимо дугу довільного радіуса. 2) Через точку F' проводимо дугу того ж радіуса. 3) Точку перетину дуг позначаємо K'. 4) Будуємо промінь $A'K'$ — бісектриса кута α. 5) Через точку A' проводимо пряму $b \perp A'K'$.

Додаткова побудова. Ділимо відрізок d навпіл.

1) Будуємо пряму a. 2) На прямій a позначаємо довільну точку X. 3) Вимірюємо циркулем довжину відрізка d. 4) Будуємо серединний перпендикуляр c до відрізку d. Отримаємо відрізок $\frac{1}{2}d$.

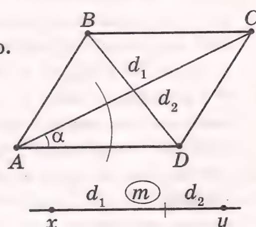
III. Будуємо ромб.

1) На прямій b від точки A' у різні боки відкладаємо відрізки, які дорівнюють $\frac{d}{2}$: $A'M = A'N = \frac{1}{2}d$. 2) Через точку M проводимо пряму m ($m \perp b$). 3) Через точку N проводимо пряму n ($n \perp b$). 4) Прямі m і n перетинають сторони кута $F'A'E'$ у точках B' і D'; $m \cap A'F' = B'$, $n \cap A'E' = D'$.

5) Будуємо відрізок $B'D'$ — діагональ, яка дорівнює d. $B'D' \cap A'K' = Q$.

6) Вимірюємо циркулем довжину відрізку $A'Q$. 7) На продовженні променя $A'K'$ за точку Q відкладаємо відрізок $QC' = AQ'$. 8) Будуємо відрізки $C'B'$ і $C'D'$.

$A'B'C'D'$ — ромб, що побудований на діагоналі d і протилежному їй куту α.



160. 1) Побудувати ромб за сумою діагоналей $d_1 + d_2 = m$ і кутом між діагоналлю і стороною.

Додаткова побудова. Будуємо кут 45°.

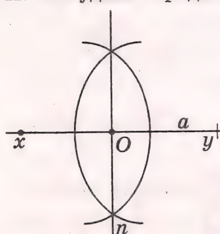
1) Будуємо пряму. На промені позначаємо довільні дві точки X і Y. Будуємо серединний перпендикуляр l до відрізку XY ($l \perp XY$).

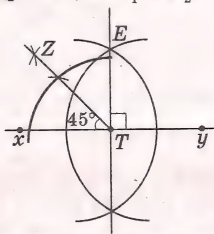
$l \cap XY = T$, $\angle XTE = 90°$.

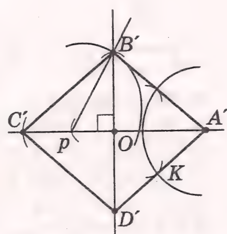
2) Будуємо бісектрису кута XTE. Будуємо дугу з центром у точці T довільного радіуса. Дуга перетинає сторони кута у точках S і R. Будуємо дуги з центрами S і R довільного радіуса. Дуги перетинаються у точці Z.

TZ — бісектриса $\angle XTE$.

II. Побудова середини відрізка $m = d_1 + d_2$.







1) Будуємо довільну пряму. На прямій a позначаємо довільну точку X.

2) Вимірюємо довжину відрізка m.

3) Будуємо дугу з центром у точці X радіуса m. Отримаємо відрізок XY.

Ділимо відрізок XY навпіл: $OX = OY = \frac{1}{2}m = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$. n — серединний перпендикуляр до відрізка XY. $n \cap XY = O$.

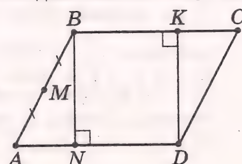
Будуємо ромб.

1) Будуємо трикутник за стороною $\frac{1}{2}m$, кутом 45° та кутом α. $A'P = \frac{1}{2}m$, $\angle A' = \alpha$, $\angle P = 45°$.

2) Проводимо із точки B' перпендикуляр до PA'. 3) $\Delta POB'$ — прямокутний ($\angle O = 90°$), рівнобедрений, $PO = OB'$. 4) Будуємо кут, який дорівнює α у інший бік від прямої PA'.

5) Продовження прямих $B'O$ і $A'K$ перетинаються у точці D'. 6) Вимірюємо циркулем довжину відрізку OA'. 7) Відкладаємо відрізок $OC' = OA'$. 8) Будуємо відрізки $C'B'$ і $C'D'$.

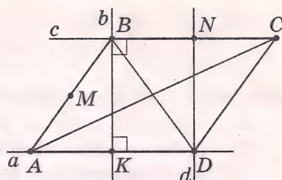
$A'B'C'D'$ — шуканий ромб, побудований за сумою діагоналей і кутом між стороною і діагоналлю.



161. *Побудова.*

Нехай є точки M — середина сторони AB, N — основа перпендикуляра з точки B до сторони AD ($BN \perp AD$) і K — основа перпендикуляра, проведеного з точки D до сторони BC ($DK \perp BC$).

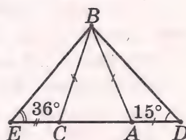
Побудова.



1) Через точку K проводимо дві перпендикулярні прямі a і b. 2) Через точку N проводимо пряму c ($c \parallel a$). 3) $c \cap b = B$.
4) Через точку N проводимо пряму d ($d \perp a$).
5) $d \cap a = D$. 6) Будуємо пряму BM.
7) $BM \cap a = A$. 8) Через точку D проводимо пряму $DC \parallel AB$. $ABCD$ — шуканий ромб.

162. За умовою: C належить променю AC, $C \in b$, $b \perp AC$. B належить променю AB, $B \in a$, $a \perp AB$, $a \cap b = D$. Розглянемо ΔDAC і ΔDBA — прямокутні. 1) $\angle DBA = \angle DCA = 90°$; 2) $AC = AB$ (за умовою); 3) AD — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta DAC = \Delta DBA$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle DAC = \angle DAB$. Отже, маємо: AD — бісектриса $\angle CAB$. Доведено.

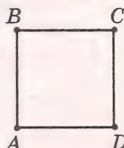
163. Нехай задано ΔABC; $D \in AC$, $E \in BC$; $DE = 18$ см; $\angle BDA = 15°$. $\angle BEC = 36°$.
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. За умовою $EC = CB$, $AB = AD$. Тоді маємо:
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = AD + AC + CE = ED$
(за аксіомою вимірювання відрізків). $P_{\Delta ABC} = 18$ см.



Розглянемо ΔECB — рівнобедрений ($EC = CB$).
За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BEC = \angle EBC = 36°$. Із теореми про суму кутів трикутника маємо: $\angle ECB = 180° - (\angle BEC + \angle EBC)$,
$\angle ECB = 180° - (36° + 36°) = 180° - 72° = 108°$.
Розглянемо ΔBAD — рівнобедрений ($AB = AD$). За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: $\angle ABD = \angle ADB = 15°$. Із теореми про суму кутів трикутника маємо: $\angle BAD = 180° - (\angle ABD + \angle ADB)$,
$\angle BAD = 180° - (15° + 15°) = 180° - 30° = 150°$. $\angle BAC$ і $\angle BAD$, $\angle BCE$ і $\angle BCA$ — суміжні. За теоремою про суміжні кути маємо:
$\angle BAC + \angle BAD = 180°$ і $\angle BCE + \angle BCA = 180°$. Звідси маємо:
$\angle BCA = 180° - \angle BCE$, $\angle BCA = 180° - 108° = 72°$, $\angle BAC = 180° - \angle BAD$,
$\angle BAC = 180° - 150° = 30°$. Розглянемо ΔABC. $\angle C = 72°$, $\angle A = 30°$.
За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$, $\angle B = 180° - (30° + 72°) = 180° - 102° = 78°$.
Відповідь: $P_{\Delta ABC} = 18$ см; 30°, 72°, 78°.

164. Розглянемо даний (без кінцевий) рядок і всі рядки, які ідуть через один рядок від нього. Клітинки кожного з цих рядків пофарбуємо через одну червоним і жовтим. Розглянемо рядки, які залишилися. Клітинки кожного з цих рядків через одну пофарбуємо синім і зеленим. Таким чином, кожна клітинка отримала свій колір і ніякі дві клітинки одного кольору не мають спільних точок. Тому що неозначені 100 клітинок, то клітинок, які зафарбовані одним кольором буде не менше ніж 100 : 4 = 25.

165. Нехай $ABCD$ — ромб, $\angle A = 90°$.

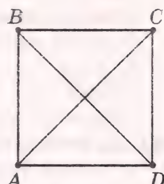


Доведемо, що $ABCD$ — квадрат.
$\angle A = \angle C = 90°$ (як протилежні кути ромба). $\angle A + \angle B = 180°$ (як сусідні кути ромба). $\angle B = 90°$, $\angle B = \angle D = 90°$ (як протилежні кути ромба). Оскільки у ромба всі кути рівні, то це — квадрат.

166. Див. рис. до №165. Нехай $ABCD$ — прямокутник, $AB = AD$. Доведемо, що $ABCD$ — квадрат. $AB = CD$ (як протилежні сторони прямокутника).

$AD = BC$ (як протилежні сторони прямокутника). Оскільки $AB = AD$, то $AB = BC = CD = AD$. Прямокутник, у якого всі сторони рівні, — квадрат.

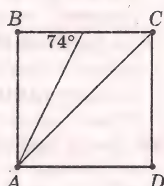
167. Нехай $ABCD$ — квадрат, BD – діагональ, $BD = 5$ см, AC — діагональ, AC і BD перетинаються в т. O. Знайдемо AC, $\angle ABO$, $\angle AOB$, $\angle BAO$.



Оскільки діагоналі квадрата рівні, то $AC = BD = 5$ см. Розглянемо ΔAOB. $\angle AOB = 90°$ (діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом). $\angle ABO = \angle BAO = 90° : 2 = 45°$ (BD і AC — бісектриси кутів A і B).

Відповідь: $AC = 5$ см, $\angle AOB = 90°$, $\angle ABO = \angle BAO = 45°$.

168. Нехай дано квадрат $ABCD$, т. $K \in BC$, $\angle AKB = 74°$. Знайдемо $\angle CAK$.



$\angle AKB + \angle AKC = 180°$ (як суміжні).

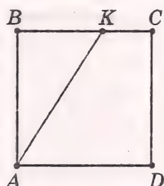
$\angle AKC = 180° - 74° = 106°$.

$\angle BCA = \angle ACD = 90° : 2 = 45°$ (AC — бісектриса $\angle C$).

Розглянемо ΔAKC. $\angle KAC + \angle AKC + \angle KCA = 180°$; $\angle KAC = 180° - (106° + 45°)$; $\angle KAC = 180° - 151° = 29°$.

Відповідь: $\angle KAC = 29°$.

169. Нехай дано квадрат $ABCD$, т. $K \in BC$, $AK = BK$. Знайдемо $\angle KAD$.



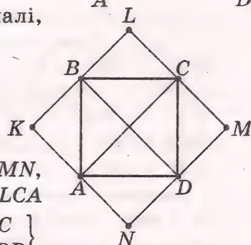
Розглянемо ΔABK, $\angle B = 90°$, $AK = 2BK$, тоді $\angle BAK = 30°$.

$\angle A = \angle BAK + \angle KAD$, $90° = 30° + \angle KAD$, $\angle KAD = 60°$.

Відповідь: $\angle KAD = 60°$.

170. 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) так; 5) так; 6) ні; 7) ні; 8) так; 9) ні; 10) так; 11) так; 12) так.

171. Нехай $ABCD$ — квадрат, AB і BD — діагоналі, $KL \parallel AC$, $MN \parallel AC$, $LM \parallel BD$, $KN \parallel BD$.



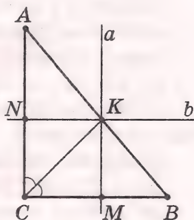
Доведемо, що $KLMN$ — квадрат.

Оскільки $KL \parallel AC$, $MN \parallel AC$, то $KL \parallel MN$, $LM \parallel BD$, $KN \parallel BD$, то $LM \parallel KN$.

Отже, чотирикутник $KLMN$ — паралелограм.

Так як $AC \perp BD$, $LM \parallel BD$, $MN \parallel AC$, то $LM \perp MN$, $\angle LMN = 90°$, тоді $KLMN$ — прямокутник. $KLCA$ і $BLMD$ — паралелограми, $\left.\begin{matrix} KL \parallel AC, KL = AC \\ LM \parallel BD, LM = BD \end{matrix}\right\}$ як протилежні сторони паралелограма. $AC = BD$, тоді $KL = LM$. З цього випливає, що $KLMN$ — квадрат.

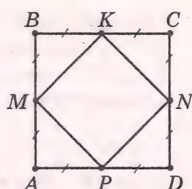
172. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CK — бісектриса, пр. $a \parallel AC$, пр. $b \parallel BC$, пр. $b \cap$ пр. $a =$ т. K. Доведемо, що $NKMC$ — квадрат.



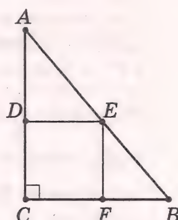
Розглянемо чотирикутник $NKMC$. $NK \parallel BC$, $NC \parallel KM$, тоді $NKMC$ — паралелограм. $\angle C = 90°$, тоді паралелограм $NKMC$ — прямокутник.

Розглянемо ΔCKM, $\angle CMK = 90°$, $\angle KCM = 90° : 2 = 45°$ (CK — бісектриса), $\angle CKM = 45°$. ΔCKM — рівнобедрений, $CM = MK$. Оскільки у прямокутнику $NKMC$ сусідні сторони рівні, то $NKMC$ — квадрат.

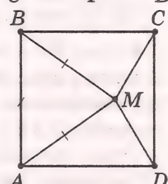
173. Оскільки $AB = BC = CD = AD$ (як сторони квадрата), то $AM = MB = BK = KC = CN = ND = DP = PA$ (як половини рівних сторін).



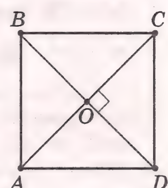
Розглянемо ΔPAM, ΔMBK, ΔKCN, ΔNDP.
1) $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.
2) $AM = MB = BK = KC = CN = ND = DP = PA$.
Отже, $\Delta PAM = \Delta MBK = \Delta KCN = \Delta NDP$ (за двома катетами). З цього випливає, що $MP = MK = KN = PN$, тоді $MKNP$ — ромб.ΔKCN і ΔPDN — рівнобедрені, прямокутні, тоді $\angle CKN = \angle CNK = \angle PND = \angle DPN = 45°$. $\angle CND = \angle CNK + \angle KNP + \angle PND$; $180° = 45° + \angle KNP + 45°$; $\angle KNP = 90°$. Якщо в ромбі є прямий кут, то він — квадрат. $MKNP$ — квадрат.



174. Розглянемо ΔABC, так як $AC = BC$, то ΔABC — рівнобедрений, $\angle A = \angle B = 90° : 2 = 45°$. Оскільки $CDEF$ — квадрат, то $DE \parallel CB$, AB — січна, тоді $\angle DEA = \angle B = 45°$ (як відповідні). Розглянемо ΔADE. $\angle ADE = 90°$ (як суміжний з прямим), $\angle DEA = 45°$, $\angle A = 45°$, тоді $AD = DE$. Нехай $CD = x$ (см), тоді $AC = 2x$. $14 = 2x$; $x = 7$ (см). $P_{CDEF} = 4 \cdot x$; $P_{CDEF} = 4 \cdot 7 = 28$ (см).
Відповідь: $P_{CDEF} = 28$ см.



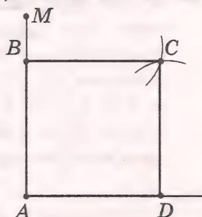
175. Якщо ΔABM — рівносторонній, то $\angle MBA = \angle BAM = \angle AMB = 60°$. $\angle A = \angle B = 90°$.
$\angle CBM = \angle DAM = 90° - 60° = 30°$. Розглянемо ΔBCM і ΔADM. 1) $BM = AM$ (ΔABM — рівносторонній). 2) $BC = AD$ (сторони квадрата). 3) $\angle CBM = \angle DAM = 30°$. Отже, $\Delta BCM = \Delta ADM$ (за I ознакою рівності трикутників). З цього випливає, що $MC = MD$, тоді ΔDMC — рівнобедрений. Доведено.



176. Нехай дано паралелограм $ABCD$, AC і BD — діагоналі, $AC = BD$, $AC \perp BD$. Доведемо, що $ABCD$ — квадрат. Якщо у паралелограма діагоналі рівні, то це — прямокутник. Розглянемо ΔBOC і ΔDOC.
1) $\angle BOC = \angle DOC = 90°$.
2) $BO = OD = OC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD$.

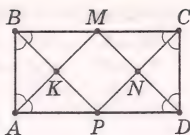
Отже, $\Delta BOC = \Delta DOC$ (за двома катетами), тоді $BC = DC$. Якщо у прямокутника сусідні сторони рівні, то цей прямокутник — квадрат.

177. $AB = BC = CD = DA$ ($ABCD$ — квадрат). $DE = EF = FM = MD$ ($DEFM$ — квадрат). $MN = NK = KL = ML$ ($MNKL$ — квадрат). $LP = PO = OS = SL$ ($LPOS$ — квадрат). $SQ = QT = TV = SV$ ($SQRV$ — квадрат). $AV = AD + DM + ML + LS + SV = 16$ см. $AB + BC + CD = 3AD$, $DE + EF + FM = 3DM$, $MN + NK + KL = 3ML$, $LP + PO + OS = 3LS$, $SQ + QT + TV = 3SV$, $3(AD + DM + ML + LS + SV) = 3 \cdot 16 = 48$ (см). *Відповідь*: 48 см.



178. *Дано*: a (відрізок)
Побудувати: $ABCD$ — квадрат:
$AB = BC = CD = DA = a$.
Побудова.
1) На промені від т. A відкласти відрізок $AD = a$.
2) Через т. A провести $AM \perp AD$.
3) На промені AM відкласти відрізок $AB = a$.
4) Провести коло з центром у т. D, радіусом a.
5) Провести коло з центром у т. D, радіусом a.
6) Точка перетину цих кіл т. C. 7) $ABCD$ — шуканий квадрат.

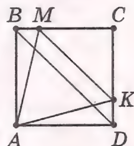
179. Нехай $ABCD$ — прямокутник, AK, BK, CN, DN — бісектриси кутів A, B, C, D. Доведемо, що $KMNP$ — квадрат. $\angle A = \angle B = 180°$ ($ABCD$ — прямокутник). $\angle PAK = \angle KAB = \angle ABK = \angle KBM =$ $= \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}\angle B = 90° : 2 = 45°$ (AK і BK — бісектриси).



В $\triangle ABK$: $\angle KBA = \angle KAB = 45°$, тоді $\angle BKA = 90°$. $\angle MKP = \angle AKB = 90°$ (як вертикальні). Розглянемо $\triangle ABP$: $\angle A = 90°$, $\angle ABP = 45°$, тоді $\angle APB = 45°$, тоді $\triangle ABP$ — рівнобедрений. $\angle BPA = \angle MDA = 45°$, вони відповідні при прямих BP і MD та січній AD, оскільки ці кути рівні, то $BP \parallel MD$. $\triangle ABP = \triangle CDM$ (за двома катетами), тоді $BP = MD$.

AK — бісектриса, проведена до основи, тоді AK — медіана і висота, $BK = KP = \frac{1}{2}BP$. CN — бісектриса, проведена до основи, тоді CN — медіана і висота, $MN = ND = \frac{1}{2}MD$. Оскільки $BP = MD$, то $MN = KP$. Чотирикутник $KMNP$ — паралелограм ($MN = KP$, $MN \parallel KP$). $\triangle BAP = \triangle AMB$ (за катетом і гострим кутом), тоді $AM = BP$. $KP = \frac{1}{2}BP$; $KM = \frac{1}{2}AM$.

Отже, $KP = KM$. Якщо в паралелограмі один кут прямий, сусідні сторони рівні, то це — квадрат.



180. Розглянемо $\triangle ABM$ і $\triangle ADK$. 1) $\angle B = \angle D$ ($ABCD$ — квадрат). 2) $AB = AD$. 3) $AM = AK$ ($\triangle AMK$ — рівносторонній). Отже, $\triangle ABM = \triangle ADK$ (за катетом і гіпотенузою). З цього випливає, що $BM = DK.CB = CD$ (як сторони квадрата), $CM = CK$ (так як $BM = DK$). $\triangle MCK$ — рівнобедрений,

$\angle C = 90°$, $\angle CMK = \angle CKM = 45°$, $\angle DBC = \angle DBA = \frac{1}{2}\angle B = 90° : 2 = 45°$

(діагональ квадрата є бісектрисою його кутів). $\angle CMK = \angle CBD = 45°$ при прямих MK і BD і січній BC. Ці кути є повідними. Оскілки ці кути рівні, то $MK \parallel BD$.

181. Нехай дано точки M і K, побудуємо квадрат $ABCD$ так, щоб т. $K \in BC$, т. $M \in AB$, K і M — середини відрізків BC і AB відповідно.

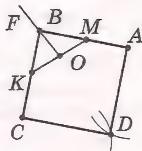
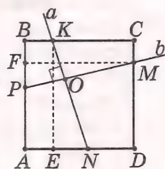


рис. Побудуємо $\triangle BKM$ — рівнобедрений, $\angle B = 90°$ (з'єднати т. K і M, провести OF — серединний перпендикуляр, на промені OF відкласти відрізок $OB = KO$).

На променях BK і BM відкласти відрізки $KC = BK$ і $MA = BM$. Провести два кола з центром у т. C і т. A, радіус яких дорівнює BA, точка перетину цих кіл — т. D. Квадрат $ABCD$ — шуканий.

182. Нехай дано квадрат $ABCD$, т. O — всередині квадрата, через т. O проходять прямі $a \perp b$, пр. $a \cap BC =$ т. K, пр. $a \cap AD =$ т. N, пр. $b \cap CD =$ т. M, пр. $b \cap AB =$ т. P. Доведемо, що $KN = PM$. Нехай E — проекція точки K на AD, а F — проекція точки M на AB.

Тоді $\triangle FMP = \triangle EKN$ — прямокутні за катетом і прилеглим гострим кутом. З цього випливає, що $KN = PM$.

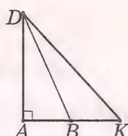


183. 1) *Дано*: $\vdash\!\!\!\overset{a+d}{\text{———————}}\!\!\!\dashv$

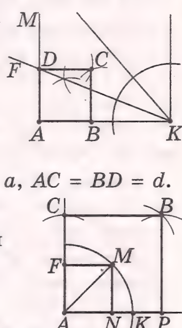
Побудувати: квадрат $ABCD$:

$AB = BC = CD = DA = a$, $AC = BD = d$.

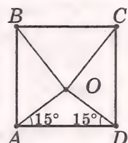
Аналіз: На прямій AB відкладемо відрізок $BK = BD$, тоді $AK = AB + BK = AB + BD = a + d$. ΔDBK — рівнобедрений, тоді $\angle DKB = \angle BDK = 22{,}5°$.



Побудова. 1) Побудуємо відрізок $AK = a + b$.
2) Побудувати $\angle KAM = 90°$. 3) Побудувати $\angle AKF = 22{,}5°$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 45°\right)$. 4) Промені AM і AF перетинаються в т. D.
5) $AD = a$ (сторона квадрата). 6) На AK відкладемо відрізок $AB = AD = a$. 7) Провести коло з центром у т. D, радіус дорівнює AD. 8) Провести коло з центром у т. B, радіус дорівнює AD. 9) Точка перетину цих кіл — т. C. 10) $ABCD$ — шуканий квадрат.

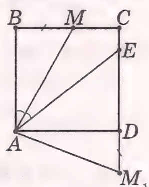


2) *Побудувати*: квадрат $ABCD$: $AB = BC = CD = DA = a$, $AC = BD = d$.
Аналіз: Нехай a — сторона квадрата,
$d = a\sqrt{2}$. $d - a = a\sqrt{2} - a = a\left(\sqrt{2} - 1\right)$. Якщо розглянути квадрат із стороною $a\left(\sqrt{2} - 1\right)$, то його діагональ $d_1 = a\left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot \sqrt{2} = a\left(2 - \sqrt{2}\right)$. Таким чином:
$d_1 + a\left(\sqrt{2} - 1\right) = a\left(2 - \sqrt{2}\right) + a\left(\sqrt{2} - 1\right) = 2a - a\sqrt{2} + a\sqrt{2} - a = a$.



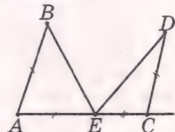
Побудова.
1) Відкладемо відрізок $d - a = AN$. 2) Будуємо квадрат $ANMF$ із стороною $d - a$. 3) На промені AN відкладемо $AK = AM$. 4) На промені AN від т. K відкладемо $KP = MN$. 5) Будуємо квадрат $APBC$, сторона якого дорівнює AP. 6) $APBC$ — шуканий квадрат.

184. $\angle OAD = \angle ODA = 15°$. Розв'яжемо обернену задачу. Побудуємо на стороні BC квадрата рівносторонній ΔBQC, щоб вершина Q лежала всередині квадрата. Тоді ΔCQD — рівнобедрений. Його кут при вершині дорівнює 30°, тоді кут при основі дорівнює $(180° - 30°) : 2 = 75°$.



Звідси $\angle QDA = 90° - 75° = 15°$. Аналогічно отримаємо, що $\angle QAD = 15°$. За умовою $\angle ODA = \angle OAD = 15°$. Тоді точка Q лежить на промені AO і на промені DO, тоді вона співпадає з т. O.

185. На продовженні сторони CD за точку D відкладемо відрізок $DM_1 = BM$. Розглянемо ΔABM і ΔADM_1.
1) $\angle ABM = \angle ADM_1 = 90°$. 2) $AB = AD$ (як сторони квадрата). 3) $BM = DM_1$ (за побудовою).
Тоді $\Delta ABM = \Delta ADM_1$ (за І ознакою рівності трикутників). З цього випливає, що $\angle BAM = \angle M_1AD$.
Нехай $\angle BAM = \angle MAE = x$, тоді $\angle DAM_1 = x$.
$\angle BAD = \angle BAM + \angle MAE + \angle EAD$; $90° = x + x + \angle EAD$; $\angle EAD = 90° - 2x$.
Розглянемо ΔABM: $\angle B = 90°$, $\angle BAM = x$, тоді $\angle BMA = 90° - x$.
Так як $\Delta ABM = \Delta ADM_1$, то $\angle BMA = \angle DM_1A = 90° - x$.
$\angle EAM_1 = \angle EAD + \angle DAM_1$; $\angle EAM_1 = 90° - 2x + x = 90° - x$.
Розглянемо ΔEAM_1. Оскільки $\angle EAM_1 = \angle EM_1A = 90° - x$, то ΔEAM_1 — рівнобедрений, тоді $AE = EM_1$. $AE = ED + DM_1 = ED + BM$.



186. ΔABE — рівнобедрений ($AB = AE$), тоді $\angle ABE = \angle BEA = x$, $\angle BAE = 180° - 2x$. ΔECD — рівнобедрений ($EC = CD$), тоді $\angle DEC = \angle CDE = y$.
$\angle DCK$ — зовнішній кут ΔECD при вершині C.
$\angle DCK = \angle EDC + \angle DEC = y + y = 2y$. $\angle BAE = \angle DCK$ (як відповідні кути при $AB \parallel CD$ і січній AC).

$180° - 2x = 2y$; $90° - x = y$; $90° = x + y$. $\angle AEC = 180°$ — розгорнутий. $\angle AEC = \angle AEB + \angle BED + \angle DEC$; $180° = x + y + \angle BED$; $180° = 90° + \angle BED$; $\angle BED = 90°$, тоді $BE \perp DE$.

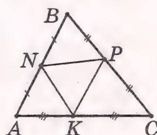
187. Розглянемо ΔBCF і ΔKDF. $\left.\begin{matrix}1)\ BF = FK\\ 2)\ CF = DF\end{matrix}\right\}$ за умовою. 3) $\angle CFB = \angle DFK$ (як вертикальні). Отже, $\Delta BCF = \Delta KDF$ (за I ознакою рівності трикутників). Тоді $\angle CBF = \angle DKF$, ці кути є внутрішніми різносторонніми при прямих BC і DK та січній BK. Так як ці кути рівні, то $BC \parallel DK$. Маємо: $AD \parallel BC$, $AD \parallel EF$, тоді $EF \parallel BC$.

189. Так, MK — середня лінія ΔABC, тому що M — середина AB ($AM = MB = 4$ см) і K — середина AC ($AK = KC = 3$ см).

190. Ні, EF не є середньою лінією ΔMKP. $KF \neq FP$, тому F не є серединою сторони KP.

191. За умовою DE — середня лінія ΔABC, тому за означенням середньої лінії маємо D — середина сторони AB і E — середина сторони BC. За умовою DF — середня лінія ΔABC, тому F — середина сторони AC. Отже, маємо E — середина BC і F — середина AC, тоді EF — середня лінія ΔABC.

192. За умовою NP, PK, NK — середні лінії ΔABC.

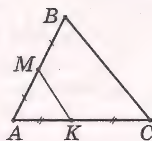


За теоремою про середню лінію трикутника маємо:

$NP = \frac{1}{2}AC$; $NK = \frac{1}{2}BC$; $PK = \frac{1}{2}AB$. Отже, маємо:

$NP = 12 : 2 = 6$ (см), $NK = 8 : 2 = 4$ (см), $PK = 6 : 2 = 3$ (см). *Відповідь*: 6 см, 4 см, 3 см.

193. За умовою M — середина сторони AB. Отже, $AM = MB$ або $AB = 2AM$. K — середина сторони AC. Отже, $AK = KC$ або $AC = 2AK$. Звідси маємо: MK — середня лінія ΔABC.



За теоремою про середню лінію маємо: $MK = \frac{1}{2}BC$ або $BC = 2MK$. $P_{\Delta MAK} = MA + AK + MK = 17$ (см).
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 2AM + 2AK + 2MK = 2(AM + AK + MK) = 2 \cdot 17 = 34$ (см). *Відповідь*: 34 см.

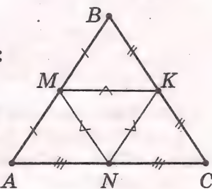
194. Див. рис. до №192. За умовою NK, NM, MK — середні лінії ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо:

$NM = \frac{1}{2}AC$; $NK = \frac{1}{2}BC$; $KM = \frac{1}{2}AB$.

$P_{\Delta NMK} = NM + MK + NK = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AC + AB + BC) = \frac{1}{2}P_{\Delta ABC}$.

Доведено.

195. За умовою NM, MK, NK — середні лінії ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо:



$NM = \frac{1}{2}BC$; $MK = \frac{1}{2}AC$; $NK = \frac{1}{2}AB$.

За умовою $NM = MK = NK$. Отже, маємо:

$\frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB$, звідси маємо: $AB = BC = AC$.

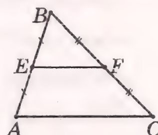
Тому ΔABC — рівносторонній. *Відповідь*: рівносторонній.

196. Див. рис. до №195.За умовою NM — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $NM \parallel BC$ і $NM = \frac{1}{2}BC$.

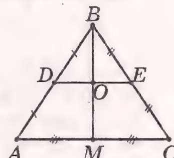
За означенням середньої лінії маємо: M — середина сторони AB: $AM = MB$ і N — середина сторони AC: $AN = NC$.
За умовою MK — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутник маємо: $MK = \frac{1}{2}AC$ і K є серединою сторони BC: $BK = KC$.
За умовою NK — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $NK = \frac{1}{2}AB$. Розглянемо ΔAMN, ΔNKC, ΔMBK, ΔNMK.

1) $AM = MB = NK = \frac{1}{2}AB$. 2) $AN = NC = MK = \frac{1}{2}AC$.

3) $MN = BK = KC = \frac{1}{2}BC$. За III ознакою рівності трикутників маємо:
$\Delta AMK = \Delta NKC = \Delta MBK = \Delta NMK$. Доведено.



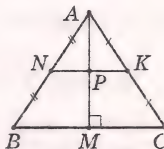
197. За умовою E — середина сторони AB; F — середина сторони BC. За означенням середньої лінії трикутника маємо: EF — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $EF = \frac{1}{2}AC$ або $AC = 2EF$. За умовою $AC > EF$ на 7 см. Нехай $EF = x$ см, тоді $AC = x + 7$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 7 = 2x$; $x - 2x = -7$; $-x = -7$; $x = 7$. Отже, маємо: $AC = 2 \cdot 7 = 14$ (см). *Відповідь*: 14 см.



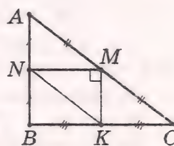
198. За умовою DE — середня лінія трикутника. За означенням середньої лінії маємо D — середина AB, E — середина BC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $DE \parallel AC$. Розглянемо ΔABM. D — середина AB і $DO \parallel AM$. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $BO = OM$ і $DO = \frac{1}{2}AM$,

$AM = \frac{1}{2}AC$ (BM — медіана ΔABC), $DO = \frac{1}{2}AC$. Розглянемо ΔBMC.
$OE \parallel MC$. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: OE — середня лінія ΔMBC. $OE = \frac{1}{2}MC$, $MC = \frac{1}{2}AC$, $OE = \frac{1}{4}AC$. Отже, маємо:

$DO = OE = \frac{1}{4}AC$. Доведено.

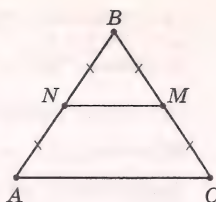


199. За умовою AM — висота ($AM \perp BC$). За умовою NK — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо $NK \parallel BC$. Якщо $BC \perp AM$ і $BC \parallel NK$, тому $NK \perp AM$. Доведено.



200. За умовою NM, MK, NK — середні лінії трикутника. За теоремою про середні лінії трикутника маємо:
$NM \parallel BC$, $MK \parallel AB$, $NK \parallel AC$, $NM = \frac{1}{2}BC$, $MK = \frac{1}{2}AB$.
За умовою $NM \perp MK$. Отже, маємо:
$NM \perp MK$, $NM \parallel BC$ і $MK \parallel AB$, звідки $AB \perp BC$ або $\angle B = 90°$. За умовою $NM = MK$. Отже, ΔABC — прямокутний і рівнобедрений ($BC = AB$). За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо:
$\angle A = \angle C = (180° - 90°) : 2 = 45°$. *Відповідь*: 45°, 45°, 90°.

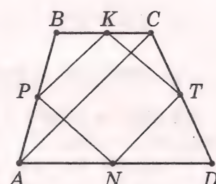
201. За умовою NM — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо:



$NM = \frac{1}{2} AC$ або $AC = 2NM$, $AC = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. За умовою $AB = BC$. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = x$ см. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x + 12 = 46$; $2x + 12 = 46$; $2x = 46 - 12$; $2x = 34$; $x = 34 : 3$; $x = 17$. Отже, маємо: $AB = BC = 17$ см. *Відповідь*: 12 см, 17 см, 17 см.

202. Розглянемо ΔABC. За умовою P — середина сторони AB і K — середина сторони BC. За означенням середньої лінії трикутника маємо: PK — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $PK = \frac{1}{2} AC$.



Аналогічно у ΔADC: NT — середня лінія,

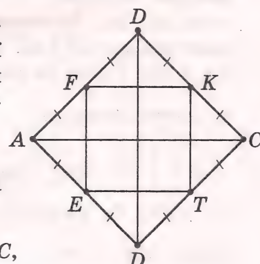
$NT = \frac{1}{2} AC$; у ΔABD: PN — середня лінія, $PN = \frac{1}{2} BD$;

у ΔBCD: KT — середня лінія,

$KT = \frac{1}{2} BD$. $P_{NPKT} = NP + PK + KT + NT = \frac{1}{2} BD + \frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} BD + \frac{1}{2} AC =$

$= \left(\frac{1}{2} BD + \frac{1}{2} BD\right) + \left(\frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} AC\right) = BD + AC = 28$ см. *Відповідь*: 28 см.

203. За умовою F — середина сторони AB і K — середина сторони BC. За означенням середньої лінії трикутника маємо: FK — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $FK \parallel AC$ і $FK = \frac{1}{2} AC$,



$FK = 8 : 2 = 4$ (см). За умовою E — середина сторони AD і T — середина сторони CD.

ET — середня лінія ΔADC; $ET \parallel AC$, $ET = \frac{1}{2} AC$,

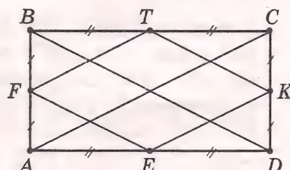
$ET = 8 : 2 = 4$ (см). Отже, маємо: $FK \parallel AC$ і $ET \parallel AC$, тоді $FK \parallel ET$.

У ΔABD: EF — середня лінія, $FE \parallel BD$, $FE = \frac{1}{2} BD$, $FE = 14 : 2 = 7$ (см).

У ΔBCD: KT — середня лінія, $KT \parallel BD$, $KT = \frac{1}{2} BD$, $KT = 14 : 2 = 7$ (см).

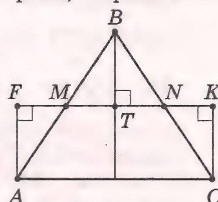
Отже, маємо: $KT \parallel BD$ і $FE \parallel BD$, тоді $KT \parallel FE$. Отже, $FKTE$ — паралелограм. За умовою $ABCD$ — ромб. AC і BD — діагоналі. За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC \perp BD$. Тоді $FE \perp FK$, $FK \perp KT$, $KT \perp ET$, $ET \perp FE$. Отже, $FKTE$ — прямокутник. *Відповідь*: $FKTE$ — прямокутник, $FK = ET = 4$ см, $KT = FE = 7$ см.

204. За умовою $ABCD$ — прямокутник. За властивістю діагоналей прямокутника маємо $AC = BD$ (діагоналі прямокутника). Розглянемо ΔABC. За умовою F — середина сторони AB, T — середина сторони BC. За означенням середньої лінії трикутника



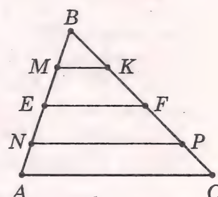
маємо FT — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $FT \parallel AC$, $FT = \frac{1}{2}AC$, $FT = 12 : 2 = 6$ (см). Аналогічно маємо у ΔACD: EK — середня лінія, $EK = \frac{1}{2}AC$, $EK \parallel AC$, $EK = 12 : 2 = 6$ (см). У ΔABD: $FE \parallel BD$, $FE = \frac{1}{2}BD$, $FE = 12 : 2 = 6$ (см). У ΔBCD: TK — середня лінія, $TK \parallel BD$, $TK = \frac{1}{2}BD$, $KT = 12 : 2 = 6$ (см). Отже, маємо $AC \parallel FT$ і $AC \parallel EK$, отже, $FT \parallel EK$, також $BD \parallel FE$, $BD \parallel TK$. Отже, $FE \parallel TK$. Звідси маємо $FTKE$ — паралелограм і $FE = EK = TK = FT = 6$ см, тоді $FTKE$ — ромб. *Відповідь*: $FTKE$ — ромб; сторона 6 см.

205. За умовою у ΔABC MN — середня лінія. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $MN \parallel AC$. Якщо $MN \in a$, тоді $a \parallel AC$. $FA \perp a$ і $CK \perp a$. $FA = CK$ (відстань між паралельними прямими). Розглянемо ΔBTN і ΔKCN — прямокутні. 1) $\angle BTN = \angle CKN = 90°$); 2) $\angle BNT = \angle NKC$ (вертикальні); 3) $BN = NC$ (N — середина BC). За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо:



$\Delta BNT = \Delta CNK$. За властивістю рівних фігур маємо: $BT = CK$. Отже, $BT = CK = AF$. Доведено.

206. Виконаємо додаткові побудови:
На стороні AB позначаємо точки E і N такі, що $BM = ME = EN = NA$ ($AM = 3BM$). На стороні BC позначаємо точки F і P такі, що $BK = KF = FP = PC$ ($KC = 3BK$). Розглянемо ΔEBF. Якщо $EM = MB$ і $BK = KF$, тоді MK — середня лінія. За теоремою про середню лінію трикутника маємо $MK \parallel EF$ і $MK = \frac{1}{2}EF$. РозглянемоΔABC.

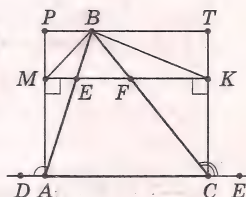


Якщо $MB = ME = EN = NA$, тоді $MB + BE = EN + NA$, $EB = EA$ і $BK = KF = FP = PC$, $BK + KF = FP + PC$, $BF = FC$. Отже, маємо: EF — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $EF \parallel AC$, $EF = \frac{1}{2}AC$. Отже, ми отримали $EF \parallel MK$ і $EF \parallel AC$, звідси маємо $MK \parallel AC$. Доведено. $MK = \frac{1}{2}EF$ і $EF = \frac{1}{2}AC$, $MK = \frac{1}{4}AC$, $MK = 16 : 4 = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

207. За умовою ΔABC, $\angle BAD$ — зовнішній кут ΔABC. Нехай $\angle BAC = x$, $\angle BAD = 180° - x$ (суміжний з $\angle BAC$). За умовою AP — бісектриса $\angle BAD$. За означенням бісектриси кута маємо:

$$\angle BAP = \angle DAP = \frac{1}{2}\angle BAD,$$

$$\angle BAP = (180° - x) : 2 = 90° - \frac{x}{2}.$$



Розглянемо ΔBMA — прямокутний ($BM \perp AP$, $\angle BMA = 90°$).
За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо:

$\angle MBA + \angle BAM = 90°$, $\angle MBA = 90° - \left(90° - \frac{x}{2}\right) = 90° - 90° + \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$.

Аналогічно $\angle BCE$ — зовнішній кут ΔABC. Нехай $\angle BCA = y$, тоді $\angle BCE = 180° - y$ (суміжний з $\angle BCA$). CT — бісектриса $\angle BCE$.

$\angle BCT = \angle TCE = \frac{1}{2}\angle BCE$, $\angle BCT = (180° - y) : 2 = 90° - \frac{y}{2}$.

Розглянемо ΔBKC — прямокутний ($BK \perp CT$, $\angle BKC = 90°$).

За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо:

$\angle KBC + \angle BCK = 90°$, $\angle KBC = 90° - \left(90° - \frac{y}{2}\right) = 90° - 90° + \frac{y}{2} = \frac{y}{2}$.

Виконаємо додаткову побудову: через точку B проведемо пряму $a \parallel AC$. $\angle PBA = \angle BAC$ (внутрішні різносторонні). Отже, $\angle PBA = x$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle PBA = \angle PBM + \angle MBA$, $\angle PBM = x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$.

Отже, $\angle PBM = \angle MBA = \frac{x}{2}$. MB — бісектриса $\angle PBA$. За умовою AB — висота, отже, за властивістю рівнобедреного трикутника маємо: ΔPBA — рівнобедрений ($PB = BA$), MB — медіана, M — середина PA.

Аналогічно $\angle TBC = \angle BCA$ (внутрішні різносторонні), отже, $\angle TBC = y$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle TBC = \angle TBK + \angle KBC$, отже,

$\angle TBK = y - \frac{y}{2} = \frac{y}{2}$. Отже, $\angle TBK = \angle KBC = \frac{y}{2}$. BK — бісектриса $\angle TBC$.

За умовою BK — висота, отже, за властивістю рівнобедреного трикутника маємо: ΔTBC — рівнобедрений ($BC = BT$). BK — медіана, K — середина CT. Побудуємо відрізок MK, $MK \cap AB = E$, $MK \cap BC = F$. Отже, отримали M — середина AP, K — середина CT, тому $MK \parallel AC$, $MK \parallel a$.

Розглянемо ΔABP: $ME \parallel BP$ і проходить через точку M — середину AB. ME — середня лінія ΔABP за теоремою про середню лінію трикутника маємо: $ME = \frac{1}{2}PB$ ($PB = BA$), $ME = \frac{1}{2}BA$. Розглянемо ΔBCT.

$FK \parallel BT$ і проходить через точку B — середину CT. FK — середня лінія ΔBCT. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $FK = \frac{1}{2}BT$ ($BT = BC$), $FK = \frac{1}{2}BC$. Розглянемо ΔABC. FE — середня лінія ΔABC.

За теоремою про середню лінію маємо: $EF = \frac{1}{2}AC$.

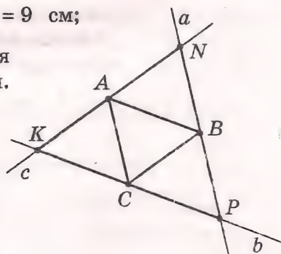
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 8$ см $| : 2$;

$\frac{1}{2}(AB + BC + AC) = 18 : 2$; $\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AC = 9$ см;

$ME + EF + FK = MK$ (за аксіомою вимірювання відрізків). $MK = 9$ см. $ME + FK + EF = 9$ см.

Відповідь: 9 см.

208. *Побудова.*



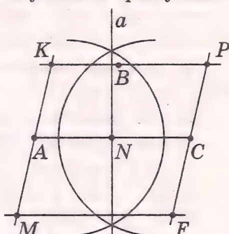
Нехай A, B, C — середини сторін трикутника.

1) Побудуємо відрізки AB, BC, AC.

2) AB, BC, AC — середні лінії трикутника.

3) Через точку B проведемо пряму a ($a \parallel AC$).
4) Через точку C проведемо пряму b ($b \parallel AB$).
5) Через точку A проведемо пряму c ($c \parallel CB$).
6) Прямі $a \cap b = N$, $b \cap c = P$, $c \cap a = K$. ΔNPK — шуканий трикутник.

209. *Побудова.*

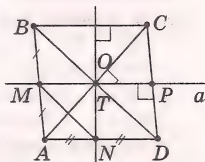


Нехай A, B, C — середини трьох сторін паралелограма. 1) Будуємо відрізок AC.
2) Ділимо відрізок AC навпіл.
(Будуємо дуги з центрами у точках A і C одного радіуса. Через точки перетину дуг будуємо пряму a — серединний перпендикуляр до відрізка AC).

$AN = NC = \frac{1}{2}AC$, $a \cap AC = N$.

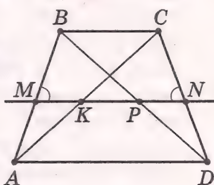
3) Через точку B проведемо пряму b ($b \parallel AC$).
4) На прямій b від точки B в обидва боки відкладаємо відрізки, які дорівнюють $\frac{1}{2}AC$ $\left(BP = PK = \frac{1}{2}AC\right)$. 5) Будуємо прямі AK і CP. 6) На прямій AK за точку A відкладаємо відрізок $AM = AK$. 7) На прямій CP за точку C відкладаємо відрізок $CE = CP$. 8) Будуємо відрізок ME. $MKPE$ — шуканий паралелограм.

210. Нехай M — середина сторони AB, N — середина сторони AD, T — середина діагоналі AC.

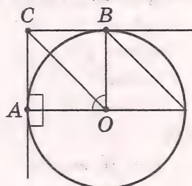


$MP \perp CD$, $a \cap CD = P$, $NQ \perp BC$, $a \cap BC = Q$.
Розглянемо ΔABD. MN — середня лінія ΔABD.
За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $MN \parallel BD$. Розглянемо ΔABC.
MT — середня лінія ΔABC, $MT \parallel BC$. Розглянемо ΔACD. NT — середня лінія ΔACD, $NT \parallel CD$. Тому висоти трикутника MNT належать прямим AC, NQ і MP. Тому ці прямі перетинаються у одній точці. Доведено.

211. Розглянемо ΔABD. K — середина діагоналі AC, P — середина діагоналі BD, MP — середня лінія ΔABD. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $MP \parallel AD$. За ознакою паралельних прямих маємо: $MP \parallel AD$, AB — січна; $\angle BMP = \angle BAD$ (відповідні). Розглянемо ΔACD. KN — середня лінія ΔACD. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $KN \parallel AD$. За ознакою паралельних прямих $KN \parallel AD$, CD — січна, $\angle CNK = \angle CDA$ (відповідні). За умовою $AB = CD$. За властивістю опуклих чотирикутників маємо: $\angle BAD = \angle CDA$, отже, $\angle BAD = \angle CDA$, $\angle BMP = \angle BAD$, $\angle CNK = \angle CDA$. Тому $\angle CNM = \angle BMN$. Доведено.



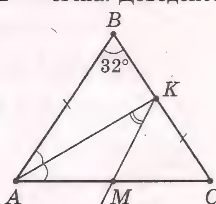
212. Розглянемо ΔOAC і ΔOBC. За властивістю дотичних, проведених до кола, маємо: $OA \perp AC$ і $OB \perp CB$.
1) $\angle CAO = \angle CBO = 90°$; 2) $OA = OB = R$ (радіуси);
3) OC — спільна сторона.
За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta AOC = \Delta BOC$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle COA = \angle BOC$. Нехай $\angle COA = x$, тоді $\angle COB = x$.
Розглянемо ΔDOB — рівнобедрений ($DO = OB = R$).



За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle OBD = \angle ODB$.

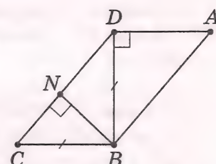
За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$, $\angle AOB = x + x = 2x$. $\angle AOB$ і $\angle BOD$ — суміжні. За теоремою про суміжні кути маємо: $\angle AOB + \angle BOD = 180°$, $\angle BOD = 180° - 2x$. Розглянемо ΔBOD. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle BOD + \angle OBD + \angle ODB = 180°$, $\angle OBD + \angle ODB = 180° - (180° - 2x) = 180° - 180° + 2x = 2x$. $\angle OBD = \angle ODB = (2x) : 2 = x$. Отже, маємо: $\angle AOC = \angle ODB$ (відповідні). За ознакою паралельних прямих маємо: $CO \parallel BD$, AD — січна. Доведено.

213. Розглянемо ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BAC = \angle C$. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle B + \angle C + \angle BAC = 180°$, $\angle BAC = \angle C = (180° - \angle B) : 2$, $\angle BAC = (180° - 32°) : 2 = 148° : 2 = 74°$. За умовою AK — бісектриса $\angle BAC$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle BAK = \angle KAM = \angle BAC : 2$; $\angle KAM = 74° : 2 = 37°$.



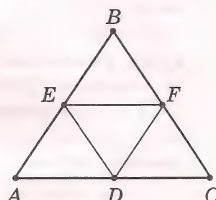
За умовою $AB \parallel KM$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BAM = \angle KMC = 74°$ (відповідні). $\angle KMC$ — зовнішній кут ΔAMK. За теоремою про зовнішній кут маємо: $\angle KMC = \angle KAM + \angle AKM$. $\angle AKM = \angle KMC + \angle KAM$, $\angle AKM = 74° - 37° = 37°$.
Відповідь: 37°.

214. За умовою BD — висота паралелограма $ABCD$ і $BD = BC$. Розглянемо ΔDBC — прямокутний, рівнобедрений ($\angle DBC = 90°$) ($DB = BC$). За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BCD = \angle CDB$. За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle BCD + \angle CDB = 90°$. $\angle BCD = \angle CDB = 90° : 2 = 45°$.



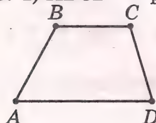
За умовою $BN \perp CD$, BN — висота. За властивістю рівнобедреного трикутника маємо: BN — медіана і бісектриса. $\angle CBN = \angle DBN = 90° : 2 = 45°$, $CN = ND$, $CD = 2CN$. Розглянемо ΔCNB — прямокутний ($\angle BNC = 90°$). $\angle NCB = \angle NBC = 45°$. Отже, за властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: ΔCNB — рівнобедрений, $CN = NB = 4$ см, $CD = 4 \cdot 2 = 8$ (см). *Відповідь*: 8 см.

215. Нехай задано рівносторонній ΔABC. Поділимо цей трикутник зі стороною 1 м на чотири рівносторонні трикутники. EF — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $EF = \frac{1}{2}AC$, $EF = 1 : 2 = 0,5$ м. E — середина сторони AB: $AE = EB = AB : 2 = 0,5$ (м). F — середина сторони BC:

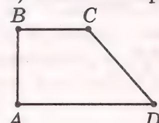


$BF = FC = BC : 2 = 0,5$ (м). D — середина сторони AC: $AD = DC = AC : 2 = 0,5$ (м). В одному з цих трикутників лежить принаймні дві з п'яти точок. Отже, відстань між цими точками не може бути більшою за 0,5 м. Доведено.

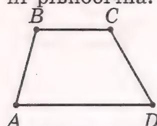
216. 1) $ABCD$ — рівнобічна.



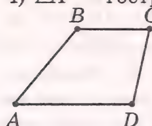
2) $ABCD$ — прямокутна.



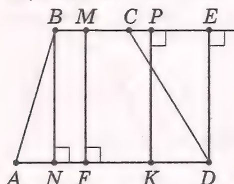
3) $ABCD$ — ні прямокутна, ні рівнобічна.



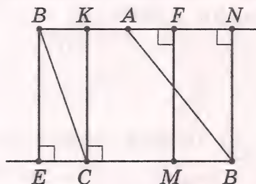
4) $\angle A$ — гострий, $\angle D$ — тупий.



217. а) BN, MF, KP, DE — висоти;



б) BN, MF, KC, DE — висоти.



218. а) Трапеція $AMCD$ (основи MC і AD, AM і CD — бічні сторони); трапеція $ABCK$ (основи BC і AK, AB і KC — бічні сторони);
б) трапеція $ABDE$ (основи BD і AE, DE і BA — бічні сторони);
в) трапеція $BCKA$ (основи BC і AK, AB і CK — бічні сторони); трапеція $AMCD$ (основи MC і AD, AM і CD — бічні сторони).

219. а) $ABCD$ — трапеція, BC і AD — основи, AB і CD — бічні сторони;
б) $ABCD$ не є трапецією;
в) $ABCD$ — трапеція, BC і AD — основи, AB і CD — бічні сторони.

220. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $BC = 13$ см, $AD = 21$ см, $P_{ABCD} = 52$ см. Знайдемо AB. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. $52 = 2AB + 13 + 21$, так як $AB = CD$; $52 = 2AB + 34$; $2AB = 52 - 34$; $2AB = 18$; $AB = 9$ см. *Відповідь*: 9 см.

221. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = 5{,}6$ см, $CD = 7{,}8$ см, $P_{ABCD} = 49$ см. AD на 7,4 см більше, ніж BC. Знайдемо BC і AD. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. Нехай $BC = x$ (см), тоді $AD = x + 7{,}4$ (см), оскільки $P_{ABCD} = 49$ см, то складемо рівняння: $5{,}6 + 7{,}8 + x + x + 7{,}4 = 49$; $20{,}8 + 2x = 49$; $2x = 49 - 20{,}8$; $2x = 28{,}2$; $x = 14{,}1$. $BC = 14{,}1$ см. $AD = 14{,}1 + 7{,}4 = 21{,}5$ см.
Відповідь: $BC = 14{,}1$ см, $AD = 21{,}5$ см.

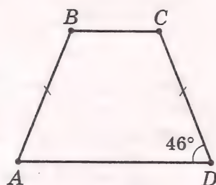
222. Див. рис. до №221. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$. Доведемо, що $\angle A + \angle B = 180°$. $\angle ABC$ і $\angle BAD$ — внутрішні односторонні при BC і AD та січній AB. Оскільки $BC \parallel AD$, то $\angle ABC + \angle BAD = 180°$.

223. 1) Див. рис. до №221. $\angle A + \angle B = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle A + 132° = 180°$, $\angle A = 180° - 132°$, $\angle A = 48°$. $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції). $\angle C + 24° = 180°$, $\angle C = 180° - 24°$, $\angle C = 156°$. *Відповідь*: $\angle A = 48°$, $\angle C = 156°$.
2) Див. рис. до №221. $\angle A + \angle B = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції). Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle B = x + 38°$, оскільки сума цих кутів 180°, то складемо рівняння: $x + x + 38 = 180$; $2x + 38 = 180$; $2x = 142$; $x = 71$. $\angle A = 71°$, $\angle B = 71° + 38° = 109°$. *Відповідь*: $\angle A = 71°$, $\angle B = 109°$.

224. Див. рис. до №221. Нехай x — одна частина, тоді $\angle C = 8x$ $\angle D = 7x$, оскільки $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути прилеглі до бічної сторони трапеції),

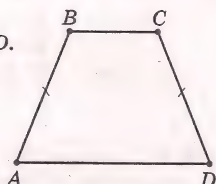
то складемо рівняння: $8x + 7x = 180$; $15x = 180$; $x = 180 : 15$; $x = 12$. $\angle C = 8 \cdot 12° = 96°$, $\angle D = 7 \cdot 12° = 84°$. *Відповідь*: $\angle C = 96°$, $\angle D = 84°$.

225. Нехай $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle D = 46°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.



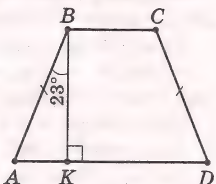
$\angle A = \angle D = 46°$ (так як трапеція рівнобічна).
$\angle C + \angle D = 180°$ (як кути прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle C + 46° = 180°$; $\angle C = 134°$. $\angle C = \angle B = 134°$ (так як трапеція рівнобічна).
Відповідь: $\angle C = \angle B = 134°$, $\angle A = \angle D = 46°$.

226. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, $\angle C - \angle A = 20°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.



$\left.\begin{array}{l}\angle A = \angle D \\ \angle B = \angle C\end{array}\right\}$ як кути прилеглі до основ в рівнобічній трапеції. Тоді $\angle C - \angle A = 20°$ або $\angle C - \angle D = 20°$.
Нехай $\angle D = x$, тоді $\angle C = x + 20$, оскільки $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути прилеглі до бічної сторони трапеції), то складемо рівняння:
$x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$. $\angle D = 80°$, $\angle A = \angle D - 80°$, $\angle C = 80° + 20° = 100°$, $\angle C = \angle B = 100°$. *Відповідь*: $\angle A = \angle D = 80°$, $\angle C = \angle B = 100°$.

227. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, BK — висота, $\angle ABK = 23°$.

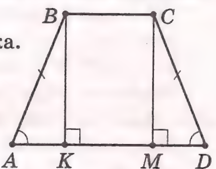


Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$ (BK — висота), $\angle ABK = 23°$,
$\angle A = 90° - 23° = 67°$. $\angle A + \angle B = 180°$ (як кути прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle B = 180° - 67°$, $\angle B = 113°$.
$\left.\begin{array}{l}\angle A = \angle D = 67° \\ \angle B = \angle C = 113°\end{array}\right\}$ як кути, прилеглі до основ і рівнобічній трапеції.
Відповідь: $\angle A = \angle D = 67°$, $\angle B = \angle C = 113°$.

228. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) ні; 5) ні.

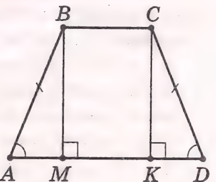
229. 1) Ні, оскільки це буде паралелограм; 2) ні, оскільки це паралелограм.

230. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle A = \angle D$. Доведемо, що трапеція $ABCD$ — рівнобока.



Проведемо висоти BK і CM. Розглянемо ΔABK і ΔDCM. 1) $\angle AKB = \angle DMC = 90°$.
2) $BK = CM$ (як висоти трапеції).
3) $\angle A = \angle D$ (за умовою). Отже, $\Delta ABK = \Delta DCM$ (за катетом і гострим кутом). З цього випливає, що $AB = CD$. Трапеція $ABCD$ — рівнобока ($AB = CD$).

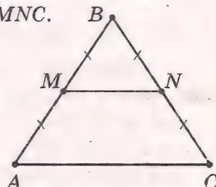
231. Нехай $ABCD$ — трапеція. $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$.
Доведемо, що $\angle A + \angle C = \angle D + \angle B = 180°$.



$\left.\begin{array}{l}\angle A = \angle D \\ \angle B = \angle C\end{array}\right\}$ як кути, прилеглі до основ в рівнобічній трапеції.
$\left.\begin{array}{l}\angle A + \angle B = 180° \\ \angle C + \angle D = 180°\end{array}\right\}$ як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції.
Тоді $\angle A + \angle C = 180°$, $\angle D + \angle B = 180°$.
Перевіримо обернене твердження: Нехай $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$,

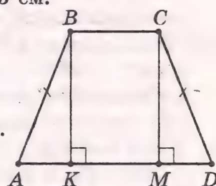
то трапеція рівнобока. Оскільки $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції), то $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$.
Проведемо висоти BM і CK і розглянемо $\triangle ABM$ і $\triangle DCK$.
1) $\angle BMA = \angle CKD = 90°$. 2) $BM = CK$ (як висоти). 3) $\angle A = \angle D$.
Отже. $\triangle ABM = \triangle DCK$ (за катетом і гострим кутом). З цього випливає, що $AB = CD$, тоді трапеції $ABCD$ — рівнобока.

232. Нехай ABC — рівносторонній трикутник, $AB = BC = AC = 6$ см.
Знайдемо P_{AMNC} і визначимо вид чотирикутника $AMNC$.



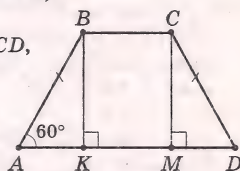
$MN = \frac{1}{2}AC = 6 : 2 = 3$ см. $NM \parallel AC$ (за властивістю середньої лінії трикутника).
Розглянемо чотирикутник $AMNC$:
$MN \parallel AC$, $AM \nparallel NC$, тоді $AMNC$ — трапеція.
$P_{AMNC} = AM + MN + NC + AC$.
$AM = \frac{1}{2}AB$, $NC = \frac{1}{2}BC$, так як $AB = BC$, то $AM = NC = 6 : 2 = 3$ см.
$P_{AMNC} = 3 + 3 + 3 + 6 = 15$ см. *Відповідь*: $P_{AMNC} = 15$ см.

233. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, BK — висота, $AK = 6$ см, $KD = 10$ см.



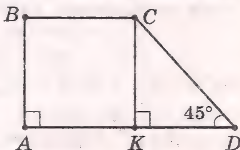
Знайдемо BC і AD. $AD = AK + KD$,
$AD = 6 + 10 = 16$ см. Проведемо висоту CM.
Розглянемо $\triangle ABK$ і $\triangle DCM$. 1) $\angle BKA = \angle CMD = 90°$.
2) $AB = CD$ (трапеція рівнобока).
3) $BK = CM$ (висоти). Отже, $\triangle ABK = \triangle DCM$ (за катетом і гіпотенузою), з цього випливає, що $AK = MD = 6$ см.
$KM = KD - MD$, $KM = 10 - 6 = 4$ см. $KBCM$ — прямокутник.
$BC = KM = 4$ см (протилежні сторони прямокутника).
Відповідь: $AD = 16$ см, $BC = 4$ см.

234. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD = 18$ см, $\angle A = 60°$, $BC + AD = 50$ см.



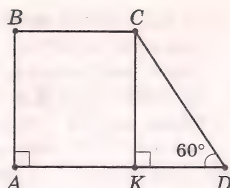
Знайдемо BC і AD.
Проведемо висоти BK і CM. Розглянемо $\triangle ABK$, $\angle K = 90°$, $\angle A = 60°$, $\angle ABK = 30°$.
$AK = \frac{1}{2}AB = 18 : 2 = 9$ см як катет, що лежить напроти кута 30°.
$\triangle ABK = \triangle DCM$ (за гострим кутом і гіпотенузою), тоді $AK = MD = 9$ см.
$KBCM$ — прямокутник. $BC = KM$ як протилежні сторони прямокутника.
$BC + AD = 50$ см. $BC + AK + KM + MD = 50$ см, $BC + 9 + KM + 9 = 50$,
$BC + KM = 50 - 18$, $BC + KM = 32$, $BC = KM = \frac{32}{2} = 16$ см. $AD = AK + KM + MD$, $AD = 9 + 16 + 9 = 34$ см. *Відповідь*: $BC = 16$ см, $AD = 34$ см.

235. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $BC = 10$ см, $AD = 24$ см, $\angle A = 90°$, $\angle D = 45°$. Знайдемо AB. Проведемо висоту CK.



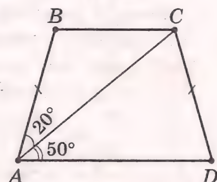
$ABCK$ — прямокутник, $BC = AK = 10$ см як протилежні сторони прямокутника.
$AD = AK + KD$, $KD = 24$ см $- 10$ см $= 14$ см.
Розглянемо $\triangle CKD$, $\angle K = 90°$, $\angle D = 45°$, тоді $\angle KCD = 45°$, отже, $\triangle CKD$ — рівнобедрений, $CK = KD = 14$ см. $AB = CK = 14$ см (протилежні сторони прямокутника). *Відповідь*: $AB = 14$ см.

236. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle A = 90°$, $\angle D = 60°$, $BC = 7$ см, $AD = 15$ см. Знайдемо CD.
Проведемо висоту CK. $ABCK$ — прямокутник, $BC = AK$, $AB = CK$ (як протилежні сторони). $BC = AK = 7$ см, $AD = AK + KD$, $KD = 15 - 7 = 8$ см. Розглянемо ΔCKD, $\angle K = 90°$,

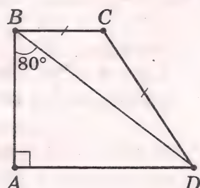


$\angle D = 60°$, тоді $\angle KCA = 30°$. $KD = \frac{1}{2}CD$ (як катет, що лежить напроти кута 30°). $KD = 8$ см, $CD = 2 \cdot 8 = 16$ см. *Відповідь*: $CD = 16$ см.

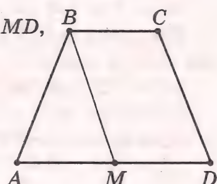
237. $\angle BCA = \angle CAD = 50°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ та січній AC). $\angle A = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle A = 20° + 50° = 70°$. $\angle A = \angle D = 70°$ (як кути при основі рівнобокої трапеції). Розглянемо ΔACD:
$\angle CAD + \angle ADC + \angle ACD = 180°$,
$50° + 70° + \angle ACD = 180$,
$\angle ACD = 180° - (50° + 70°) = 180° - 120° = 60°$.
Відповідь: $\angle ACB = 50°$, $\angle ACD = 60°$.



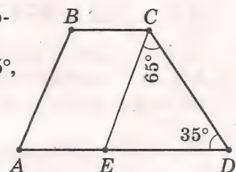
238. Розглянемо ΔABD, $\angle A = 90°$, $\angle ABD = 80°$, тоді $\angle ADB = 90° - 80° = 10°$. $\angle ADB = \angle CBD = 10°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BD). ΔBCD — рівнобедрений ($BC = CD$).
$\angle CBD = \angle CDB = 10°$.$\angle C = 180° - (10° + 10°) =$
$= 180° - 20° = 160°$. $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони в трапеції).
$\angle D = 180° - \angle C$, $\angle D = 180° - 160° = 20°$.
Відповідь: $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C = 160°$, $\angle D = 20°$.



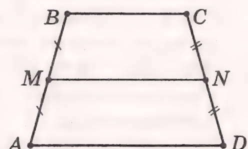
239. Розглянемо $MBCD$ — паралелограм, так як $BC \parallel MD$, $BM \parallel CD$. З цього випливає, що $BC = MD = 6$ см, $BM = CD$. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + MD + AM =$
$= AB + CD + AM + 12$,
$P_{ABCD} = AB + BM + AM = AB + CD + AM = 16$ см;
$P_{ABCD} = 16 + 12 = 28$ см.
Відповідь: $P_{ABCD} = 28$ см.



240 $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle C = 180° - 35° = 145°$, $\angle C = \angle BCE + \angle ECD = 145°$,
$\angle BCE = 145° - 65° = 80°$.
Розглянемо чотирикутник $ABCE$ ($BC \parallel AE$, $AB \parallel CE$) — паралелограм. Тоді $\left.\begin{matrix}\angle A = \angle ECB \\ \angle B = \angle AEC\end{matrix}\right\}$
як протилежні кути паралелограма. $\angle A = \angle ECB = 80°$.
$\angle A + \angle B = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle B = 180° - 80° = 100°$. *Відповідь*: $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 145°$.



241. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AC$, $AB \nparallel CD$, $BC = 9$ см, $AD = 15$ см, MN — середня лінія трапеції. Знайдемо MN.
$MN = \frac{BC + AD}{2}$, $MN = \frac{9 + 15}{2} = 12$ см.
Відповідь: $MN = 12$ см.



242. Див. рис. до №241. Нехай $ABCD$ — трапеція. $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $BC = 5$ см, MN — середня лінія, $MN = 8$ см. Знайдемо AD.

$MN = \dfrac{BC + AD}{2}$, $8 = \dfrac{5 + AD}{2}$, $16 = 5 + AD$; $AD = 11$ см.

Відповідь: $AD = 11$ см.

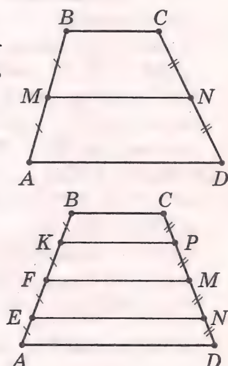
243. Див. рис. до №241. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AD > BC$ на 8 см, MN — середня лінія, $MN = 17$ см. Знайдемо BC і AD. Нехай $BC = x$ (см), $AD = x + 8$ (см). За властивістю середньої лінії $MN = (BC + AD) : 2$. Оскільки $MN = 17$ см, то складемо рівняння: $(x + x + 8) : 2 = 17$, $2x + 8 = 34$; $2x = 42$, $x = 21$. $BC = 21$ (см), $AD = 21 + 8 = 29$ (см). *Відповідь*: $BC = 21$ см, $AD = 29$ см.

244. Нехай x (см) — одна сторона, тоді $BC = 3x$ (см), $AD = 4x$ (см). За властивістю середньої лінії трапеції $MN = (BC + AD) : 2$. Оскільки $MN = 14$ см, то складемо рівняння:

$(3x + 4x) : 2 = 4$; $7x = 14 : 2$; $7x = 28$; $x = 4$.

$BC = 3 \cdot 4 = 12$ (см), $AD = 4 \cdot 4 = 16$ (см).

Відповідь: $BC = 12$ см, $AD = 16$ см.



245. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AB$, $AB \nparallel CD$. $AE = EF = FK = KB$, $DN = NM = MP = PC$, $AD = 19$ см, $BC = 11$ см. Знайдемо EN, FM.

т. F — середина AB ($AF = FB$),

т. M — середина CD ($CM = MD$).

FM — середня лінія трапеції $ABCD$.

$FM = \dfrac{BC + AD}{2}$, $FM = \dfrac{11 + 19}{2} = 15$ (см).

$FM \parallel BC \parallel AD$. $FBCM$ — трапеція ($BC \parallel FM$, $FB \nparallel CM$).

т. K — середина FB ($FK = KB$), т. P — середина CM ($CP = PM$). KP — середня лінія трапеції $FBCM$. $KP = \dfrac{BC + FM}{2}$, $KP = \dfrac{11 + 15}{2} = 13$ (см).

$AFMD$ — трапеція ($FM \parallel AD$, $AF \nparallel MD$).

т. E — середина AF ($AE = EF$), т. N — середина MD ($MN = ND$). EN — середня лінія трапеції $AFMD$. $EN = \dfrac{FM + AD}{2}$, $EN = \dfrac{15 + 19}{2} = 17$ (см).

Відповідь: $EN = 17$ см, $FM = 15$ см, $KP = 13$ см.

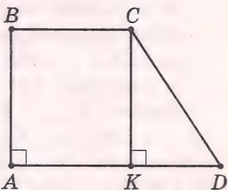
246. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$ $AB \nparallel CD$, $\angle A = 90°$, CK — висота, $AK = 7$ см, $KD = 5$ см. MN — середня лінія. Знайдемо MN.

$ABCK$ — прямокутник, так як $BC \parallel AK$.

$BA \perp AD$, $CK \perp AD$, тоді $AB \parallel CK$, $\angle A = 90°$.

Отже, $BC = AK = 7$ см. $AD = AK + KD$,

$AD = 7 + 5 = 12$ см.



$MN = \dfrac{BC + AD}{2}$, $MN = \dfrac{7 + 12}{2} = \dfrac{19}{2} = 9{,}5$ (см). *Відповідь*: $MN = 9{,}5$ см .

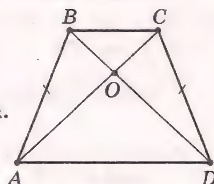
247. Див. рис. до №246. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle A = 90°$, CK — висота, MK — середня лінія, $MK = 9$ см, $AK > KD$ у 2 рази. Знайдемо BC і AD. За властивістю середньої лінії трапеції $MK = \dfrac{BC + AD}{2}$.

$ABCK$ — прямокутник ($BC \parallel AK$, $AB \parallel CK$, $\angle A = 90°$), тоді $BC = AK$. Нехай $KD = x$ (см), $AK = 2x$ (см). $AD = AK + KD$, $AD = x + 2x = 3x$ (см).

$BC = 2x$ (см). $9 = \frac{2x + 3x}{2}$, $18 = 5x$, $x = 3{,}6$. $BC = 3{,}6 \cdot 2 = 7{,}2$ (см),

$AD = 3{,}6 \cdot 3 = 10{,}8$ (см). *Відповідь*: $BC = 7{,}2$ см, $AD = 10{,}8$ см.

248. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, $AC \cap BD =$ т. O. Доведемо, що $AO = OD$, $BO = OC$. Розглянемо ΔABD і ΔDCA.



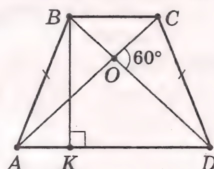
$\left.\begin{matrix} 1)\ AB = CD \\ 2)\ \angle A = \angle D \end{matrix}\right\}$ $ABCD$ — рівнобічна. 3) AD — спільна.

Отже, $\Delta ABD = \Delta DCA$ (за I ознакою рівності трикутників).

З цього випливає, що $\angle ABD = \angle DCA$. Розглянемо ΔABO і ΔDCO.

1) $AB = CD$. 2) $\angle ABO = \angle DCO$. 3) $\angle BAO = \angle CDO$ (так як в цих трикутниках дві пари кутів рівні, $\angle BOA = \angle COD$ як вертикальні, $\angle ABO = \angle DCO$). Отже, $\Delta ABO = \Delta DCO$ (за II ознакою рівності трикутників), з цього випливає, що $BO = OC$, $AO = OD$.

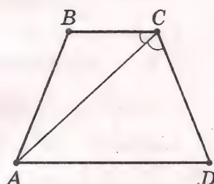
249. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, AC і BD — діагоналі, $AC \cap BD =$ т. O, $\angle COD = 60°$, BK — висота, $BK = h$. Знайдемо AC. ΔAOD — рівнобедрений ($AO = OD$), тоді $\angle OAD = \angle ODA$. $\angle COD = 60°$ — зовнішній кут ΔAOD при вершині O.



$\angle COD = \angle OAD + \angle ODA = 60°$, $\angle OAD = \angle ODA = \frac{1}{2} \cdot 60° = 30°$.

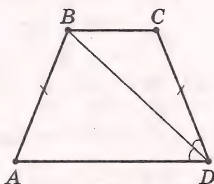
Розглянемо ΔBKD: $\angle K = 90°$, $\angle BDA = 30°$, тоді катет $BK = \frac{1}{2}BD$ (лежить проти кута 30°). $h = \frac{1}{2}BD$, $BD = 2h$. $BD = AC = 2h$ (як діагоналі рівнобокої трапеції). *Відповідь*: $AC = 2h$.

250. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, AC — діагональ, $\angle BCA = \angle ACD$, $BC : AD = 2 : 5$, $P_{ABCD} = 68$ см. Знайдемо AB, BC, CD, AD. Нехай x (см) — одна частина, тоді $BC = 2x$ (см), $AD = 5x$ (см).

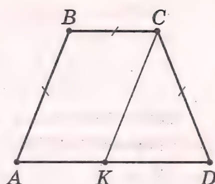


$\angle BCA = \angle ACD$ (за умовою). $\angle BCA = \angle CAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC), тоді $\angle BCA = \angle ACD = \angle CAD$, з цього випливає, що ΔACD — рівнобедрений з основою AC. $CD = AD$. Так як трапеція рівнобічна, то $CD = AB = AD = 5x$ (см). $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$, $5x + 2x + 5x + 5x = 68$, $17x = 68$, $x = 4$. $BC = 2 \cdot 4 = 8$ (см), $AD = 5 \cdot 4 = 20$ (см), $CD = AB = 20$ (см). *Відповідь*: $CD = AB = AD = 20$ см, $BC = 8$ см.

251. $\angle ADB = \angle DBC$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BD). $\angle CDB = \angle DBA$ (за умовою). $\angle CDB = \angle BDA = \angle CBD$, з цього випливає, що ΔBCD — рівнобедрений з основою BD. $CD = BC$. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$, $AB + BC + CD + 24 = 60$, $AB + BC + CD = 36$, $AB = BC = CD = 36 : 3 = 12$ (см). *Відповідь*: $AB = BC = CD = 12$ см.



252. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$.



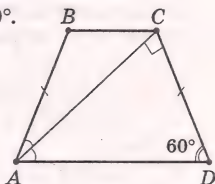
Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$. Проведемо $CK \parallel AB$, тоді $ABCK$ — паралелограм ($AB \parallel CK$, $BC \parallel AK$), $AB = CK = a$, $BC = AK = a$. Розглянемо ΔKCD, $CK = CD = a$, $KD = AD - AK = 2a - a = a$, $KC = CD = KD = a$, тоді ΔKCD — рівносторонній. $\angle KCD = \angle D = \angle CKD = 60°$.

$\angle D + \angle C = 180°$ (як прилеглі до бічної сторони трапеції).

$\angle C = 180° - 60° = 120°$. $\left.\begin{array}{l}\angle A = \angle D = 60° \\ \angle C = \angle B = 120°\end{array}\right\}$ так як трапеція рівнобока.

Відповідь: $\angle A = \angle D = 60°$, $\angle C = \angle B = 120°$.

253. Розглянемо ΔACD, $\angle C = 90°$, $\angle D = 60°$, $\angle CAD = 30°$.



Катет, що лежить напроти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи в прямокутному трикутнику.

$CD = \frac{1}{2}AD$. Нехай $CD = x$ (см), тоді $AD = 2x$ (см).

$\angle CAD = \angle BCA = 30°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC).

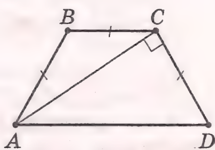
$\angle BAC = \angle CAD = \angle BCA = 30°$. Тоді ΔBAC — рівнобедрений з основою AC. $AB = BC$. $\angle A = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle A = 30° + 30° = 60°$.

Оскільки $\angle A = \angle D = 60°$, то трапеція $ABCD$ — рівнобічна і $AB = CD$.

$AB = BC = CD = x$ (см). $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$, $P_{ABCD} = x + x + x + 2x$, $40 = 5x$, $x = 8$. $AB = BC = CD = 8$ (см), $AD = 2 \cdot 8 = 16$ (см).

Відповідь: $CD = 8$ см, $AD = 16$ см.

254. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = BC = CD$, AC — діагональ, $AC \perp CD$.



Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$. $\angle BCA = \angle CAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC). $\angle BCA = \angle BAC$ (ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$). $\angle BCA = \angle BAC = \angle CAD = x$, $\angle A = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle A = x + x = 2x$,

$\angle A = \angle D = 2x$ (кути при основі рівнобокої трапеції). Розглянемо ΔACD. $\angle ACD = 90°$, $\angle CAD + \angle D = 90°$, $x + 2x = 90$, $3x = 90$, $x = 30$.

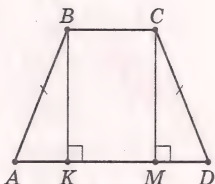
$\angle A = 2 \cdot 30° = 60°$, $\angle A = \angle D = 60°$.

$\angle A + \angle B = 180°$ (як кути прилеглі до бічної сторони трапеції).

$\angle B = 180° - 60° = 120°$, $\angle B = \angle C = 120°$.

Відповідь: $\angle A = \angle D = 60°$, $\angle B = \angle C = 120°$.

255. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, BK — висота. $BK = \frac{AD - BC}{2}$.



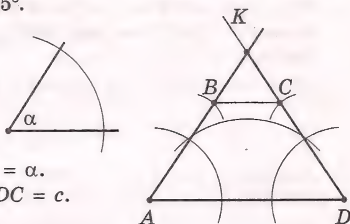
З'ясуємо, за яких умов це можливо.

$BK = \frac{AD - BC}{2}$, $2BK = AD = BC$. Проведемо висоту CM. $KBCM$ — прямокутник ($BC \parallel KM$, $BK \parallel CM$, $\angle K = 90°$).

$\left.\begin{array}{l}BC = KM \\ BK = CM\end{array}\right\}$ протилежні сторони прямокутника. $AD = AK + KM + MD$, $AD - BC = AK + MD$, $2BK = AK + MD$. Розглянемо ΔABK і ΔDCM.

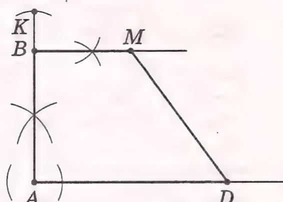
1) $\angle BKA = \angle CMD = 90°$ (BK і AM — висоти). 2) $BK = CM$ (висоти трапеції). 3) $AB = CD$ (бічні сторони рівнобокої трапеції).
Отже, $\Delta ABK = \Delta DCM$ (за катетом і гіпотенузою), з цього випливає, що $AK = MD$. $2BK = 2AK$, $BK = AK$. Тоді ΔABK — прямокутний і рівнобедрений. $\angle A = \angle ABK = 45°$. Отже, дана умова виконується для рівнобедреної трапеції з гострим кутом 45°.

256. *Дано*: a, b



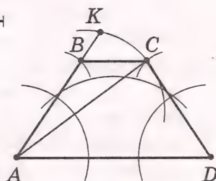
Побудувати: $ABCD$ — трапеція, $AB = b$, $AB = CD = c$, $\angle A = \angle D = \alpha$.
Побудова.
1) Побудуємо ΔABD ($AD = b$, $AB = c$, $\angle A = \alpha$). 2) Побудувати $\angle ADK = \alpha$.
3) На промені DK відкласти відрізок $DC = c$.
4) $ABCD$ — шукана трапеція.

257. *Дано*: a, b, c



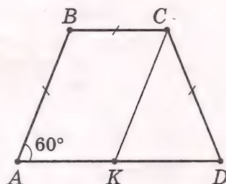
Побудувати: $ABCD$ — трапеція, $\angle A = 90°$, $BC = a$, $AD = b$, $AB = c$.
Побудова.
1) Провести $AD = b$. 2) $\angle KAD = 90°$.
3) На промені AK відкласти $AB = c$.
4) $\angle ABM = 90°$.
5) На промені BM відкласти $BC = a$.
6) $ABCD$ — шукана трапеція.

258. *Дано*: b, c, d



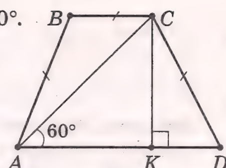
Побудувати: $ABCD$ — трапеція, $AB = CD = c$, $AB = b$, $AC = d$.
Побудова.
1) Побудувати ΔACD ($AD = b$, $CD = c$, $AC = d$).
2) Побудувати $\angle DAK = \angle CDA$.
3) На промені AK відкласти $AB = c$.
4) $ABCD$ — шукана трапеція.

259. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD = 6$ см, $AD = 10$ см, $\angle A = 60°$, MN — середня лінія. Знайдемо MN.

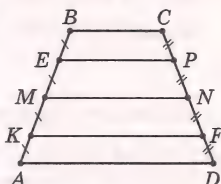


$MN = \dfrac{BC + AD}{2}$. Проведемо $CK \parallel AB$.
Чотирикутник $ABCK$ — паралелограм ($AB \parallel CK$, $BC \parallel AK$). $\left.\begin{array}{l} AB = CK = 6 \text{ см} \\ BC = AK \end{array}\right\}$ як протилежні сторони паралелограма. ΔCKD — рівнобедрений ($CK = CD$).
$\angle BAK = \angle CDK = 60°$ (як кути при основі рівнобокої трапеції), тоді ΔCKD — рівносторонній, $CK = CD = KD = 6$ см. $AD = AK + KD$, 10 см = $= AK + 6$ см, $AK = 10 - 6 = 4$ см. $AK = BC = 4$ см. $MN = \dfrac{4 + 10}{2} = \dfrac{14}{2} = 7$ см.
Відповідь: $MN = 7$ см.

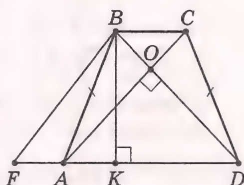
260. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, $AC = 14$ см, $\angle CAD = 60°$, MN — середня лінія. Знайдемо MN. $MN = \dfrac{BC + AD}{2}$.
Проведемо висоту CK. Розглянемо ΔACK.



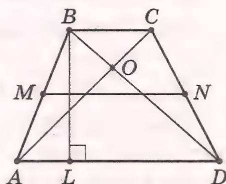
$\angle K = 90°$, $\angle CAK = 60°$, тоді $\angle ACK = 90° - 60° = 30°$. В прямокутному трикутнику катет, що лежить напроти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи $\left(AK = \frac{1}{2}AC\right)$, $AK = 14 : 2 = 7$ (см).
За властивістю рівнобічної трапеції $AK = MN$ (середні лінії трапеції), $MN = 7$ см.
Відповідь: $MN = 7$ см.



261. $AM = MB$, $AK = KM = \frac{1}{2}AM$, $ME = EB = \frac{1}{2}MB$, тоді $AK = KM = ME = EB$.
$DN = NC$, $DF = FN = \frac{1}{2}DN$, $PN = CP = \frac{1}{2}CN$, тоді $DF = FN = NP = PC$.
$KEPF$ — трапеція, MN — середня лінія.
$MN = \frac{EP + KF}{2}$, $MN = \frac{15 + 19}{2} = 17$ (см). $MBCN$ — трапеція, EP — середня лінія. $EP = \frac{BC + MN}{2}$, $15 = \frac{BC + 17}{2}$, $30 = BC + 17$, $BC = 13$ (см). $AMND$ — трапеція, KF — середня лінія.
$KF = \frac{AD + MN}{2}$, $19 = \frac{AD + 17}{2}$, $38 = AD + 17$, $AD = 21$ (см).
Відповідь: $BC = 13$ см, $AD = 21$ см.

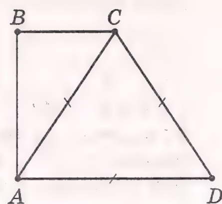


262. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, AC і BD — діагоналі, $AC \perp BD$, $AC \cap BD =$ т. O, BK — висота, MN — середня лінія. Доведемо, що $BK = MN$. Проведемо $BF \parallel AC$ і продовжимо AD до перетину з BF. Чотирикутник $BCAF$ — паралелограм ($BC \parallel FA$ як основи трапеції, $FB \parallel AC$ за побудовою).
Отже, $FB = AC$, $FA = BC$, $FD = FA + AD = BC + AD$.
ΔFBD — прямокутний (якщо пряма перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і іншій). Оскільки в рівнобедреній трапеції діагоналі рівні, а $BF = AC$, то $BF = BD$, тобто ΔFBD — рівнобедрений з основою FD. Висота BK є медіаною, тоді
$BK = \frac{1}{2}FD = \frac{FA + AD}{2} = \frac{BC + AD}{2} = MN$, отже, $BK = MN$.



263. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, BL — висота, MN — середня лінія, $BL = MN$. Доведемо, що $AC \perp BD$.
За властивістю рівнобокої трапеції $LD = MN$.
$MN = BL$, тоді $LD = BL$.
ΔBLD — рівнобедрений прямокутний, отже, $\angle BDL = 45°$.
$\angle CBD = \angle BDA = 45°$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BD).
В рівнобедреній трапеції діагоналі рівні.
ΔBOC — рівнобедрений ($BO = OC$), $\angle OBC = \angle BCO = 45°$, $\angle BOC = 180° - 45° - 45° = 90°$. Отже, $AC \perp BD$.

264. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $BA \perp AD$, AC — діагональ, ΔACD — рівносторонній. $AC = CD = AD = a$, MN — середня лінія.

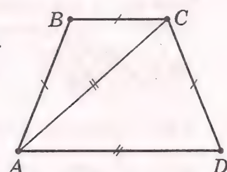


Знайдемо MN. $MN = \dfrac{BC + AD}{2}$.

Оскільки ΔACD — рівносторонній, то $\angle D = \angle ACD = \angle DAC = 60°$. $\angle A = \angle BAC + \angle CAD$, $90° = \angle BAC + 60°$, $\angle BAC = 90° - 60° = 30°$.

Розглянемо ΔABC, $\angle B = 90°$, $\angle BAC = 30°$, то $BC = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a}{2}$ як катет, що лежить напроти кута 30°. $MN = \dfrac{\frac{a}{2} + a}{2} = \dfrac{3a}{4}$. *Відповідь*: $MN = \dfrac{3a}{4}$.

265. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, AC — діагональ, ΔABC і ΔACD — рівнобедрені. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.



Оскільки ΔABC — рівнобедрений з основою AC, тоді $\angle BAC = \angle BCA = x$.

Оскільки ΔCAD — рівнобедрений з основою CD, тоді $\angle DCA = \angle ADC = y$.

$\angle BCA = \angle CAD = x$ як внутрішні різносторонні кути при $BC \parallel AD$ і січній AC. $\angle A = \angle BAC + \angle CAD = x + x = 2x$.

$\angle A = \angle D = 2x = y$ (як кути при основі рівнобедреної трапеції).

Розглянемо ΔACD. $\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD = 180°$, $x + y + x = 180$, $x + 2y = 180$, $x + 2(2x) = 180$, $x + 4x = 180$, $5x = 180$, $x = 36$.

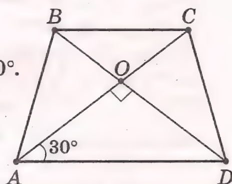
$\angle A = 36° \cdot 2 = 72°$, $\angle A = \angle D = 72°$. $\angle A + \angle B = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції). $\angle B = 180° - 72° = 108°$, $\angle B = \angle C = 108°$.

Відповідь: $\angle A = \angle D = 72°$, $\angle B = \angle C = 108°$.

266. За властивістю середньої лінії трапеції $MN = \dfrac{BC + AD}{2}$.

Розглянемо ΔAOD, $\angle AOD = 90°$, $\angle OAD = 30°$.

Нехай $OD = x$ (см), тоді $BO = 8 - x$ (см).



$OD = \dfrac{1}{2}AD$ як катет, що лежить напроти кута 30°.

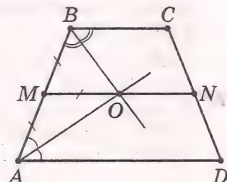
$AD = 2OD$, $AD = 2x$. Розглянемо ΔBOC, $\angle BOC = 90°$, $BO = 8 - x$ (см), $\angle BCO = \angle OAD = 30°$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC.

$BO = \dfrac{1}{2}BC$ як катет, що лежить напроти кута 30°. $BC = 2 \cdot BO$,

$BC = 2 \cdot (8 - x)$. $MN = \dfrac{2x + 2 \cdot (8 - x)}{2} = \dfrac{2x + 16 - 2x}{2} = 8$ см.

Відповідь: $MN = 8$ см.

267. Нехай $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$ $AB \nparallel CD$, BO і AO — бісектриси, т. O — точка перетину бісектрис, MN — середня лінія трапеції $ABCD$. Доведемо, що т. $O \in MN$.



За властивістю бісектрис трапеції, проведених з вершин кутів при бічних сторонах, перетинаються під кутом 90° ($\angle AOB = 90°$).

Проведемо з вершини $\angle AOB = 90°$ медіану OM. За властивістю медіани, проведеної з вершини прямого кута до гіпотенузи. $OM = \frac{1}{2}AB = BM = MA$.

Так як $OM = BM$, то ΔOMB — рівнобедрений з основою BO, тоді $\angle BOM = \angle MBO$. $\angle MBO = \angle OBC$ (BO — бісектриса $\angle B$), тоді $\angle MOB = \angle OBC$.

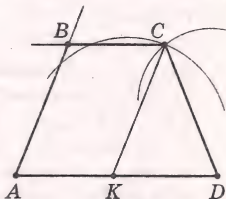
А так як ці кути є внутрішніми різносторонніми при OM і BC та січній BO, то $OM \parallel BC$ (за ознакою паралельності прямих).

Таким чином, пряма $OM \parallel BC$ (основа трапеції) і проходить через середину бічної сторони AB. Отже, т. O лежить на середній лінії трапеції.

268. 1) *Дано*: b, a, c, d.

Побудувати: трапецію $ABCD$ ($AB \parallel BC$), $AD = a$, $BC = b$, $AB = c$, $DC = d$.

Побудова.

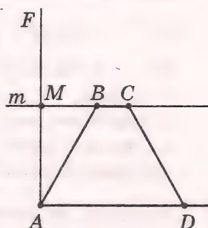


1) На довільній прямій від т. A відкладемо відрізок $AD = a$, на цьому відрізку від т. A відкладемо відрізок $AK = b$. 2) Побудуємо ΔKCD за трьома сторонами $KD = a - b$, $KC = c$, $CD = d$. 3) Побудуємо паралелограм $AKCB$, для цього проведемо через т. A і C прямі, паралельні прямим CK і AK, які перетинаються в т. B. 4) $ABCD$ шукана трапеція.

2) *Дано*: h, a, d_1, d_2.

Побудувати: трапецію $ABCD$ ($AD \parallel BC$), $BK = h$, $AD = a$, $AC = d_1$, $BD = d_2$.

Побудова.



1) На прямій відкласти $AD = a$, $AF \perp AD$.

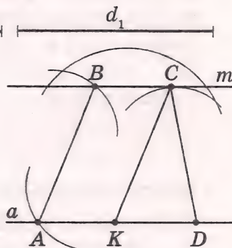
2) На промені AF відкладемо $AM = h$. 3) Через точку N проведемо пряму m, яка паралельна AD.

4) Коло з центом в т. A, радіусом d_1, точка перетину кола і прямої m — т. C. 5) Коло з центром в т. D, радіусом d_2, точка перетину кола і прямої m — т. B. 6) $ABCD$ — шукана трапеція.

3) *Дано*: $a{-}b$, c, d, d_1.

Побудувати: трапецію $ABCD$ ($AD \parallel BC$), $KD = a - b$, $AB = c$, $CD = d$, $AC = d_1$.

Побудова.



1) На довільній прямій a від т. K відкладемо відрізок $KD = a - b$.

2) Побудуємо ΔKCD за трьома сторонами: $KD = a - b$, $KC = c$, $DC = d$.

3) Коло з центром в т. C, радіусом d_1, точка перетину прямої a і кола — т. A.

4) Коло з центром в т. A, радіусом c.

5) Через т. C провести пряму $m \parallel a$.

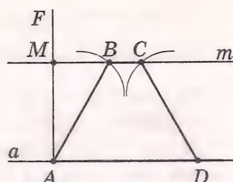
6) Точка перетину (т. A, $R = c$) — т. B.

7) $ABCD$ — шукана трапеція.

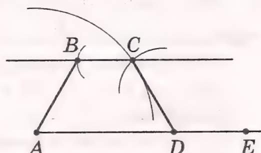
269. *Дано*: a, h, c.

Побудувати: $ABCD$ — трапеція, ($BC \parallel AD$), $AB = CD = c$, $BK \perp AD$, $BK = h$, $AD = a$.

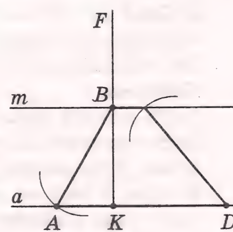
Побудова.
1) На прямій a відкласти відрізок $AD = a$.
2) $AF \perp AD$, на AF відкласти відрізок $AM = h$.
3) Через т. M провести $m \parallel a$.
4) Коло з центром в т. A, радіусом c (т. B).
5) Коло з центром в т. D, радіусом c (т. C).
6) $ABCD$ — шукана трапеція.



270. 1) *Дано:* b, a, d_1, d_2.
Побудувати: $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), $BC = b$, $AD = a$, $AC = d_1$, $BD = d_2$.
Побудова.
1) На довільній прямій відкладемо відрізок $AD = a$, на продовженні AD відкладемо $DE = b$.
2) Побудуємо ΔACE за трьома сторонами: $AE = a + b$, $AC = d_1$, $CE = d_2$.
3) Через точку C проведемо пряму m, яка паралельна AE, і на цій прямій від т. C і ту ж півплощину відносно CE, де і т. A, відкладемо $CB = b$.
4) $ABCD$ — шукана трапеція.

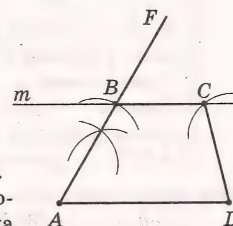


2) *Дано:* $\dfrac{a-b}{2}$, h, c, d.
Побудувати: $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$),
MN — середня лінія, $MN = \dfrac{a+b}{2}$,
BK — висота, $BK = h$, $AB = c$, $DC = d$.
Побудова.
1) Оскільки висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить основу трапеції на дві відрізки, більший з яких дорівнює середній лінії трапеції, то побудуємо $KD = \dfrac{a+b}{2}$.



2) Побудуємо $\angle DKF = 90°$, на промені KF відкладемо $KB = h$, т. $B \in KF$. 3) Через точку B проведемо пряму $m \parallel KD$. 4) Побудувати коло з центром у точці B, радіус якого дорівнює c, т. A — точка перетину променя DK і цього кола. 5) Побудувати коло з центром у точці D, радіус якого дорівнює d, т. C — точка перетину прямої m і цього кола. 6) $ABCD$ — шукана трапеція.

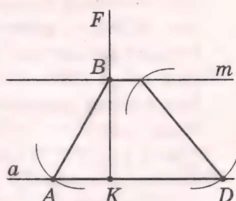
3) *Дано:* b, α, c, d.
Побудувати: трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$), $AB = b$, $\angle A = \alpha$, $AB = c$, $CD = d$.
Побудова.
1) Побудувати відрізок $AD = b$.
2) Побудувати $\angle FAD = \alpha$.
3) На промені AF відкладемо $AB = c$.
4) Через т. B провести пряму m, паралельну AD.
5) Побудувати коло з центром у т. D, радіус якого дорівнює d, т. C — точка перетину цього кола і прямої m. 6) $ABCD$ — шукана трапеція.



4) *Дано*: c, k, h, d_1

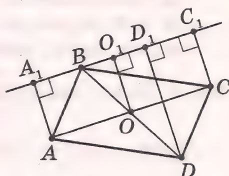
Побудувати: $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), $AB = c$, $CD = k$, BK — висота, $BK = h$, $BD = d_1$.

Побудова.



1) На прямій a через довільну точку K провести $KF \perp a$. 2) На промені KF відкласти $KB = h$. 3) Через точку B провести пряму m паралельно AD. 4) Провести коло з центром в т. B, радіус якого c, т. A — точка перетину прямої a і даного кола. 5) Провести коло з центром в т. B, радіус якого d_1, т. D — точка перетину прямої a і даного кола. 6) Провести коло з центром в т. D, радіус якого k, т. C — точка перетину прямої m і даного кола. 7) $ABCD$ — шукана трапеція.

271. Нехай дано паралелограм $ABCD$, т. $B \in$ пр. a, $AA_1 \perp$ пр. a, $CC_1 \perp$ пр. a, $DD_1 \perp$ пр. a, $AA_1 = a$, $CC_1 = b$. Знайдемо DD_1.

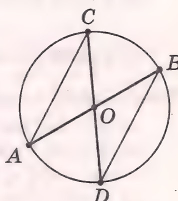


$AA_1 \perp$ пр. a, $CC_1 \perp$ пр. a, $a \neq b$, тоді AA_1C_1C — трапеція ($AA_1 \parallel CC_1$, $A_1C_1 \nparallel AC$). Проведемо діагоналі паралелограма AC і BD. $AC \cap BD =$ т. O — середина AC. $OO_1 \perp$ пр. a, тоді $AA_1 \parallel OO_1 \parallel CC_1$, т. O — середина AC тоді OO_1 — середня лінія трапеції AA_1C_1C. $OO_1 = \dfrac{AA_1 + CC_1}{2}$, $OO_1 = \dfrac{a+b}{2}$.

Розглянемо ΔDBD_1: т. O — середина BD, $OO_1 \parallel DD_1$, тоді OO_1 — середня лінія ΔDBD_1. $OO_1 = \dfrac{1}{2}DD_1$, $DD_1 = 2OO_1$, $DD_1 = 2 \cdot \dfrac{a+b}{2} = a + b$.

Відповідь: $DD_1 = a + b$.

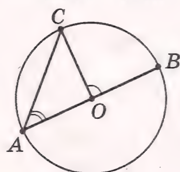
272. Розглянемо ΔAOC і ΔBOD. $\left.\begin{array}{l}1)\ AO = OB\\ 2)\ CO = OD\end{array}\right\}$ як радіуси.



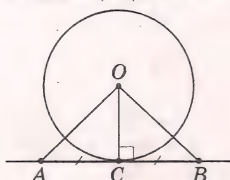
$\angle AOC = \angle BOD$ (як вертикальні).

Отже, $\Delta AOC = \Delta BOD$ (за I ознакою рівності трикутників), з цього випливає, що $AC = BD$, $\angle CAO = \angle DBO$. $\angle CAO$ і $\angle DBO$ — внутрішні різносторонні при прямих AC і BD та січній AB, так як ці кути рівні, то $AC \parallel BD$.

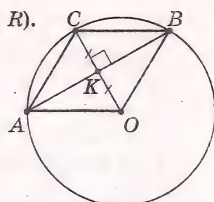
273. Розглянемо ΔAOC — рівнобедрений ($AO = CO = R$), тоді $\angle CAO = \angle ACO$. $\angle COB$ — зовнішній кут ΔAOC при вершині O, за властивістю зовнішнього кута $\angle COB = \angle CAO + \angle ACO$, $\angle COB - 2\angle BAC$.



274. Проведемо радіус OC в точку C, точку дотику. За властивістю $OC \perp AB$. Розглянемо ΔAOC і ΔBOC. 1) $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ ($OC \perp AB$). 2) OC — спільна. 3) $AC = CB$ (за умовою). Отже, $\Delta AOC = \Delta BOC$ (за I ознакою рівності трикутників), з цього випливає, що $AO = BO$.



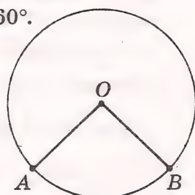
275. 1) Розглянемо ΔOCB — рівнобедрений ($OC = OB = R$). BK — висота і медіана ($BK \perp OC$, $CK = KO$), тоді ΔOBC — рівнобедрений з основою OC, з цього випливає, що $BC = OB$. Тоді $OC = OB = BC$ і ΔOBC — рівносторонній. Аналогічно доводимо, що ΔAOC — рівносторонній. Отже, $\angle AOC = \angle COB = 60°$.



$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 60° + 60° = 120°$.
2) Оскільки ΔACO і ΔBCO — рівносторонні, то $\angle ACO = \angle OCB = 60°$.
$\angle ACB = \angle ACO + \angle OCB = 60° + 60° = 120°$.
Відповідь: 1) $\angle AOB = 120°$; 2) $\angle ACB = 120°$.

276. Нехай дано коло $(O; R)$, $R = 8$ см і коло $(O_1; r)$, $r = 6$ см.
1) Якщо $OO_1 = 15$ см $> 8 + 6$, то ці два кола не мають спільних точок. 2) Якщо $OO_1 = 14$ см $= 8 + 6$, то ці два кола дотикаються зовнішнім чином, мають одну спільну точку. 3) Якщо $OO_1 = 10$ см $< 8 + 6$, то ці два кола перетинаються і мають 2 спільні точки. 4) Якщо $OO_1 = 2$ см $=$ $= 8 - 6$, то ці два кола дотикаються внутрішнім чином і мають одну спільну точку. *Відповідь*: 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 1.

278. 1) Повне коло дорівнює 360°, $\frac{1}{6}$ кола $= 360° : 6 = 60°$.



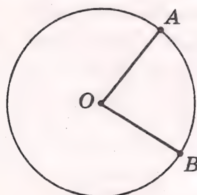
Отже, $\angle AOB = \cup AB = \frac{1}{6}$ кола $= 60°$. *Відповідь*: 60°.

2) $\angle AOB = \cup AB = \frac{1}{10}$ кола $= 360° : 10 = 36°$.
Відповідь: 36°.

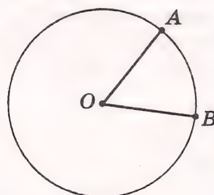
3) $\angle AOB = \cup AB = \frac{1}{2}$ кола $= 360° : 2 = 180°$. *Відповідь*: 180°.

4) $\angle AOB = \cup AB = \frac{2}{9}$ кола $= 360° : 9 \cdot 2 = 40° \cdot 2 = 80°$. *Відповідь*: 80°.

279. $\cup AKB + \angle AB = 360°$. Нехай $\cup AB = x$, тоді $\cup AKB = x + 80$.
Складемо і розв'яжемо рівняння:
$x + x + 80 = 360$;
$2x + 80 = 360$; $2x = 360 - 80$;
$2x = 280$; $x = 280 : 2$;
$x = 140$. Отже, $\cup AB = 140°$, $\cup AKB = 140° + 80° = 220°$.
Відповідь: 140°, 220°.



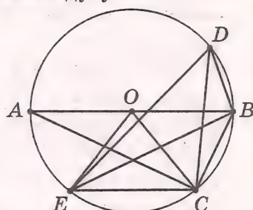
280. $\cup AB + \cup AKB = 360°$. За умовою $\cup AB : \cup AKB = 7 : 11$. Нехай $\cup AB = 7x$, $\cup AKB = 11x$. Складемо і розв'яжемо рівняння:
$7x + 11x = 360$; $18x = 360$;
$x = 360 : 18$; $x = 20$.
Отже, $\cup AB = 7 \cdot 20° = 140°$,
$\cup AKB = 11 \cdot 20° = 220°$.
Відповідь: 140°, 220°.



281. 1) $360° : 12 \cdot 2 = 30° \cdot 2 = 60°$; 2) $360° : 12 \cdot 5 = 30° \cdot 5 = 150°$;
3) $360° : 12 \cdot 8 = 30° \cdot 8 = 240°$; 4) $360° : 12 : 2 = 30° : 2 = 15°$;
5) $360° : 12 \cdot 12 = 360°$.

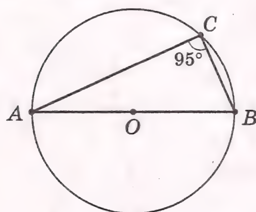
282. $\angle CAS$, $\angle PBF$, $\angle PBD$, $\angle FBD$ — вписані кути.
$\angle CAS$ опирається на дугу CS. $\angle PBF$ опирається на дугу PF.
$\angle PBD$ опирається на дугу PSD. $\angle FBD$ опирається на дугу FSD.

283. 1) $\angle BDC = \angle BAC$ (опираються на хорду BC),
$\angle BDC = 40°$. *Відповідь*: 40°.

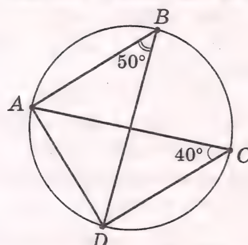


2) $\angle BEC = \frac{1}{2}\angle BOC$ (за теоремою про вписані кути). $\angle BEC = 70° : 2 = 35°$. *Відповідь*: 35°.
3) $\cup CE = \angle COE$, $\angle COE = 2\angle CDE$ (за теоремою про вписані куті), $\angle COE = 2 \cdot 80° = 160°$,
$\cup CE = 160°$. *Відповідь*: 160°.
4) $\cup DEA = \angle DBA = 300°$.
Відповідь: 300°.

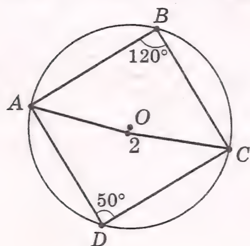
284. а) $\angle ACB$ опирається на діаметр AB. За наслідком з теореми про вписані кути маємо:
$\angle ACB = 90° \neq 95°$.



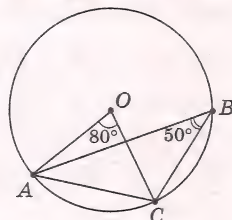
б) $\angle ABD$ і $\angle ACD$ (опираються на хорду AD). За наслідком з теореми про вписані кути маємо:
$\angle ABD = \angle ACD$, $40° \neq 50°$.



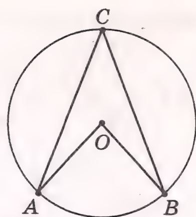
в) $\angle ADC$ — вписаний кут відповідний до центрального $\angle AOC$. За теоремою про вписані кути маємо: $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$;
$\angle AOC = 2 \cdot 50° = 100°$;
$\cup ADC = \angle AOC = 100°$.
$\cup ADC + \cup ABC = 360°$;
$\cup ABC = 360° - 100° = 260°$.
$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC_2$;
$\angle ABC = 260° : 2 = 130° \neq 120°$.



г) $\angle ABC$ — вписаний відповідний до центрального кута AOC. За теоремою про вписані кути маємо:
$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$;
$\angle ABC = 80° : 2 = 40° \neq 50°$.



285. 1) $\cup AB = 84°$, $\cup AB = \angle AOB = 84°$.



За теоремою про вписаний кут маємо:

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$; $\angle ACB = 84° : 2 = 42°$.

Відповідь: 42°.

2) $\cup AB = 110°$, $\cup AB = \angle AOB = 100°$,

$\angle ACB = 110° : 2 = 55°$. *Відповідь*: 55°.

3) $\cup AB = 230°$, $\cup AB = \angle AOB = 230°$,

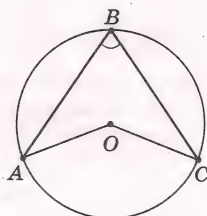
$\angle ACB = 230° : 2 = 115°$. *Відповідь*: 115°.

4) $\cup AB = 340°$, $\cup AB = \angle AOB = 340°$,

$\angle ACB = 340° : 2 = 170°$.

Відповідь: 170°.

286. $\angle ABC = 68°$. $\angle AOC$ — центральний кут відповідний $\angle ABC$.



За теоремою про вписані кути маємо:

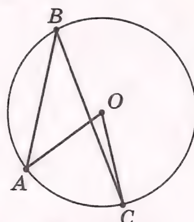
$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$; $\angle AOC = 68° \cdot 2 = 136°$.

$\cup AC = \angle AOC = 136°$. $\cup AB + \cup BC + \cup AC = 360°$,

$\cup BC = 360° - (74° + 136°) = 360° - 210° = 150°$.

Відповідь: 150°.

287. $\cup AB + \cup BC + \cup AC = 360°$;



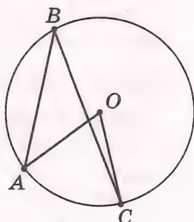
$\cup AC = 360° - (64° + 92°) = 360° - 136° = 224°$;

$\cup AC = \angle AOC = 224°$; $\angle ABC$ — вписаний кут відповідний до центрального $\angle AOC$. За теоремою про вписані кути маємо:

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$; $\angle ABC = 224° : 2 = 112°$.

Відповідь: 112°.

288. За теоремою про вписані кути маємо:



$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$. Нехай $\angle ABC = x$, тоді

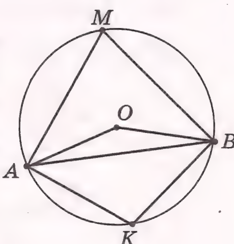
$\angle AOC = x + 25°$. Складемо і розв'яжемо рівняння:

$x = \frac{1}{2}(x + 25)$; $2x = x + 25$; $2x - x = 25$; $x = 25$.

$\angle ABC = 25°$, $\angle AOC = 25° + 25° = 50°$.

Відповідь: $\angle ABC = 25°$, $\angle AOC = 50°$.

289. $\cup AKB : \cup AMB = 3 : 7$. Нехай $\cup AKB = 3x$, $\cup AMB = 7x$. $\cup AKB + \cup AMB = 360°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $3x + 7x = 360$; $10x = 360$; $x = 360 : 10$; $x = 36$. Отже, $\cup AKB = 3 \cdot 36° = 108°$, $\cup AMB = 7 \cdot 36° = 252°$, $\cup AMB = \angle AOB$.



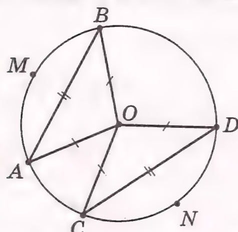
$\angle AMB$ — вписаний кут, який опирається на хорду AB. За теоремою про вписаний кут маємо:

$\angle AMB = \frac{1}{2}\angle AOB$, $\angle AMB = 252° : 2 = 126°$.

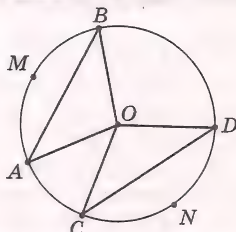
$\angle AKB$ — вписаний кут, який опирається на хорду AB. $\angle AKB = 108° : 2 = 54°$.

Відповідь: 54°, 126°.

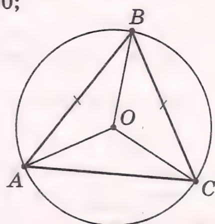
290. Розглянемо ΔAOB і ΔCOD — рівнобедрені.
$AO = OB = R$ (радіуси), $CO = OD = R$ (радіуси). За умовою $AB = CD$. За III ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AOB = \Delta COD$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle AOB = \angle COD$, $\cup AMB = \angle AOB$, $\cup CND = \angle COD$.
Отже, $\cup AMB = \cup CND$. Доведено.



291. $\cup AMB = \angle AOB$, $\cup CND = \angle COD$. Отже, якщо $\cup AMB = \cup CND$, тоді $\angle AOB = \angle COD$. Розглянемо ΔAOB і ΔCOD — рівнобедрені, $AO = OC = R$ (радіуси), $BO = OD = R$ (радіуси), $\angle AOB = \angle COD$. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AOB = \Delta COD$. За властивістю рівних фігур маємо: $AB = CD$. Доведено.



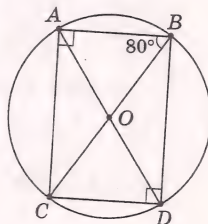
292. Нехай $\cup AB = x$, $\cup BC = 2x$, $\cup AC = 3x$. $\cup AB + \cup BC + \cup AC = 360°$.
Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 2x + 3x = 360$;
$6x = 360$; $x = 360 : 6$; $x = 60$. $\cup AB = 60°$,
$\cup BC = 2 \cdot 60° = 120°$, $\cup AC = 3 \cdot 60° = 180°$.
Отже, $\cup AC = \angle AOC = 180°$. Звідси маємо, що AC — діаметр. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: $\angle ABC$ опирається на діаметр, $\angle ABC = 90°$. $\cup AB = \angle AOB = 60°$, $\angle C$ — вписаний кут, який опирається на $\cup AB$, $\angle C = \frac{1}{2}\angle AOB$ (за теоремою про вписані кути), $\angle C = 60° : 2 = 30°$.



Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle ABC = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A + \angle C = 90°$, $\angle A = 90° - 30° = 60°$.
Відповідь: 30°, 60°, 90°.

293. За умовою $AB = BC$, отже, $\cup AB = \cup BC = 70°$. $\cup AB = \angle AOB = 70°$, $\angle BCA$ — вписаний кут відповідний центральному $\angle AOB$. За теоремою про вписаний кут маємо: $\angle BCA = \frac{1}{2}\angle AOB$, $\angle BCA = 70° : 2 = 35°$.
ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BAC = \angle BCA = 35°$. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle BAC + \angle BCA + \angle ABC = 180°$.
$\angle ABC = 180° - (\angle BAC + \angle BCA)$, $\angle ABC = 180° - (35° + 35°) = 180° - 70° = 110°$.
Відповідь: 35°, 35°, 110°.

294. 1) За умовою BD — діаметр. $\angle DAB$ — вписаний кут, який опирається на діаметр DB. За наслідком з теореми про вписані кути маємо $\angle DAB = 90°$. Аналогічно $\angle BCD$ опирається на діаметр BD, $\angle BCD = 90°$, $\angle ADC$ опирається на діаметр AC, $\angle ADC = 90°$, $\angle ABC$ опирається на діаметр AC, $\angle ABC = 90°$. Отже, $ABCD$ — прямокутник.
Відповідь: $ABCD$ — прямокутник.



2) $\cup AD = \angle AOD$. $\angle ABD$ — вписаний кут, який опирається на хорду AD.

За теоремою про вписані кути маємо: $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle AOD$,

$\angle AOD = 80° \cdot 2 = 160°$; $\cup AD = \angle AOD = 160°$. За аксіомою про вимірювання кутів маємо: $\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD$, $\angle DBC = 90° - 80° = 10°$.

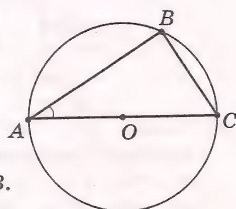
$\angle DBC = \frac{1}{2}\angle DOC$ (за теоремою про вписані кути). $\angle DOC = 2 \cdot 10° = 20°$, $\cup DC = \angle DOC = 20°$.

Розглянемо ΔDAB — прямокутний ($\angle DAB = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle ADB = 90° - 80° = 10°$;

$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$; $\angle AOB = 2 \cdot 10° = 20°$, $\cup AB = 20°$.

$\cup AB + \cup BC + \cup CD + \cup DA = 360°$; $\cup BC = 360° - (160° + 20° + 20°) = 360° - 200° = 160°$. *Відповідь*: 20°, 160°, 20°, 160°.

295. За умовою ΔABC — прямокутний ($\angle C = 90°$). За наслідком з теореми про вписаний кут маємо $\angle ACB$ опирається на діаметр AB;



$\cup AB = \angle AOB = 180°$. AB — діаметр;

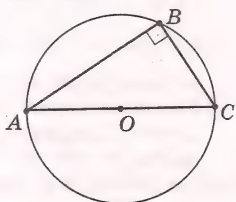
$R = OA = \frac{1}{2}AB$; $R = 12 : 2 = 6$ м.

$\angle A = 32°$ — вписаний кут опирається на хорду CB.
$\angle COB$ — центральний кут.

За теоремою про вписаний кут маємо: $\angle A = \frac{1}{2}\angle COB$;

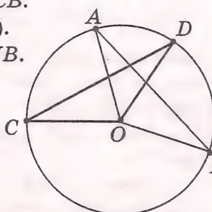
$\angle COB = 2 \cdot 32° = 64°$; $\cup CB = 64°$. $\cup AB + \cup BC + \cup AC = 360°$;
$\cup AC = 360° - 180° - 64° = 180° - 64° = 116°$.
Відповідь: 116°, 64°, 180°, $R = 6$ см.

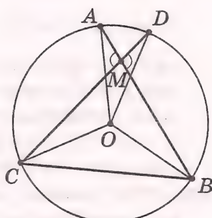
296. $\angle ACB$ — вписаний кут, $\angle AOB$ — відповідний до нього центральний кут. За теоремою про вписаний кут маємо: $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$;



$\angle AOB = 90° \cdot 2 = 180°$. Отже, $\angle AOB$ — розгорнутий кут. AB — діаметр. Доведено.

297. Додаткова побудова: хорда CB.
$\angle AMC = \angle DMB$ (вертикальні).
$\angle AMC$ — зовнішній кут ΔCMB.
За теоремою про зовнішній кут трикутника маємо:
$\angle AMC = \angle MBC + \angle MCB$;





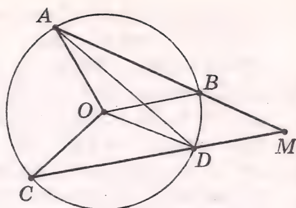
$\left.\begin{matrix}\angle MBC = \angle ABC \\ \angle MCB = \angle DCB\end{matrix}\right\}$ — вписані кути.

За теоремою про вписані кути маємо:

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}\cup AC$; $\angle DCB = \frac{1}{2}\angle DOB = \frac{1}{2}\cup DB$;

$\angle AMC = \frac{1}{2}\cup AC + \frac{1}{2}\cup DB$. Доведено.

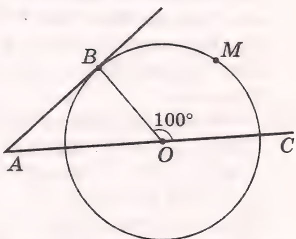
298. Виконаємо додаткову побудову: хорду AD. $\angle ADC$ — зовнішній кут ΔADC. $\angle AMC = \angle BMD$. За теоремою про зовнішній кут трикутника маємо:
$\angle ADC = \angle DAM + \angle DMA$;
$\angle BMD = \angle AMD = \angle DMA$.
$\angle AMC = \angle BMD = \angle ADC - \angle MAD = \angle ADC - \angle BAD$.
$\angle ADC$ і $\angle BAD$ — вписані кути.



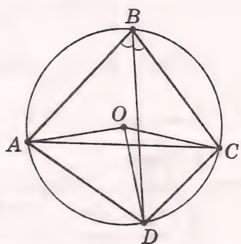
За теоремою про вписані кути маємо: $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}\cup AC$;

$\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2}\cup BD$; $\angle AMC = \frac{1}{2}(\cup AC - \cup BD)$. Доведено.

299. $\cup BMC = \angle BOC = 100°$. OB — радіус, який проведено в точку дотику. За властивістю дотичних до кола маємо: $OB \perp AB$, $\angle OBA = 90°$.
$\angle BOC$ — зовнішній кут ΔABO. За теоремою про зовнішній кут трикутника маємо:
$\angle BOC = \angle A + \angle ABO$,
$\angle A = \angle BAC = 100° - 90° = 10°$.
Відповідь: 10°.

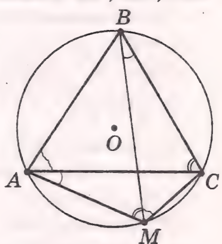


300. За умовою BD — бісектриса $\angle ABC$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 80° : 2 = 40°$.
$\angle ABD$ — вписаний кут, який опирається на хорду AD.
$\angle ACD$ — вписаний кут, який опирається на хорду AD.
За наслідком з теореми про вписані кути маємо:
$\angle ABD = \angle ACD = 40°$.
$\angle DBC$ — вписаний кут, який опирається на хорду DC.



$\angle DAC$ — вписаний кут, який опирається на хорду DC.
$\angle DBC = \angle DAC = 40°$. Розглянемо ΔADC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle DAC + \angle DCA + \angle ADC = 180°$; $\angle ADC = 180° - (\angle DAC + \angle DCA)$; $\angle ADC = 180° - (40° + 40°) = 180° - 80° = 100°$. *Відповідь*: 40°, 40°, 100°.

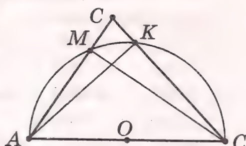
301. За умовою ΔABC — рівносторонній. тому $\angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60°$. $\angle BCA$ — вписаний кут, який опирається на хорду AB $\angle BMA$ — вписаний кут, який опирається на хорду AB. За наслідком з теореми про вписані кути маємо:
$\angle BCA = \angle BMA = 60°$. $\angle CAM$ і $\angle CBM$ — вписані, які опираються на хорду CM; $\angle CAM = \angle CBM$.
$\angle BAC$ і $\angle BMC$ — вписані, які опираються на хорду BC; $\angle BAC = \angle BMC = 60°$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle AMC = \angle AMB + \angle BMC$.



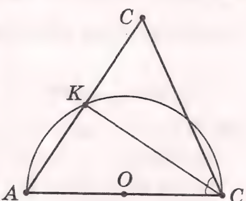
$\angle AMC = 60° + 60° = 120°$. Нехай $\cup CM = x$, тоді $\cup AM = 2x$, $\cup AMC = \cup AM + \cup MC$. $\cup AMC = x + 2x = 3x$; $\cup AMC = 360° - 120° = 240°$; $3x = 240$; $x = 240 : 3$; $x = 80$. $\cup CM = 80°$.

Розглянемо ΔAMC. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle MAC + \angle MCA = 180° - 120° = 60°$. Отже: $3x = 60$; $x = 60 : 3$; $x = 20$. $\angle CAM = 20°$, $\angle MCA = 2 \cdot 20° = 40°$. *Відповідь*: 120°, 20°, 40°.

302. Розглянемо ΔAKB. $\angle AKB$ опирається на діаметр AB. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: $\angle AKB = 90°$, отже, $AK \perp CB$, тобто AK — висота ΔABC. Розглянемо ΔAMB. $\angle AMB$ опирається на діаметр AB. Аналогічно, отже, $\angle AMB = 90°$, $BM \perp CA$, BM — висота. Доведено.

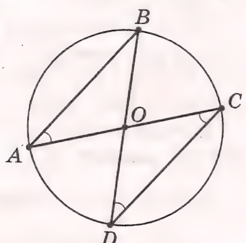


303. Розглянемо ΔAKC. $\angle AKC$ опирається на діаметр AC. За наслідком з теореми про вписаний кут маємо $\angle AKC = 90°$, $KC \perp AB$, KC — висота. За умовою $\angle ACK = \angle BCK$. За означенням бісектриси кута маємо KC — бісектриса $\angle BCA$. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо ΔABC — рівнобедрений ($AC = BC$). Доведено.



304. Виконаємо додаткові побудови: AC і BD. $\angle BAC$ і $\angle BDC$ — вписані кути, які опираються на хорду BC. За наслідком з теореми про вписані кути маємо $\angle BAC = \angle BDC$. $AB \parallel CD$, AC — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BAC = \angle ACD$ (внутрішні різносторонні).

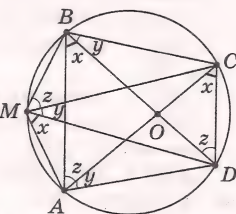
$\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD = \frac{1}{2}\cup AD$ (за теоремою про вписані кути). $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\cup BC$.



Отже, якщо $\angle BAC = \angle ACD$, тоді $\frac{1}{2}\cup AD = \frac{1}{2}\cup BC$ або $\cup AD = \cup BC$.

Доведено.

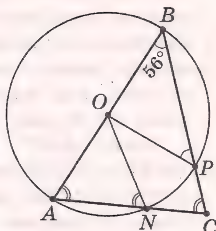
305. $\angle AMD$ — вписаний кут, який опирається на хорду AD. $\angle ABD$ і ΔACD — вписані кути, які опираються на хорду AD.
За наслідком з теореми про вписані кути маємо $\angle AMD = \angle ABD = \angle ACD$. Нехай $\angle AMD = x$, отже, $\angle ABD = x$, $\angle ACD = x$.
Аналогічно, $\angle CMD$, $\angle CAD$, $\angle CBD$ — вписані кути, опираються на хорду CD. Отже, $\angle CMD = \angle CAD = \angle CBD$. Нехай $\angle CMD = y$, тоді $\angle CAD = y$ і $\angle CBD = y$. $\angle CMB$, $\angle BAC$, $\angle BDC$ — вписані кути, опираються на хорду BC. $\angle CMB = \angle BAC = \angle BDC$. Нехай $\angle CMB = z$, тоді $\angle BAC = z$, $\angle BDC = z$.



За умовою $ABCD$ — квадрат. Отже, $\angle CBA = 90°$, $\angle BAD = 90°$. Отже, $\angle CBA = 90°$. За наслідком з теореми про вписані кути $\angle CBA$ опирається на діаметр AC. $\angle AMC$ опирається на діаметр AC. Отже, $\angle AMC = 90°$. $\angle BMD$ опирається на діаметр BD, $\angle BMD = 90°$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle CBA = \angle CBO + \angle OBA$; $x + y = 90°$.
$\angle BAD = \angle BAO + \angle OAD$, $y + z = 90°$. Отже, маємо $x + y = y + z$. Звідси маємо: $x = z$, тобто $\angle AMD = \angle BMC$. Аналогічно: $\angle AMC = \angle AMO + \angle OMC$; $x + y = 90°$; $\angle BMD = \angle BMC + \angle CMD$; $y + z = 90°$.

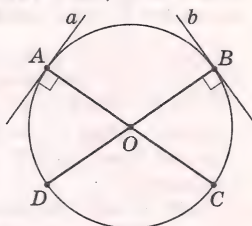
Аналогічно отримаємо $x = y$. Отже, $\angle AMD = \angle CMD$. Звідси маємо: $\angle AMD = \angle BMC = \angle CMD$. Доведено.

306. $\cup AN = \angle AON$, $\cup NP = \angle NOP$, $\cup PB = \angle BOP$.



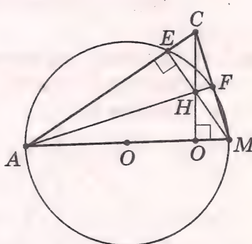
Розглянемо ΔBOP — рівнобедрений ($OB = OP = R$ — радіуси). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle B = \angle BPO = 56°$.
За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle B + \angle BPO + \angle BOP = 180°$, звідси маємо $\angle BOP = 180° - (56° + 56°) = 180° - 112° = 68°$, $\cup PB = 68°$.
Розглянемо ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle A = \angle C$.
За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle A = \angle C = (182° - 56°) : 2 = 124° : 2 = 62°$. Розглянемо ΔAON — рівнобедрений ($AO = ON = R$ — радіуси). $\angle A = \angle ONA = 62°$. Із теореми про суму кутів трикутника маємо: $\angle AON = 180° - (62° + 62°) = 180° - 124° = 56°$. $\cup AN = 56°$. За аксіомою про вимірювання кутів маємо: $\angle AON + \angle NOP + \angle POB = \angle AOB$; $\angle NOP = 180° - (68° + 56°) = 180° - 124° = 56°$. $\cup NP = 56°$. *Відповідь*: $\cup PB = 68°$, $\cup AN = 56°$, $\cup NP = 56°$.

307. 1) Малюємо дотичну до кола в будь-який довільній точці A.



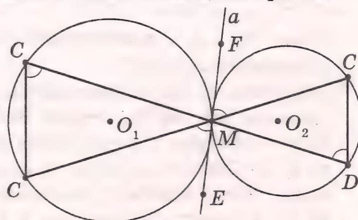
2) За допомогою косинця малюємо перпендикуляр c ($c \perp a$), $A \in c$.
3) Малюємо дотичну b до кола в іншій довільній точці B ($B \neq A$).
4) за допомогою косинця малюємо перпендикуляр d ($d \perp b$), $B \in d$.
5) Точка перетину перпендикулярів і є центом кола.

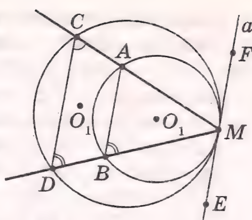
308. *Дано*: коло з центом у точці O, AB — діаметр, C знаходиться поза колом.



Побудувати: пряму a, $a \perp AB$, $C \in a$.
Побудова. 1) Будуємо відрізок AC, який перетинає коло у точці E. 2) Будуємо відрізок EB, $\angle AEB$ опирається на діаметр. За наслідком з теореми про вписані кути $\angle AEB = 90°$. $EB \perp AC$, EB — висота ΔABC.
3) Будуємо відрізок BC, який перетинає коло у точці F.
4) Будуємо відрізок AF, $\angle AFB = 90°$ (опирається на діаметр). $AE \perp CB$, AF — висота ΔABC. 5) $AF \cap BE = H$. 6) CH — третя висота ΔABC. CM — шуканий перпендикуляр, який проведено з точки C до діаметра AB.

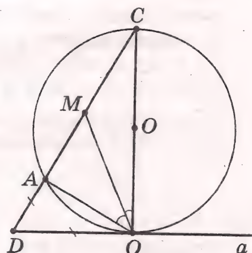
309. Нехай O_1 і O_2 — центри заданих кіл. Тоді точка M лежить на прямій O_1O_2 (в іншому випадку, точка симетрична точці M відносно прямої O_1O_2 була би ще однією точкою даних кіл). Отже, пряма a, яка проходить через точку M і перпендикулярно до прямої O_1O_2 є спільною дотичною двох кіл.





Можливі два випадки: дані кола знаходяться по одну сторону від спільної дотичної a, або по різні боки від прямої a.
Оскільки кут між дотичною і хордою, яка проходить через точку дотику, дорівнює половині дуги. яка знаходиться всередині кута, тоді $\cup MB$ і $\cup MD$, які знаходяться всередині $\angle AME$ і $\angle CMF$; $\angle AME = \angle CMF$ (вертикальні).
$\angle ABM = \angle CDM$ (опираються на рівні дуги), тому $\angle ABM = \angle CDM$ (внутрішні різносторонні при прямих $AB \parallel CD$, BD — січна) за ознакою паралельних прямих. Доведено.

310. За умовою BM — бісектриса $\angle ABC$.



За означенням бісектриси кута маємо:

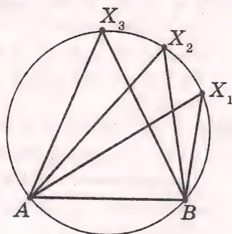
$\angle DBM = \angle CBM = \frac{1}{2}\angle ABC.$

Нехай $\angle ABM = x$, тоді $\angle CBM = x$.
$\angle ACB$ — вписаний кут, який опирається на хорду AB.

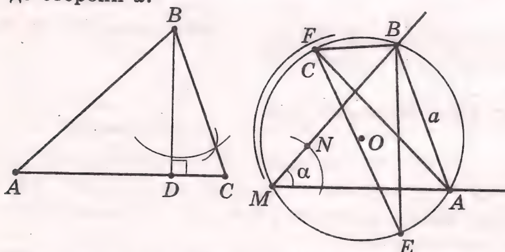
$\angle ACB = \frac{1}{2}\cup AB, \quad \angle ABD = \frac{1}{2}\cup AB.$

Нехай $\angle ACB = y$, тоді $\angle ABD = y$.
За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle MBD = \angle MBA + \angle ABD$, $\angle MBD = x + y$. $\angle DMB$ — зовнішній кут ΔCMB. За теоремою про зовнішній кут маємо: $\angle DMB = \angle MCB + \angle CBM$, $\angle DMB = x + y$. Отже, $\angle DMB = \angle MBD$. Звідси маємо ΔDMB — рівнобедрений. $DM = DB$.
Доведено.

311. ГМТ x, які утворюють $\angle AXB = \alpha$, буде дуга кола, яка опирається на хорду AB (за наслідком з теореми про вписані кути). $\angle AX_3B = \angle AX_2B = \angle AX_1B = \alpha$.



312. Побудувати трикутник за стороною a, протилежним їй кутом α і висотою h_a, проведеною до сторони a.



Дано: $AC = a$, $\angle ABC = \alpha$, $BD = h_a$.
Побудувати: ΔABC.
Побудова. 1) Позначимо довільну точку M. 2) Через точку M проводимо промінь MA. 3) На стороні MA будуємо кут α. $\angle AMN = \alpha$. 4) Будуємо коло з центром у точці A радіуса a. Дуга перетинає промінь MN у точці B. 5) Побудуємо коло, описане навколо ΔABM (O — центр описаного кола, точка перетину серединних перпендикулярів ΔMBA.
6) На відрізку AM від точки A відкладаємо відрізок $AP = h_a$.

7) Через точку P проводимо пряму $c \parallel AB$. 8) Пряма c перетинає коло у двох точках. 9) ΔBFA і ΔBEA — шукані трикутники, побудовані за стороною a, кутом α протилежним до сторони a і висотою, проведеною до сторони a.

313. Побудувати трикутник за стороною, протилежним кутом і медіаною, проведеною до цієї сторони.

Дано: $AC = a$, $\angle ABC = \alpha$, $BN = m_a$.

Побудувати: ΔABC.

Побудова. 1) Позначимо довільну точку M. Проводимо промінь MA.

2) На прямій MA як на стороні будуємо кут α. $\angle AMN = \alpha$.

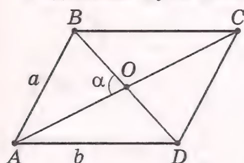
3) Будуємо дугу з центром у точці A радіуса a. Дуга перетинає промінь MN у точці B.

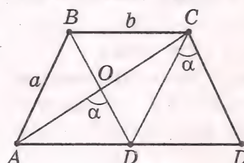
4) Будуємо коло, описане навколо ΔMBA (O — центр описаного кола, точка перетину серединних перпендикулярів ΔMBA). 5) Ділимо відрізок AB навпіл. $AK = KB = \frac{1}{2}a$. 6) Будуємо коло з центром у точці K радіуса m_a.

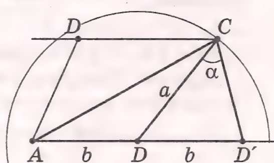
ΔAMB — шуканий трикутник, побудований на стороні $AB = a$, протилежному куту $\angle AMB = \alpha$ і медіані, проведеній до стороні AB, $MK = m_a$.

314. *Дано*: $AB = a$, $AD = b$, $\angle BOA = \alpha$. *Побудувати*: паралелограм $ABCD$.

Аналіз: Нехай $ABCD$ — шуканий паралелограм, у якого $AB = a$, $BC = b$ і кут між діагоналями $\angle AOD = \alpha$. Якщо продовжити відрізок AD на довжину b, то отримаємо: $AD' = 2b$, $BD \parallel CD'$, $BC \parallel DD'$. $BCDD'$ — паралелограм. За ознакою паралельних прямих маємо: $BD \parallel CD'$, AD' — січна, $\angle BDA = \angle CD'D$ (відповідні). ΔAOD і $\Delta ACD'$ мають спільний кут $\angle CAD'$ і однакові кути BDA і $CD'D$. Отже, $\angle AOD = \angle ACD' = \alpha$.







Побудова.

1) Будуємо довільну пряму x. 2) Позначаємо на прямій x довільну точку A. 3) Від точки A на прямій відкладаємо відрізок $AD' = 2b$. 4) Ділимо відрізок AD' навпіл. $AD = DD' = b$. 5) Будуємо коло точок, із яких відрізок AD' видно під кутом α. 6) Будуємо дугу з центром у точці D радіуса a. 7) Точку перетину двох кіл позначаємо C. 8) Через точку C проводимо пряму y паралельну прямій AD'. 9) Від точки C відкладаємо відрізок $BC = b$. $ABCD$ — шуканий паралелограм.

315. *Дано*: діагоналі d_1 і d_2 і кут α.

Побудувати паралелограм $ABCD$.

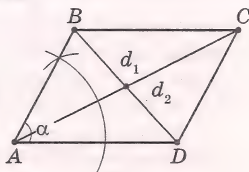
Схема побудови.

I. Будуємо кут α, який опирається на хорду d.

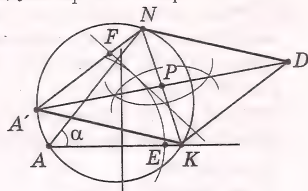
II. Будуємо паралелограм.

*Побудова.*I. Будуємо кут α.

1) Позначаємо довільну точку A.



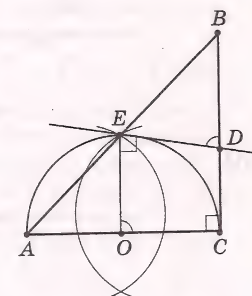
Будуємо дугу з центром у точці A довільного радіуса. На дузі позначаємо довільну точку E. Будуємо дугу з центром у точці E радіуса EF. Будуємо промені AE, AF. 2) Позначаємо на промені AE довільну точку K. 3) Будуємо дугу з центом у точці K радіуса d_1, $KN = d_1$.
4) Будуємо коло, описане навколо ΔANK.
5) Знаходимо середину відрізка MK: $NP = PK$. 6) Будуємо дугу з центром у точці P радіуса $\frac{d_2}{2}$. Точку перетину дуги і кола позначаємо A'.
$\angle KAN = \angle KA'N = \alpha$ (кути опираються на хорду NK). 7) На продовженні



променя $A'P$ за точку P позначаємо відрізок $PD = PA' = \frac{d_2}{2}$.

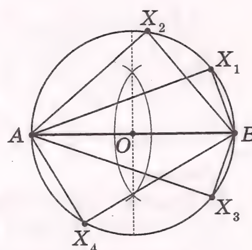
$A'NDK$ — паралелограм, який побудовано за двома діагоналями d_1 і d_2 і кутом α.

316. За умовою O — центр кола. $AO = OC = OE = R$ (радіуси кола). ED — дотична до кола. За властивістю дотичних, проведених до кола маємо: $OE \perp ED$, тобто $\angle OED = 90°$, $\angle OCD = 90°$ (за умовою). Розглянемо ΔAOE — прямокутний, рівнобедрений ($AO = OC = R$, $\angle AOE = 90°$). $\angle A = \angle E = 90° : 2 = 45°$. Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). Якщо $\angle A = 45°$, тоді ΔACB — рівнобедрений ($\angle B = 45°$). $\angle EDC = 90°$, тоді $\angle EDB = 90°$. Розглянемо ΔEDB — прямокутний. $\angle D = 90°$, $\angle B = 45°$, отже, $\angle E = 45°$, тому ΔDBE — рівнобедрений. $ED = DB$. Доведено.



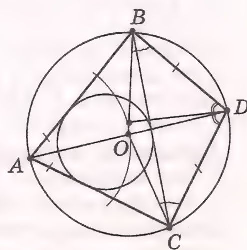
317. *Дано*: відрізок AB. *Знайти*: ГМТ x таких, що ΔAXB — прямокутник ($\angle X = 90°$).
Побудова. Як відомо, якщо $\angle X = 90°$, тоді він опирається на діаметр, тобто AB є діаметром кола. Знаходимо середину відрізка AB — точка O — центр кола з радіусом $\frac{1}{2}AB$.

рис. ГМТ x буде коло з центром у середині відрізка AB і радіуса $\frac{1}{2}AB$, крім точок A і B.



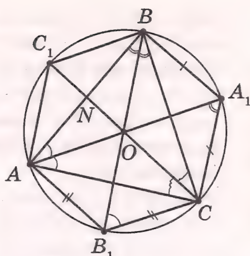
318. За умовою AD — бісектриса $\angle CAB$. За означенням бісектриси кута маємо

$\angle CAD = \angle BAD = \frac{1}{2}\angle CAB$. $\angle CAD$ опирається на хорду CD, $\angle DAB$ опирається на хорду BD. Отже, якщо $\angle CAD = \angle BAD$, тоді $CD = BD$. Розглянемо ΔCOD і ΔBOD. 1) OD — спільна сторона; 2) $BD = DC$; 3) $\angle BDO = \angle CDO$. За властивістю бісектриси кута чотирикутника. За I ознакою рівності трикутників маємо: $DC = DB$.



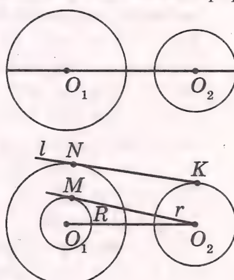
Якщо $BD = DC$, тоді $\angle BCD = \angle DBC$ (опираються на рівні хорди). Доведено.

319. За умовою O — точка перетину бісектрис ΔABC. Отже, O — центр кола, вписаного у ΔABC. За задачею № 318 маємо, що $AB_1 = B_1C$. Отже, ΔAB_1C — рівнобедрений, $BB_1 \perp AC$. Аналогічно $AA_1 \perp BC$ і $CC_1 \perp AB$. Крім цього маємо ΔAB_1C, ΔCA_1B, ΔBC_1A — рівнобедрені, тому у ΔAC_1B: C_1O — медіана, бісектриса і висота. $AN = NB$, $C_1N \perp AB$. Тому у ΔAOB: ON — медіані і висота, тому ΔAOB — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle OAN = \angle OBN$.



Отже, $\angle ABO = \angle OBA$ (внутрішні різносторонні). $\angle BAO = \angle OA_1B$ (внутрішні різносторонні). Тоді за ознакою паралельних прямих маємо: $AB \parallel A_1B_1$ і $CC_1 \perp AB$, отже, $A_1B_1 \perp CC_1$. Доведено.

320. *Побудова.*



1) Вимірюємо радіус R кола з центром у точці O_1.

2) Вимірюємо радіус r кола з центром у точці O_2.

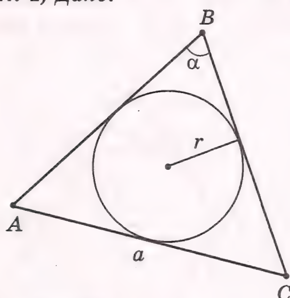
3) Знаходимо різницю $R - r = d$.

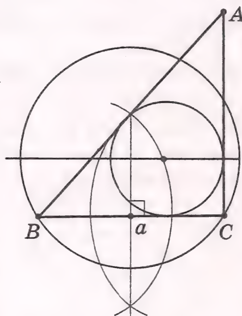
4) Будуємо коло з центром у точці O_1 радіуса d.

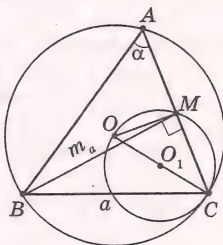
5) Будуємо дотичну до побудованого кола. яка проходить через точку O_2, O_2M — дотична.

6) Будуємо пряму l ($l \parallel O_2M$), яка є зовнішньою спільною дотичною до двох кіл.

321. 1) *Дано*:







Побудова.

Якщо O — центр вписаного кола у шуканий ΔABC, тоді у ΔAOC відомі $AC = a$ (сторона трикутника), висота, проведена з вершин O (радіус r) і $\angle AOC = 90° + \frac{1}{2}\angle B$ ($\angle A = \alpha$).

1) Будуємо відрізок, який дорівнює a. 2) На відрізку a, як на хорді, будуємо дугу, яка опирається на кут, який дорівнює $90° + \frac{\alpha}{2}$. 3) Будуємо пряму, яка паралельна відрізку a, яка знаходиться на відстані r від цього відрізку. 4) Якщо пряма перетинає дугу, тоді точка перетину є центром вписаного кола. 5) Якщо дотичні, які проведені з точок B і C до побудованого кола, перетинаються у точці A, тоді A — третя вершина ΔABC.

2) *Дано*: сторона a, протилежний кут α, m_b — медіана, яка проведена до другої сторони.

Вершина A належить дузі BC кола з центром у точці O, яка описана навколо ΔABC, тобто належить ГМТ, з яких заданий відрізок BC видно під заданим кутом α. Точка M знаходиться на заданій відстані від точки B, тобто лежить на колі з центром у точці B і радіусом m_a. Крім того, точка M є серединою хорди AC, тому $\angle OMC = 90°$, тобто точка M належить колу з діаметром OC.

Побудова.

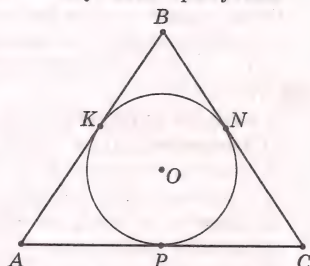
1) Будуємо відрізок $a = BC$. 2) Будуємо ГМТ, з яких відрізок BC видно під кутом α. 3) Будуємо коло з центром у точці B радіуса m_a. 4) Будуємо коло з діаметром OC. 5) M — точка перетину кіл. 6) A — точка перетину променя CM з дугою BC. 7) ΔABC — шуканий трикутник.

322. За умовою $AK : KB = 3 : 2$. Нехай $AK = 3x$ (см), $BK = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB = AK + KB$, $AB = 3x + 2x = 5x$ (см). За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $AK = AP = 3x$ (см), $BK = BN = 2x$ (см) $PC = CN = 5$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо:

$BC = BN + NC$, $BC = 2x + 5$ (см),

$AC = AP + PC$, $AC = 3x + 5$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$



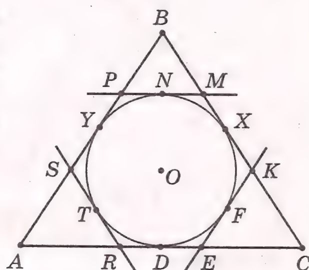
Складемо і розв'яжемо рівняння: $5x + 2x + 5 + 3x + 5 = 30$; $10x + 10 = 30$; $10x = 30 - 10$; $10x = 20$; $x = 20 : 10$; $x = 2$. Отже, маємо: $AB = 5 \cdot 2 = 10$ (см), $BC = 2 \cdot 2 + 5 = 9$ (см), $AC = 3 \cdot 2 + 5 = 11$ (см).

Відповідь: 10 см, 9 см, 11 см.

323. За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $SY = ST$, $YP = PN$, $NM = MX$, $XK = KF$, $FE = ED$, $DR = RT$. Використовуючи аксіому вимірювання відрізків отримаємо: $P_{\Delta ASR} = AS + SR + AR = AS + ST + TR + AR = P_1$;

$P_{\Delta EKC} = EC + CK + KE = EC + CK + KF + FE = P_2$;

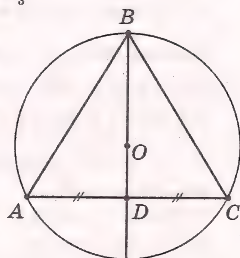
$P_{\Delta PBM} = PB + BM + PM = PB + BM + NM + NP = P_3$;



$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = (AS + SY + YP + PB) + (BM + MX + XK + KC) + (CE + ED + DR + RA) = (AS + ST + \underline{PN} + \underline{PB}) + (\underline{BM} + \underline{NM} + \underline{\underline{KF}} + \underline{\underline{KC}}) + (\underline{\underline{EC}} + \underline{\underline{FE}} + TR + AR) = + (ST + TR + AR + AS) + (EC + FE + KF + FC) + (PN + PB + BM + MN) = P_1 + P_2 + P_3$. *Відповідь*: $P_{\Delta ABC} = P_1 + P_2 + P_3$.

324. Як відомо, центр кола, описаного навколо трикутника — є точка перетину серединних перпендикулярів. Отже, $BD \perp AC$ і за умовою BD — медіана. За властивістю медіани рівнобедреного трикутника маємо ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$).

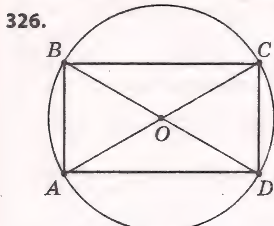
325. У квадраті з чорними центрами чорних клітинок на одну більше, ніж білих, а у квадраті з білим центром клітинок на одну більше, ніж чорних.



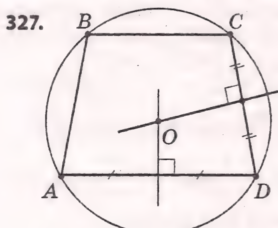
Якщо розглядати квадрат без центральних клітинок, загальна кількість білих клітинок дорівнює загальній кількості чорних. Спочатку дошка мала рівну кількість клітинок кожного кольору. Тому серед центрів отриманих квадратів чорних і білих клітинок порівну.



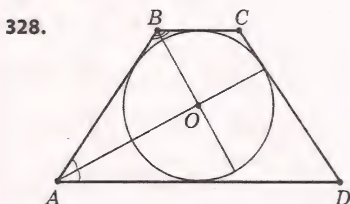
326.



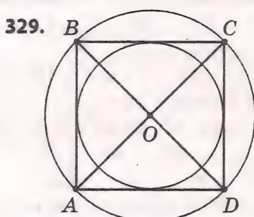
327.



328.



329.



330. Навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло, якщо $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$.

1) $\angle A = 90°$, $\angle B = 90°$, $\angle C = 80°$, $\angle D = 100°$; $90° + 80° \neq 90° + 100° \neq 180°$. Не можна описати коло.

2) $\angle A = 90°$, $\angle B = 80°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 100°$; $90° + 90° = 80° + 100° = 180°$. Можна описати коло.

3) $\angle A = 95°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 130°$, $\angle D = 110°$; $95° + 130° = 70° + 110° = 180°$. Можна описати коло.

331. Навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло, якщо $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$.

1) $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 8 : 11 : 6$; $3x + 11x = 8x + 6x$; $14x = 14x$. Можна описати коло.

2) $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 4 : 5 : 4 : 2$; $4x + 4x = 5x + 2x$; $8x \neq 7x$. Не можна описати коло.

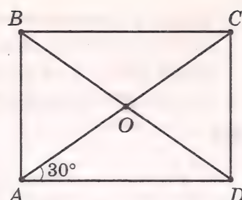
332. 1) Навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло, якщо $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. У прямокутника всі кути дорівнюють 90° і суми протилежних кутів дорівнюють 180°. Отже, навколо будь-якого прямокутника можна описати коло.

2) У рівнобічній трапеції кути при основі рівні, кути, прилеглі до бічної сторони в сумі становлять 180°, отже, $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. тоді навколо будь-якої рівнобічної трапеції можна описати коло.

333. Точка перетину серединних перпендикулярів, проведених до сусідніх сторін прямокутника, є центром кола, описаного навколо прямокутника, вона збігається з точкою перетину діагоналей прямокутника.

334. Навколо чотирикутника можна описати коло, якщо сума протилежних кутів дорівнює 180°. У ромба протилежні кути або гострі, тоді їх сума менше 180°, або тупі, тоді їх сума більше 180°. Отже, коло описати неможливо.

335. Нехай дано прямокутник $ABCD$, $AB = 12$ см, $\angle CAD = 30°$. Знайдемо радіус кола, описаного навколо $ABCD$.



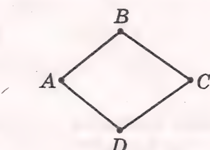
Оскільки центр кола, описаного навколо прямокутника $ABCD$, — точка перетину його діагоналей (т. O), то $AO = BO = CO = DO = R$.
Розглянемо $\triangle ACD$, $\angle D = 90°$, $\angle CAD = 30°$, $AB = CD = 12$ см (як протилежні сторони прямокутника), тоді $CD = \frac{1}{2}AC$, $AC = 2 \cdot CD$, $AC = 2 \cdot 12 = 24$ см.

$AO = OC = \frac{1}{2}AC = 12$ (см) (за властивістю діагоналей прямокутника).

Відповідь: $R = 12$ см.

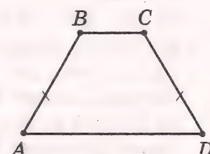
336. У чотирикутник $ABCD$ можна вписати коло, якщо $AB + CD = BC + AD$.
1) $AB : BC : CD : DA = 7 : 8 : 12 : 11$. $7x + 12x = 8x + 11x$; $19x = 19x$. Можна вписати коло.
2) $AB : BC : CD : DA = 7 : 12 : 8 : 11$. $7x + 8x = 12x + 11x$; $15x \neq 23x$. Не можна вписати коло.

337. Нехай дано чотирикутник $ABCD$, описаний навколо кола, $AB + DC = 18$ см. Знайдемо P_{ABCD}.



$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$.
Оскільки $ABCD$ описаний навколо кола, то $AB + DC = BC + AD = 18$ см.
$P_{ABCD} = 18 + 18 = 36$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 36$ см.

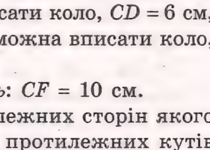
338. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $AB = CD = 7$ см, у трапецію можна вписати коло. Знайдемо P_{ABCD}. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. Оскільки у дану трапецію можна вписати коло, то $AB + CD = BC + AD = 7 + 7 = 14$ см.
$P_{ABCD} = 14 + 14 = 28$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 28$ см.



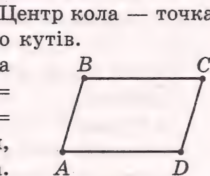
339. Нехай дано чотирикутник $CDEF$, у який можна вписати коло, $CD = 6$ см, $DE = 8$ см, $EF = 12$. Знайдемо CF. Оскільки у $CFEF$ можна вписати коло, то $CD + EF = DE + CF$.
$6 + 12 = 8 + CF$, $18 = 8 + CF$, $CF = 10$ см. *Відповідь*: $CF = 10$ см.

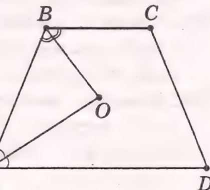
340. Коло можна вписати у чотирикутник, сума протилежних сторін якого рівні. Оскільки у ромба всі сторони рівні, то суми протилежних кутів рівні. Отже, у будь-який ромб можна вписати коло. Центр кола — точка перетину діагоналей ромба, які є бісектрисами його кутів.

341. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $AB < BC$. Коло можна вписати у чотирикутник $ABCD$, якщо $AB + CD = BC + AD$. $AB + CD < BC + AD$, так як $AB = CD$, $BC = AD$ і $AB < BC$. Отже, вписати коло у паралелограм, який не є ромбом, неможливо. *Відповідь*: не можна.

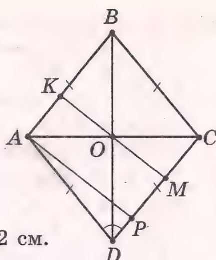


342. Нехай дано трапецію $ABCD$, т. O — центр вписаного кола. Знайдемо $\angle AOB$. Центр кола, вписаного у чотирикутник, — точка перетину бісектрис двох сусідніх кутів. AO і BO — бісектриси кутів A і B. Бісектриси кутів, прилеглих до бічної сторони трапеції, перетинаються під прямим кутом, $\angle AOB = 90°$. *Відповідь*: $\angle AOB = 90°$.





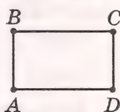
343. Нехай $ABCD$ — ромб, $\angle D = 60°$, $BD = 24$ см. Знайдемо r — радіус кола, вписаного у даний ромб. Нехай точки K і M — точки дотику, тоді OK і OM — радіуси, проведені у точку дотику. $OK \perp AB$, $OM \perp DC$, KM — висота ромба, $AP = KM$ (як висоти), AP — висота ΔADC. ΔADC — рівносторонній ($AD = DC$, $\angle D = 60°$), висоти рівностороннього трикутника рівні.



$DO = AP$, $DO = \frac{1}{2}DB$, $DO = 24 : 2 = 12$ см. $AP = 12$ см.

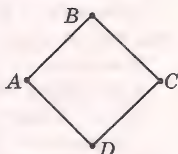
$2r = AP$, $r = \frac{1}{2}AP$, $r = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ см. *Відповідь*: $r = 6$ см.

344. Нехай $ABCD$ — прямокутник, в який можна вписати коло. Доведемо, що $ABCD$ — квадрат.

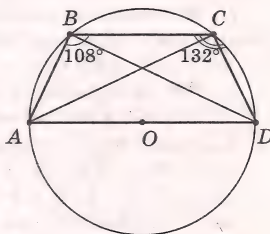


Якщо у чотирикутник $ABCD$ можна вписати коло, то $AB + CD = BC + AD$. Так як $AB = CD$, $BC = AD$ (як протилежні сторони прямокутника), то $2AB = 2BC$, $AB = BC$. Якщо у прямокутника сусідні сторони рівні, то це квадрат.

345. Нехай дано ромб $ABCD$, навколо нього можна описати коло. Доведемо, що $ABCD$ — квадрат. Якщо навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ (як протилежні кути ромба). $2\angle A = 2\angle B = 180°$, $\angle A = \angle B = 90°$. Оскільки у ромба всі кути дорівнюють 90°, то це квадрат.



346. Оскільки коло описане навколо чотирикутника $ABCD$, то $\angle ABC + \angle ADC = \angle BAD + \angle BCD = 180°$. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$, $\angle ADC = 180° - 108°$, $\angle ADC = 72°$. $\angle BAD + \angle BCD = 180°$, $\angle BAD = 180° - 132°$, $\angle BAD = 48°$.



Розглянемо ΔACD, $\angle ACD = 90°$ як кут, вписаний в коло, який спирається на діаметр AD, $\angle ADC = 72°$, $\angle CAD = 90° - 72° = 18°$. Розглянемо ΔABD, $\angle ABD = 90°$ як кут, вписаний в коло, який спирається на діаметр AD, $\angle BAD = 48°$, $\angle BDA = 90° - 48° = 42°$.

Відповідь: $\angle BAD = 48°$, $\angle ADC = 72°$, $\angle CAD = 48°$, $\angle BDA = 42°$.

347. Розглянемо ΔMPK. $\angle KMP + \angle MPK + \angle PKM = 180°$, $16° + \angle MPK + 58° = 180°$, $\angle MPK = 180° - 16° - 58° = 106°$. Оскільки чотирикутник вписаний у коло, то $\angle MNK + \angle MPK = \angle NMP + \angle NKP = 180°$. $\angle MNK = 180° - 106° = 74°$. $\angle MNP = MKP = 58°$ (як кути, вписані у коло і спираються на одну хорду MP). Розглянемо ΔMNP.

$\angle MNP + \angle NPM + \angle PMN = 180°$,

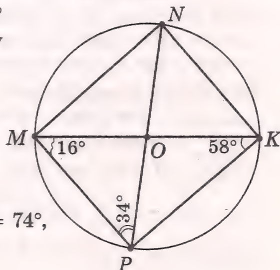
$58° + 34° + \angle PMN = 180°$,

$\angle PMN = 180° - 58° - 34° = 88°$,

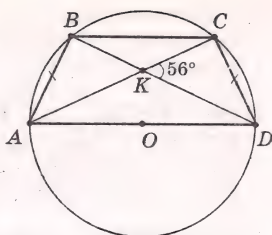
$\angle PMN + \angle PKN = 180°$,

$\angle PKN = 180° - 88° = 92°$.

Відповідь: $\angle PKN = 92°$, $\angle PMN = 88°$, $\angle MNK = 74°$, $\angle MPK = 106°$.

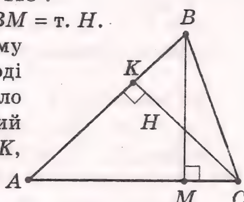


348. Нехай трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $AB = CD$, вписано у коло (O; R), AD — діаметр, AC і BD — діагоналі, $AC \cap BD =$ т. K, $\angle CKD = 56°$. Знайдемо $\angle BAD$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$. $\angle KAD = \angle KDA$, $\angle KBC = \angle KCB$ (так як трапеція рівнобока).



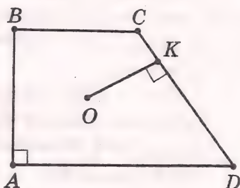
$\angle CKD$ — зовнішній кут ΔAKD і ΔBKC при вершині K.
$\angle CKD = \angle KAD + \angle KDA$, $56° = 2\angle KAD$, $\angle KAD = 28° = \angle KDA$.
$\angle CKD = \angle KBC + \angle BCD$, $56° = 2\angle KBC$, $\angle KBC = 28° = \angle KCB$.
Розглянемо ΔACD, $\angle ACD = 90°$ як вписаний у коло і спирається на діаметр, $\angle CAD = 28°$.
$\angle ACD + \angle CAD + \angle ADC = 180°$, $\angle CDA = 180° - 90° - 28° = 62°$.
$\angle CDA + \angle DCB = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції).
$\angle DCB = 180° - 62° = 118°$, $\left.\begin{matrix}\angle BAD = \angle CDA = 62° \\ \angle DCB = \angle CBA = 118°\end{matrix}\right\}$ як прилеглі кути до основ рівнобічної трапеції.
Відповідь: $\angle BAD = \angle CDA = 62$, $\angle DCB = \angle CBA = 118°$.

349. Нехай дано ΔABC, CK і BM — висоти, $CK \cap BM =$ т. H. Доведемо, що точки A, K, H, M лежать на одному колі. Через точки A, K, H, M проведемо коло, тоді AH — діаметр, $\angle AKH = 90°$ як вписаний у коло і спирається на діаметр. $\angle AMH = 90°$ як вписаний в коло і спирається на діаметр. Отже, точки A, K, H, M лежать на одному колі.



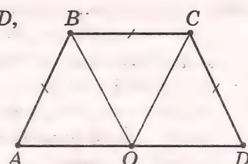
350. Нехай дано трапецію $ABCD$, $AB \perp CD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, у трапецію вписане коло, т. O — центр кола, т. K — точка дотику. $CK = 8$ см, $KD = 50$ см, $r = 20$ см.
Знайдемо P_{ABCD}.
$CD = CK + KD$, $CD = 8 + 50 = 58$ см. Висота трапеції $h = 2r$, $h = 2 \cdot 20 = 40$ см. Так як трапеція прямокутна, то $AB = h = 40$ см.
Оскільки у трапецію вписане коло, то $AB + CD = BC + AD$, $40 + 58 = BC + AD$, $98 = BC + AD$. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$, $P_{ABCD} = 98 + 98 = 196$ см.
Відповідь: $P_{ABCD} = 196$ см.

351. Нехай дано трапецію $ABCD$, $AB \perp AD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, у трапецію вписане коло, т. O — центр, т. K — точка дотику, $CK = 3$ см, $KD = 12$ см, $P_{ABCD} = 54$ см. Знайдемо $r = OK$. $CD = CK + KD$, $CD = 3 + 12 = 15$ см. $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = (AB + CD) + (BC + DA)$.
Оскільки у трапецію вписане коло, то $AB + CD = BC + DA$.



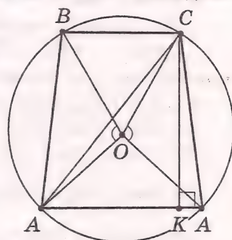
$P_{ABCD} = 2(AB + CD)$, $54 = 2(AB + CD)$, $AB + CD = 27$ (см), $AB = 27 - 15 = 12$ (см). Сторона AB є висотою, так як трапеція $ABCD$ — прямокутна.
$h = 2r$, $r = \frac{h}{2}$, $r = OK = \frac{12}{2} = 6$ (см)
Відповідь: $r = OK = 6$ см.

352. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, т. O — центр описаного кола, $CD = BC$. Знайдемо $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$.



Оскільки навколо трапеції описане коло, то дана трапеція рівнобока, тоді $AB = BC = CD$.
Розглянемо ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD.
1) $AB = BC = CD$ (за умовою).
2) $AO = BO = CO = DO$ (як радіуси описаного кола). Отже, $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD$ за трьома сторонами, з цього випливає, що $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$. $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180°$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 180° : 3 = 60°$. Так як ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD — рівнобедрені і $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 60°$, то ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD — рівносторонні.
$\angle BAD = 60°$, $\angle CDA = \angle BAD = 60°$, $\angle ABC = 60° + 60° = 120°$, $\angle ABC = \angle BCD = 120°$. *Відповідь*: $\angle ABC = \angle BCD = 120°$, $\angle BAD = \angle CDA = 60°$.

353. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), трапецію вписано в коло, $AC = d$, т. O — центр описаного кола, $\angle AOB = 120°$. Знайдемо MN — середню лінію трапеції.



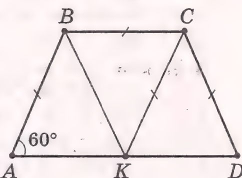
$MN = \dfrac{BC + AD}{2}$. Оскільки трапеція вписана в коло, то вона рівнобока, $AB = CD$. Проведемо висоту CK, тоді за властивістю рівнобокої трапеції

$AK = \dfrac{BC + AD}{2} = MN$.

$\angle COD = \angle AOB = 120°$ (за умовою). $\angle CAD$ — кут, вписаний у коло, $\angle COD$ — відповідний йому центральний кут, тоді $\angle CAD = \dfrac{1}{2}\angle COD$,

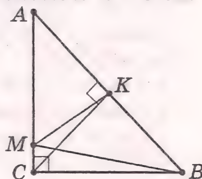
$\angle CAD = 120° : 2 = 60°$. Розглянемо ΔCAK, $\angle K = 90°$, $\angle CAK = 60°$, тоді $\angle ACK = 90° - 60° = 30°$. За властивістю катета, що лежить напроти кута $30°$: $AK = \dfrac{1}{2}AC$. $AK = \dfrac{d}{2}$, $AK = MN = \dfrac{d}{2}$. *Відповідь*: $MN = \dfrac{d}{2}$.

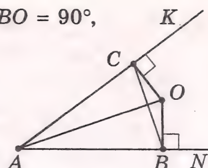
354. Нехай $ABCD$ — дана трапеція ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $AB = BC = CD = 6$ см, $\angle A = 60°$. Навколо трапеції описане коло, знайдемо R.



Проведемо $CK \parallel AB$. $ABCK$ — паралелограм ($AB \parallel CK$, $BC \parallel AK$), так як $AB = BC$, то $ABCK$ — ромб, тоді $AB = BC = CK = AK = 6$ см.
ΔCKD — рівнобедрений ($CD = CK$), $\angle D = 60°$, тоді ΔCKD — рівносторонній, $CK = CD = KD = 6$ см.
ΔABK — рівнобедрений ($AB = AK$), $\angle A = 60°$, тоді ΔABK — рівносторонній, $AB = BK = AK = 6$ см. Оскільки т. K така, що вона рівновіддалена від всіх вершин трапеції, то вона є центром кола, описаного навколо трапеції, тоді $AK = BK = KC = KD = R = 6$ см. *Відповідь*: $R = 6$ см.

355. Розглянемо чотирикутник $CMKB$. Так як $\angle MCB = 90°$, $\angle MKB = 90°$ і $\angle MCB + \angle MKB = 90° + 90° = 180°$, то $\angle CMK + \angle CBK = 180°$. Оскільки для чотирикутника $CMKB$ виконується умова: $\angle MCB + \angle MKB = \angle CMK + \angle CBK = 180°$, то навколо цього чотирикутника можна описати коло. $\angle MKC = \angle MBC$ як вписані у коло і спираються на хорду BC.



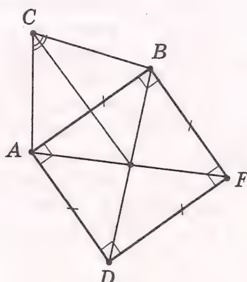


356. Розглянемо чотирикутник $ACOB$. $\angle OCA = 90°$, $\angle ABO = 90°$, $\angle OCA + \angle ABO = 180°$, тоді $\angle CAB + \angle COB = 180°$. Оскільки для чотирикутника $ACOB$ виконується умова: $\angle OCA + \angle ABO = \angle CAB + \angle COB = 180°$, то навколо цього чотирикутника можна описати коло. $\angle OAB = \angle OCB$ як вписані у коло і спираються на хорду OB.

357. Нехай $\angle ABK = \angle KBC = x$ (BK — бісектриса $\angle B$), $\angle BCM = \angle MCA = y$ (CM — бісектриса $\angle C$). $\angle B = 2x$, $\angle C = 2y$. З ΔABC: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle B + \angle C = 180° - 60°$, $2x + 2y = 120°$, $x + y = 60°$. З ΔBOC: $\angle BOC + \angle OBC + \angle BCO = 180°$, $\angle BOC = 180° - (x + y)$, $\angle BOC = 180° - 60° = 120°$. $\angle MOK = \angle BOC = 120°$ (як вертикальні). З ΔAMC: $\angle MAC + \angle AMC + \angle ACM = 180°$, $\angle AMC = 180° - 60° - y = 120° - y$. З ΔABK: $\angle ABK + \angle BKA + \angle BAK = 180°$, $\angle BKA = 180° - 60° - x = 120° - x$. Розглянемо чотирикутник $AMOK$. $\angle MAK + \angle MOK = 60° + 120° = 180°$. $\angle AMO + \angle AKO = 120° - y + 120° - x = 240° - (x + y) = 240° - 60° = 180°$. Оскільки для чотирикутника $AMOK$ виконується умова: $\angle MAK + \angle MOK = \angle AMO + \angle AKO = 180°$, то навколо цього чотирикутника можна описати коло. Тоді $\angle KMO = \angle KAO$ як вписані у коло і спираються на хорду OK. Бісектриси кутів ΔABC перетинаються в одній точці, тоді AO — бісектриса $\angle A$. $\angle OAK = \frac{1}{2}\angle A = 60° : 2 = 30°$, $\angle KMO = \angle OAK = 30°$.

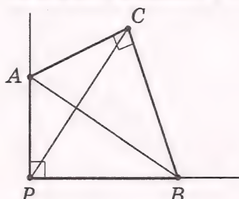
Відповідь: $\angle KMO = 30°$.

358. Нехай $\angle OKM = \angle OKA = x$, $\angle BMO = \angle OMK = y$. Розглянемо ΔMOK. $\angle OMK + \angle MKO + \angle KOM = 180°$. $\angle MOK = 180° - x - y = 180° - (x + y)$. $\angle BOA = \angle MOK = 180° - (x + y)$ (як вертикальні кути).Оскільки точки A, N, B, O лежать на одному колі, то $\angle N = \angle BOA = 180°$. $\angle N = 180° - (180° - (x + y)) = 180° - 180° + x + y = x + y$. Розглянемо ΔMNK, $\angle M = y + y = 2y$, $\angle K = x + x = 2x$. $\angle N + \angle M + \angle K = 180°$, $\angle N = 180° - 2x - 2y = 180° - 2(x + y)$, $180° - 2(x + y) = x + y$, $180 = 2(x + y) + x + y$, $180 = 3(x + y)$, $x + y = 180° : 3 = 60°$. *Відповідь*: $\angle N = 60°$.



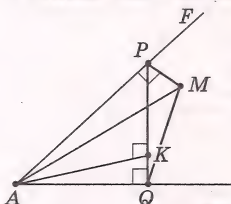
359. Розглянемо чотирикутник $ACBO$: $\angle ACB = 90°$ (за умовою), $\angle AOB = 90°$ ($AF \perp BD$ як діагоналі квадрата), тоді навколо цього чотирикутника можна описати коло. Оскільки $\angle ACB = \angle AOB = 90°$ і вони є вписаними в коло, то AB — діаметр. $\angle ACO = \angle ABO$ (як кути, вписані у коло і спираються на спільну хорду AO). $\angle ABO = 45°$ (властивість діагоналей квадрата). $\angle OAB = \angle OCB$ (як кути, вписані у коло і спираються на спільну хорду BO). $\angle OAB = 45°$ (властивість діагоналей квадрата). Тоді $\angle ACO = \angle OCB = 45°$.

360. Оскільки $\angle BPA = \angle ACB = 90°$, то навколо чотирикутника $APBC$ завжди можна описати коло, тоді $\angle BPC = \angle CAB$ (як кути, вписані у коло і спираються на хорду BC). Так як $\angle CAB$ є змінюється, то $\angle CPB = \text{const}$, тоді точка C належить відрізку CP.



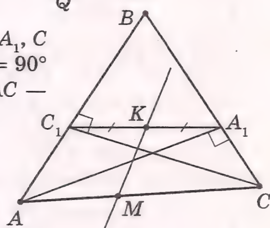
361. Оскільки $\angle APM = \angle AQM = 90°$, то точки A, P, M, Q лежать на колі. $\angle APQ = \angle AMQ$ (як кути, вписані у коло і спираються на хорду AQ).

Розглянемо ΔAPK і ΔAMQ, $\angle AKP = 90°$, $\angle AQM = 90°$, $\angle APK = \angle AMQ$, тоді і $\angle PAK = \angle MAQ$.

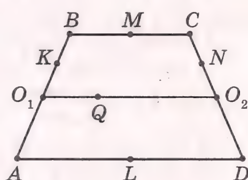


362. Оскільки $\angle CC_1A = \angle AA_1C = 90°$, то точки A, C_1, A_1, C лежать на одному колі. Так як $\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90°$ вписані у коло і спираються на хорду AC, то AC — діаметр кола.

A_1C_1 — хорда кола, серединний перпендикуляр до хорди — це радіус, що належить діаметру кола. Точка M — точка перетину двох діаметрів, тоді це центр кола і $AM = MC$.



363. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), коло $(O; R)$ — вписане у трапецію, коло $(O_1; R_1)$, коло $(O_2; R_2)$, $CD = 2R_2$, $AB = 2R_1$. Доведемо, що два кола дотикаються. Нехай N, K, M, L — точки дотику вписаного кола у дану трапецію із сторонами трапеції $ABCD$, тоді $\left.\begin{matrix} MC + LD = 2R_2 \\ BM + AL = 2R_1 \end{matrix}\right\}$ за властивістю відрізків дотичних.



$$R_2 = \frac{1}{2}(MC + LD), \quad R_1 = \frac{1}{2}(BM + AL), \quad R_1 + R_2 = \frac{1}{2}(BC + AD).$$

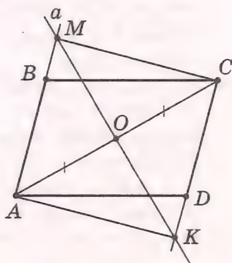
$O_1O_2 = R_1 + R_2 = \frac{1}{2}(BC + AD)$, тоді O_1O_2 — середня лінія трапеції, з цього випливає, що існує т. Q, що належить колу $(O_1; R_1)$ і колу $(O_2; R_2)$, Очевидно, що спільна точка єдина. Отже, Q — точка дотику.

364. Розглянемо ΔAOM і ΔCOK.

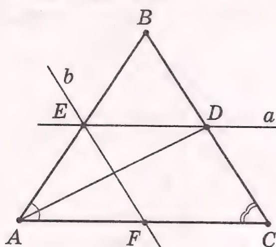
1) $AO = OC$ (т. O — середина AC).

2) $\angle AOM = \angle COK$ (як вертикальні).

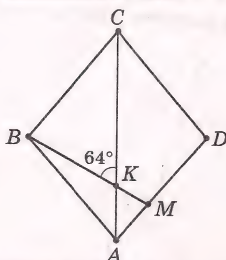
3) $\angle AMO = \angle CKO$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній MK). Отже, $\angle AOM = \angle COK$ (за II ознакою рівності трикутників), з цього випливає, що $MO = OK$. Розглянемо чотирикутник $AMCK$. AC і MK — діагоналі, $AO = OC$, $MO = OK$, тоді $AMCK$ — паралелограм.



365. $\angle DAC = \angle EDA$ (як внутрішні різносторонні при $ED \parallel AC$ і січній AD). В ΔAED $\angle EAD = \angle EDA$, тоді ΔAED — рівнобедрений і $AE = ED$. $FEDC$ — паралелограм, так як $ED \parallel FC$, $EF \parallel DC$, тоді $ED = FC$. Отже, $AE = FC$.



366. Розглянемо ΔKBC, $\angle CBK = 90°$, $\angle BKC = 64°$, $\angle BCK = 90° - 64° = 26°$. $\angle BCD = 2\angle BCK$ (CA — бісектриса $\angle C$). $\angle BCD = 2 \cdot 26° = 52°$, $\angle ABC + \angle BCD = 180°$, $\angle ABC = 180° - 52° = 128°$.
Відповідь: $\angle ABC = 128°$.

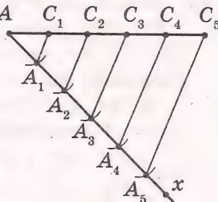


367. Будемо рахувати вершини многокутників, на які ми хочемо розрізати. Зрозуміло, що у 1000-кутника вершин рівно 1000, з них тільки 4 можуть співпадати з вершинами квадрата, інші 96 тоді повинні бути вершинами п'ятикутників. Але у 199-ти п'ятикутників сумарно може бути не більше 995 різних вершин. Отже, таке розрізання неможливе.
Відповідь: не можливо.

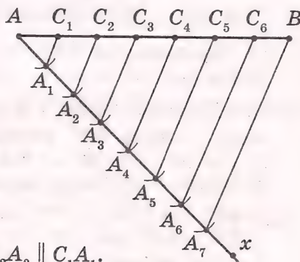
Завдання № 1 «Перевірте себе» в тестовій формі

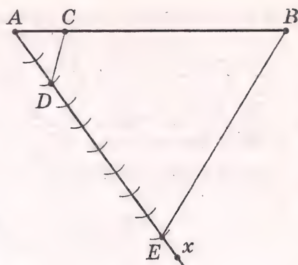
1. Б). **2.** Г). **3.** А). **4.** А). **5.** В). **6.** В). **7.** Г). **8.** А). **9.** А). **10.** В).

368. *Побудова*. 1) Через точку A проводимо довільний промінь AX з початком у точці A.
2) На промені AX від точки A за допомогою циркуля відкладаємо п'ять рівних відрізків.
$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$.
3) Проводимо пряму BA_5. 4) Через точки A_1, A_2, A_3, A_4 проводимо прямі паралельні прямій BA_5.
5) Маємо $A_1C_1 \parallel A_2C_2 \parallel A_3C_3 \parallel A_4C_4 \parallel A_5B$. $C_1 \in AB$, $C_2 \in AB$, $C_3 \in AB$, $C_4 \in AB$.
6) Отже, маємо $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4B$.
Висновок: поділили відрізок AB на п'ять рівних частин.

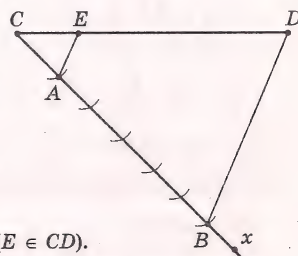


369. *Побудова*. 1) Через точку A проводимо довільний промінь AX з початком у точці A.
2) На промені AX від точки A за допомогою циркуля відкладаємо сім рівних відрізків: $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7$.
3) Будуємо пряму BA_7.
4) Через точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 проводимо прямі паралельні до прямої BA_7.
5)) Маємо $BA_7 \parallel C_6A_6 \parallel C_5A_5 \parallel C_4A_4 \parallel C_3A_3 \parallel C_2A_2 \parallel C_1A_1$.
$C_1 \in AB$, $C_2 \in AB$, $C_3 \in AB$, $C_4 \in AB$, $C_5 \in AB$, $C_6 \in AB$.
6) Отже, маємо $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5 = C_5C_6 = C_6B$.
Висновок: поділили відрізок AB на сім рівних частин.



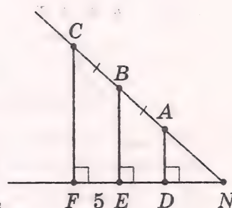


370. *Побудова.* 1) Через точку A проводимо довільний промінь AX з початком у точці A.
2) На промені AX, починаючі від точки A, відкладаємо за допомогою циркуля 9 рівних відрізків ($2 + 7 = 9$).
3) Позначаємо кінець другого відрізку D і останнього відрізку E.
4) Будуємо пряму BE.
5) Через точку D проводимо пряму $DC \parallel EB$, $C \in AB$. $AD : DE = 2 : 7$.
Висновок: $AC : CB = 2 : 7$. Точка C ділиться відрізок AB у відношенні $2 : 7$.



371. *Побудова.* 1) Через точку C проводимо довільний промінь CX з початком у точці C.
2) На промені CX, починаючі від точки C, відкладаємо за допомогою циркуля 6 рівних відрізків ($1 + 5 = 6$).
3) Позначаємо кінець першого відрізку A і кінець останнього відрізку B.
4) Будуємо пряму BD.
5) Через точку A проводимо пряму $AE \parallel DB$ ($E \in CD$).
$CE : ED = 1 : 5$.
Висновок: $CE : ED = 1 : 5$. Точка E ділиться відрізок CD у відношенні $1 : 5$.

372. За умовою $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$, $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$, $OB_1 = 3$ см.
За теоремою Фалеса $OB_1 = B_1B_2$, отже, $B_2B_2 = 3$ см.
$OB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = 3$ см, звідси маємо: $OB_3 = 3 \cdot OB_1$, $OB_3 = 3 \cdot 3 = 9$ (см).
$OB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$, $B_1B_4 = 3 \cdot B_1B_2$, $B_1B_4 = 3 \cdot 3 = 9$ (см).
Відповідь: $OB_1 = 3$ см, $OB_3 = 9$ см, $B_1B_4 = 9$ см.



373. За умовою $AB = BC$, $EF = 5$ см.
За теоремою Фалеса маємо: $CF \perp FN$, $BE \perp FN$, $AD \perp FN$, тоді $CF \parallel BE \parallel AD$, $AB = BC$, тоді $FE = ED = 5$ см. *Відповідь*: 5 см.

374. $AB = 12$ см, $CD = 18$ см, $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.
Відповідь: $AD : CD = 2 : 3$.
Відношення не зміниться якщо довжини відрізків виразити у дециметрах та у міліметрах.

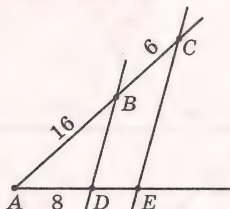
375. 1) Перевірити: $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MK}$; $\frac{16}{6} = \frac{24}{9}$; $\frac{8}{3} = \frac{8}{3}$.
Відрізки AB і CD пропорційні відрізкам FE і MK.
2) Перевірити: $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MK}$; $\frac{8}{20} = \frac{10}{35}$; $\frac{2}{5} \neq \frac{2}{7}$.
Відрізки AB і CD не пропорційні відрізам EF і MK.

376. $\frac{AB}{PS} = \frac{EF}{MK}$; $\frac{3}{6} = \frac{18}{36}$; $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;
$\frac{PS}{AB} = \frac{MK}{EF}$; $\frac{6}{3} = \frac{36}{18}$; $\frac{2}{1} = \frac{2}{1}$.
Відрізки AB і PS пропорційні відрізки MK і EF.

377. За теоремою про пропорційні відрізки маємо: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$;

$\frac{16}{6} = \frac{8}{DE}$; $DE = \frac{6 \cdot 8}{16}$;

$DE = 3$ см. *Відповідь*: $DE = 3$ см.

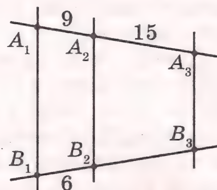


378. За теоремою про пропорційні відрізки маємо:

$\frac{A_1A_2}{A_2A_3} = \frac{B_1B_2}{B_2B_3}$; $\frac{9}{15} = \frac{6}{B_2B_3}$;

$B_2B_3 = \frac{15 \cdot 6}{9} = 10$ (см).

Відповідь: $B_2B_3 = 10$ см.

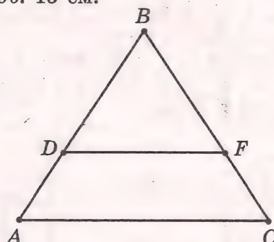


379. За умовою нехай $AD = x$ см, тоді $BD = 2x$ (см). За умовою $DE \parallel AC$. За теоремою про пропорційні відрізки маємо:

$\frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC}$; $\frac{2x}{x} = \frac{10}{EC}$; $EC = \frac{x \cdot 10}{2x} = 5$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо $BC = BE + EC$, $BC = 10 + 5 = 15$ (см).

Відповідь: 15 см.

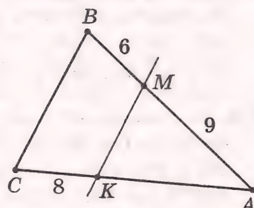


380. За умовою $MK \parallel BC$. За теоремою про пропорційні відрізки маємо:

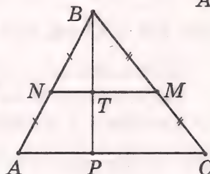
$\frac{AM}{BM} = \frac{AK}{CK}$; $\frac{9}{6} = \frac{AK}{8}$;

$\frac{9 \cdot 8}{6} = 12$ (см).

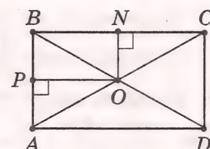
Відповідь: $AK = 12$ см.



381. За умовою NM — середня лінія ΔABC. За умовою про середню лінію трикутника N — середина AB, M — середина AC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо $NM \parallel AC$. За теоремою Фалеса маємо: $AN = NB$, $NT \parallel AP$, тоді $BT = TP$. Доведено.

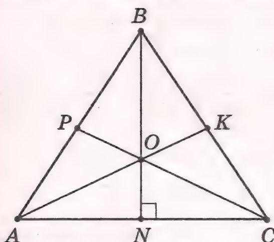


382. За умовою $ABCD$ — прямокутник, $\angle ABC = 90°$, $AB \perp BC$, $ON \perp BC$. Тоді $ON \parallel AB$. За властивістю діагоналей прямокутника маємо: O — середина діагоналі AC ($AO = OC$). Отже, маємо: $ON \parallel AB$, $AO = OC$, тому за теоремою Фалеса маємо: $BN = NC$. Виконаємо додаткову побудову $OP \perp AB$. $OP \perp AB$, $AD \perp AB$ ($\angle BAD = 90°$, $ABCD$ — прямокутник).

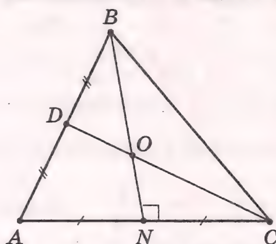


Звідси маємо: $OP \parallel AD$ і $BO = OD$ (властивість діагоналей прямокутника). За теоремою Фалеса маємо $BP = PA$. $BPON$ — прямокутник (за побудовою), $BP = ON$ (властивість протилежних сторін), $BP = ON = 7$ см, $AB = 2 \cdot 7 = 14$ (см). *Відповідь*: 14 см.

383. За властивістю висоти рівностороннього трикутника маємо: BN — висота, BN — бісектриса, медіана. AK і CP — бісектриса, медіана, висота. За властивістю медіан трикутника маємо: $BO : ON = 2 : 1$. Нехай $ON = x$ см, $OB = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BN = BO + ON$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 2x = 12$; $3x = 12$; $x = 12 : 3$; $x = 4$. Отже, $ON = 4$ см. *Відповідь*: $ON = 4$ см.



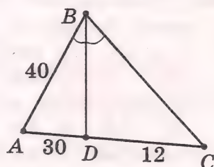
384. За властивістю медіан трикутника маємо: $OD : OC = 1 : 2$. Нехай $OD = x$ см, $OC = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $DC = DO + OC$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + 2x = 9$; $3x = 9$; $x = 9 : 3$; $x = 3$. Отже, маємо: $OD = 3$ см, $OC = 2 \cdot 3 = 6$ (см).
Відповідь: $OD = 3$ см, $OC = 6$ см.



385. За властивістю бісектриси трикутника маємо:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}; \quad \frac{30^{5}}{12_{2}} = \frac{40}{BC}; \quad BC = \frac{2 \cdot 40^{8}}{5_{1}} = 16 \text{ (см)}.$$

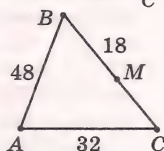
Відповідь: 16 см.



386. За властивістю бісектриси трикутника маємо:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{MC}; \quad \frac{48^{3}}{32_{2}} = \frac{18}{MC}; \quad MC = \frac{2 \cdot 18^{6}}{3_{1}} = 12 \text{ (см)}.$$

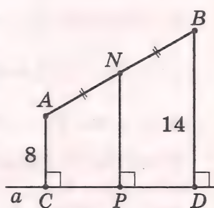
За аксіомою вимірювання відрізків маємо:
$BC = BM + MC$, $BC = 18 + 12 = 30$ (см).
Відповідь: 30 см.



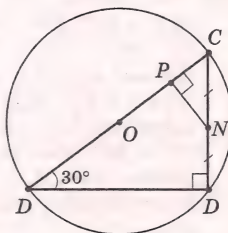
387. Відстань від точки до прямої, це довжина перпендикуляра, проведеного з цієї точки до прямої. Отже, $AC \perp a$, $BD \perp a$, звідси маємо: $AC \parallel BD$. Тоді чотирикутник $ABDC$ — трапеція з основами AC і BD. $NP \perp a$, $NP \parallel AC$, $NP \parallel BD$.
За умовою N — середина AB, тоді NP — середня лінія трапеції. За теоремою про середню лінію маємо:

$$NP = \frac{1}{2}(AC + BD); \quad NP = \frac{1}{2} \cdot (14 + 8) = 22 : 2 = 11 \text{ см}.$$

Відповідь: 11 см.



388. $\angle ABC$ — вписаний кут, який опирається на діаметр AC. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: $\angle CBA = 90°$.
Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). Якщо $\angle A = 30°$. За властивістю катета, який лежить напроти кута 30°, маємо: $CB = \frac{1}{2} AC$.
Нехай $CB = x$ см, тоді $AC = 2x$ см.

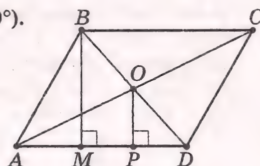


За умовою N — середина CB, тоді $CN = NB = \frac{1}{2}CB$; $CN = \frac{x}{2}$ (см).

За властивістю пропорційних відрізків маємо: $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{AC}$; $\frac{3}{AB} = \frac{x}{4} : x$;

$\frac{3}{AB} = \frac{\not{x}}{4\not{x}}$; $\frac{3}{AB} = \frac{1}{4}$; $AB = 3 \cdot 4 = 12$ (см). *Відповідь*: 12 см.

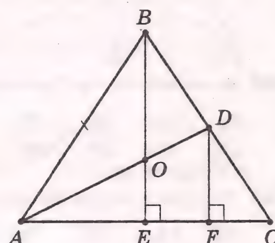
389. Розглянемо ΔAMB — прямокутний ($\angle M = 90°$). За умовою $\angle A = 45°$. За властивістю гострих кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B = 90° - 45° = 45°$. Якщо $\angle A = \angle B = 45°$, тоді ΔAMB — рівнобедрений і прямокутний, $AM = BM = 8$ см. $BM \perp AD$, $OP \perp AD$ тоді $BM \parallel OP$, O — середина BD ($BO = OD$; $BD = 2OD$).



За теоремою о пропорційних відрізків маємо: $\frac{OP}{BM} = \frac{OD}{BD}$; $\frac{OP}{8} = \frac{\not{OD}}{2 \cdot \not{OD}}$;

$\frac{OP}{8} = \frac{1}{2}$; $OP = \frac{{}^{4}\not{8} \cdot 1}{\not{2}} = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

390. За умовою $AB = BC$, тоді ΔABC— рівнобедрений. За умовою BE — висота, проведена до основи. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо: BE — медіана. За властивістю медіан трикутника маємо: $AD \cap BE = O$, $BO : OE = 2 : 1$. Нехай $OE = x$ см, $BO = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BE = BO + OC$, $x + 2x = 12$; $3x = 12$; $x = 12 : 3$; $x = 4$. $OE = 4$ см. За умовою $BE \perp AC$ і $DF \perp AC$, тоді $BE \parallel DF$. AD — медіана.



За означенням медіани маємо D — середина сторони BC і $DF \parallel BE$. За теоремою Фалеса маємо F — середина EC, тоді DF — середня лінія ΔBFC.

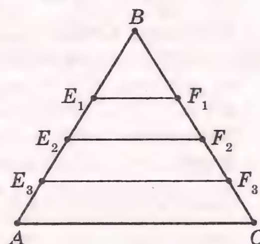
За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $DF = \frac{1}{2}BE$,

$DF = 12 : 2 = 6$ (см). BE — медіана, $AE = EC = \frac{1}{2}AC$, $AE = 8 : 2 = 4$ (см),

$EC = 4$ см. F — середина EC, $EF = FC = \frac{1}{2}EC$, $EF = 4 : 2 = 2$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AF = AE + EF$, $AF = 4 + 2 = 6$ (см). $AF = FD = 6$ см. Отже, ΔAFD — прямокутний рівнобедрений ($\angle F = 90°$). Отже, $\angle ADF = 45°$. *Відповідь*: $DF = 6$ см, $\angle ADF = 45°$.

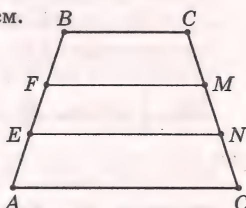
391. За умовою $BE_1 = E_1E_2 = E_2E_3 = AE_3$ і $E_1F_1 \parallel E_2F_2$ $E_3F_3 \parallel AC$. За теоремою Фалеса $BF_1 = F_1F_2 = F_2F_3 = F_3C$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $E_2B = E_2E_1 + E_1B$ і $E_2A = E_2E_3 + E_3A$, отже, маємо: $AE_2 = BE_2$. Аналогічно $BF_2 = BF_1 + F_1F_2$ і $CF_2 = F_2F_3 + F_3C$, $CF_2 = BF_2$. Звідси маємо E_2 — середина сторони AB і F_2 — середина сторони BC. За означенням середньої лінії трикутника маємо: E_2F_2 — середня лінія трикутника.



За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $E_2F_2 = \frac{1}{2}AC$, $E_2F_2 = 24 : 2 = 12$ (см). Розглянемо ΔBE_2F_2. За умовою $BE_1 = E_1E_2$, $BF_1 = F_1F_2$. Отже, маємо E_1 — середина BE_2 і F_1 — середина BF_2. Отже, маємо E_1 — середина BE_2 і F_1 — середина BF_2. Звідси маємо: E_1F_1 — середня лінія ΔBE_2F_2. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $E_1F_1 = \frac{1}{2}E_2F_2$, $E_1F_1 = 12 : 2 = 6$ (см). За умовою $E_2F_2 \parallel AC$, отже, за означенням трапеції маємо ACE_2F_2 — трапеція. E_3 — середина сторони AE_2 і F_3 — середина сторони CF_2; E_3F_3 — середня лінія трапеції ACF_2E_2. За теоремою про середню лінію трапеції маємо:

$$E_3F_3 = \frac{1}{2}(AC + E_2F_2), \quad E_3F_3 = \frac{1}{2}\cdot(24+12) = 36 : 2 = 18 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $E_1F_1 = 6$ см, $E_2F_2 = 12$ см, $E_3F_3 = 18$ см.



392. За умовою $FB = FE$, тому F — середина сторони BE. $CM = MK$, тому M — середина сторони CN. FM — середня лінія $EBCN$. За теоремою про середню лінію трапеції маємо

$$FM = \frac{1}{2}(BC + EN).$$

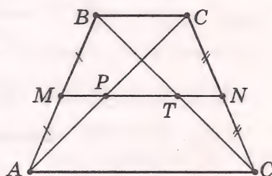
Звідси маємо: $BC + EN = 2FM$.
За умовою $EF = EA$, тому E — середина сторони AF і $NM = ND$, тому N — середина сторони MD. EN — середня лінія трапеції, $EN = \frac{1}{2}(FM + AD)$.

Звідси маємо: $FM + AD = 2EN$. Нехай $FM = x$ см, $EN = y$ см.
Складемо і розв'яжемо систему рівнянь:

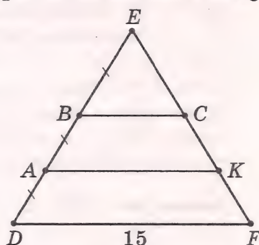
$$\begin{cases}16 + y = 2x, \\ 28 + x = 2y;\end{cases} \quad \begin{cases}2x - y = 16, \\ -x + 2y = 28;\end{cases}\Bigg|\cdot 2 \quad +\begin{cases}4x - 2y = 32, \\ -x + 2y = 28;\end{cases} \quad y = 2x - 16;$$

$$3x = 60;\ x = 60 : 3;\ x = 20;$$

$y = 2 \cdot 20 - 16 = 40 - 16 = 24$. $FM = 20$ см, $EN = 24$ см.
Відповідь: 20 см, 24 см.



393. За умовою MN — середня лінія трапеції. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MN \parallel BC$. Розглянемо ΔABC. $MP \parallel BC$, M — середина AB. За теоремою Фалеса $AP = PC$, якщо $AM = MB$. Розглянемо ΔBCD. $TN \parallel BC$. N — середина CD. За теоремою Фалеса $BT = BD$, якщо $CN = ND$. Доведено.



394. За умовою $AB = BE$ і $BC \parallel DF$ і $AK \parallel DF$, отже, $BC \parallel AK$. За теоремою Фалеса маємо $EC = CK$. Отже, B — середина сторони AE і C — середина сторони EK. BC — середня лінія ΔAEK. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $BC = \frac{1}{2}AK$.

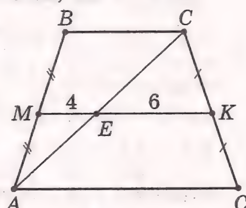
Нехай $BC = x$ см тоді $AK = 2x$ (см). За умовою $AD = AB$. A — середина сторони DB. $CK = KF$, K — середина сторони CF.
Отже, за означенням середньої лінії трапеції, AK — середня лінія трапеції $DBCF$ ($DF \parallel BC$).

За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $AK = \frac{1}{2}(BC + DF)$.

Складемо і розв'яжемо рівняння: $2x = \frac{1}{2}(x + 15)$; $x + 15 = 2 \cdot 2x$;

$x + 15 = 4x$; $-4x = -15$; $-3x = -15$; $x = -15 : (-3)$; $x = 5$. Отже, маємо $BC = 5$ см, $AK = 2 \cdot 5 = 10$ (см). *Відповідь*: $BC = 5$ см, $AK = 10$ см.

395. За умовою MK — середня лінія трапеції $ABCD$. За означенням середньої лінії трапеції маємо: M — середина сторони AB і K — середина сторони CD. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MK \parallel AD$, $MK \parallel BC$. Отже, отримали M — середина сторони AB і $ME \parallel BC$. За теоремою Фалеса маємо: $AE = EC$, тобто E — середина сторони AC. Розглянемо ΔABC. ME — середня лінія ΔABC.

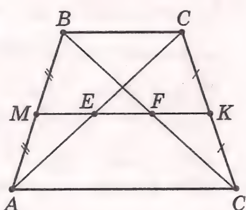


За теоремою про середню лінію трикутника маємо:

$ME = \frac{1}{2}BC$ або $BC = 2ME$, $BC = 2 \cdot 4 = 8$ см. Аналогічно EK — середня лінія ΔACD, тоді $EK = \frac{1}{2}AD$ або $AD = 2EK$, $AD = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

Відповідь: $BC = 8$ см, $AD = 12$ см.

396. За умовою MK — середня лінія трапеції, тоді за означенням середньої лінії трапеції маємо: M — середина сторони AB і K — середина сторони CD. За теоремою по середню лінію трапеції маємо: $MK \parallel BC$, $MK \parallel AD$. Отже, отримали: M — середина сторони AB і $ME \parallel BC$. За теоремою Фалеса маємо E — середина сторони AC. Звідси маємо: ME — середня лінія ΔABC.

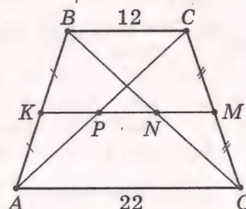


За теоремою про середню лінію трикутника маємо:

$ME = \frac{1}{2}AC$. Ми отримали $CK = KD$ і $FK \parallel BC$. За теоремою Фалеса маємо: F — середина сторони BD. Отже, маємо FK — середня лінія ΔBCD. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $FK = \frac{1}{2}BC$.

Отже, $ME = FK$. Доведено.

397. За умовою MK — середня лінія трапеції $ABCD$. За означенням середньої лінії маємо: M — середина сторони AB. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MK \parallel BC$, $MK \parallel AD$. Отже, маємо: $AM = MB$ і $MP \parallel BC$. За теоремою Фалеса маємо: $AP = PC$. Звідси маємо: MP — середня лінія ΔABC. За теоремою про середню лінію трикутника маємо:



$MP = \frac{1}{2}BC$, $MP = 12 : 2 = 6$ (см). Аналогічно: NK — середня лінія ΔBCD.

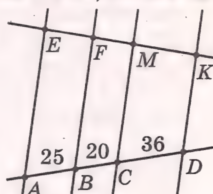
$NK = \frac{1}{2}BC$, $NK = 12 : 2 = 6$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків

маємо: $MK = MP + PN + NK$, $PN = MK - (MP + NK)$. MK — середня лінія трапеції $ABCD$. За теоремою про середню лінію трапеції маємо:

$MK = \frac{1}{2}(AD + BC)$, $MK = (22 + 12) : 2 = 34 : 2 = 17$ (см).

$PN = 17 - (6 + 6) = 17 - 12 = 5$ (см). *Відповідь*: $MP = NK = 6$ см, $PN = 5$ см.

398. За властивістю пропорційних відрізків маємо:



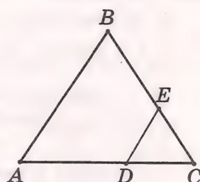
$\frac{AB}{EF} = \frac{BD}{FK}$. Нехай $EF = x$ см, тоді $FK = 48 - x$ (см).

Звідси маємо: $\frac{25}{x} = \frac{35}{48 - x}$.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо:
$BD = BC + CD$, $BD = 20 + 35 = 55$ (см).
$80x = 1200$; $x = 1200 : 80$; $x = 15$.
Отже, $EF = 15$ см, $FK = 48 - 14 = 33$ (см). За властивістю пропорційних відрізків маємо: $\frac{FM}{BC} = \frac{MK}{CD}$. Нехай $FM = y$ см, тоді $MK = 33 - y$ (см),

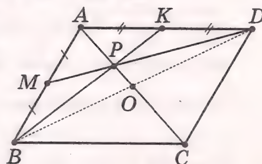
$\frac{y}{20} = \frac{33 - y}{35}$; $35y = 20(33 - y)$; $35y = 660 - 20y$; $35y + 20y = 660$;
$55y = 660$; $y = 660 : 55$; $y = 12$. Отже, $MF = 12$ см, $MK = 33 - 12 = 21$ (см).
Відповідь: $EF = 15$ см, $FM = 12$ см, $MK = 21$ см.

399. За теоремою про пропорційні відрізки маємо:



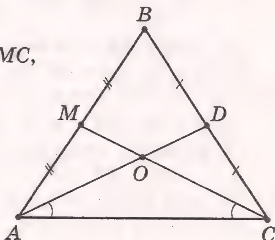
$\frac{DC}{EC} = \frac{AD}{BE}$. За умовою $AD : DC = 5 : 7$.
Нехай $AD = 5x$ (см), $DC = 7x$ (см).
Нехай $EC = y$ см, тоді $BE = 36 - y$ (см).
Складемо і розв'яжемо рівняння:
$\frac{7x}{y} = \frac{5x}{36 - y}$; $\frac{7\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \frac{y}{36 - y}$; $\frac{7}{5} = \frac{y}{36 - y}$;
$5y = 7 \cdot (36 - y)$; $5y = 252 - 7y$; $5y + 7y = 252$; $12y - 252$; $y = 252 : 12$; $y = 21$. Отже, $BE = 36 - 21 = 15$ (см). *Відповідь*: $BE = 15$ см.

400. Виконаємо додаткову побудову: діагональ BD. Розглянемо ΔBAD. Якщо K — середина AD, тоді BK — медіана ΔBAD. Аналогічно, за умовою M — середина AB, тоді MD — медіана ΔBAD. За властивістю діагоналей паралелограма маємо $AC \cap BD = O$. $BO = OD$, отже, AO — медіана ΔBAD.



За властивістю медіан трикутника маємо, що медіани трикутника перетинаються в одній точці, тому P — точка перетину медіан. Отже, $P \in AO$, тоді $P \in AC$. Доведено.

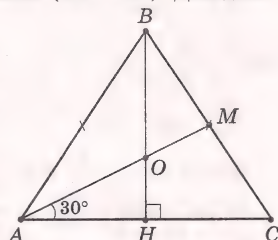
401. За властивістю медіани трикутника маємо:



$AO = \frac{2}{3}AD$ і $OC = \frac{2}{3}CM$, отже, якщо $AD = MC$, тоді $AO = OC$. Звідси маємо ΔAOC — рівнобедрений. За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: $\angle OAC = \angle OCA$. Розглянемо ΔADC і ΔCMA.
1) $AD = MC$ (за умовою); 2) $\angle OAC = \angle OCA$;
3) AC – спільна сторона.

За I ознакою рівності трикутників $\Delta ADC = \Delta CMA$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle MAC = \angle DCA$. Звідси, за властивістю кутів рівнобедреного трикутника, маємо: ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). Доведено.

402. За умовою $AB = BC$, отже, ΔABC — рівнобедрений. За умовою BH — висота. За властивістю рівнобедреного трикутника маємо: BH — медіана. За властивістю медіан трикутника маємо: $AO : OM = 2 : 1$.



Нехай $AO = 2x$ (см) і $OM = x$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AM = AO + OM$. $x + 2x = 45$; $3x = 45$; $x = 45 : 3$; $x = 15$. Отже, маємо: $OM = 15$ см, $AO = 30$ см. За умовою $BH \perp AC$ і $\angle OHA = 90°$.

Розглянемо ΔOHA — прямокутний ($\angle H = 90°$). $\angle OAH = \angle CAM = 30°$. За властивістю прямокутного трикутника маємо: $\angle AOH = 90° - \angle AOH$, $\angle AOH = 90° - 30°$. Звідси маємо $\angle AOH = 60°$. За властивістю кута, який лежить напроти кута 30°, маємо: $OH = \frac{1}{2}AO$, $OH = 30 : 2 = 15$ (см).

За властивістю медіан трикутника маємо: $BH = 3OH$, $BH = 3 \cdot 15 = 45$ (см).

Відповідь: 45 см.

403. *Побудова.* 1) Будуємо промінь AO.

2) Ділимо відрізок AO навпіл: $AP = PO$.

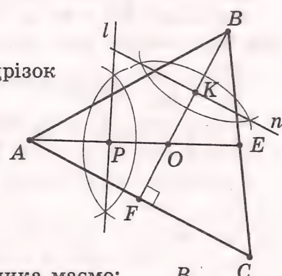
3) На промені AO за точку O відкладаємо відрізок $OE = AP$. 4) Будуємо промінь BO.

5) Ділимо відрізок BO навпіл: $BK = KO$.

6) На промені BO за точку O відкладаємо відрізок $BK = OF$.

7) Будуємо промені AF і BE, $AF \cap BE = C$.

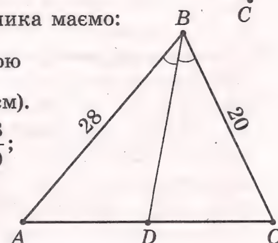
ΔABC — шуканий трикутник, побудований на стороні AB і точці перетину медіан — O.



404. За властивістю бісектриси кута трикутника маємо: $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$. Нехай $AD = x$ см, тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо: $DC = 36 - x$ (см).

Складемо і розв'яжемо рівняння: $\frac{x}{36 - x} = \frac{28}{20}$;

$2x = (36 - x) : 28$; $36 - x = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}x}{\underset{7}{\cancel{28}}}$;

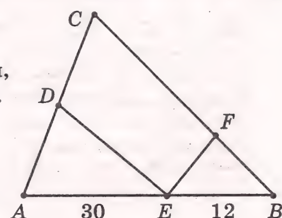


$5x = 7 \cdot (36 - x)$; $5x = 36 - 7x$;

$5x + 7x = 7 \cdot 36$; $12x = 7 \cdot 36$; $x = \frac{7 \cdot \overset{3}{\cancel{36}}}{\cancel{12}} = 21$. Отже, маємо: $AD = 21$ см, $DC = 36 - 21 = 15$ (см).

Відповідь: $AD = 21$ см, $DC = 15$ см.

405. За умовою $CDEF$ — ромб. Нехай $CD = x$ см, $AD = y$ см, $FB = z$ см. $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$.
За аксіомою вимірювання відрізків маємо:
$AB = AE + EB$, $AC = AD + DC$,
$CB = CF + FB$, $AB = 30 + 12 = 42$ (см).
$AC = x + y$ (см), $CB = x + z$ (см).



$42 + x + y + x + z = 105$; $42 + 2x + y + z = 105$; $2x + y + z = 105 - 42$; $2x + y + z = 63$. За теоремою про пропорційні відрізки маємо:

$\frac{AD}{AE} = \frac{DC}{EB}$; $\frac{y}{x} = \frac{\cancel{30}^5}{\cancel{12}_2}$; $\frac{y}{x} = \frac{5}{2}$; $y = \frac{5}{2}x$. Аналогічно: $\frac{BF}{EB} = \frac{CF}{AE}$; $\frac{z}{12} = \frac{x}{30}$;

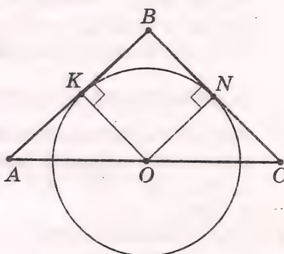
$\frac{x}{z} = \frac{12}{30}$; $z = \frac{2}{5}x$. $2x^{\backslash 10} + \frac{2^{\backslash 15}}{5}x + \frac{2^{\backslash 2}}{5}x = 63$; $\frac{20x + 25x + 4x}{10} = 63$;

$\frac{49x}{10} = 63$; $x = \frac{{}^3\cancel{63} \cdot 10}{\cancel{49}_7} = \frac{90}{7}$; $y = \frac{5}{2} \cdot \frac{\cancel{90}^{45}}{7} = \frac{225}{7}$; $z = \frac{2}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{90}^{18}}{7} = \frac{36}{z}$;

$AC = x + y = \frac{90}{7} + \frac{225}{7} = \frac{315}{7} = 45$ (см); $BC = x + z = \frac{90}{7} + \frac{36}{7} = \frac{126}{7} = 18$ (см).

Відповідь: $AB = 45$ см, $BC = 18$ см.

406. За властивістю дотичних до кола, проведених до кола з однієї точки, маємо: $BK = BN$ і $OK \perp AB$, $ON \perp BC$ (OK, ON — радіуси). Розглянемо ΔOKB і ΔONB — прямокутні. 1) $\angle BKO = \angle BNO = 90°$;
2) $KB = BN$; 3) OB — спільна сторона
За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta OKB = \Delta ONB$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle KBO = \angle NBO$. Отже, BO — бісектриса $\angle ABC$.



За властивістю бісектриси кута маємо: $\frac{AO}{OC} = \frac{AB}{BC}$. Нехай $AO = x$ см,

тоді $OC = 80 - x$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $\frac{\cancel{39}^3}{\cancel{65}_5} = \frac{x}{80 - x}$;

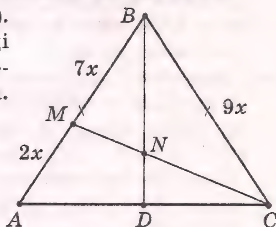
$5x = 3(80 - x)$; $5x = 240 - 3x$; $5x + 3x = 240$; $8x = 240$; $x = 240 : 8$; $x = 30$. Отже, $AO = 30$ см, $OC = 80 - 30 = 50$ (см). *Відповідь*: 30 см, 50 см.

407. За умовою ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За умовою D — середина сторони AC, тоді BD — медіана. За властивістю медіани рівнобедреного трикутника маємо: BD — бісектриса. За властивістю бісектриси кута маємо:

$\frac{MB}{BC} = \frac{MN}{NC}$. За умовою $AM : MB = 2 : 7$.

Нехай $AM = 2x$ (см), $MB = 7x$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB = AM + MB$; $AB = 2x + 7x = 9x$ (см).



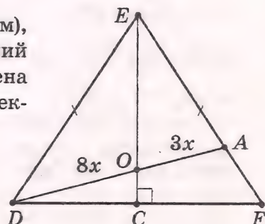
Отже, $BC = 9x$ (см). Складемо відношення: $\frac{7x}{9x} = \frac{MN}{NC}$; $\frac{MN}{NC} = \frac{7}{9}$.

Відповідь: $MN : NC = 7 : 9$.

408. За умовою $AO : OD = 3 : 8$. Нехай $OA = 3x$ (см), $OD = 8x$ (см). За умовою ΔDEF — рівнобедрений ($DE = EF$). За умовою EC — висота, проведена до основи. EC — бісектриса. За властивістю бісектриси маємо:

$\frac{DE}{EA} = \frac{DO}{OA}$. Отже, $\frac{DE}{EA} = \frac{8x}{3x}$; $\frac{DE}{EA} = \frac{8}{3}$.

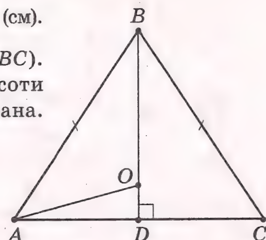
Нехай $DE = 8x$ (см), $EA = 3x$ (см).



За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AF = EF - EA$, отже,

$AF = 8x - 3x = 5x$ (см). $\frac{EA}{AF} = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$. *Відповідь*: $EA : AF = 3 : 5$.

409. За умовою $\frac{AC}{AB} = \frac{6}{11}$. Нехай $AC = 6x$ (см), $AB = 11x$ (см).



За умовою ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За умовою BD — висота. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо: BD — медіана.

$AD = DC = \frac{1}{2}AC, AD = (6x) : 2 = 3x$ (см).

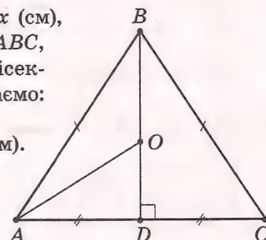
Як відомо, центр кола, вписаного у трикутник маємо O — центр кола, вписаного у трикутник є точкою перетину бісектрис. AO — бісектриса ΔBAC. Розглянемо ΔABD.

За властивістю бісектриси трикутника маємо: $\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{OD}$; $\frac{11x}{3x} = \frac{BO}{OD}$;

$BO : OD = 11 : 3$. Нехай $BO = 11y$ (см), $OD = 3y$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BD = BO + OD$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $11y + 3y = 42$; $14y = 42$; $y = 42 : 14$; $y = 3$. $OD = r = 3 \cdot 3 = 9$ (см).

Відповідь: 9 см.

410. За умовою $BO : OD = 12 : 5$. Нехай $BO = 12x$ (см), $OD = 5x$ (см). O — центр кола, вписаного у ΔABC, є точкою перетину бісектрис. Отже, AO — бісектриса ΔABD. За властивістю бісектриси кута маємо:



$\frac{BO}{OD} = \frac{AB}{AD}$; $\frac{12x}{5x} = \frac{60}{AD}$; $AD = \frac{5x \cdot 60}{12x} = 25$ (см).

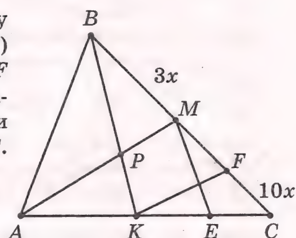
За умовою BD — медіана.

За означенням медіани трикутника маємо:

$AC = 2AD$, $AC = 2 \cdot 25 = 50$ (см).

Відповідь: 50 см.

411. Виконаємо додаткову побудову: через точку M проводимо пряму ME ($ME \parallel BK$, $E \in AC$) та через точку K проводимо пряму KF ($KF \parallel AM$, $F \in BC$). Прямі AM і KF — паралельні. За теоремою про пропорційні відрізки маємо: KF і PM перетинають сторони $\angle KBC$.



$\frac{BP}{PK} = \frac{BM}{MF}$ та перетинають сторони $\angle ACM$:

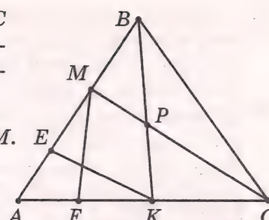
$\frac{CF}{CK} = \frac{CM}{CA}$ або $\frac{CF}{CM} = \frac{CK}{KA}$.

За умовою BK — медіана ΔABC. За означенням медіани трикутника маємо: $AK = KC$ або $KC = \frac{1}{2}AC$, $AC = 2KC$. Отже, $\frac{CF}{CM} = \frac{CK}{2CK}$; $\frac{CF}{CM} = \frac{1}{2}$, отже, $CM = 2CF$.

За умовою $BM : MC = 3 : 10$. Нехай $BM = 3x$, $MC = 10x$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $MF = MC - FC$. $MF = 2CF - FC$, $MF = FC$, $MC = MF + FC$, $MC = 2MF = 10x$, $MF = 5x$.

$\frac{BP}{PK} = \frac{3x}{5x}$, отже, $BP : PK = 3 : 5$. *Відповідь*: $BP : PK = 3 : 5$.

412. б) Виконаємо додаткову побудову: $EK \parallel MC$ ($E \in AB$). За теоремою про пропорційні відрізки маємо: прямі $CM \parallel EK$ перетинають сторони кута EBK.



$\frac{BP}{PK} = \frac{BM}{ME}$ та перетинають сторони кута CAM.

$\frac{AE}{EM} = \frac{AK}{KC}$. За умовою BK медіана.

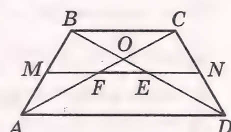
За означенням медіани трикутника маємо $AK = KC$, отже, $AK : KC = 1$, отже, $AE : EM = 1$, отже, маємо: $AE = EM$. За умовою $AM : MB = 4 : 3$. Тому $AM = 4x$, $MB = 3x$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AE + EM = AM$, $2AE = 4x$; $AE = 2x$; $EM = 2x$. Звідси маємо: $\frac{BP}{PK} = \frac{3x}{2x}$; $BP : PK = 3 : 2$.

Відповідь: $BP : PK = 3 : 2$.

а) Виконаємо додаткову побудову: $MF \parallel BK$. За теоремою про пропорційні відрізки маємо: прямі MF і BK перетинають сторони кута FCM: $\frac{CP}{PM} = \frac{CK}{KF}$ і сторони кута BAK: $\frac{AM}{MB} = \frac{AF}{FK}$. За умовою $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{3}$, тоді $\frac{AF}{FK} = \frac{4}{3}$, тому $AF = 4x$; $FK = 3x$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AK = AF + FK$; $AK = 4x + 3x$; $AK = 7x$; $AK = KC = 7x$.

$\frac{CP}{PM} = \frac{7x}{3x}$; $\frac{CP}{PM} = \frac{7}{3}$. *Відповідь*: $CP : PM = 7 : 3$.

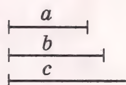
413. За умовою F — середина діагоналі AC. За теоремою Фалеса якщо MN — середня лінія трапеції, то за теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MN \parallel AD$ і $MN \parallel BC$, $FE \parallel AD$, $FE \parallel BC$. Отже, ME — середня лінія ΔABD. За теоремою про середню лінію трикутника маємо:



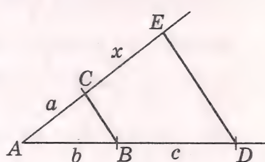
$ME = \frac{1}{2}AD$ і MF — середня лінія ΔBAC. $MF = \frac{1}{2}BC$.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $FE = ME - MF$, отже, $FE = \frac{1}{2}AD - \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AD - BC)$. Доведено.

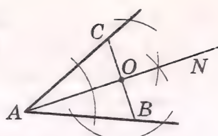
414. *Дано*: відрізки a, b, c. Побудувати відрізок x такий, що $a : x = b : c$. *Побудова*.



1) Будуємо довільну пряму.
2) На прямій позначаємо довільну точку A.
3) Від точки A відкладаємо відрізок $AB = b$.
4) Через точку A проводимо довільний промінь.
5) На цьому промені від точки A відкладаємо відрізок $AC = a$.
6) Від точки B відкладаємо на прямій відрізок $BD = c$.



7) Будуємо пряму BC. 8) Через точку D проводимо пряму паралельну прямій BC. $DE \parallel BC$ ($E \in AC$). Отже, $CE = x$. За теоремою про пропорційні відрізки.



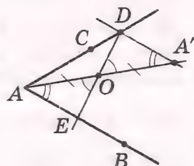
415. 1) *Дано*: кут A, точка O належить $\angle A$. Побудувати відрізок, кінці якого належать сторонам кута і точкою O діляться навпіл.

Побудова. І. 1) Будуємо бісектрису кута A.

2) Якщо O належить бісектрисі кута A, $O \in AN$, AN — бісектриса $\angle A$.

Через точку O проводимо пряму, перпендикулярну променю AN; CB — відрізок, який точкою O ділиться навпіл. (ΔCAB — рівнобедрений, AO — медіана, бісектриса, висота).

ІІ. Якщо O не належить бісектрисі кута.



1) Будуємо промінь AO. 2) На промені AO за точку O відкладаємо відрізок $AO = OA'$. 3) Через точку A' проводимо пряму a ($a \parallel AB$), $a \cap AC = D$.

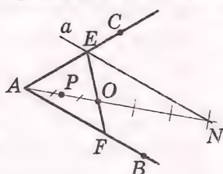
4) Будуємо пряму DO ($DO \cap AB = E$).

$\Delta DOA' = \Delta EOA$. 1) $AO = OA'$ за побудовою;

2) $\angle AOE = \angle A'OD$ (вертикальні).

3) $DA' \parallel AE$ (за побудовою), AA' — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle DA'O = \angle EAO$ (внутрішні різносторонні). Отже, $DO = OE$, DE — шуканий відрізок.

2) *Дано*: кут A, точка O належить куту A. Побудувати відрізок, який проходить через точку O, кінці якого належать сторонам кута A і який точкою O ділиться у відношенні 2 : 3.



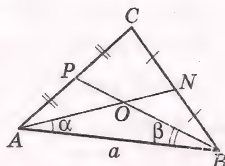
Побудова. 1) Будуємо промінь AO.

2) Ділимо відрізок AO навпіл. $AP = PO = \frac{1}{2}AO$.

3) На промені AO за точку O відкладаємо 3 рівних відрізка, що дорівнюють AP. $ON = 3AP$; $\frac{AO}{ON} = \frac{2}{3}$.

4) Через точку N проводимо пряму a паралельну стороні AB ($a \cap AC = E$).

5) Будуємо пряму OE ($OE \cap AB = F$). За теоремою про пропорційні відрізки маємо: $\frac{FO}{EO} = \frac{2}{3}$; EF — шуканий відрізок.



416. 1) *Побудова*. 1) Будуємо довільний промінь AX.

2) Від точки A на промені відкладаємо відрізок $AB = a$. 3) Від вершини A на стороні AB будуємо кут α; $\angle BAM = \alpha$. 4) Від вершини B на стороні BA будуємо кут β; $\angle ABK = \beta$. 5) Промені AP і BM перетинаються у точці O.

6) За властивістю медіан трикутника маємо: медіани трикутника у точці перетину діляться у відношенні 2 : 1, починаючи від вершин. Ділимо AO навпіл: $AE = EO = \frac{1}{2}AO$. 7) На промені AO за точку O відкладаємо відрізок $ON = AE = \frac{1}{2}AO$. 8) Поділимо відрізок BO навпіл: $BE = FO = \frac{1}{2}BO$. 9) На промені BO за точку O відкладаємо відрізок $OP = BF = \frac{1}{2}BO$.

10) Проводимо промені AP і BN ($AP \cap BN = C$).

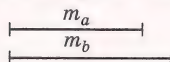
ΔABC — шуканий трикутник, побудований за стороною і кутом, які ця сторона утворює з медіанами, проведеними до інших сторін.

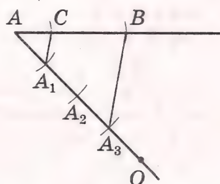
2) *Дано*: медіани m_a, m_b і кут між ними α. Додаткові побудови 1) Поділити відрізок m_a на три рівні частини. 2) Поділити відрізок m_b на три рівні частини. 3) Побудувати кут α. 4) Побудувати ΔABC.

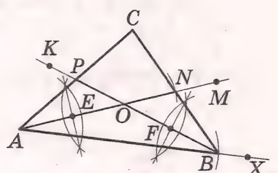
I. Ділення відрізка на три рівні частини.

1) Будуємо відрізок $AB = m_a$. 2) Через точку A проводимо промінь AO. 3) На промені AO від точки A відкладаємо три рівні відрізки $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$. 4) Будуємо пряму BA_3. 5) Через точку A_1 проводимо пряму паралельні BA_3; $C \in AB$, $A_1C \parallel A_3B$. $AC : CB = 1 : 2$. Аналогічно ділимо відрізок m_b на три рівні частини.

$ED = m_b$; $EF : FD = 1 : 2$.







II. Будуємо кут, який дорівнює α.

1) Будуємо промінь OK. 2) Будуємо дугу з центром у точці O радіусом OK. 3) Вимірюємо циркулем довжину відрізка KL. 4) Будуємо прямі OL і OK. 6) На промені OL відкладаємо від точки O відрізок $\frac{2}{3}m_a$ і на доповняльному промені OL відрізок $\frac{1}{3}m_a$. $OB = \frac{2}{3}m_a$; $OM = \frac{1}{3}m_a$; $OC = \frac{2}{3}m_b$; $OP = \frac{1}{3}m_b$.

7) Будуємо відрізок BC. 8) Будуємо прямі BP і MC; $BP \cap MC = A$.

ΔABC — шуканий трикутник, побудований за двома медіанами m_a і m_b і кутом між ними α.

3) *Побудова.* 1) Будуємо промінь BO. 2) На промені BO від точки B відкладаємо відрізок $BC = a$. 3) Поділяємо відрізок BC навпіл, $BD = DC = \frac{a}{2}$.

4) Будуємо дугу з центром у точці D радіуса m_a. 5) Від точки D будуємо пряму b ($b \parallel BC$). 6) Пряма b перетинає дугу у точці A.

7) На промені BO будуємо кут α. 8) Будуємо ΔABC.

ΔABC — шуканий трикутник, побудований за висотою h_a, медіаною m_a, побудованими до однієї сторони і кутом між цією стороною і медіаною, проведеними до іншої сторони.

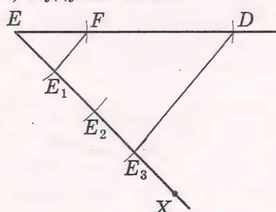
4) Додаткові побудови: ділимо відрізки m_a m_b, m_c у відношенні $1 : 2$.

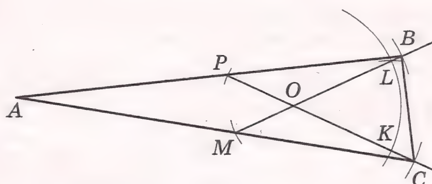
Побудова. 1) Будуємо ΔAOO_1 за трьома сторонами $AO = \frac{2}{3}AM_1 = \frac{2}{3}m_a$; $AO_1 = \frac{2}{3}CM_1 = \frac{2}{3}m_b$; $OO_1 = \frac{2}{3}M_1B = \frac{2}{3}m_c$.

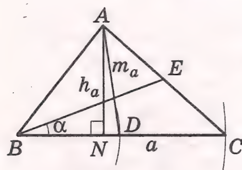
2) Будуємо медіану AM_1 $\left(OM_1 = M_1O_1 = \frac{1}{3}BM_1\right)$, продовжуємо її до точки C ($CM_1 = M_1A$).

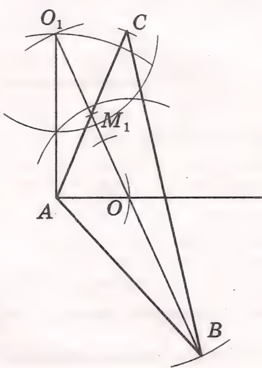
3) Продовжимо сторону OM_1 до точки B ($BO = 2OM_1$).

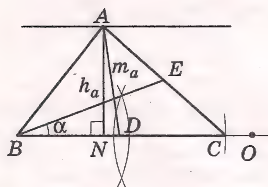
4) Будуємо ΔABC.

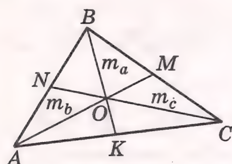












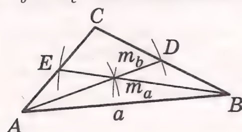
ΔABC — шуканий трикутник, побудований за трьома медіанами m_a m_b, m_c.

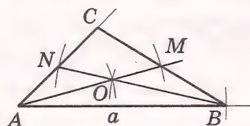
417. 1) Додаткові побудови: відрізки m_a і m_b ділимо у відношенні 2 : 1.

Побудова.

Будуємо ΔAOB, у якому $AB = a$; $AO = \frac{2}{3}m_b$; $BO = \frac{2}{3}m_c$.

На променях AO і BO відкладаємо відрізки $AM = m_b$; $BN = m_c$.
Проводимо прямі AN і AM. Вони перетинаються у точці C.
ΔABC — шуканий трикутник, побудований за стороною a і медіанами m_b і m_c, проведеними до інших сторін трикутника.

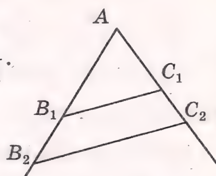




418. За умовою $\frac{AB_1}{B_1B_2} = \frac{AC_1}{C_1C_2} = k$. $\frac{AB_1}{B_1B_2} = k$; $AB_1 = k \cdot B_1B_2$; $\frac{AC_1}{C_1C_2} = k$; $AC_1 = k \cdot C_1C_2$.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB_2 = AB_1 + B_1B_2$;

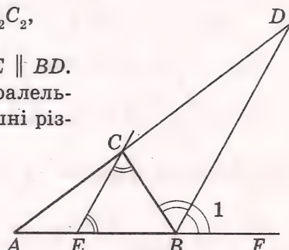
$AC_2 = AC_1 + C_1C_2$. Отже, $AB_2 = k \cdot B_1B_2 + B_1B_2 = (k+1) \cdot B_1B_2$;
$AC_2 = k \cdot C_1C_2 + C_1C_2 = (k+1) \cdot C_1C_2$.
Розглянемо ΔB_1AC_1 і ΔB_2AC_2. $\angle A$ — спільний кут.



$\frac{AB_1}{AB_2} = \frac{AC_1}{AC_2}$; $\frac{k\,B_1B_2}{(k+1)\,B_1B_2} = \frac{k\,C_1C_2}{(k+1)\,C_1C_2}$; $\frac{k}{k+1} = \frac{k}{k+1}$.

Отже, за II ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta B_1AC_1 = \Delta B_2AC_2$.
За властивістю подібних фігур маємо:
$\angle AB_1C_1 = \angle AB_2C_2$ (відповідні). Отже, за ознакою паралельності прямих маємо: $B_1C_1 \parallel B_2C_2$, AB_2 — січна. Доведено.

419. Виконаємо додаткову побудову: пряму $CE \parallel BD$. Тому $CE \parallel DB$, CB — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle DBC = \angle BCE$ (внутрішні різносторонні). $CE \parallel BD$, AF — січна.

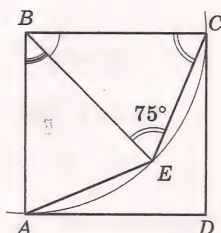


За ознакою паралельності прямих $\angle CEB = \angle DBF$, за умовою BD — бісектриса $\angle 1$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle FBD = \angle DBC$.
Отже, $\angle DBC = \angle BCE = \angle CEB$. Отже, ΔBCE — рівнобедрений. $CB = BE$.

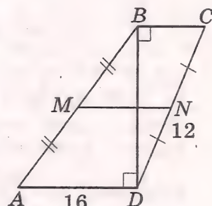
За теоремою про пропорційні відрізки маємо: $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{EB}$, але $BE = CB$,

отже, $\frac{AB}{EB} = \frac{AD}{CD}$; $\frac{AB}{CB} = \frac{AD}{CD}$. Доведено.

420. Розглянемо ΔBEC — рівнобедрений ($BE = BC = a$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BEC = \angle BCE = 75°$.
За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle EBC = 180° - (\angle BEC + \angle BCE)$; $\angle EBC = 180° - (75° + 75°) = 180° - 150° = 30°$.
За аксіомою вимірювання кутів маємо:
$\angle ABE = \angle ABC - \angle EBC$; $\angle ABE = 90° - 30° = 60°$.
Розглянемо ΔABE — рівнобедрений ($AB = AE = a$).
Якщо $\angle ABE = 60°$. Отже, ΔABE — рівносторонній, тому $AE = a$. *Відповідь*: $AE = a$.



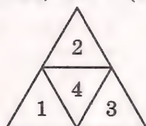
421. MN — середня лінія трапеції. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$.



За аксіомою вимірювання кутів маємо:
$\angle CDB = \angle ADC - \angle DBA$ ($\angle BDA = 90°$ за умовою, $BD \perp DA$); $\angle BDC = 120° - 90° = 30°$. Розглянемо ΔDBC — прямокутний ($\angle B = 90°$), $\angle D = 30°$.
За властивістю катета, що лежить напроти кута 30°, маємо: $BC = \frac{1}{2}DC$; $BC = 12 : 2 = 6$ (см).

Отже, $MN = (16 + 6) : 2 = 22 : 2 = 11$ (см). *Відповідь*: $MN = 11$ см.

422.



423. $\Delta ABC \sim \Delta DEC$. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$.

424. Якщо $\Delta ABC \backsim \Delta MNK$, то $\angle A = \angle M = 40°$,
$\angle B = \angle N = 180° - (40° + 58°) = 82°$, $\angle C = \angle K = 58°$,
$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK}$; $\frac{2,4}{3,2} = \frac{2,1}{2,8} = \frac{3,9}{5,2}$; $\frac{24}{32} = \frac{21}{28} = \frac{39}{52}$; $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.
Отже, дані трикутники подібні.

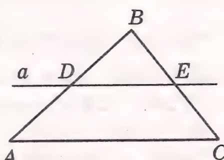
425. Нехай дано, що $\Delta DEF \overset{0,3}{\backsim} \Delta MCP$, $MC = 12$ см, $MP = 8$ см, $EF = 4,5$ см.
Знайдемо сторони CP, DE, DF. Оскільки $\Delta DEF \overset{0,3}{\backsim} \Delta MCP$,
то $\frac{DE}{MC} = \frac{EF}{CP} = \frac{DF}{MP} = k = 0,3$; $\frac{DE}{12} = \frac{4,5}{CP} = \frac{DF}{8} = 0,3$; $\frac{DE}{12} = \frac{3}{10}$;
$DE = \frac{12 \cdot 3}{10} = 3,6$ см; $\frac{4,5}{CP} = \frac{3}{10}$; $CP = \frac{4,5 \cdot 10}{3} = 15$ см; $\frac{DF}{8} = \frac{3}{10}$;
$DF = \frac{8 \cdot 3}{10} = 2,4$ см. *Відповідь*: $DE = 3,6$ см, $CP = 15$ см, $DF = 2,4$ см.

426. Оскільки $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{6}{9} = \frac{7}{B_1C_1} = \frac{10}{A_1C_1}$;
$\frac{6}{9} = \frac{7}{B_1C_1}$; $B_1C_1 = \frac{{}^3\cancel{9} \cdot 7}{\cancel{6}_2} = 10,5$ (см); $\frac{6}{9} = \frac{10}{A_1C_1}$; $A_1C_1 = \frac{{}^3\cancel{9} \cdot \cancel{10}^5}{\cancel{6}_{\cancel{2}_1}} = 15$ (см).
Відповідь: $B_1C_1 = 10,5$ см, $A_1C_1 = 15$ см.

427. Оскільки $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $\angle A = \angle A_1 = 25°$, $\angle B = \angle B_1 = 70°$, $\angle C = \angle C_1$.
Розглянемо $\Delta A_1B_1C_1$. $\angle C = 180° - (25° + 70°) = 180° = 95° = 85°$.
Відповідь: $\angle A_1 = 25°$, $\angle B_1 = 70°$, $\angle C_1 = 85°$.

428. Нехай x (см) — 1 частина, тоді $MK = 4x$ (см), $DE = 5x$ (см).
Оскільки $\Delta MKT \backsim \Delta DEF$, то $\frac{MK}{DE} = \frac{KT}{EF} = \frac{MT}{DF}$; $\frac{18}{5x} = \frac{16}{EF} = \frac{28}{DF}$;
$4x = 18$; $x = 18 : 4$; $x = 4,5$ (см). $DE = 5 \cdot 4,5 = 22,5$ (см). $\frac{18}{22,5} = \frac{16}{EF}$;
$EF = \frac{22,5 \cdot \cancel{16}^8}{\cancel{18}_9} = \frac{180}{9} = 20$ (см). $\frac{16}{20} = \frac{29}{DF}$; $DE = \frac{{}^5\cancel{20} \cdot \cancel{28}^7}{\cancel{16}_{\cancel{4}_1}} = 35$ (см).
Відповідь: $DE = 22,5$ см, $EF = 20$ см, $DF = 35$ см. 429. $\Delta ABE \backsim \Delta CDE$.
1) $\frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CD}$; 2) $\frac{CD}{AB} = \frac{DE}{BE}$; 3) $\frac{AB}{AE} = \frac{CD}{CE}$.

430. 1) Нехай ΔABC — даний трикутник, пр $a \parallel AC$,
пр. $a \cap AB =$ т. D, пр. $a \cap BC =$ т. E, $AB = 16$ см,
$AC = 20$ см, $DE = 15$ см. Знайдемо BD.
Якщо в ΔABC проведено пр. $a \parallel AC$, то
$\Delta DBE \backsim \Delta ABC$, з подібності трикутників
випливає, що $\frac{DB}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$; $\frac{DB}{16} = \frac{BE}{BC} = \frac{15}{20}$;



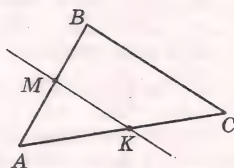
$\frac{DB}{16} = \frac{15}{20}$; $DB = \frac{{}^4\cancel{16} \cdot \cancel{15}^3}{\cancel{20}_{\cancel{5}_1}} = 12$ (см). *Відповідь*: $DB = 12$ см.

2) Нехай ΔABC — даний трикутник, пр. $a \parallel AC$, пр. $a \cap AB =$ т. D,
пр. $a \cap BC =$ т. E, $AB = 28$ см, $BC = 63$ см, $BE = 27$ см. Знайдемо AD.
Якщо в ΔABC проведемо пр. $a \parallel AC$, то $\Delta DBE \backsim \Delta ABC$, з подібності трикутників випливає, що $\frac{DB}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$; $\frac{DB}{28} = \frac{27}{63} = \frac{DE}{AC}$; $\frac{DB}{28} = \frac{27}{63}$;

$DB = \frac{{}^4\cancel{28} \cdot \cancel{27}^3}{\cancel{63}_{\cancel{9}_1}} = 12$ (см). $AB = AD + DB$; $AD = 28 - 12 = 16$ см.

Відповідь: $AD = 16$ см.

431. Нехай ΔABC— даний трикутник, т. $M \in AB$, $MK \parallel BC$, т. $K \in AC$, $AM = 4$ см, $MK = 8$ см, $AK = 9$ см, $AB = 6$ см. Знайдемо BC, AC. Якщо в ΔABC $MK \parallel BC$, то $\Delta MAK \sim \Delta BAC$, з подібності трикутників випливає, що

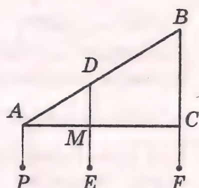


$\frac{MA}{BA} = \frac{AK}{AC} = \frac{MK}{BC}$; $\frac{4}{6} = \frac{9}{AC} = \frac{8}{BC}$; $\frac{4}{6} = \frac{9}{AC}$;

$AC = \frac{{}^3\cancel{6} \cdot 9}{\cancel{4}_2} = 13,5$ см; $\frac{4}{6} = \frac{8}{BC}$; $BC = \frac{6 \cdot \cancel{8}^2}{\cancel{4}_2} = 12$ см.

Відповідь: $AC = 13,5$ см, $BC = 12$ см.

432. Нехай $AM = 1,5$ м, $AC = 39$ м, $DE = 3$ м, $AP = 1,8$ м. Знайдемо BF.
Оскільки жердина (DE) і вежа (BF) перпендикулярні до поверхні землі, то $DE \parallel BF$.
Оскільки в ΔABC $DM \parallel BC$, то $\Delta ADM \sim \Delta ABC$, з подібності трикутників випливає, що



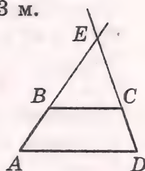
$\frac{AD}{AB} = \frac{DM}{BC} = \frac{AM}{AC}$; $DE = DM + ME$;

$DM - DE = ME$; $DM = 3 - 1,8 = 1,2$ м.

$\frac{AD}{AB} = \frac{1,2}{BC} = \frac{1,5}{39}$; $\frac{1,2}{BC} = \frac{1,5}{39}$; $BC = \frac{1,2 \cdot 39}{1,5} = \frac{{}^4\cancel{12} \cdot 39}{\cancel{15}_4} = 31,2$ м.

$BF = BC + CF$; $BF = 31,2 + 1,8 = 33$ м. *Відповідь*: $BF = 33$ м.

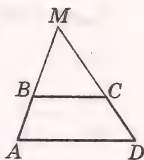
433. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AD \nparallel CD$), $AB \cap CD =$ т. E, $DE = 40$ см, $BC : AD = 4 : 5$.
Знайдемо CE. Нехай x (см) — одна частина, тоді $BC = 4x$ (см), $AD = 5x$ (см).
Розглянемо ΔAED: $BC \parallel AD$ ($ABCD$ — трапеція), тоді $\Delta BEC \sim \Delta AED$, з подібності трикутників випливає,



що $\frac{BE}{AE} = \frac{EC}{ED} = \frac{BC}{AD}$; $\frac{BE}{AE} = \frac{EC}{40} = \frac{4}{5}$; $\frac{EC}{40} = \frac{4}{5}$; $EC = \frac{{}^8\cancel{40} \cdot 5}{\cancel{5}_1} = 32$ см.

Відповідь: $EC = 32$ см.

434. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AD \nparallel CD$), $AB \cap CD =$ т. M, $AD = 42$ см, $AB = 9$ см, $BM = 54$ см.
Знайдемо BC. Розглянемо ΔAMD: $BC \parallel AD$ ($ABCD$ — трапеція), тоді $\Delta BMC \sim \Delta AMD$, з подібності трикутників



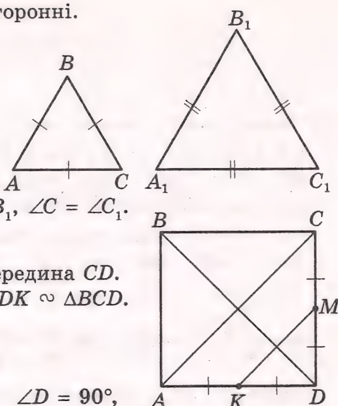
випливає, що $\frac{BM}{AM} = \frac{MC}{MD} = \frac{BC}{AD}$; $\frac{54}{AM} = \frac{MC}{MD} = \frac{BC}{42}$;

$AM = AB + BM$; $AM = 9 + 54 = 63$ см;

$\frac{54}{63} = \frac{BC}{42}$; $BC = \frac{{}^6\cancel{54} \cdot \cancel{42}^6}{\cancel{63}_{\cancel{9}1}} = 36$ см.

Відповідь: $BC = 36$ см.

435. Нехай дано ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівносторонні. Доведемо, що $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.
Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$.
$AB = BC = AC$, $A_1B_1 = B_1C_1 = A_1C_1$,
$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$,
$\angle A_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 60°$ (так як трикутники рівносторонні), маємо:
$\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$; $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.
З цього випливає, що $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.



436. Нехай дано квадрат $ABCD$, т. M — середина CD. т. K — середина AD. Доведемо, що $\Delta MDK \backsim \Delta BCD$.
Розглянемо ΔMDK: $DK = DM = \dfrac{1}{2}AD$,
MK – середня лінія ΔACD, $MK = \dfrac{1}{2}AC$. $\angle D = 90°$,
$\angle KMD = \angle MKD = 45°$ (ΔMKD — прямокутний, рівнобедрений).
Розглянемо ΔBCD: $BC = CD = AD$, $\angle C = 90°$, $\angle CBD = \angle BDC = 45°$ (властивість діагоналей квадрата). Таким чином, $\angle C = \angle D = 90°$, $\angle CBD = \angle BDC = \angle KMD = \angle MKD = 45°$, $\dfrac{DK}{BC} = \dfrac{DM}{DC} = \dfrac{KM}{BD} = \dfrac{1}{2}$. Оскільки в даних трикутниках відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні, то $\Delta MDK \backsim \Delta BCD$.

437. 1) Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, $AB : BC : AC = 5 : 4 : 7$, $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 64$ см. Знайдемо A_1B_1, B_1C_1, A_1C_1. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = 5x$ (см), $BC = 4x$ (см), $AC = 7x$ (см), якщо $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $A_1B_1 = 5y$ (см), $B_1C_1 = 4y$ (см), $A_1C_1 = 7y$ (см).
Оскільки $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 64$ см, то $5y + 4y + 7y = 64$; $16y = 64$; $y = 4$.
$A_1B_1 = 5 \cdot 4 = 20$ (см), $B_1C_1 = 4 \cdot 4 = 16$ (см), A_1C_1 $7 \cdot 4 = 28$ (см).
Відповідь: $A_1B_1 = 20$ см, $B_1C_1 = 16$ см, $A_1C_1 = 28$ см.
2) Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, $AB : BC : AC = 5 : 4 : 7$, $B_1C_1 = 24$ см. Знайдемо A_1B_1, A_1C_1.
$B_1C_1 = 4y$ (см), $4y = 24$; $y = 24 : 4$; $y = 6$. $B_1C_1 = 6 \cdot 4 = 24$ (см).
$A_1B_1 = 5y$ (см), $A_1B_1 = 6 \cdot 5 = 30$ (см). $A_1C_1 = 7y$ (см). $A_1C_1 = 7 \cdot 6 = 42$ (см).
Відповідь: $A_1B_1 = 30$ см, $A_1C_1 = 42$ см.

438. 1) Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, $AB = 15$ см, $BC = 25$ см, $AC = 35$ см. $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 45$ см. Знайдемо A_1B_1, A_1C_1, B_1C_1. $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$,
$P_{\Delta ABC} = 15 + 25 + 35 = 75$ см. Оскільки $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $\dfrac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = k$;
$\dfrac{75}{45} = k$; $\dfrac{5}{3} = k$; $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} = k$; $\dfrac{15}{A_1B_1} = \dfrac{25}{B_1C_1} = \dfrac{35}{A_1C_1} = \dfrac{5}{3}$; $\dfrac{15}{A_1B_1} = \dfrac{5}{3}$;
$A_1B_1 = \dfrac{{}^{3}\cancel{15} \cdot 3}{\cancel{5}_1} = 9$ см; $\dfrac{25}{B_1C_1} = \dfrac{5}{3}$; $B_1C_1 = \dfrac{{}^{5}\cancel{25} \cdot 3}{\cancel{5}_1} = 15$ см; $\dfrac{35}{A_1C_1} = \dfrac{5}{3}$;
$A_1C_1 = \dfrac{{}^{7}\cancel{35} \cdot 3}{\cancel{5}_1} = 21$ см. *Відповідь*: $A_1B_1 = 9$ см, $B_1C_1 = 15$ см, $A_1C_1 = 21$ см.

2) Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, $AB = 15$ см, $BC = 25$ см, $AC = 35$ см, $A_1C_1 - A_1B_1 = 16$ см. Знайдемо A_1C_1, A_1B_1, B_1C_1.
Знайдемо різницю найбільшої і найменшої сторін ΔABC:
$AC - AB = 35 - 15 = 20$ см.

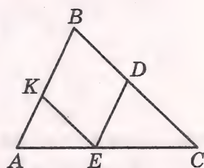
$\frac{20}{16} = k$; $\frac{5}{4} = k$. Оскільки трикутники подібні, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$;

$\frac{15}{A_1B_1} = \frac{25}{B_1C_1} = \frac{35}{A_1C_1} = \frac{5}{4}$; $\frac{15}{A_1B_1} = \frac{5}{4}$; $A_1B_1 = \frac{15 \cdot 4}{5} = 12$ см; $\frac{25}{B_1C_1} = \frac{5}{4}$;

$B_1C_1 = \frac{25 \cdot 4}{5} = 20$ см; $\frac{35}{A_1C_1} = \frac{5}{4}$; $A_1C_1 = \frac{35 \cdot 4}{5} = 28$ см.

Відповідь: $A_1B_1 = 12$ см, $B_1C_1 = 20$ см, $A_1C_1 = 28$ см.

439. Нехай $KB = BD = DE = EK = x$ (см). Оскільки $KE \parallel BD$, то $\Delta AKE \backsim \Delta ABC$, з цього випливає, що



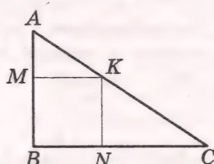
$\frac{AK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{AE}{AC}$; $AK = AB - KB = 10 - x$;

$\frac{10 - x}{10} = \frac{x}{15}$; $(10 - x) \cdot 15 = 10x$; $150 - 15x = 10x$;

$150 = 25x$; $x = 150 : 25$; $x = 6$.

Відповідь: $KB = BD = DE = EK = 6$ см.

440. $MK \parallel BN$ як протилежні сторони квадрата, тоді $MK \parallel BC$. Оскільки в ΔABC провели $MK \parallel BC$, то $\Delta MAK \backsim \Delta BAC$. З подібності трикутників випливає, що



$\frac{MA}{BA} = \frac{AK}{AC} = \frac{MK}{BC}$; $\frac{MA}{10} = \frac{AK}{AC} = \frac{6}{BC}$

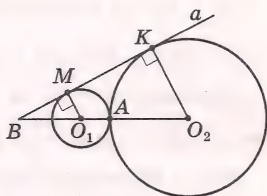
($MK = BM = 6$ см як сторони квадрата);

$MA = AB - MB$; $MA = 10 - 6 = 4$ см. $\frac{4}{10} = \frac{6}{BC}$; $BC = \frac{10 \cdot 6}{4} = 15$ см;

$NC = BC - BN$ ($BN = BM = 6$ см як сторони квадрата); $NC = 15 - 6 = 9$ см.

Відповідь: $NC = 9$ см.

441. Нехай т. M і K — точки дотику зовнішньої дотичної і даних кіл, проведемо радіуси в точки дотику O_1M і O_2M. За властивістю радіусів, проведених в точку дотику, $O_1M \perp$ пр. a, $O_2K \perp$ пр. a, тоді $O_1M \parallel O_2K$. Оскільки в ΔKBO_2 проведено$O_1M \parallel O_2K$, то $\Delta BMO_1 \backsim \Delta BKO_2$, з цього випливає, що



$\frac{BM}{BK} = \frac{BO_1}{BO_2} = \frac{MO_1}{KO_2}$.

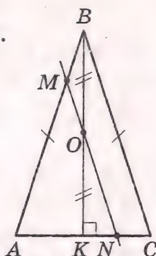
Так як т. A лежить між точками O_1 і O_2, то $O_1O_2 = R_1 + R_2$,

$O_1O_2 = 8 + 12 = 20$ см. $\frac{BM}{BK} = \frac{BO_1}{BO_2} = \frac{8}{12}$; $BO_2 = BO_1 + O_1O_2$;

$BO_2 = BO_1 + 20$; $\frac{BO_1}{BO_1 + 20} = \frac{8}{12}$; $12BO_1 = 8(BO_1 + 20)$;

$12BO_1 = 8BO_1 + 160$; $12BO_1 - 8BO_1 = 160$; $4BO_1 = 160$; $BO_1 = 160 : 4$;
$BO_1 = 40$ см; $BO_2 = 40 + 20 = 60$ см. *Відповідь*: $BO_1 = 40$ см, $BO_2 = 60$ см.

442. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $P_{\Delta ABC} = 48$ см, $AB = BC$, BK — висота, т. O — середина BK, $MN \parallel BC$. Знайдемо $P_{\Delta AMN}$.



Розглянемо ΔBKC, так як $ON \parallel BC$, то $\Delta OKN \sim \Delta BKC$,

з цього випливає $\frac{OK}{BK} = \frac{KN}{KC} = \frac{ON}{BC}$,

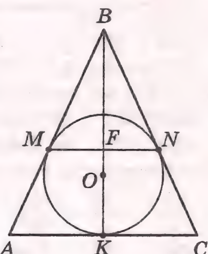
$BK = 2 \cdot OK$ (т. O — середина BK), $\frac{OK}{2OK} = \frac{KN}{KC} = \frac{1}{2}$.

Нехай $KN = x$ (см), $KC = 2x$ (см), $AK = KC = 2x$ (так як висота BK, проведена до основи рівнобедреного трикутника, є медіаною). $AN = AK + KN = 2x + x = 3x$; $AC = AK + KC = 2x + 2x = 4x$.

Розглянемо ΔABC, так як $MN \parallel BC$, то $\Delta MAN \sim \Delta BAC$, з цього випливає, що $\frac{MA}{BA} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{P_{\Delta MAN}}{P_{\Delta BAC}}$; $\frac{MA}{BA} = \frac{3x}{4x} = \frac{MN}{BC} = \frac{P_{\Delta MAN}}{48}$; $\frac{P_{\Delta MAN}}{48} = \frac{3}{4}$;

$P_{\Delta MAN} = \frac{48 \cdot 3}{4} = 36$ см. *Відповідь*: $P_{\Delta MAN} = 36$ см.

443. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 18$ см, $AC = 12$ см, у ΔABC вписано коло$(O;\ R)$, т. M, N, K — точки дотику. Знайдемо MN.



Центр вписаного кола в ΔABC — точка перетину його бісектрис, отже, BK — бісектриса $\angle B$, проведена до основи AC, тоді BK — висота, $BK \perp AC$, BK — медіана

$\left(AK = KC = \frac{1}{2}AC = 12 : 2 = 6 \text{ см}\right)$.

ΔMBN — рівнобедрений ($BM = BN$ як відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола).

BF — бісектриса $\angle B$, тоді BF — висота ($BF \perp MN$), $BF \perp MN$, $BK \perp AC$, отже, $MN \parallel AC$. Якщо в ΔABC проведено $MN \parallel AC$, то $\Delta MBN \sim \Delta ABC$,

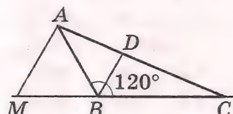
з цього випливає, що $\frac{MB}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$; $\frac{MB}{18} = \frac{BN}{18} = \frac{MN}{12}$;

$AK = AM = 6$ см (як відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола).

$AB = BM + MA$; $BM = 18 - 6 = 12$ см; $\frac{12}{18} = \frac{MN}{12}$; $MN = \frac{\overset{2}{\cancel{12}} \cdot \overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{18}_{\cancel{9}_1}} = 8$ см.

Відповідь: $MN = 8$ см.

444. $\angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 120° : 2 = 60°$



(BD — бісектриса $\angle B$). Через вершину A проведемо $AM \parallel BD$. $\angle AMB = \angle DBC = 60°$ як відповідні кути при $AM \parallel BD$ і січній MC.

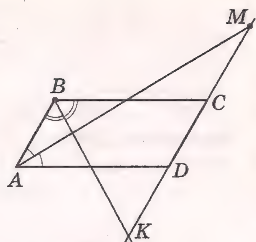
$\angle ABM + \angle ABC = 180°$ (як суміжні кути), $\angle ABM = 180° - 120° = 60°$.

ΔABM — рівносторонній ($\angle AMB = \angle MBA = \angle MAB = 60°$), тоді $AB = AM = MB = 8$ см.

Розглянемо ΔAMC, $DB \parallel AM$, тоді $\Delta BDC \sim \Delta MAC$, з цього випливає, що $\frac{BD}{MA} = \frac{BC}{MC} = \frac{DC}{AC}$; $\frac{BD}{8} = \frac{12}{MC}$, $MC = MB + BC = 8 + 12 = 20$ см. $\frac{BD}{8} = \frac{12}{20}$;

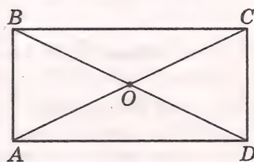
$BD = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot 12}{\cancel{20}_5} = \frac{24}{5} = 4{,}8$ см. *Відповідь*: $BD = 4{,}8$ см.

445. $\angle BAM = \angle MAD$ (AM — бісектриса $\angle A$), $\angle BAM = \angle AMD$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній AM). ΔADM — рівнобедрений ($\angle MAD = \angle DMA$), $AD = DM$.
Нехай $AB = x$ (см), тоді $BC = 2x$ (см) $= AD$. $AD = DM = 2x$; $DM = DC + CM$; $CM = 2x - x = x$ (см). $\angle ABK = \angle KBC$ (BK — бісектриса $\angle B$); $\angle ABK = \angle BKC$ (як внутрішні різносторонні при $CD \parallel AB$ і січній BK). ΔBKC — рівнобедрений ($\angle CBK = \angle BKC$), $BC = CK = 2x$ (см), $CK = CD + DK$; $DK = 2x - x = x$ (см); $MK = KD + DC + CM$; $MK = x + x + x = 3x$ (см); $MK = 18$ см, $CD = 18 : 3 = 6$ см. $CD = AB$ (протилежні сторони паралелограма). $AB = 6$ см, $BC = 2 \cdot 6 = 12$ см. *Відповідь:* $AB = 6$ см, $BC = 12$ см.



446. Нехай $\angle AOB = x$, тоді $\angle AOD = x + 60°$. $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ (як суміжні кути). $x + x + 60° = 180°$; $2x = 120°$; $x = 60°$. $\angle AOB = 60°$. $\angle COD = \angle AOB = 60°$ (вертикальні кути).

$$CO = OD = \frac{1}{2}AC; \; CO = OD = 24 : 2 = 12 \text{ см.}$$



ΔCOD — рівнобедрений ($CO = OD$), $\angle COD = 60°$, тоді ΔCOD — рівносторонній. $CO = OD = CD = 12$ см. $P_{\Delta COD} = CO + OD + CD$; $P_{\Delta COD} = 12 \text{ см} \cdot 3 = 36$ см.
Відповідь: $P_{\Delta COD} = 36$ см.

447. 1) Нехай $DO = OB = OC = R = x$ (см).

$$DB = x + x = 2x; \; \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}; \; \frac{AD}{2x} = \frac{1}{2}; \; AD = \frac{2x}{2} = x;$$

$OC \perp AC$ (як радіус, проведений в точку дотику — т. C).
Розглянемо ΔAOC, $\angle ACO = 90°$, $AO = x + x = 2x$, $OC = x$. Катет OC дорівнює половині гіпотенузи AO, якщо він лежить напроти кута 30°, отже, $\angle CAO = 30°$, тоді $\angle AOC = 90° - 30° = 60°$.

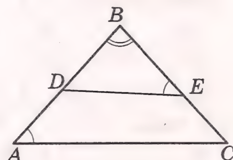
$$\angle ABC = \frac{1}{2} AOC = 60° : 2 = 30°$$

(як вписаний у коло кут, що спирається на хорду DC, а $\angle AOC$ — центральний). Розглянемо ΔABC. $\angle BAC = \angle CBA = 30°$; $\angle ACB = 180° - (30° + 30°) = 180° - 60° = 120°$. *Відповідь:* $\angle BAC = \angle CBA = 30°$, $\angle ACB = 120°$.
2) $\angle BCD = 90°$ (DB — діаметр кола), $\angle DBC = 30°$ (див. п. 1). $\angle BDC = 180° - (30° + 90°) = 180° - 120° = 60°$.
Відповідь: $\angle BDC = 60°$, $\angle DBC = 30°$, $\angle BCD = 120°$.

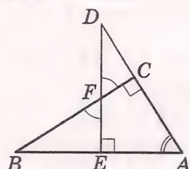
449. Розглянемо ΔABC і ΔEDB. За умовою $\angle BAC = \angle BED$; $\angle B$ — спільний, отже, за I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \sim \Delta EBD$.
За означенням подібних фігур маємо:

$$\frac{AB}{EB} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{ED}.$$

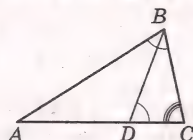
Отже, пари відповідних сторін:
AB і EB, BC і BD, AC і ED.
Відповідь: так.



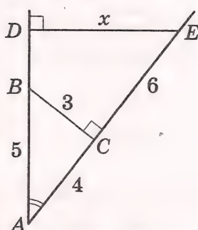
450. 1) $\Delta BCA \sim \Delta DEA$ ($\angle A$ — спільний, $\angle BCA = \angle DEA = 90°$).
2) $\Delta DCF \sim \Delta BEF$ ($\angle BFE = \angle DFC$ — вертикальні,
$\angle DCF = \angle FEB = 90°$).
Відповідь: $\Delta BCA \sim \Delta DEA$,
$\Delta DCF \sim \Delta BEF$.



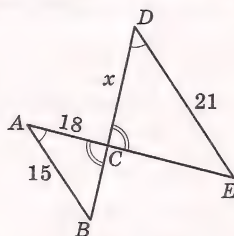
451. Розглянемо ΔABC і ΔBDC. $\angle C$ — спільний, $\angle ABC = \angle BDC$ (за умовою). Отже, за I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \sim \Delta BDC$. За означенням подібних фігур маємо:
$\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{CD}$.
Відповідь: $\Delta ABC \sim \Delta BDC$.



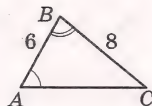
452. Розглянемо ΔADE і ΔACB. $\angle A$ — спільний кут, $\angle BCA = \angle ADE = 90°$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ADE \sim \Delta ACB$. За означенням подібних фігур маємо: $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{BA}$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо:
$AE = AC + CE$; $AE = 4 + 6 = 10$ (см);
$\frac{x}{3} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}$; $x = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6$ (см).
Відповідь: $x = 6$ см.



б) Розглянемо ΔABC і ΔDEC. За умовою $\angle A = \angle D$, $\angle ACB = \angle DCE$ (вертикальні). За I ознакою подібності трикутників маємо:
$\Delta ABC \sim \Delta DEC$. За означенням подібних фігур маємо:
$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD}$; $\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{7}{\cancel{21}}} = \frac{18}{x}$;
$x = \frac{7 \cdot 18}{5} = \frac{126}{5} = 25{,}2$ (см).
Відповідь: $x = 25{,}2$ см.



453. Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$. За умовою $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. За означенням подібних фігур маємо:

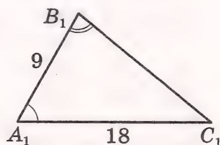


$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{8}{B_1C_1} = \frac{AC}{18}$;

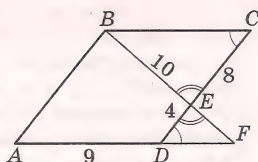
$\frac{2}{3} = \frac{8}{B_1C_1}$; $B_1C_1 = \frac{3 \cdot \overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{2}} = 12$ (см);

$\frac{2}{3} = \frac{AC}{18}$; $AC = \frac{2 \cdot \overset{6}{\cancel{18}}}{\cancel{3}} = 12$ (см).

Відповідь: $B_1C_1 = 12$ см, $AC = 12$ см.



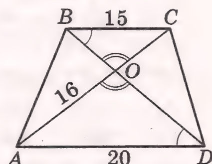
454. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо: $BC = AD = 9$ см і $BC \parallel AD$. За ознакою паралельних прямих маємо: $BC \parallel AD$, CD — січна, отже, $\angle BCE = \angle EDF$ (внутрішні різносторонні), $\angle BEC = \angle DEF$ (вертикальні). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BEC \backsim \Delta FED$. За означенням подібних фігур маємо:



$$\frac{CE}{ED} = \frac{BC}{DF} = \frac{BE}{EF}; \quad \frac{8}{4} = \frac{9}{DF} = \frac{10}{EF}; \quad \frac{2}{1} = \frac{9}{DF}; \quad DF = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (см)};$$

$\frac{2}{1} = \frac{10}{EF}$; $EF = \frac{10}{2} = 5$ (см). *Відповідь*: $DF = 4,5$ см, $EF = 5$ см.

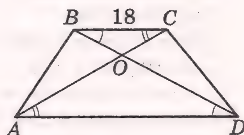
455. За умовою $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), BD — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle CBO = \angle ODA$ (внутрішні різносторонні), $\angle BOC = \angle AOD$ (вертикальні). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BOC \backsim \Delta DOA$. За означенням подібних фігур маємо:



$$\frac{BC}{AD} = \frac{OC}{AO}; \quad \frac{15}{20} = \frac{OC}{16}; \quad OC = \frac{16 \cdot 3}{4} = 12 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $OC = 12$ см.

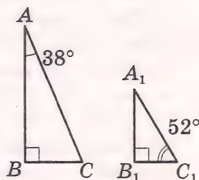
456. За умовою $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCO = \angle DAO$ (внутрішні різносторонні), $BC \parallel AD$, BD — січна, $\angle CBO = \angle ODA$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BCO \backsim \Delta DAO$. За означенням подібних фігур



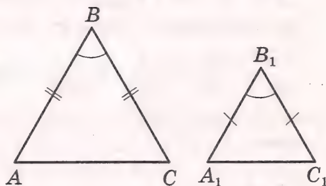
маємо: $\frac{BO}{OD} = \frac{BC}{AD}$; $\frac{3}{7} = \frac{18}{AD}$; $AD = \frac{7 \cdot 18}{3} = 42$ (см).

Відповідь: $AD = 42$ см.

457. Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутних трикутників $\angle A + \angle C = 90°$, $\angle C = 90° - 38° = 52°$. Отже, маємо: $\angle B = \angle B_1 = 90°$, $\angle C = \angle C_1 = 52°$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. *Відповідь*: так.



458. Розглянемо ΔABC — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle A = \angle C$. З теореми про суму кутів трикутника маємо:



$$\angle A = \angle C = (180° - \angle B) : 2 = 90° - \frac{\angle B}{2}.$$

Аналогічно, у $\Delta A_1B_1C_1$

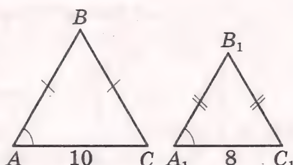
$$\angle A_1 = \angle C_1 = (180° - \angle B_1) : 2 = 90° - \frac{\angle B_1}{2}.$$

За умовою, якщо $\angle B = \angle B_1$, тоді $\angle A = \angle C = \angle A_1 = \angle C_1$. За I ознакою подібності трикутників маємо $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.

459. 1) Однозначно не можливо стверджувати, якщо кути при основі, або кути при вершині, рівні, то так; а якщо один кут при основі дорівнює куту при вершині, то ні. 2) Так, можливо це стверджувати, якщо кути прямі, тоді ці кути можуть бути лише при вершині (при основі не може бути двох прямих кутів, сума трьох кутів 180°). Тоді кути при основі у прямокутному рівнобедреному трикутнику дорівнює по 45°.

3) Так, можливо це стверджувати, якщо кути тупі, то це можуть бути лише кути при вершині.

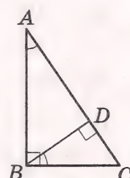
460. За умовою ΔABC — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle A = \angle C$. Аналогічно, у $\Delta A_1B_1C_1$: $\angle A_1 = \angle C_1$. За умовою $\angle A = \angle C$, отже, $\angle C = \angle A = \angle A_1 = \angle C_1$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. За означенням подібних фігур маємо:



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1};\quad \frac{18}{A_1B_1} = \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{8}_{4}};\quad A_1B_1 = \frac{18 \cdot 4}{5} = \frac{72}{5} = 14,4 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 14,4 см.

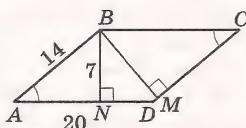
461. 1) Розглянемо ΔABC і ΔBDC — прямокутні ($\angle ABC = \angle BDC = 90°$), $BD \perp AC$, тому $\angle BDC = 90°$. $\angle C$ — спільний. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \backsim \Delta BDC$.



2) Розглянемо ΔABC і ΔBDA — прямокутні ($\angle ABC = \angle ADB = 90°$), $\angle A$ — спільний. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \backsim \Delta ADB$.

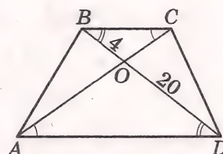
3) Розглянемо ΔADB і ΔBDC — прямокутні ($\angle ADB = \angle CDB = 90°$). Нехай $\angle C = x$. Тоді у ΔABC з властивості гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A = 90° - \angle C = 90° - x$. У ΔBDC з властивості гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle DBC = 90° - \angle C = 90° - x$. Отже, $\angle A = \angle DBC = 90° - x$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BDC \backsim \Delta ADB$. *Відповідь*: $\Delta ABC \backsim \Delta ADB \backsim \Delta BDC$.

462. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо: $AB = CD = 14$ см, $AD = BC = 20$ см. За властивістю протилежних кутів паралелограма маємо: $\angle A = \angle C$. Розглянемо ΔBNA і ΔBMC — прямокутні ($\angle BNA = \angle BMC = 90°$), $\angle A = \angle C$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABN \backsim \Delta CBM$. За означенням подібних фігур маємо:



$$\frac{AB}{BC} = \frac{BN}{BM};\quad \frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{20}_{10}} = \frac{7}{BM};\quad BM = \frac{10 \cdot \cancel{7}}{\cancel{7}} = 10 \text{ (см)}.$$ *Відповідь*: 10 см.

463. За умовою $ABCD$ — трапеція. $BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCO = \angle OAD$ (внутрішні різносторонні); $BC \parallel AD$, BD — січна, $\angle CBO = \angle ODA$ (внутрішні різносторонні). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BCO \backsim \Delta DAO$. За означенням подібних фігур маємо: $\frac{BO}{OD} = \frac{OC}{AO}$.



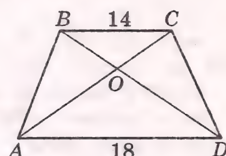
Нехай $OC = x$ см, тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AO = AC - OC$; $AO = 36 - x$ (см). За означенням подібних фігур маємо:

$\frac{BO}{OD} = \frac{OC}{AO}$; $\frac{\not{4}}{\not{20}_5} = \frac{x}{36 - x}$; $5x = 36 - x$; $5x + x = 36$; $6x = 36$;

$x = 36 : 6$; $x = 6$. Отже, $OC = 6$ см, $AO = 36 - 6 = 30$ (см).

Відповідь: $OC = 6$ см, $AO = 30$ см.

464. За умовою $ABCD$ — трапеція. $BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCA = \angle DAC$ (внутрішні різносторонні), $\angle BOC = \angle AOD$ (внутрішні). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BOC \backsim \Delta DOA$. За означенням подібних фігур маємо: $\frac{BC}{AD} = \frac{CO}{AO}$.



Нехай $CO = x$ см, тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо:

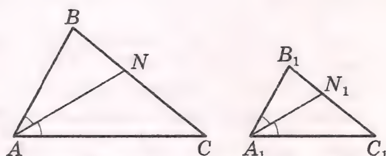
$AO = AC - OC$, $AO = 24 - x$ (см). $\frac{\not{14}^7}{\not{18}_9} = \frac{x}{24 - x}$; $9x = 7(24 - x)$;

$9x = 168 - 7x$; $9x + 7x = 168$; $16x = 168$; $x = 168 : 16$; $x = 10,5$.

Отже, $OC = 10,5$ см, $AO = 24 - 10,5 = 13,5$ (см).

Відповідь: 10,5 см, 13,5 см.

465. За умовою $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. За властивостями подібних фігур маємо: $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. За умовою AN — бісектриса $\angle BAC$. За означенням бісектриси кута маємо:



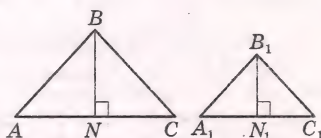
$\angle BAN = \angle CAN = \frac{1}{2}\angle BAC$. Аналогічно, якщо A_1N_1 — бісектриса $\angle B_1A_1C_1$,

тоді $\angle B_1A_1N_1 = \angle C_1A_1N_1 = \frac{1}{2}\angle B_1A_1C_1$. Якщо $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$, тоді $\angle BAN = \angle NAC = \angle B_1A_1N_1 = \angle N_1A_1C_1$. Отже, маємо що $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ ($\angle B = \angle B_1$, $\angle BAN = \angle B_1A_1N_1$). $\Delta NAC \backsim \Delta N_1A_1C_1$ ($\angle C = \angle C_1$, $\angle NAC = \angle N_1A_1C_1$) за I ознакою подібності трикутників. За означенням подібних фігур маємо:

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AN}{A_1N_1}$; $\frac{AN}{A_1N_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$. Отже, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AN}{A_1N_1}$.

Доведено.

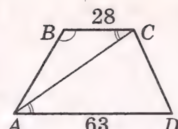
466. За умовою $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. За властивістю подібних фігур маємо: $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. За умовою BN і B_1N_1 — висоти ($BN \perp AC$, $B_1N_1 \perp A_1C_1$). $\angle ANB = \angle BNC = 90°$, $\angle A_1N_1B_1 = \angle C_1N_1B_1 = 90°$.



$\Delta ANB \backsim \Delta A_1N_1B_1$ ($\angle A = \angle A_1$, $\angle ANB = \angle A_1N_1B_1$); $\Delta BNC \backsim \Delta B_1N_1C_1$ ($\angle C = \angle C_1$, $\angle BNC = \angle B_1N_1C_1$) за I ознакою подібності трикутників. За означенням подібних фігур маємо: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BN}{B_1N_1}$; $\frac{BN}{B_1N_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$.

Отже, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{BN}{B_1N_1}$. Доведено.

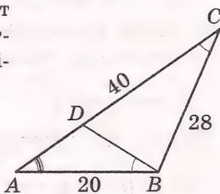
467. За умовою $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні). За умовою $\angle ABC = \angle ACD$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$. За означенням подібних фігур маємо:



$\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AD}$; $AC^2 = BC \cdot AD$; $AC^2 = 63 \cdot 28$;

$AC = \sqrt{63 \cdot 28} = \sqrt{7 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 7} = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$ (см). *Відповідь*: 42 см.

468. За умовою $\angle ACB = \angle ABD$, $\angle A$ — спільний кут $\triangle ADB$ і $\triangle ACB$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\triangle ADB \sim \triangle ACB$. За означенням подібних фігур маємо:



$\frac{AD}{AB} = \frac{DB}{CB} = \frac{AB}{AC}$; $\frac{AD}{20} = \frac{DB}{28} = \frac{\cancel{20}^{1}}{\cancel{40}_{2}}$; $\frac{AD}{20} = \frac{1}{2}$;

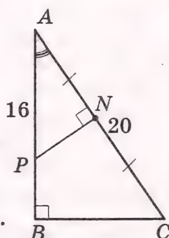
$AD = \frac{20}{2} = 10$ (см). $\frac{DB}{28} = \frac{1}{2}$; $DB = \frac{28}{2} = 14$ (см).

Відповідь: $AD = 10$ см, $DB = 14$ см.

469. За умовою N — середина AB, отже,

$AN = NC = \frac{1}{2}AC$, $AN = 20 : 2 = 10$ (см), $PN \perp AC$,

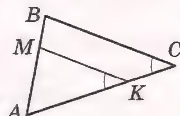
отже, $\angle ANP = 90°$. Розглянемо $\triangle ANP$ і $\triangle ABC$ — прямокутні ($\angle ANP = \angle ABC = 90°$), $\angle A$ — спільний кут. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\triangle ANP \sim \triangle ABC$. За означенням подібних фігур маємо:



$\frac{AP}{AC} = \frac{AN}{AB}$; $\frac{AP}{20} = \frac{10}{16}$; $AP = \frac{{}^{5}\cancel{20} \cdot \cancel{10}^{5}}{\cancel{16}_{\cancel{4}_2}} = \frac{25}{2} = 12,5$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $PB = AB - AP$, $PB = 16 - 12,5 = 3,5$ (см). *Відповідь*: 12,5 см і 3,5 см.

470. $\triangle AMK \sim \triangle ABC$ (за I ознакою подібності трикутників), $\angle A$ — спільний кут, $\angle MKA = \angle C$. За означенням подібних фігур маємо:

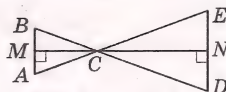


$\frac{AK}{AC} = \frac{AM}{AB}$; $AB = \frac{AC \cdot AM}{AK}$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $MB = AB - AM$;

$MB = \frac{AC \cdot AM}{AK} - AM^{\backslash AK} = \frac{AC \cdot AM - AM \cdot AK}{AK} = \frac{AM \cdot (AC - AK)}{AK} = \frac{AM \cdot KC}{AK}$.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AC - AK = KC$. Виміряти відрізки AM, AK і KC.

471. $\triangle ECD$ — рівнобедрений, $CE = CD$. $\triangle ACB$ — рівнобедрений, $CA = CB$. $\angle BCA = \angle ECD$ (вертикальні). Якщо кути при вершині рівнобедрених трикутників рівні, тоді кути при основі цих трикутників рівні. Тому $\triangle BCA \sim \triangle DCE$ (за I ознакою подібності трикутників). За властивістю подібних трикутників маємо: $CN = 60$ м $= 60\,000$ мм;



$\frac{MC}{CN} = \frac{AB}{ED}$; $\frac{{}^{2}\cancel{4}\cancel{0}}{{}_{3}\cancel{6}000\cancel{0}} = \frac{8}{ED}$; $ED = \frac{3000 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}} = 12\,000$ (мм) = 12 м.

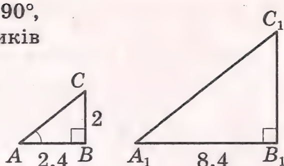
Відповідь: 12 м.

472. ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні, $\angle B = \angle B_1 = 90°$, $\angle A = \angle A_1$. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

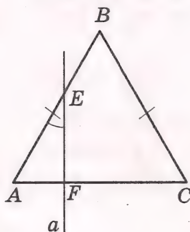
За означенням подібних фігур маємо:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CB}{C_1B_1};\quad \frac{2,4}{8,4} = \frac{2}{C_1B_1};$$

$$C_1B_1 = \frac{8,4 \cdot 2}{2,4} = 7 \text{ (м)}.$$ *Відповідь*: 7 м.



473. Якщо $\angle C = \angle AEF$, тоді ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle A = \angle C$. Отримали: $\angle A = \angle C$ і $\angle C = \angle AEF$, тоді $\angle A = \angle AEF$. ΔAFE — рівнобедрений ($AF = FE$). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\angle A$ — спільний кут, $\angle AEF = \angle C$. $\Delta AFE \sim \Delta ABC$.



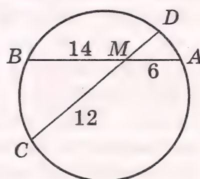
474. За властивістю хорд, які перетинаються, маємо:

$AM \cdot MB = DM \cdot CM$;

$6 \cdot 14 = DM \cdot 12$;

$$DM = \frac{6 \cdot 14}{12} = 7 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $DM = 7$ см.



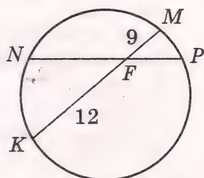
475. За умовою $NF > PF$ у 3 рази. Нехай $PF = x$ см, тоді $NF = 3x$ (см). За властивістю хорд, що перетинаються, тоді $KF \cdot FM = NF \cdot FP$; $12 \cdot 9 = x \cdot 3x$;

$3x^2 = 12 \cdot 9$; $x^2 = \frac{12 \cdot 9}{3}$; $x^2 = 36$; $x = 6$.

Отже, $PF = 6$ см, $NF = 3 \cdot 6 = 18$ (см).

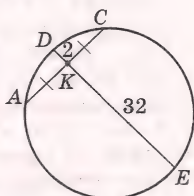
За аксіомою вимірювання відрізків маємо:

$NP = NF + FP$; $NP = 6 + 18 = 24$ (см). *Відповідь*: 24 см.

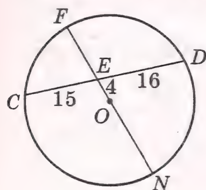


476. За умовою K — середина відрізка AC.

Нехай $AK = x$ см, тоді $KC = x$ см. За властивістю хорд, що перетинаються, маємо: $AK \cdot KC = DK \cdot KE$, $x \cdot x = 2 \cdot 32$; $x^2 = 64$; $x = 8$. Отже, $AK = 8$ см, тоді $AC = 2AK$, $AC = 2 \cdot 8 = 16$ (см). *Відповідь*: 16 см.



477. Побудуємо діаметр FN, який співпадає з відрізком OE. За властивістю хорд, що перетинаються, маємо: $CE \cdot ED = FE \cdot EN$. Нехай радіус кола дорівнює x см.



$OE = ON$ — радіуси, $OE = x$ см, $ON = x$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $FE = FO - OE$ і $EN = EO + ON$, $FE = x - 4$ (см), $EN = x + 4$ (см).

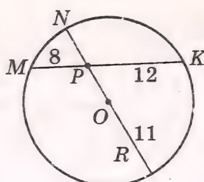
Складемо і розв'яжемо рівняння:

$15 \cdot 16 = (x - 4)(x + 4)$; $x^2 - 16 = 240$; $x^2 = 240 + 16$;

$x^2 = 256$; $x = 16$.

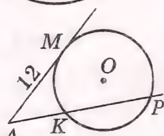
Відповідь: 16 см.

478. За властивістю хорд, що перетинаються, маємо: $MP \cdot PK = NP \cdot PK$. Нехай $OP = x$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $NP = ON - OP$, $PK = PO + OK$, $NP = 11 - x$ (см), $PK = x + 11$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $8 \cdot 12 = (11 - x)(11 + x)$; $121 - x^2 = 96$; $x^2 = 121 - 96$; $x^2 = 25$; $x = 5$. *Відповідь*: 5 см.

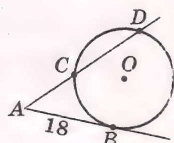


479. За властивістю дотичної і січної маємо: $AM^2 = AP \cdot AK$; $12^2 = 18 \cdot AK$; $144 = 18 \cdot AK$;

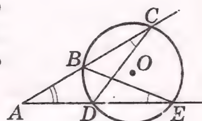
$AK = \frac{144}{18} = 8$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $KP = AP - AK$; $KP = 18 - 8 = 10$ (см). *Відповідь*: 10 см.



480. За умовою $AC : CD = 4 : 5$. Нехай $AC = 4x$ (см), $CD = 5x$ (см). За властивістю дотичної і січної маємо: $AB^2 = AD \cdot AC$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AC + CD$; $AD = 4x + 5x = 9x$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $18^2 = 9x \cdot 4x$; $324 = 36x^2$; $18^2 = (6x)^2$; $6x = 18$; $x = 18 : 6$; $x = 3$. Отже, $AD = 9 \cdot 3 = 27$ (см). *Відповідь*: 27 см.



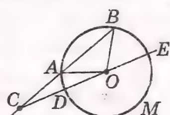
481. 1) Виконаємо додаткову побудову: хорди — CD і BE. Розглянемо ΔADC і ΔABE: $\angle A$ — спільний кут, $\angle BCD = \angle BED$ (опираються на дугу BD). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta ADC \sim \Delta ABE$. За означенням подібних фігур маємо:



$\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AB}$; $AC \cdot AB = AD \cdot AE$. Доведено.

2) За формулою $AC \cdot AB = AD \cdot AE$ маємо: $AC \cdot 18 = AD \cdot AE$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AC = AB + BC$, $AC = 18 + 12 = 30$ (см). За умовою $AD : DE = 5 : 7$. Нехай $AD = 5x$ (см), $DE = 7x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AE = AD + DE$; $AE = 5x + 7x = 12x$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $30 \cdot 18 = 5x \cdot 12x$; $60x^2 = 540$; $x^2 = 540 : 60$; $x^2 = 9$; $x = 3$. Отже, $AE = 12 \cdot 3 = 36$ (см). *Відповідь*: 36 см.

482. Будуємо пряму CO. Пряма CO перетинає коло у точках D і E. За формулою січних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $AC \cdot CB = CD \cdot CE$. DE — діаметр, $DE = 2R = 2 \cdot 8 = 16$ см. За умовою $AC : BC = 1 : 4$. Нехай $AC = x$ см, $BC = 4x$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB = CB - AC$. $9 = 4x - x$; $3x = 9$; $x = 9 : 3$; $x = 3$. Отже, $AC = 3$ см, $CB = 4 \cdot 3 = 12$ (см). Нехай $CD = y$ см. Тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CE = CD + DE$, $CE = y + 16$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $3 \cdot 12 = y \cdot (y + 16)$; $y^2 + 16y = 36$; $y^2 + 16y - 36 = 0$; $a = 1$, $b = 16$, $c = -36$;

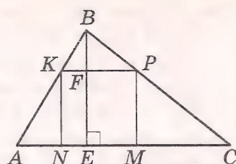


$D = b^2 - 4ac$; $D = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 256 + 144 = 400 = 20^2$; $y_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$;

$y_1 = \frac{-16 - 20}{2} = \frac{-36}{2} = -18 < 0$; $y_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$; $y_2 = \frac{-16 + 20}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

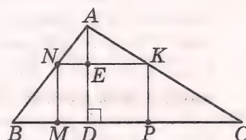
Отже, $CD = 2$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CO = CD + DO$; $CO = 2 + 8 = 10$ (см). *Відповідь*: 10 см.

483. Розглянемо ΔABC і ΔKBP: $\angle B$ — спільний. За умовою $NKPM$ — квадрат, отже, $KP \parallel AC$. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BPK = \angle BCA$ (відповідні). За І ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta KBP \sim \Delta ABC$. За властивістю подібних фігур маємо: $\frac{KP}{AC} = \frac{BF}{BE}$ (BF — висота ΔKBP, BE — висота ΔABC). Нехай $KP = x$ — сторона квадрата. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BF = BE - EF$ ($EF = KN = x$), $BF = h - x$; $\frac{x}{a} = \frac{h-x}{h}$; $xh = ah - ax$; $xh + ax = ah$; $x(a + h) = ah$;



$x = \frac{ah}{a+h}$. *Відповідь*: $\frac{ah}{a+h}$.

484. За умовою $MNKP$ — прямокутник, отже, $NK \parallel BC$. За властивістю сторін прямокутника маємо: $NK = MP = x$ см, $MN = PK = DE = y$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AE = AD - DE$. За умовою $MP : MN = 9 : 5$. Нехай $MP = 9x$ (см), $MN = 5x$ (см), $AE = 24 - 5x$ (см). Розглянемо ΔABC і ΔANK: $\angle A$ — спільний, $NK \parallel BC$, AC — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle AKM = \angle ACB$ (відповідні). За І ознакою подібності трикутників маємо: $\frac{NK}{BC} = \frac{AE}{AD}$ (AE — висота ΔANK, AD — висота ΔABC).



$NK = MP = 9x$ (см). $\frac{9x}{72} = \frac{24-5x}{24}$; $24x = 8 \cdot (24 - 5x) \mid : 8$; $3x = 24 - 5x$;

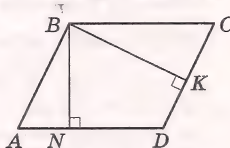
$3x + 5x = 24$; $8x = 24$; $x = 24 : 8$; $x = 3$.

Отже, $MP = 9 \cdot 3 = 27$ (см), $MN = 5 \cdot 3 = 15$ (см). *Відповідь*: 27 см, 15 см.

485. 1) За умовою BN і BK — висоти, $BN \perp AD$, $BK \perp CD$, $\angle BND = 90°$, $\angle BKD = 90°$. Розглянемо чотирикутник $NBKD$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо:

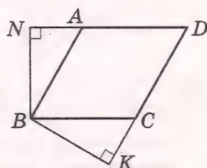
$\angle N + \angle B + \angle K + \angle D = 360°$;

$\angle D = 360° - (\angle B + \angle K + \angle N)$;



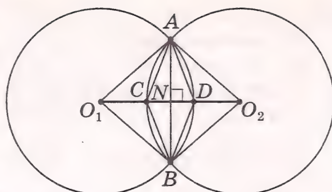
$\angle D = 360° - (90° + 20° + 90°) = 360° - 200° = 160°$. За властивістю протилежних кутів паралелограма маємо: $\angle D = \angle ABC = 160°$, $\angle A = \angle C$. За властивістю кутів паралелограма прилеглих до однієї сторони маємо: $\angle D + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - \angle D$, $\angle C = 180° - 160° = 20°$. Отже, $\angle A = 20°$. *Відповідь*: 20°, 160°, 20°, 160°.

2) За умовою BN, BK — висоти, $BN \perp AD$, $BK \perp CD$, $\angle BNA = 90°$, $\angle BKC = 90°$. Розглянемо чотирикутник $BNDK$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle B + \angle N + \angle D + \angle K = 360°$; $\angle D = 360° - (\angle B + \angle N + \angle K)$; $\angle D = 360° - (90° + 130° + 90°) = 360° - 310° = 50°$. За властивістю протилежних кутів паралелограма маємо: $\angle D = \angle B = 50°$, $\angle A = \angle C$.



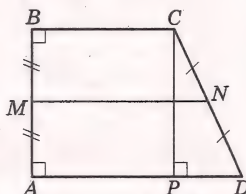
За властивістю кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони, маємо: $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle A = 180° - \angle D$, $\angle A = 180° - 50° = 130°$. Отже, $\angle C = 130°$. *Відповідь*: 50°, 130°, 50°, 130°.

486. Розглянемо ΔO_1AO_2 — рівнобедрений: $AO_1 = OA_2 = R$ — радіуси. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle AO_1C = \angle AO_2D$. AN — висота, медіана, бісектриса. $AN \perp O_1O_2$; $\angle O_1AN = \angle O_2AN$; $O_1N = O_2N$. Аналогічно, ΔO_1BO_2 — рівнобедрений ($O_1B = O_2B = R$).



NB — висота, медіана, бісектриса, $BN \perp O_1O_2$. $\angle O_1BN = \angle O_2BN$. Отже, $AB \perp O_1O_2$; $AB \perp CD$. AD є бісектрисою кутів O_1AO_2 і O_1BO_2. Розглянемо ΔAO_1B — рівнобедрений ($AO_1 = O_1B = R$). ON — висота, медіана, бісектриса, $AN = NB$. $\angle AO_1C = \angle BO_1C$. Розглянемо ΔAO_1C і ΔBO_1C. O_1C — спільна сторона, $AO_1 = BO_2 = R$, $\angle AO_1C = \angle BO_1C$. За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta AO_1C = \Delta BO_1C$. Звідси маємо: $AC = CB$. Аналогічно, $\Delta AO_2D = \Delta BO_2D$ (DO_2 — спільна сторона, $AO_2 = BO_2 = R$, $\angle AO_2D = \angle BO_2D$), тому $AD = DB$. $\Delta BO_1C = \Delta BO_2D$ ($O_1B = O_2B = R$ і $\angle BO_1C = \angle BO_2D$), $CB = BD$. Отже, $AD = DB = BC = CA$, $AB \perp CD$, AB і CD є бісектрисами кутів. $ABCD$ — ромб. Доведено.

487. Виконаємо додаткову побудову: висоту CP ($CP \perp AD$). За властивістю кутів трапеції маємо: $\angle BCD + \angle D = 180°$, $\angle D = 180° - \angle BCD$, $\angle D = 180° - 135° = 45°$.



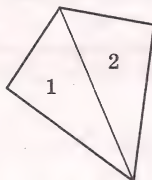
Розглянемо ΔCPD — прямокутний ($\angle P = 90°$), Якщо $\angle D = 45°$, тому $\angle C = 45°$. ΔCPD — рівнобедрений, $CP = PD$. За побудовою $ABCP$ — прямокутник. За властивістю сторін прямокутника маємо: $BC = AP$, $AB = CP$. За умовою $BC : AD = 2 : 5$.

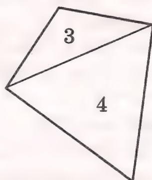
Нехай $BC = 2x$ (см). $AD = 5x$ (см). За умовою MN — середня лінія трапеції. За теоремою про середню лінію трапеції маємо:

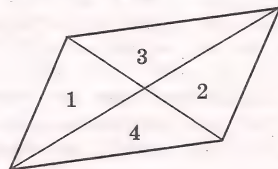
$MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$; $(2x + 5x) : 2 = 21$; $(7x) : 2 = 21$; $7x = 21 \cdot 2$; $7x = 42$; $x = 42 : 7$; $x = 6$. Отже, $AD = 5 \cdot 6 = 30$ (см), $BC = 2 \cdot 6 = 12$ (см); $BC = AP = 12$ см.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $PD = AD - AP$; $PD = 30 - 12 = 18$ (см). Отже, $PD = CP = AB = 18$ см. *Відповідь*: 18 см.

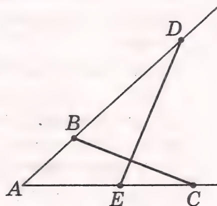
488.







489. З'ясуємо, чи подібні ΔABC і ΔADE. За другою ознакою подібності трикутників, якщо дві сторони трикутника пропорційні двома сторонам іншого трикутника, а кути між цими сторонами рівні, то $\angle A$ — спільний; $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$; $\frac{4}{8} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

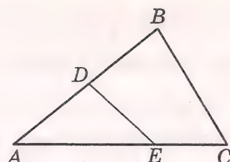


З цього випливає, що $\Delta ABC \sim \Delta AED$.

490. Розглянемо $\triangle ADE$ і $\triangle ACB$.

1) $\angle A$ — спільний.

2) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$; $\frac{\frac{4}{7}AC}{AC} = \frac{\frac{4}{7}AB}{AB}$; $\frac{4}{7} = \frac{4}{7} = k$.



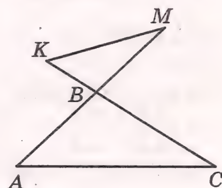
Отже, за другою ознакою подібності трикутників $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, тоді

$\frac{DE}{CB} = \frac{4}{7}$; $\frac{DE}{21} = \frac{4}{7}$; $DE = \frac{\overset{3}{\cancel{21}} \cdot 4}{\cancel{7}} = 12$ см. *Відповідь*: 12 см.

491. Розглянемо $\triangle ABC$ і $\triangle KBM$.

1) $\angle ABC = \angle KBM$ (як вертикальні).

2) $\frac{AB}{KB} = \frac{BC}{BM}$; $\frac{21}{6} = \frac{8}{8} = \frac{7}{2} = k$.



Отже, за другою ознакою подібності трикутників $\triangle ABC \backsim \triangle KBM$, тоді

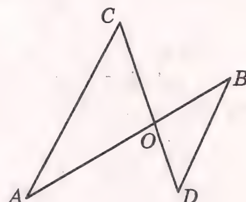
$\frac{AC}{KM} = \frac{7}{2}$; $\frac{42}{KM} = \frac{7}{2}$; $KM = \frac{\overset{6}{\cancel{42}} \cdot 2}{\cancel{7}} = 12$ см.

Відповідь: $KM = 12$ см.

492. Розглянемо $\triangle COA$ і $\triangle DOB$.

1) $\angle COA = \angle DOB$ (як вертикальні).

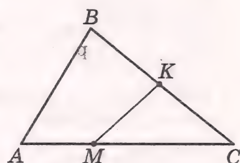
2) $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$; $\frac{24}{16} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = k$.



Отже, $\triangle COA \backsim \triangle DOB$ за другою ознакою подібності трикутників, з цього випливає, що $\angle ACO = \angle BDO = 72°$.

Відповідь: $\angle BDO = 72°$.

493. Нехай дано $\triangle ABC$, т. $M \in AC$, т. $K \in BC$, $CM = 15$ см, $CK = 12$ см, $AC = 20$ см, $BC = 15$ см, $AB = 30$ см. Знайдемо MK. Розглянемо $\triangle ABC$ і $\triangle KMC$.



1) $\angle C$ — спільний.

2) $\frac{BC}{MC} = \frac{AC}{KC}$; $\frac{25}{15} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = k$.

Отже, $\triangle ABC \backsim \triangle KMC$ за другою ознакою подібності трикутників, з цього випливає $\frac{AB}{MK} = \frac{5}{3}$; $\frac{30}{MK} = \frac{5}{3}$; $MK = \frac{\overset{6}{\cancel{30}} \cdot 3}{\cancel{5}_1} = 18$ см.

Відповідь: $MK = 18$ см.

494. 1) Перевіримо пропорційність сторін:

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} = k$;

$\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$ за третьою ознакою подібності трикутників.

2) Перевіримо пропорційність сторін: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{1,3}{26} = \frac{2,5}{50} \neq \frac{3,2}{60}$;

$\frac{13}{260} = \frac{25}{500} \neq \frac{32}{600}$; $\frac{1}{20} = \frac{1}{20} \neq \frac{4}{75}$.

Оскільки відповідні сторони не пропорційні, то дані трикутники не подібні.

495. Якщо $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 9$ см : 24 см : 27 см = = 3 : 8 : 9, $AB : BC : AC = 3 : 8 : 9$, отже, $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.

496. Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$.

1) $\angle A = \angle A_1$ — за умовою. 2) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{0,6A_1B_1}{A_1B_1} = \frac{0,6A_1C_1}{A_1C_1} = 0,6 = k$.

Отже, $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за другою ознакою подібності трикутників, з цього випливає, що $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{BC}{B_1C_1} = 0,6$. Нехай $BC = x$ (см), тоді $B_1C_1 = 48 - x$ (см). $\frac{x}{48-x} = 0,6$; $\frac{x}{48-x} = \frac{6}{10}$; $10x = 6(48 - x)$; $10x = 288 - 6x$; $16x = 288$; $x = 288 : 16$; $x = 18$. $B_1C_1 = 48 - 18 = 30$ (см).

Відповідь: $BC = 18$ см, $B_1C_1 = 30$ см.

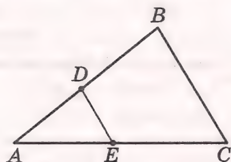
497. Розглянемо ΔDEF і ΔMKN. 1) $\angle E = \angle K$ (за умовою).

2) $\frac{DE}{MK} = \frac{EF}{KN}$; $\frac{2,5MK}{MK} = 2,5 = k$.

Отже, $\Delta DEF \backsim \Delta MKN$ за другою ознакою подібності трикутників, з цього випливає, що $\frac{DF}{MN} = 2,5$. Нехай $DF = x$ (см), $MN = x - 30$ (см).

$\frac{x}{x-30} = 2,5$; $\frac{x}{x-30} = \frac{5}{2}$; $2x = 5(x - 30)$; $2x = 5x - 150$; $-3x = -150$; $x = 50$. $MN = 50 - 30 = 20$ (см). *Відповідь*: $DF = 50$ см, $MN = 20$ см.

498. Розглянемо ΔABC і ΔADE. 1) $\angle A$ — спільний.



2) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{8} = k$.

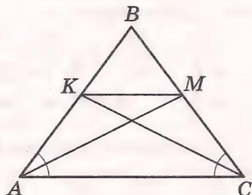
Отже, $\Delta ABC \backsim \Delta ADE$ за другою ознакою подібності трикутників, тоді

$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{8}$; $\frac{DE}{16} = \frac{3}{8}$; $DE = \frac{16 \cdot 3}{8} = 6$.

Відповідь: $DE = 6$ см.

499. Нехай дано за умовою $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1 \backsim A_2B_2C_2$ із сторін AB, A_1B_1, A_2B_2 склали трикутник і із сторін AC, A_1C_1, A_2C_2 склали інший трикутник. З'ясуємо, чи подібні ці трикутники. Оскільки $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1 \backsim A_2B_2C_2$, то $AB : BC : CA = A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = A_2B_2 : B_2C_2 : C_2A_2 = a : b : c$, тоді $AB = ax$, $BC = bx$, $CA = cx$; $A_1B_1 = ay$, $B_1C_1 = by$, $C_1A_1 = cy$; $A_2B_2 = az$, $B_2C_2 = bz$, $C_2A_2 = cz$. Отже, утворилися два трикутника із сторонами ax, ay, az і cx, cy, cz. $\frac{ax}{cx} = \frac{ay}{cy} = \frac{az}{cz} = \frac{a}{c}$. Отже, отримані трикутники подібні.

500. Розглянемо ΔABM і ΔCBK:



1) $AB = CB$ (за умовою).

2) $\angle B$ — спільний. 3) $\angle BAM = \angle BCK$ $\left(\angle A = \angle C, \angle BAM = \frac{1}{2}\angle A, \angle BCK = \frac{1}{2}\angle C\right)$.

Отже, $\Delta ABM = \Delta CBK$ за II ознакою рівності трикутників, з цього випливає, що $BM = BK$. Так як $BA = BC$ і $BM = BK$, то $KM \parallel AC$.

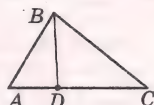
$\angle KAM = \angle MAC$ (AM — бісектриса $\angle A$).

$\angle KMA = \angle MAC$ (як внутрішні різносторонні при $KM \parallel AC$ і січній AM).

$\angle KMA = \angle KAM$, тоді ΔAKM — рівнобедрений з основою AM, $AK = KM$.

Оскільки в ΔABC $KM \parallel AC$, то $\Delta BKM \sim \Delta ABC$, з цього випливає, що $\frac{BK}{AB} = \frac{KM}{BC} = \frac{BM}{AC}$; $\frac{BK}{b} = \frac{KM}{a} = \frac{BM}{b}$. Нехай $AK = KM = x$, тоді $BK = AB - AK$, $BK = b - x$. $\frac{b-x}{b} = \frac{x}{a}$; $a(b - x) = bx$; $ab - ax = bx$; $ab = ax + bx$; $ab = x(a + b)$; $x = \frac{ab}{a+b}$. *Відповідь*: $MK = \frac{ab}{a+b}$.

501. Розглянемо ΔABC і ΔBDC. 1) $\angle C$ — спільний.

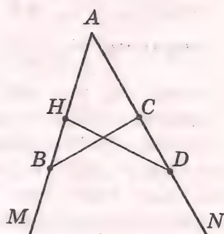


2) $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{DC}$; $\frac{16}{12} = \frac{12}{6} = \frac{4}{3} = k$.

Отже, $\Delta ABC \sim \Delta BDC$ за другою ознакою подібності трикутників, з цього випливає: $\frac{AB}{BD} = \frac{4}{3}$; $\frac{8}{BD} = \frac{4}{3}$; $BD = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$ см.

Відповідь: $BD = 6$ см.

502. Розглянемо ΔABC і ΔADH.



1) $\angle A$ — спільний. 2) $\frac{AH}{AC} = \frac{AD}{AB}$ (так як $AH \cdot AB = AC \cdot AD$ за умовою).

Отже, $\Delta ABC \sim \Delta ADH$ за II ознакою подібності трикутників, з цього випливає рівність всіх відповідних кутів $\angle AHD = \angle ACB$. $\angle BHD = \angle DCB$ (як суміжні з рівними кутами). Тоді точки H, B, C, D лежать на одному колі.

503. Розглянемо ΔMBC і ΔMCK.

1) $\angle BMC = \angle KMC$ — спільний.

2) $\angle MKC = \angle BCM$ (за умовою).

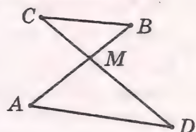
Отже, $\Delta MBC \sim \Delta MCK$ за I ознакою подібності трикутників, з цього випливає:

$\frac{MB}{MC} = \frac{BC}{CK} = \frac{MC}{MK}$.

Розглянемо ΔABM і ΔKAM.

1) $\angle AMB$ — спільний. 2) так як $AM = MC$ (BM — медіана), то $\frac{MB}{AM} = \frac{AM}{MK}$ з рівності $\frac{MB}{MC} = \frac{MC}{MK}$. Отже, $\Delta ABM \sim \Delta KAM$ за II ознакою подібності трикутників, з цього випливає, що $\angle AKM = \angle BAM$.

504. Розглянемо ΔAMD і ΔCMB.

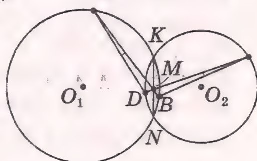


1) $\angle AMB = \angle CMB$ (як вертикальні).

2) $\frac{AM}{CM} = \frac{MD}{MB}$ (так як за умовою $AM \cdot MB = CM \cdot MD$).

$\Delta AMD \sim \Delta CMB$ за II ознакою подібності трикутників, з цього випливає, що $\angle MCB = \angle DAM$, тоді точки A, B, C, D лежать на одному колі.

505. Розглянемо коло (O_1; R_1), в цьому колі проведено хорди AB і NK, що перетинаються в т. M, тоді за властивістю хорд, що перетинаються, $NM \cdot MK = BM \cdot MA$. Розглянемо коло ($O_2$; R_2), в цьому колі проведено хорди CD і NK, що



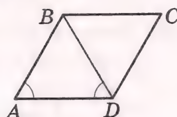
перетинаються в т. M, тоді за властивістю хорд, що перетинаються, $NM \cdot MK = DM \cdot MC$. З цих рівностей випливає, що $DM \cdot MC = BM \cdot MA$. Розглянемо ΔDMA і ΔBMC.

1) $\angle DMA = \angle BMC$ (як вертикальні).

2) $\frac{DM}{MA} = \frac{BM}{MC}$ (так як за умовою $DM \cdot MC = BM \cdot MA$).

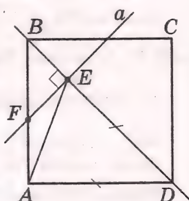
З цього випливає $\Delta DMA \sim \Delta BMC$, з цього маємо: $\angle DAB = \angle BCD$.

506. $P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD)$, $AB + AD = 46 : 2 = 23$ см. Розглянемо ΔABD: $\angle BAD = \angle ADB$, то ΔABD — рівнобедрений з основою AD, $AB = BD$. Оскільки $\Delta ABD = \Delta CBD$, то $P_{\Delta ABD} = P_{\Delta CDB} = 32$ см.



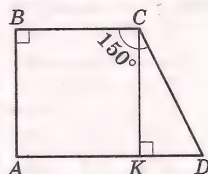
$P_{\Delta ABD} = AB + BD + AD = 2AB + AD$; $2AB + AD = 32$; $AB + AB + AD = 32$; $AB + 23 = 32$; $AB = 32 - 23 = 9$ см. $AD = 23 - AB = 23 - 9 = 14$ см. *Відповідь*: $AB = 9$ см, $AD = 14$ см.

507. Нехай $ABCD$ — квадрат, BD — діагональ, т. $E \in BD$, $DE = DA$, пр. $a \perp BD$, т. $E \in$ пр. a, пр. $a \cap AB =$ т. F. Доведемо, що $AF = FE = BE$. Розглянемо ΔFBE, $\angle BEF = 90°$, $\angle FBE = \frac{1}{2}\angle B = 90° : 2 = 45°$ (BD — бісектриса $\angle B$), тоді ΔBEF — рівнобедрений, $BE = EF$. Розглянемо ΔEDA — рівнобедрений, так як $ED = DA$. Нехай $\angle EAD = \angle AED = x$, $\angle BAE = 90° - x$.



$\angle FEA + \angle BEF + \angle AED = 180°$,
$\angle FEA = 180° - 90° - x = 90° - x$. Так як $\angle BAE = \angle FEA = 90°$, то ΔAFE — рівнобедрений з основою AE, тоді $AF = FE$. $AE = FE = BE$, отже, доведено.

508. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $\angle B = 90°$, $\angle C = 150°$, $BC = 5$ см, CK — висота, $ABCK$ — квадрат, ΔCKD. Знайдемо CD. $\angle C + \angle D = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції). $\angle D = 180° - 150° = 30°$. Оскільки $ABCK$ — квадрат, то $AB = BC = CK = AK = 5$ см. Розглянемо ΔCKD, $\angle CKD = 90°$, $\angle D = 30°$,

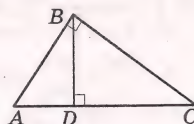


$CK = \frac{1}{2}CD$ як катет, що лежить напроти кута 30° в прямокутному трикутнику. $CD = 2 \cdot CK = 2 \cdot 5 = 10$ см. *Відповідь*: $CD = 10$ см.

Завдання № 2 «Перевірте себе» в тестовій формі

1. Б). **2.** В). **3.** В). **4.** В). **5.** Б). **6.** В). **7.** А). **8.** Б). **9.** Г). **10.** А).

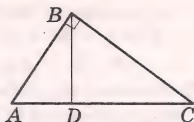
510. За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо $BD^2 = AD \cdot DC$; $BD^2 = 2 \cdot 18$; $BD^2 = 36$; $BD = \sqrt{36} = 6$ см. *Відповідь*: 6см.



511. Див. рис. до № 510. За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо $AB^2 = AD \cdot AC$; $6^2 = 4 \cdot AC$; $36 = 4 \cdot AC$; $AC = 36 : 4 = 9$ (см). *Відповідь*: 9 см.

512. Див. рис. до № 510. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AC = AD + DC$, $AC = 20 + 5 = 25$ (см). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $AB^2 = AD \cdot AC$; $BC^2 = DC \cdot AC$; $AB^2 = 5 \cdot 25$; $AB = \sqrt{5 \cdot 25} = 5\sqrt{5}$ (см); $BC^2 = 20 \cdot 25$; $BC = \sqrt{20 \cdot 25} = \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 25} = 2 \cdot 5\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$ (см). *Відповідь*: $5\sqrt{5}$ см, $10\sqrt{5}$ см.

513. За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо: $BD^2 = AD \cdot DC$; $48^2 = 36 \cdot DC$;

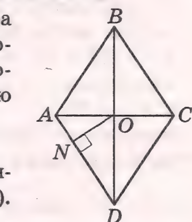


$DC = \frac{\overset{8}{\cancel{48}} \cdot \overset{8}{\cancel{48}}}{\underset{6}{\cancel{36}}} = 64$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AC = AD + DC$;
$AC = 36 + 64 = 100$ (см). $AB^2 = AD \cdot AC$; $AB = \sqrt{AD \cdot AC}$;
$AB = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60$ (см).
$BC^2 = DC \cdot AC$; $BC = \sqrt{DC \cdot AC}$; $BC = \sqrt{64 \cdot 100} = 8 \cdot 10 = 80$ (см).
Відповідь: 60 см, 80 см, 100 см.

514. Див. рис. до №510. Нехай $BD = x$ см, тоді $AD = x - 3$ (см), $DC = x + 4$ (см). За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо: $BD^2 = AD \cdot DC$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x^2 = (x - 3)(x + 4)$; $x^2 = x^2 - 3x + 4x - 12$; $x^2 = x^2 + x - 12$; $x^2 - x^2 - x = -12$; $-x = -12$; $x = 12$; $BD = 12$ см, $AD = 12 - 3 = 9$ (см), $DC = 12 + 4 = 16$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AC = AD + DC$; $AC = 9 + 16 = 25$ (см).
$AB^2 = AD \cdot AC$; $AB = \sqrt{AD \cdot AC}$; $AB = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см).
$BC^2 = DC \cdot AC$; $BC = \sqrt{DC \cdot AC}$; $BC = \sqrt{16 \cdot 25} = 4 \cdot 5 = 20$ (см).
Відповідь: 15 см і 20 см.

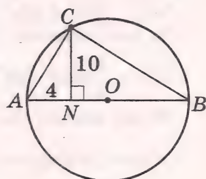
515. Див. рис. до №510. Нехай $BC = x$ см, тоді $AC = x + 10$ (см), $DC = x - 8$ (см). За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо: $BC^2 = DC \cdot AC$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x^2 = (x - 8)(x + 10)$; $x^2 = x^2 - 8x + 10x - 80$; $x^2 = x^2 + 2x - 80$; $x^2 - x^2 - 2x = -80$; $-2x = -80$; $x = 80 : 2$; $x = 40$. Отже, маємо: $BC = 40$ см, $AC = 40 + 10 = 50$ (см), $DC = 40 - 8 = 32$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AC - DC$, $AD = 50 - 32 = 18$ (см). За метричним співвідношенням у прямокутному трикутнику маємо: $AB^2 = AD \cdot AC$; $AB = \sqrt{AD \cdot AC}$;
$AB = \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 2} = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ (см). *Відповідь*: 30 см.

516. Розглянемо ΔAOD. За властивістю діагоналей ромба маємо $AC \perp BD$, $\angle AOD = 90°$. Отже, ΔAOD — прямокутний. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $ON^2 = AN \cdot ND$. За умовою $AN : ND = 1 : 4$. Нехай $AN = x$ см, $ND = 4x$ (см).
$x \cdot 4x = 2^2$; $4x^2 = 4$; $x^2 = 4 : 4$; $x^2 = 1$; $x = 1$.
$AN = 1$ см, $ND = 4 \cdot 1 = 4$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AN + ND$, $AD = 1 + 4 = 5$ (см).



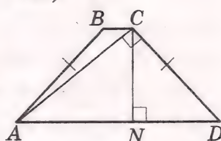
За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $AO^2 = AN \cdot AD$; $AO = \sqrt{AN \cdot AD}$; $AO = \sqrt{1 \cdot 5} = \sqrt{5}$ (см). $OD^2 = ND \cdot AD$; $OD = \sqrt{ND \cdot AD}$; $OD = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ (см).
За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC = 2AO = 2\sqrt{5}$ (см), $BD = 2BO = 4\sqrt{5}$ (см). *Відповідь*: $2\sqrt{5}$ см, $4\sqrt{5}$ см.

517. Виконаємо додаткові побудови: хорди AC і BC.
$\angle ACB$ опирається на хорду AB — діаметр.
Отже, $\angle ACB = 90°$.
Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle ACB = 90°$).
За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $CN^2 = AN \cdot NB$; $10^2 = 4 \cdot NB$; $100 = 4NB$; $NB = 100 : 4$; $NB = 25$ см.



За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB = AN + BN$; $AB = 4 + 25 = 29$ (см). AB — діаметр кола. $R = AO = OB = AB : 2$; $R = 29 : 2 = 14{,}5$ (см). *Відповідь*: 14,5 см.

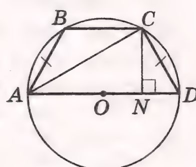
518. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). Розглянемо ΔACD — прямокутний ($\angle C = 90°$, за умовою $AC \perp CD$). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $CD^2 = ND \cdot AD$. За умовою $ABCD$ — рівнобічна трапеція. За властивістю рівнобічної трапеції маємо:



$$ND = \frac{1}{2}(AD - BC); \quad ND = \frac{1}{2} \cdot (25 - 7) = 18 : 2 = 9 \text{ (см)}.$$

За аксіомою вимірювання відрізків $AN = AD - ND$, $AN = 25 - 9 = 16$ см. $CD^2 = 16 \cdot 9$; $CD = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$ (см). $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$; $P_{ABCD} = AD + BC + 2AB$; $P_{ABCD} = 25 + 7 + 2 \cdot 12 = 32 + 24 = 56$ (см). *Відповідь*: 56 см.

519. За умовою центр кола, описаного навколо рівнобічної трапеції, належить більшої основі AD. Отже, AD — діаметр, тому $\angle ACD$ опирається на діаметр, отже, $\angle ACD = 90°$.



Розглянемо ΔACD — прямокутний ($\angle ACD = 90°$). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $AC^2 = AN \cdot AD$; $20^2 = 16 \cdot AD$;

$$AD = \frac{\cancel{400}^{100}}{\cancel{16}_{4}} = 25 \text{ (см)}.$$

Отже, $R = AO = OD = AD : 2$; $R = 25 : 2 = 12{,}5$ (см). *Відповідь*: 12,5 см.

520. За умовою $AC \perp CD$, отже, $\angle ACD = 90°$. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: якщо $\angle ACD = 90°$, отже, AD — діаметр. $AD = 2R = 20$ см.

Виконаємо додаткову побудову: висоту CP ($CP \perp AD$).

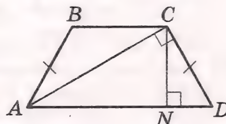
Розглянемо ΔACD — прямокутний ($\angle C = 90°$).

За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо:

$CD^2 = PD \cdot AD$; $12^2 = PD \cdot 20$; $PD = \frac{144}{20} = 7{,}2$ (см). За властивістю рівнобічної трапеції маємо: $BC = AD - 2PD$; $BC = 20 - 2 \cdot 7{,}2 = 20 - 14{,}4 = 5{,}6$ (см). За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $MN = (AD - BC) : 2$; $MN = (20 + 5{,}6) : 2 = 25{,}6 : 2 = 12{,}8$ (см). *Відповідь*: $MN = 12{,}8$ см.

521. За умовою $AD^2 - BC^2 = 25$. Використовуючи формулу різниці квадратів, маємо: $AD^2 - BC^2 = (AD - BC)(AD + BC) = 25$.

За властивістю рівнобічної трапеції маємо:



$$ND = \frac{1}{2}(AD - BC); \quad AN = \frac{1}{2}(AD + BC).$$

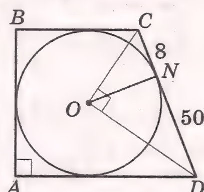
Отже, маємо: $AD + BC = 2AN$, $AD - BC = 2ND$, тоді маємо:

$(AD - BC)(AD + BC) = 2AN \cdot 2ND = 25$; $4AN \cdot ND = 25$; $AN \cdot ND = \frac{25}{4}$.

За умовою $AC \perp CD$, тоді ΔACD — прямокутний. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $CN^2 = AN \cdot ND$, отже,

$CN^2 = \frac{25}{4}$; $CN = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2,5$ (см). *Відповідь*: 2,5 см.

522. За умовою O — центр кола, вписаного у трапецію. Отже, O — точка перетину бісектрис кутів трапеції.



За умовою $ABCD$ — прямокутна трапеція. Отже, $\angle BCD + \angle CDA = 180°$. Отже, OC — бісектриса $\angle BCD$, OD — бісектриса $\angle CDA$. За означенням бісектрис кута маємо:

$$\angle BCO = \angle OCD = \frac{1}{2}\angle BCD$$

і $\angle CDO = \angle ODA = \frac{1}{2}\angle CDA.$

Отже, маємо: $\angle OCD + \angle ODC = 180° : 2 = 90°$, звідси маємо ΔOCD — прямокутний. ON — висота, ON — радіус, $ON \perp CD$. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $ON^2 = CN \cdot ND$; $ON^2 = 8 \cdot 50$; $ON^2 = 400$; $ON = 20$ (см).

AB — дорівнює діаметру вписаного у трапецію кола, тому $AB = 2ON = 40$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо:

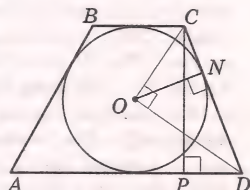
$CD = CN + ND$; $CD = 8 + 50 = 58$ (см).

За властивістю кола, вписаного у чотирикутник, маємо:

$AD + BC = AB + CD = 59 + 40 = 98$ (см). $P_{ABCD} = 98 \cdot 2 = 196$ (см).

Відповідь: 196 см.

523. Висота трапеції дорівнює діаметру кола, вписаному у цю трапецію. За умовою O — центр кола, вписаного у трапецію. Як відомо, центр вписаного кола є точка перетину бісектрис кутів трапеції. Отже, OC — бісектриса $\angle BCD$, OD — бісектриса $\angle CDA$. За означенням бісектриси кута маємо:

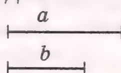


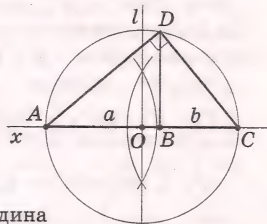
$$\angle BCO = \angle OCD = \frac{1}{2}\angle BCD; \quad \angle CDO = \angle ODA = \frac{1}{2}\angle CDA.$$

За властивістю кутів рівнобічної трапеції маємо: $\angle BCD + \angle CDA = 180°$, отже, $\angle OCD + \angle CDO = 90°$, $\angle COD = 90°$. Розглянемо ΔCOD. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: якщо $ON \perp CD$ (ON — радіус вписаного кола), ON — висота ΔCOD. $ON^2 = CN \cdot ND$; $ON^2 = 3 \cdot 27$; $ON^2 = 81$; $ON = 9$ см, $CP = 2ON = 18$ см. *Відповідь*: 18 см.

524. Побудувати відрізок $\sqrt{\frac{ab}{2}}$.

Дано:





Побудова. 1) Будуємо довільну пряму x. Позначаємо на прямій x довільну точку A. Від точки A відкладаємо відрізок $AB = a$.

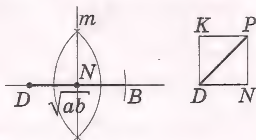
Від точки B відкладаємо відрізок $BC = b$.

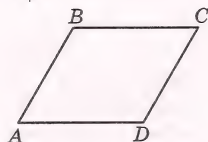
$AC = a + b$.

2) Знаходимо середину відрізка AB (O — середина AB). Будуємо серединний перпендикуляр до AB.

3) O — центр кола, побудованого на AB, як на діаметрі.

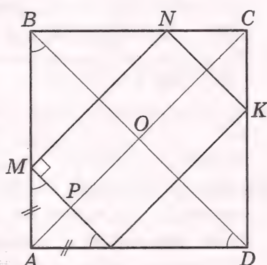
4) Через точку B проводимо пряму l ($l \perp AB$). l перетинає коло у точці D. BD — висота ΔADB — прямокутного($\angle ADB = 90°$). $\angle ADB$ опирається на діаметр. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $BD = \sqrt{ab}$. 5) Ділимо відрізок $\sqrt{ab}$ навпіл, отримаємо відрізок $\frac{\sqrt{ab}}{2} = \sqrt{\frac{ab}{4}}$. 6) На стороні $\sqrt{\frac{ab}{4}}$ будуємо квадрат. Діагональ квадрата $d = \sqrt{\frac{ab}{4}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2ab}{4}} = \sqrt{\frac{ab}{2}}$.



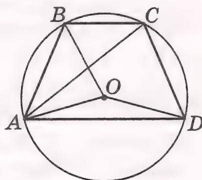


$DB = \sqrt{ab}$; $NB = \sqrt{\frac{ab}{4}}$. $d = \sqrt{\frac{ab}{2}}$.

525. Нехай $P_{ABCD} = x$ см, тоді $AD = x - 35$ (см), $AB = x - 28$ (см). $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $2(x - 35 + x - 28) = x$; $2(2x - 63) = x$; $4x - 126 = x$; $4x - x = 126$; $3x = 126$; $x = 126 : 3 = 42$. Отже, $AD = 42 - 35 = 7$ (см), $AB = 42 - 28 = 14$ (см). *Відповідь*: 7 см, 14 см.



526. За умовою $ABCD$ — квадрат, AC і BD — діагоналі. За властивістю діагоналей квадрата маємо, що діагоналі квадрата утворюють з його сторонами кути 45°. За умовою $ME \parallel BD$, AB — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle DBA = \angle EMA = 45°$ (відповідні). Аналогічно, $ME \parallel BD$, AD — січна, $\angle BDA = \angle MEA = 45°$. Отже, ΔMAE — прямокутний, рівнобедрений, $AM = AE$, ΔAPM — прямокутний, рівнобедрений, $\angle APM = 90°$, $AP = PM$. Аналогічно з ΔAPE маємо: $AP = PE$. Отже, P — середина сторони ME, AP — медіана ΔEAM; AO — медіана ΔDAB. $\Delta EAM \sim \Delta DAB$ ($\angle BDA = \angle MEA = 45°$, $\angle A$ — спільний кут). За I ознакою подібності трикутників ME — середня лінія ΔDAB. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $ME = \frac{1}{2}BD$; $ME = 7 : 2 = 3{,}5$ (см). Отже, $P_{MNKE} = 4ME$; $P_{MNKE} = 4 \cdot 3{,}5 = 14$ (см). *Відповідь*: 14 см.



527. За умовою трапеція $ABCD$ вписана в коло, тому $ABCD$ — рівнобока трапеція ($AB = CD$). За властивістю кутів рівнобокої трапеції маємо $\angle D = \angle BAD = 74°$, $\angle B = \angle BCD$.
За властивістю кутів при бічних сторонах трапеції маємо: $\angle BCD + \angle D = 180°$, $\angle BCD = 180° - 74° = 106°$. За умовою AC — бісектриса $\angle BAD$, отже,

$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC$; $\angle BAC = 74° : 2 = 37°$.

$BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD = 37°$ (внутрішні різносторонні). $\cup AB = \angle AOB = 2\angle BCA$; $\cup AB = 37° \cdot 2 = 74°$.
$\cup AB = \cup CD = 74°$. $\cup BC = \cup AD = (360° - 2 \cdot 74°) : 2 = (360° - 148°) : 2 = 212° : 2 = 106°$. *Відповідь*: 74°, 106°, 74°, 106°.

528. За умовою многокутник вписано у коло, тому його центр знаходиться всередині цього многокутника. З однієї вершини можна провести $n - 2$ діагоналі. Можливі два випадки розташування центра кола відносно утворення трикутників: 1) центр належить одній з діагоналей; 2) центр знаходиться всередині одного з трикутників.

1) Якщо центр знаходиться на діагоналі, тоді трикутник, до яких належить ця діагональ, є прямокутними (діагональ буде діаметром кола). В цьому випадку гострокутних трикутників немає.

2) Центр знаходиться всередині одного з трикутників, тому цей трикутник буде гострокутним.

Отже, або один гострокутний трикутник, або його не має.

529. 1) $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 3^2 + 4^2$; $c^2 = 25$; $c = 5$ см. *Відповідь*: $c = 5$ см.

2) $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 6^2 + 9^2$; $c^2 = 36 + 81$; $c^2 = 117$; $c = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$ см.
Відповідь: $c = 3\sqrt{13}$ см.

530. 1) $c^2 = a^2 + b^2$; $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 15^2 - 12^2$; $b^2 = 225 - 144 = 81$; $b = 9$ см.
Відповідь: $b = 9$ см.

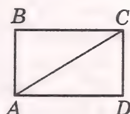
2) 1) $c^2 = a^2 + b^2$; $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 7^2 - \left(\sqrt{13}\right)^2$; $b^2 = 289 - 13 = 276$; $b = \sqrt{276}$; $b = 2\sqrt{69}$ см. *Відповідь*: $b = 2\sqrt{69}$ см.

531. 1) $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 5^2 + 12^2$; $c^2 = 25 + 144 = 169$; $c = 13$ см.
Відповідь: $c = 13$ см.

2) $c^2 = a^2 + b^2$; $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 2^2 - 1^2$; $b^2 = 4 - 1 = 3$; $b = \sqrt{3}$ см.
Відповідь: $b = \sqrt{3}$ см.

3) $c^2 = a^2 + b^2$; $a^2 = c^2 - b^2$; $a^2 = \left(\sqrt{90}\right)^2 - 3^2 = 90 - 9 = 81$; $a = 9$ см.
Відповідь: 9 см.

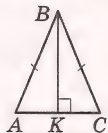
532. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, $AB = 9$ см, $BC = 40$ см, AC — діагональ. Знайдемо AC. Розглянемо ΔABC, $\angle B = 90°$ ($ABCD$ — прямокутник), за теоремою Піфагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AC^2 = 9^2 + 40^2$;



$AC^2 = 81 + 1600$; $AB^2 = 1681$; $AC = \sqrt{1681} = 41$ см. *Відповідь*: $AC = 41$ см.

533. Див. рис. до №532. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, $AB = 7$ см, AC — діагональ, $AC = 25$ см. Знайдемо BC. Розглянемо ΔABC, $\angle B = 90°$ ($ABCD$ — прямокутник), за теоремою Піфагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $BC^2 = AC^2 - AB^2$; $BC^2 = 25^2 - 7^2$; $BC^2 = 625 - 49$; $BC^2 = 576$; $BC = 24$ см.
Відповідь: $BC = 24$ см.

534. Нехай дано ΔABC, $AB = BC = 29$ см, BK — висота, $BK = 21$ см. Знайдемо AC. Оскільки до основи рівнобедреного трикутника проведено висоту, то вона є медіаною, $AK = KC$. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $AK^2 = AB^2 - BK^2$; $AK^2 = 29^2 - 21^2$; $AK^2 = (29 - 21)(29 + 21)$; $AK^2 = 8 \cdot 50$;

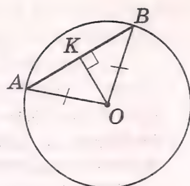


$AK^2 = 400$; $AK = 20$ см. $AC = 20 + 20 = 40$ см. *Відповідь*: $AC = 40$ см.

535. Див. рис. до №534. Нехай дано ΔABC, $AB = BC$, $AC = 24$ см, BK — висота, $BK = 35$ см. Знайдемо AB. Оскільки до основи рівнобедреного трикутника проведено висоту, то вона є медіаною, $AK = KC = \frac{1}{2} AC = 24 : 2 = 12$ (см).

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$ (BK — висота), за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $AB^2 = 35^2 + 12^2$; $AB^2 = 1225 + 144$; $AB^2 = 1369$; $AB = 37$ см.
Відповідь: $AB = 37$ см.

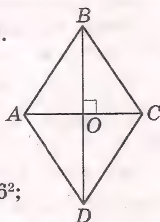
536. Нехай дано коло (O; R), $R = 10$ см, AB — хода, $AB = 16$ см, $OK \perp AB$. Знайдемо OK. Розглянемо ΔAOB — рівнобедрений ($AO = OB$ як радіуси). OK — висота, проведена до основи, є медіаною, тоді



$$AK = BK = \frac{1}{2}AB = 16 : 2 = 8 \text{ (см)}.$$

Розглянемо ΔAOK, $\angle AKO = 90°$, за теоремою Піфагора $AO^2 = AK^2 + KO^2$; $OK^2 = AO^2 - AK^2$; $OK^2 = 10^2 - 8^2$; $OK^2 = 100 - 64$; $OK^2 = 36$; $OK = 6$ см. *Відповідь*: $OK = 6$ см.

537. Нехай дано ромб $ABCD$, AC і BD — діагоналі, $AC = 24$ см, $BD = 32$ см. Знайдемо P_{ABCD}. $P_{ABCD} = 4 \cdot AB$.



$$\left.\begin{aligned} AO = OC = \frac{1}{2}AC = 24 : 2 = 12 \text{ см} \\ BO = OD = \frac{1}{2}BD = 32 : 2 = 16 \text{ см} \end{aligned}\right\} \text{за властивістю діагоналей ромба.}$$

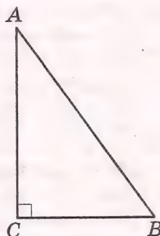
Розглянемо ΔAOB, $\angle AOB = 90°$ ($AC \perp BD$).
За теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AB^2 = 12^2 + 16^2$; $AB^2 = 144 + 256$; $AB^2 = 400$; $AB = 20$ см.
$P_{ABCD} = 4 \cdot 20 = 80$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 80$ см.

538. Див. рис. до №537. Нехай дано ромб $ABCD$, $AB = BC = CD = DA = 26$ см, BD і AC — діагоналі, $BD = 48$ см. Знайдемо AC. Розглянемо ΔAOB,

$$\angle AOB = 90° \ (AC \perp BD), \ BO = \frac{1}{2}BD = 48 : 2 = 24 \text{ см}.$$

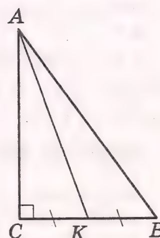
За теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AO^2 = AB^2 - BO^2$; $AO^2 = 26^2 - 24^2$; $AO^2 = 100$; $AO = 10$ см. $AC = 2 \cdot AO = 2 \cdot 10 = 20$ см (властивість діагоналей ромба). *Відповідь*: $AC = 20$ см.

539. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC = 21$ см, $BC < AB$ на 7 см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$. $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. Нехай $BC = x$ (см), тоді $AB = x + 7$ (см). За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(x + 7)^2 = 21^2 + x^2$; $x^2 + 14x + 49 = 441 + x^2$; $14x = 441 - 49$; $14x = 392$; $x = 392 : 4$; $x = 28$.
$BC = 28$ (см), $AB = 28 + 7 = 35$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 35 + 28 + 21 = 84$ (см).
Відповідь: $P_{\Delta ABC} = 84$ см.

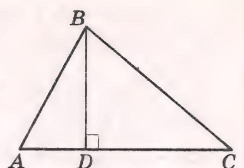


540. Див. рис. до №539. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = 26$ см, $BC : AC = 5 : 12$. Знайдемо BC і AC.
Нехай x (см) — одна частина, тоді $BC = 5x$ (см), $AC = 12x$ (см).
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $26^2 = (12x)^2 + (5x)^2$; $676 = 144x^2 + 25x^2$; $676 = 169x^2$; $x^2 = 676 : 169$; $x^2 = 4$; $x = 2$.
$BC = 5 \cdot 2 = 10$ (см), $AC = 12 \cdot 2 = 24$ (см). *Відповідь*: $BC = 10$ см, $AC = 24$ см.

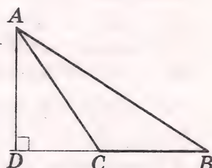
541. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $BC = 6$ см, AK — медіана, $AK = 5$ см. Знайдемо AB. Оскільки AK — медіана, то $CK = KB = \frac{1}{2}BC = 6 : 2 = 3$ см.



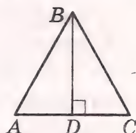
Розглянемо ΔACK, $\angle C = 90$. За теоремою Піфагора $AK^2 = AC^2 + CK^2$; $AC^2 = AK^2 - CK^2$; $AC^2 = 5^2 - 3^2$; $AC^2 = 25 - 9$; $AC^2 = 16$; $AC = 4$ см. Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB^2 = 4^2 + 6^2$; $AB^2 = 16 + 36$; $AB^2 = 52$; $AB = \sqrt{52}$ см $= 2\sqrt{13}$ см. *Відповідь*: $AB = 2\sqrt{13}$ см.



542. Нехай дано ΔABC, $BC = 20$ см, BD — висота, $AD = 15$ см, $CD = 16$ см. Знайдемо сторону AB. Розглянемо ΔBDC, $\angle D = 90°$ (BD — висота). За теоремою Піфагора: $BC^2 = BD^2 + DC^2$; $BD^2 = BC^2 - CD^2$; $BD^2 = 20^2 - 16^2$; $BD^2 = 400 - 256$; $BD^2 = 144$; $BD = 12$ см.
Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (BD — висота).
За теоремою Піфагора: $AB^2 = AD^2 + BD^2$; $AB^2 = 5^2 + 12^2$; $AB^2 = 25 + 144$; $AB^2 = 169$; $AB = 13$ см. *Відповідь*: $AB = 13$ см.



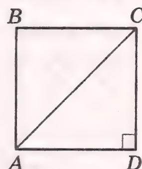
543. Нехай дано ΔABC, $AB = 17$ см, $BC = 9$ см, $\angle C$ — тупий, AD — висота, $AD = 8$ см. Знайдемо AC. Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (AD — висота). За теоремою Піфагора: $AB^2 = AD^2 + BD^2$; $BD^2 = AB^2 - AD^2$; $BD^2 = 17^2 - 8^2$; $BD^2 = 289 - 64$; $BD^2 = 225$; $BD = 5$ см. $DB = DC + CB$; $DC = DB - CB = 15 - 9 = 6$ см.
Розглянемо ΔADC, $\angle D = 90°$. За теоремою Піфагора: $AC^2 = AD^2 + DC^2$; $AC^2 = 8^2 + 6^2$; $AC^2 = 64 + 36$; $AC^2 = 100$; $AC = 10$ см. *Відповідь*: $AC = 10$ см.



544. Нехай дано ΔABC — рівносторонній. $AB = BC = AC = a$, BD — висота. Знайдемо BD. Висота BD в рівносторонньому ΔABC є медіаною, тоді $AD = DC = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$.
Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (BD — висота).
За теоремою Піфагора: $AB^2 = BD^2 + AD^2$;

$BD^2 = AB^2 - AD^2$; $BD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$; $BD^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$; $BD^2 = \frac{3a^2}{4}$;

$BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. *Відповідь*: $BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



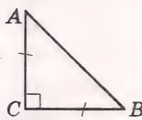
545. Нехай $ABCD$ — даний квадрат, $AB = BC = CD = DA = a$, AC — діагональ. Знайдемо AC. Розглянемо ΔACD, $\angle D = 90°$ ($ABCD$ — квадрат). За теоремою Піфагора $AC^2 = AD^2 + DC^2$; $AC^2 = a^2 + a^2$; $AC^2 = 2a^2$; $AC = a\sqrt{2}$.
Відповідь: $AC = a\sqrt{2}$.

546. Див. рис. до №544. Нехай ΔABC — рівносторонній, BD — висота, $BD = h$. Знайдемо AB. Оскільки висота BD проведена в рівносторонньому трикутнику, то вона є медіаною. $AD = DC = \frac{1}{2}AC$. Нехай $AB = x$ (см), тоді

$AD = \frac{x}{2}$ (см). За теоремою Піфагора з ΔABD, $\angle D = 90°$: $AB^2 = BD^2 + AD^2$;

$x^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$; $x^2 = h^2 + \frac{x^2}{4}$; $x^2 - \frac{x^2}{4} = h^2$; $\frac{3x^2}{4} = h^2$; $x^2 = \frac{4h^2}{3}$;

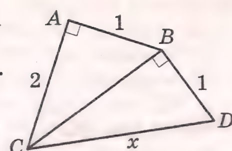
$x = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$. *Відповідь*: $AB = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$.



547. Нехай ΔABC — даний, $\angle C = 90°$, $AC = BC$, $AB = c$. Знайдемо AC і BC. Нехай $AC = BC = x$ (см), тоді за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $c^2 = x^2 + x^2$; $c^2 = 2x^2$;

$x^2 = \frac{c^2}{2}$; $x = \frac{c}{\sqrt{2}}$; $x = \frac{c\sqrt{2}}{2}$. *Відповідь*: $AC = BC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$.

548. а) Розглянемо $\triangle ABC$, $\angle A = 90°$.



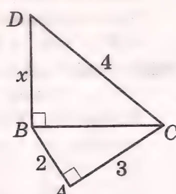
За теоремою Піфагора: $BC^2 = AB^2 + AC^2$;

$BC^2 = 1^2 + 2^2$; $BC^2 = 1 + 4$; $BC^2 = 5$; $BC = \sqrt{5}$ см.

Розглянемо $\triangle CBD$, $\angle B = 90°$, за теоремою Піфагора $CD^2 = BC^2 + BD^2$; $CD^2 = 5 + 1^2$;

$CD^2 = 6$; $CD = \sqrt{6}$ (см). *Відповідь:* $x = \sqrt{6}$ см.

б) Розглянемо $\triangle ABC$, $\angle A = 90°$, за теоремою Піфагора: $BC^2 = AB^2 + AC^2$; $BC^2 = 2^2 + 3^2$;



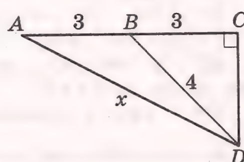
$BC^2 = 4 + 9$; $BC^2 = 13$; $BC = \sqrt{13}$ (см).

Розглянемо $\triangle BDC$, $\angle B = 90°$, за теоремою Піфагора: $DC^2 = DB^2 + BC^2$; $BD^2 = DC^2 - BC^2$; $BD^2 = 4^2 - 13$;

$BD^2 = 16 - 13$; $BD^2 = 3$; $DB = \sqrt{3}$ (см).

Відповідь: $x = \sqrt{3}$ см.

в) Розглянемо $\triangle BCD$, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора: $BD^2 = DC^2 + CD^2$;



$CD^2 = BD^2 - BC^2$; $CD^2 = 4^2 - 3^2$;

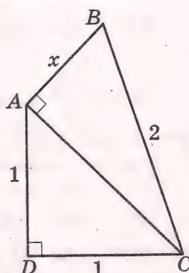
$CD^2 = 16 - 9$; $CD^2 = 7$; $CD = \sqrt{7}$ (см).

Розглянемо $\triangle ACD$, $\angle C = 90°$, $AC = AB + BC$, $AC = 3 + 3 = 6$ (см). За теоремою Піфагора:

$AD^2 = AC^2 + CD^2$; $AD^2 = 6^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2$;

$AD^2 = 36 + 7$; $AD^2 = 43$; $AD = \sqrt{43}$ (см). *Відповідь:* $x = \sqrt{43}$ (см).

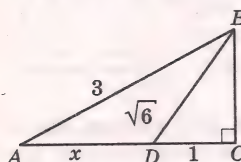
549. а) Розглянемо $\triangle ADC$, $\angle D = 90°$, за теоремою Піфагора: $AC^2 = AD^2 + DC^2$; $AC^2 = 1^2 + 1^2$; $AC^2 = 2$; $AC = \sqrt{2}$.



Розглянемо $\triangle ABC$, $\angle A = 90°$, за теоремою Піфагора:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$; $AB^2 = BC^2 - AC^2$; $x^2 = 2^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2$;

$x^2 = 4 - 2$; $x^2 = 2$; $x = \sqrt{2}$. *Відповідь:* $x = \sqrt{2}$.



б) Розглянемо $\triangle DBC$, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора:

$BD^2 = DC^2 + BC^2$;

$BC^2 = BD^2 - DC^2$;

$BC^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 - 1^2$; $BC^2 = 6 - 1$;

$BC^2 = 5$; $BC = \sqrt{5}$.

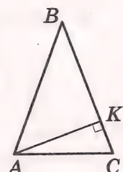
Розглянемо $\triangle ABC$, $\angle C = 90°$, $AC = x + 1$, за теоремою Піфагора:

$AB^2 = AC^2 + CB^2$; $3^2 = (x + 1)^2 + 5$; $9 = x^2 + 2x + 1 + 5$; $x^2 + 2x + 6 - 9 = 0$;

$x^2 + 2x - 3 = 0$; $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -3; \end{cases}$ $x_1 = -3$ — не задовольняє умові ($x > 0$);

$x_2 = 1$. *Відповідь:* $x = 1$.

550. Нехай дано рівнобедрений $\triangle ABC$, $AB = BC$, AK — висота, $AK = 8$ см, $BK = 6$ см. Знайдемо AC. Розглянемо $\triangle ABK$, $\angle K = 90°$ ($AK \perp BC$), за теоремою Піфагора: $AB^2 = AK^2 + BK^2$;



$AB^2 = 8^2 + 6^2$; $AB^2 = 64 + 36$; $AB^2 = 100$; $AB = 10$ (см).

$AB = BC = 10$ (см) як бічні сторони $\triangle ABC$.

$KC = BC - BK = 10 - 6 = 4$ см. Розглянемо $\triangle AKC$, $\angle K = 90°$ ($AK \perp BC$), за теоремою Піфагора:

$AC^2 = AK^2 + KC^2$; $AC^2 = 8^2 + 4^2$; $AC^2 = 64 + 16$; $AC^2 = 80$; $AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ см.

Відповідь: $AC = 4\sqrt{5}$ см.

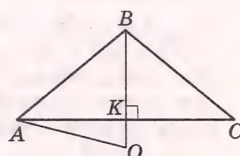
551. Див. рис. до №550. Нехай дано ΔABC, $AB = BC$, AK — висота, $KC = 4$ см, $BK = 16$ см. Знайдемо основу AC. $BC = BK + KC$; $BC = 16 + 4 = 20$ см. $AB = BC = 20$ см. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$ ($AK \perp BC$), за теоремою Піфагора: $AB^2 = BK^2 + AK^2$; $AK^2 = AB^2 - BK^2$; $AK^2 = 20^2 - 16^2$; $AK^2 = 400 - 256$; $AK^2 = 144$; $AK = 12$ см.

Розглянемо ΔAKC, $\angle K = 90°$ ($AK \perp BC$), за теоремою Піфагора:

$AC^2 = AK^2 + KC^2$; $AC^2 = 12^2 + 4^2$; $AC^2 = 144 + 16$; $AC^2 = 160$; $AC = 4\sqrt{10}$ см.

Відповідь: $AC = 4\sqrt{10}$ см.

552. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $\angle B$ — тупий, $AC = 24$ см. $R = 13$ см, R — радіус описаного кола. Знайдемо AB. Центр кола, описаного навколо ΔABC — точка перетину серединних перпендикулярів, отже, т. O належить відрізку BK (висота і медіана, проведені до основи).



$AK = KC = \frac{1}{2}C = 24 : 2 = 12$ см. $AO = BO = R = 13$ см.

Розглянемо ΔAKO ($\angle K = 90°$), за теоремою Піфагора: $AO^2 = AK^2 + OK^2$; $OK^2 = AO^2 - AK^2$; $OK^2 = 13^2 - 12^2$; $OK^2 = 169 - 144$; $OK^2 = 25$; $OK = 5$ см. $BK = OB - OK$; $BK = 13 - 5 = 8$ см.

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора: $AB^2 = AK^2 + BK^2$;

$AB^2 = 12^2 + 8^2$; $AB^2 = 144 + 64$; $AB^2 = 208$; $AB = 4\sqrt{13}$ см.

Відповідь: $AB = 4\sqrt{13}$ см.

553. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, BK — висота, $BK = 8$ см, $R = 5$ см, R — радіус описаного кола. Знайдемо AB. Центр описаного кола навколо ΔABC — точка перетину серединних перпендикулярів, т. $O \in BK$.

$BO = AO = R = 5$ см. $AK = KC = \frac{1}{2}AC$; $OK = BK - OB$;

$OK = 8 - 5 = 3$ см. Розглянемо ΔAOK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора: $AO^2 = AK^2 + KO^2$;

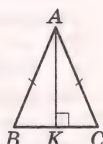
$AK^2 = AO^2 - KO^2$; $AK^2 = 5^2 - 3^2$; $AK^2 = 25 - 9$; $AK^2 = 16$; $AK = 4$ см.

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора: $AB^2 = AK^2 + BK^2$;

$AB^2 = 4^2 + 8^2$; $AB^2 = 16 + 64$; $AB^2 = 80$; $AB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ см.

Відповідь: $AB = 4\sqrt{5}$ см.

554. Нехай ΔABC — рівнобедрений ($AB = AC$), $BC > AB$ на 2 см, AK — висота, $AK = 8$ см. Знайдемо AB, BC. Нехай $AB = x$ (см), тоді $BC = (x + 2)$ см. Оскільки висота AK проведена до основи BC, то AK — медіана.



$BK = KC = \frac{1}{2}BC = \frac{x+2}{2} = \frac{x}{2} + 1$ (см). Розглянемо ΔABK,

$\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора: $AB^2 = BK^2 + KA^2$; $x^2 = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 + 8^2$;

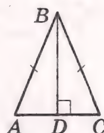
$x^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1 + 64$; $x^2 - \frac{x^2}{4} - x - 65 = 0$; $\frac{3x^2}{4} - x - 65 = 0 \Big| \cdot 4$;

$3x^2 - 4x - 260 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-260) = 16 + 3120 = 3136$;

$x_1 = \frac{4+56}{2 \cdot 3} = \frac{60}{6} = 10$; $x_2 = \frac{4-56}{2 \cdot 3} = \frac{-52}{6} = -\frac{26}{3} = -8\frac{2}{3}$ — не задовольняє умову ($x > 0$).

$AB = 10$ см, $BC = 10 + 2 = 12$ см. *Відповідь*: $AB = 10$ см, $BC = 12$ см.

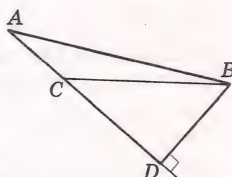
555. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений. $AB = BC$, $P_{\Delta ABC} = 90$ см, BD — висота, $BD = 15$ см. Знайдемо AB, AC. Оскільки BD — висота, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою, то $AD = DC = \frac{1}{2}AC$.



$P_{\Delta ABC} : 2 = (AB + BC + AC) : 2 = (2AB + 2AD) : 2 = AB + AD = 90 : 2 = 45$ см. Нехай $AD = x$ (см), тоді $AB = 45 - x$ (см). Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (BD — висота), за теоремою Піфагора: $AB^2 = AD^2 + DB^2$; $(45 - x)^2 = x^2 + 15^2$; $2025 - 90x + x^2 = x^2 + 225$; $-90x = -2025 + 225$; $-90x = -1800$; $x = 20$. $AD = 20$ см, $AC = 2 \cdot 20 = 40$ см, $AB = 45 - 20 = 25$ см, $AB = BC = 25$ см.

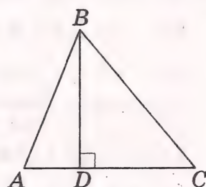
Відповідь: $AC = 40$ см, $AB = BC = 25$ см.

556. Нехай дано ΔABC, $AB = 29$ см, $CB = 25$ см, $AC = 6$ см, $\angle C$ — тупий, BD — висота. Знайдемо BD. Нехай $CD = x$ (см), тоді $AD = AC + CD = 6 + x$ (см). Розглянемо ΔBCD, $\angle D = 0°$ (BD — висота), за теоремою Піфагора: $BC^2 = BD^2 + CD^2$; $BD^2 = BC^2 - CD^2$; $BD^2 = 25^2 - x^2$; $BD^2 = 625 - x^2$ (*). Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (BD — висота), за теоремою Піфагора: $AB^2 = AD^2 + BD^2$; $BD^2 = AB^2 - AD^2$; $BD^2 = 29^2 - (6 + x)^2$; $BD^2 = 841 - 36 - 12x - x^2$; $BD^2 = 805 - 12x - x^2$ (**). Прирівняємо отримані рівності (*) і (**). $625 - x^2 = 805 - 12x - x^2$; $625 - x^2 - 805 + 12x + x^2 = 0$; $12x = 180$; $x = 180 : 12$; $x = 15$. $BD^2 = 625 - 15^2 = 625 - 225 = 400$; $BD = 20$ см.



Відповідь: $BD = 20$ см.

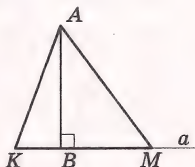
557. Нехай дано ΔABC, $AC = 36$ см, $BC = 29$ см, $AB = 25$ см, BD — висота. Знайдемо BD. Нехай $AD = x$ (см), тоді $DC = 36 - x$ (см). Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$ (BD — висота), за теоремою Піфагора $AB^2 = AD^2 + BD^2$; $BD^2 = AB^2 - AD^2$; $BD^2 = 25^2 - x^2$; $BD^2 = 625 - x^2$ (*).



Розглянемо ΔBDC, $\angle D = 90°$ (BD — висота), за теоремою Піфагора $BC^2 = BD^2 + DC^2$; $BD^2 = BC^2 - DC^2$; $BD^2 = 29^2 - (36 - x)^2$; $BD^2 = 841 - 1296 + 72x - x^2$; $BD^2 = -455 + 72x - x^2$ (**). Прирівняємо отримані рівності (*) і (**). $625 - x^2 = -455 + 72x - x^2$; $625 - x^2 + 455 - 72x + x^2 = 0$; $1080 - 72x = 0$; $-72x = -1080$; $x = 1080 : 72$; $x = 15$. $BD^2 = 625 - 15^2$; $BC^2 = 625 - 225$; $BD^2 = 400$; $BD = 20$ см.

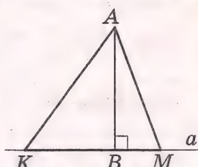
Відповідь: $BD = 20$ см.

558. Нехай дано пр. a, т. $A \notin$ пр. a, $AB \perp$ пр. a, AK і AM — похилі, $AK : AM = 5 : 6$, $KB = 7$ см, $BM = 18$ см. Знайдемо AB. Нехай x (см) — 1 частина. тоді $AK = 5x$ (см), $AM = 6x$ (см). Розглянемо ΔABK, $\angle B = 90°$ ($AB \perp$ пр. a), за теоремою Піфагора $AK^2 = AB^2 + BK^2$; $AB^2 = AK^2 - BK^2$; $AB^2 = (5x)^2 - 7^2$; $AB^2 = 25x^2 - 49$ (*). Розглянемо ΔABM, $\angle B = 90°$ ($AB \perp$ пр. a), за теоремою Піфагора $AM^2 = AB^2 + BM^2$; $AB^2 = AM^2 - BM^2$;



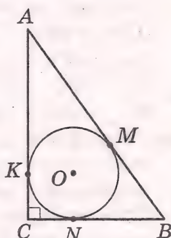
$AB^2 = (6x)^2 - 18^2$; $AB^2 = 36x^2 - 324$ (**).
Прирівняємо отримані рівності (*) і (**). $25x^2 - 49 = 36x^2 - 324$;
$25x^2 - 36x^2 = -324 + 49$; $-11x^2 = -275$; $x^2 = 25$; $x = 5$.
$AB^2 = 25 \cdot 5^2 - 49 = 625 - 49 = 576$; $AB = 24$ см. *Відповідь*: $AB = 24$ см.

559. Нехай дано пр. a, т. $A \notin$ пр. a, $AB \perp$ пр. a, AK і AM — похилі, $AK = 27$ см, $AM = 15$ см, $KB + BM = 24$ см. Знайдемо KB і BM. Нехай $KB = x$ (см), тоді $BM = 24 - x$ (см).



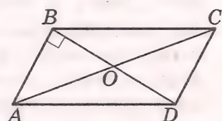
Розглянемо ΔAKB, $\angle B = 90°$ ($AB \perp$ пр. a), за теоремою Піфагора $AK^2 = AB^2 + BK^2$; $AB^2 = AK^2 - BK^2$; $AB^2 = 27^2 - x^2$; $AB^2 = 729 - x^2$ (*). Розглянемо ΔABM, $\angle B = 90°$ ($AB \perp$ пр. a), за теоремою Піфагора $AM^2 = AB^2 + BM^2$; $AB^2 = AM^2 - BM^2$; $AB^2 = 15^2 - (24 - x)^2$; $AB^2 = 225 - 576 + 48x - x^2$; $AB^2 = -351 + 48x - x^2$ (**). Прирівняємо отримані рівності (*) і (**). $729 - x^2 = -351 + 48x - x^2$; $729 - x^2 + 351 - 48x + x^2 = 0$; $1080 - 48x = 0$; $-48x = -1080$; $x = 22{,}5$. $KB = 22{,}5$ (см); $BM = 24 - 22{,}5 = 1{,}5$ (см).
Відповідь: $KB = 22{,}5$ см, $BM = 1{,}5$ см.

560. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, коло $(O; r)$ — вписане у ΔABC, K, M, N — точки дотику, $CN = 2$см, $NB = 6$ см. Знайдемо AC, AB, CD.



$CB = CN + NB$; $CB = 2 + 6 = 8$ см. $\left.\begin{matrix} CN = CK = 2 \text{ см} \\ BN = BM = 6 \text{ см} \end{matrix}\right\}$ як відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола.
$AK = AM = x$ см; $AC = AK + KC$, $AC = x + 2$ (см); $AB = AM + MB$, $AB = x + 6$ (см).
З ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$;
$(x + 6)^2 = (x + 2)^2 + 8^2$; $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 4x + 4 + 64$;
$x^2 + 12x + 36 - x^2 - 4x - 4 - 64 = 0$; $8x - 32 = 0$; $8x = 32$; $x = 4$.
$AC = 4 + 2 = 6$ (см), $AB = 4 + 6 = 10$ (см).
Відповідь: $AB = 10$ см, $AC = 6$ см, $CB = 8$ см.

561. Нехай дано паралелограм $ABCD$, AC і BD — діагоналі, $AC = 20$ см, $BD = 16$ см, $DB \perp AB$. Знайдемо AB, BC, CD, AD.

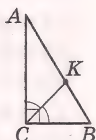


Так як діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл, то

$$AO = OC = \frac{1}{2}AC = 20 : 2 = 10 \text{ см}, \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD = 16 : 2 = 8 \text{ см}.$$

Розглянемо ΔABO, $\angle B = 90°$, за теоремою Піфагора $AO^2 = AB^2 + BO^2$; $AB^2 = AO^2 - BO^2$; $AB^2 = 10^2 - 8^2$; $AB^2 = 100 - 64$; $AB^2 = 36$; $AB = 6$ (см).
Розглянемо ΔABD, $\angle B = 90°$, за теоремою Піфагора $AD^2 = AB^2 + BD^2$;
$AD^2 = 6^2 + 16^2$; $AD^2 = 36 + 256$; $AD^2 = 392$; $AD = \sqrt{392} = 14\sqrt{2}$ см.
$\left.\begin{matrix} AB = CD = 6 \text{ см} \\ BC = AD = 14\sqrt{2} \text{ см} \end{matrix}\right\}$ як протилежні сторони паралелограма.
Відповідь: $AB = CD = 6$ см, $BC = AD = 14\sqrt{2}$ см.

562. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CK — бісектриса $\angle C$, $AK = 40$ см, $KB = 30$ см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$.
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. $AB = AK + KB$, $AB = 40 + 30 = 70$ см.



Оскільки CK — бісектриса ΔABC, то за властивістю

бісектриси $\frac{AC}{AK} = \frac{CB}{BK}$; $\frac{AC}{40} = \frac{CB}{30}$; $\frac{AC}{CB} = \frac{40}{30}$; $\frac{AC}{CB} = \frac{4}{3}$.

Нехай x (см) — одна частина, тоді $AC = 4x$ (см), $CB = 3x$ (см).

З ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $70^2 = (7x)^2 + (3x)^2$;

$4900 = 16x^2 + 9x^2$; $4900 = 25x^2$; $x^2 = \frac{4900}{25}$; $x = \frac{70}{5} = 14$;

$AC = 4 \cdot 14 = 56$ (см); $CB = 3 \cdot 14 = 42$ (см). $P_{\Delta ABC} = 70 + 56 + 42 = 168$ (см).

Відповідь: $P_{\Delta ABC} = 168$ см.



563. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, AK — бісектриса $\angle A$, $CK = 24$ см, $KB = 51$ см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$.

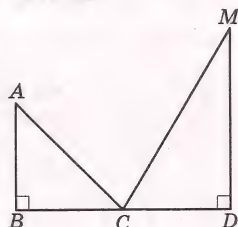
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$. $CB = CK + KB$, $CB = 51 + 24 = 75$ см.

Оскільки AK — бісектриса ΔABC, то за властивістю бісектриси $\frac{AC}{AB} = \frac{CK}{KB}$; $\frac{AC}{AB} = \frac{24}{51} = \frac{8}{17}$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AC = 8x$ (см), $AB = 17x$ (см). З ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$;

$(17x)^2 = (8x)^2 + 75^2$; $289x^2 = 64x^2 + 5625$; $289x^2 - 64x^2 = 5625$; $225x^2 = 5625$;

$x^2 = \frac{5625}{225}$; $x = \frac{75}{15} = 5$; $AC = 5 \cdot 8 = 40$ (см), $AB = 5 \cdot 17 = 85$ (см).

$P_{\Delta ABC} = 85 + 75 + 40 = 200$ (см). *Відповідь*: $P_{\Delta ABC} = 200$ см.

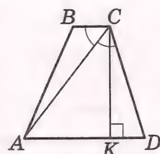


564. Нехай $AB \perp BC$, $MD \perp CD$, $AB = 20$ ліктів, $MD = 30$ ліктів, $BD = 50$ ліктів, т. C — це місце, де з'явилася риба. Знайдемо відстань DC. Нехай $CD = x$ (ліктів), тоді $BC = 50 - x$ (ліктів). Розглянемо ΔABC, $\angle B = 90°$, за теоремою Піфагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$. $AC^2 = 20^2 + (50 - x)^2$; $AC^2 = 400 + 2500 - 100x + x^2$; $AC^2 = 2900 - 100x + x^2$. Розглянемо ΔCMD, $\angle D = 90°$, за теоремою Піфагора $MC^2 = MD^2 + CD^2$; $MC^2 = 30^2 + x^2$; $MC^2 = 900 + x^2$. Оскільки за умовою відомо, що птахи злетіли одночасно, рухались з однаковою швидкістю і одночасно схопили рибу, то відстані. які вони пролетіли, AC і MC рівні, тоді маємо рівняння:

$2900 - 100x + x^2 = 900 + x^2$; $2900 - 100x + x^2 - 900 - x^2 = 0$;

$2000 - 100x = 0$; $100x = 2000$; $x = 20$. $CD = 20$ (ліктів).

Відповідь: $CD = 20$ ліктів.



565. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, $BC = 12$ см, $AD = 20$ см, AC — діагональ, AC — бісектриса $\angle C$. Знайдемо AC.

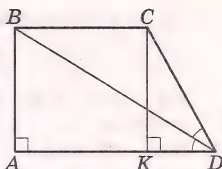
$\angle BCA = \angle ACD$ (CA — бісектриса $\angle C$). $\angle BCA = \angle CAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC). $\angle ACD = \angle CAD$, тоді ΔACD — рівнобедрений з основою AC. $AD = CD = 20$ см. Проведемо висоту CK, тоді за властивістю рівнобокої трапеції $AK = \frac{BC + AD}{2}$; $AK = \frac{12 + 20}{2} = 16$ см.

$KD = AD - AK$, $KD = 20 - 16 = 4$ см. З ΔCKD, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $CD^2 = CK^2 + KD^2$; $CK^2 = 20^2 - 4^2$; $CK^2 = 400 - 16$; $CK^2 = 384$.

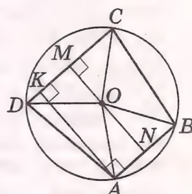
Розглянемо ΔACK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AC^2 = CK^2 + AK^2$;

$AC^2 = 384 + 16^2$; $AC^2 = 384 + 256$; $AC^2 = 640$; $AC = \sqrt{640} = 8\sqrt{10}$ см.

Відповідь: $AC = 8\sqrt{10}$ см.



566. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, BD — діагональ, BD — бісектриса $\angle D$, $BC = 12$ см, $AD = 18$ см. Знайдемо BD.
Так як BD — бісектриса $\angle D$, то $\angle ADB = \angle BDC$. $\angle CBD = \angle BDA$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ та січній BD), тоді $\angle CBD = \angle CDB$, отже, ΔBCD — рівнобедрений з основою BD ($BC = CD = 12$ см). Проведемо висоту CK. $ABCK$ — прямокутник. $BC = AK = 12$ см, $AB = CK$ (як протилежні сторони прямокутника). $KD = AD - AK$, $AK = 18 = 12 = 6$ см. З ΔCKD, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $CD^2 = CK + KD^2$; $CK^2 = CD^2 - KD^2$; $CK^2 = 12^2 - 6^2$; $CK^2 = 144 - 36$; $CK^2 = 108$; $CK = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ см; $CK = AB = 6\sqrt{3}$ см. З ΔABD, $\angle A = 90°$, за теоремою Піфагора $BD^2 = AB^2 + AD^2$; $BD^2 = 108 + 18^2$; $BD^2 = 108 + 324$; $BD^2 = 432$; $BD = \sqrt{432} = 6 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ см. *Відповідь*: $BD = 12\sqrt{3}$ см.

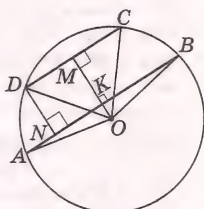


567. Нехай дано коло $(O;\ R)$, DC і AB — хорди, $DC \parallel AB$, $DC = 32$ см, $AB = 16$ см, AK — відстань між хордами, $AK = 16$ см. Знайдемо R.
Розглянемо чотирикутник $ABCD$ — трапеція, так як $DC \parallel AB$, $DC \neq AB$.
Оскільки т. A, B, C, D лежать на колі, то трапеція $ABCD$ є вписаною в коло, тоді $ABCD$ — рівнобока трапеція, $AD = CB$. Проведемо радіуси OD, OC, OA, OB. ΔDOC і ΔAOB — рівнобедрені ($OD = OC = R$, $AO = OB = R$). OM — висота ΔDOC, проведена до основи DC, так як ΔDOC — рівнобедрений, то OM — медіана.

$DM = MC = \frac{1}{2}DC = 32 : 2 = 16$ см. ON — висота ΔAOB, проведена до основи AB. так як ΔAOB — рівнобедрений. то ON — медіана.

$AN = NB = \frac{1}{2}AB = 16 : 2 = 8$ см.

$OM + ON = MN$; $MN = AK = 16$ см. Нехай $OM = x$ (см), $ON = 16 - x$ (см). З ΔDOM, $\angle M = 90°$, за теоремою Піфагора $DO^2 = DM^2 + MO^2$; $DO^2 = 16^2 + x^2$; $DO^2 = 256 + x^2$. З ΔAON, $\angle N = 90°$, за теоремою Піфагора $AO^2 = AN^2 + NO^2$; $AO^2 = 8^2 + (16 - x)^2$; $AO^2 = 64 + 256 - 32x + x^2$; $AO^2 = 320 - 32x + x^2$. Оскільки $AO = DO = R$, то $256 + x^2 = 320 - 32x + x^2$; $64 - 32x = 0$; $-32x = -64$; $x = 2$. $DO^2 = 256 + 2^2$; $DO^2 = 256 + 4$; $DO^2 = 260$; $DO = \sqrt{260} = 2\sqrt{65}$ см. *Відповідь*: $R = 2\sqrt{65}$ см.



568. Нехай дано коло $(O;\ R)$, DC і AB — хорди, $DC \parallel AB$, $DC = 24$ см, $AB = 48$ см, DK — відстань між хордами, $DN = 12$ см. Знайдемо R.
Розглянемо чотирикутник $ABCD$ — трапеція, так як $DC \parallel AB$, $DC \neq AB$.
Оскільки т. A, B, C, D лежать на колі, то трапеція $ABCD$ є вписаною в коло, тоді $ABCD$ — рівнобока трапеція, $AD = CB$. Проведемо радіуси OA, OB, OC, OD. ΔAOB і ΔDOC — рівнобедрені ($AO = OB = R$, $OD = OC = R$). OM — висота ΔDOC, проведена до основи DC, так як ΔDOC — рівнобедрений, то OM — медіана, $DM = MC = \frac{1}{2}DC = 24 : 2 = 12$ см.

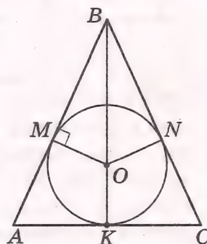
OK — висота ΔAOB, проведена до основи AB, так як ΔAOB — рівнобедрений, то OK — медіана, $AK = BK = \frac{1}{2}AB = 48 : 2 = 24$ см.

$MK = MO - OK$. $MK = DN = 12$ см. Нехай $OK = x$ (см), $MO = x + 12$ (см). З ΔDOM, $\angle M = 90°$, за теоремою Піфагора $DO^2 = DM^2 + MO^2$; $DO^2 = 12^2 + (x + 12)^2$; $DO^2 = 144 + x^2 + 24x + 144$; $DO^2 = x^2 + 24x + 288$. З ΔAOK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AO^2 = AK^2 + KO^2$; $AO^2 = 24^2 + x^2$; $AO^2 = 576 + x^2$. Оскільки $AO = DO = R$, то $x^2 + 24x + 288 = 576 + x^2$; $x^2 + 24x + 288 - 576 - x^2 = 0$; $24x = 288$; $x = 288 : 24$; $x = 12$.

$AO^2 = 576 + 12^2$; $AO^2 = 5765 + 144$; $AO^2 = 720$; $AO = \sqrt{720} = 12\sqrt{5}$ см.

Відповідь: $R = 12\sqrt{5}$ см.

569. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, коло$(O;\ r)$ — коло, вписане у ΔABC, $r = 12$ см, $BO = 20$ см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$.



Оскільки ΔABC — рівнобедрений, то т. O лежить на висоті BK. Точки M, N, K — точки дотику вписаного кола у даний ΔABC. $MO = ON = OK = r = 12$ см. $BK = BO + OK$, $BK = 20 + 12 = 32$ см. Розглянемо ΔBMO, $\angle M = 90°$ (радіус $OM \perp AB$). За теоремою Піфагора $BO^2 = BM^2 + MO^2$; $BM^2 = BO^2 - MO^2$; $BM^2 = 20^2 - 12^2$; $BM^2 = 400 - 144$; $BM^2 = 256$; $BM = 16$ (см).

$BM = BN = 16$ см як відрізки дотичних, проведених точки до кола. Так як BK — висота в рівнобедреному ΔABC, проведена до основи, є медіаною, то $AK = KC$. $\left.\begin{matrix} AK = AM \\ KC = CN \end{matrix}\right\}$ як відрізки дотичних, проведених з точки дотику до кола. Нехай $AK = KC = AM = CN = x$ (см).

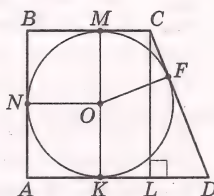
З ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $AB = BM + MA$; $AB = 16 + x$; $(16 + x)^2 = x^2 + 32^2$; $256 + 32x + x^2 = x^2 + 1024$; $256 + 32x + x^2 - x^2 - 1024 = 0$; $32x = 768$; $x = 768 : 32$; $x = 24$.

$AC = AK + KC$, $AC = 24 + 24 = 48$ (см), $AB = 16 + 24 = 40$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$, $P_{\Delta ABC} = 40 + 40 + 48 = 128$ (см).

Відповідь: $P_{\Delta ABC} = 48$ см.

570. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle A = 90°$, коло $(O;\ r)$ — коло, вписане у трапецію, $AK = 20$ см, $KD = 25$ см. Знайдемо P_{ABCD}.



$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$. Нехай M, F, K, N — точки дотику кола до сторін трапеції $ABCD$. $OM = OF = OK = ON$ — радіуси вписаного кола. $OM \perp BC$, $OK \perp AD$, $ON \perp AB$, $OF \perp CD$ як радіуси, проведені в точку дотику. $ANOK$ — прямокутник, так як $ON = OK$, то $ANOK$ — квадрат.

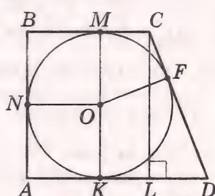
$BMON$ — прямокутник, так як $ON = OM$, то $BMON$ — квадрат.

$\left.\begin{matrix} AK = AN = 20 \text{ см} \\ BN = BM = 20 \text{ см} \\ DK = DF = 25 \text{ см} \\ CM = CF = x \text{ см} \end{matrix}\right\}$ як відрізки дотичних, проведених з точки до кола.

$AB = 20 + 20 = 40$ см, $CD = 25 + x$ (см), $BC = 20 + x$ (см), $AD = 20 + 25 = 45$ см. Проведемо висоту CL, $CL = AB = 40$ см.

$ABCL$ — прямокутник, тоді $AB = CL$, $BC = AL = 20 + x$, $LD = AD - AL$.
$LD = 45 - (20 + x) = 45 - 20 - x = 25 - x$ (см).
З ΔCLD, $\angle L = 90°$, за теоремою Піфагора $CD^2 = CL^2 + LD^2$;
$(25 + x)^2 = 40^2 + (25 - x)^2$; $625 + 50x + x^2 = 1600 + 625 - 50x + x^2$;
$100x = 1600$; $x = 16$. $BC = 20 + 16 = 36$ (см), $CD = 25 + 16 = 41$ (см).
$P_{ABCD} = 40 + 36 + 41 + 45 = 162$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 162$ см.

571. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $\angle A = 90°$, коло $(O; r)$ – коло. вписане у трапецію, $BM = 6$ см, $MC = 3$ см. Знайдемо P_{ABCD}.



$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. Нехай M, F, K, N — точки дотику кола до сторін трапеції $ABCD$.
$OM = OF = OK = ON$ — радіуси вписаного кола.
$OM \perp BC$. $OK \perp AD$, $ON \perp AB$, $OF \perp CD$ як радіуси, проведені в точку дотику.
$ANOK$ — прямокутник, так як $ON = OK$, то $ANOK$ — квадрат.
$BMON$ — прямокутник, так як $ON = OM$, то $BMON$ — квадрат.

$$\left.\begin{aligned} BM = BN = 6 \text{ см} \\ AN = AK = 6 \text{ см} \\ DK = DF = x \text{ см} \\ CM = CF = 3 \text{ см} \end{aligned}\right\} \text{ як відрізки дотичних, проведених з точки до кола.}$$

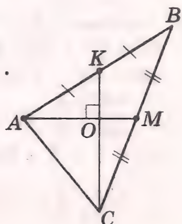
$AB = 6 + 6 = 12$ см, $BC = 6 + 3 = 9$ см, $AD = 6 + x$ (см), $CD = 3 + x$ (см).
Проведемо висоту CL, $CL = AB = 12$ см.
$ABCL$ — прямокутник, тоді $AB = CL$, $BC = AL = 9$ см.
$LD = AD - AL$. $LD = 6 + x - 9 = x - 3$ (см).
З ΔCLD ($\angle K = 90°$) за теоремою Піфагора $CD^2 = CL^2 + LD^2$;
$(3 + x)^2 = 12^2 + (x - 3)^2$; $9 + 6x + x^2 = 144 + x^2 - 6x + 9$; $12x = 144$; $x = 12$.
$CD = 3 + 12 = 15$ (см), $AD = 6 + 12 = 18$ (см). $P_{ABCD} = 12 + 9 + 15 + 18 = 54$ (см).
Відповідь: $P_{ABCD} = 54$ см.

572. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $CB = 18$ см, $AC = 24$ см, AK — бісектриса $\angle A$. Знайдемо AK. З ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB^2 = 24^2 + 18^2$; $AB^2 = 576 + 324$; $AB^2 = 900$; $AB = 30$ (см).



За властивістю бісектриси кута ΔABC
$\frac{AC}{CK} = \frac{AB}{KB}$; $\frac{24}{CK} = \frac{30}{KB}$; $\frac{CK}{KB} = \frac{24}{30}$; $\frac{CK}{KB} = \frac{4}{5}$.
Нехай x (см) — одна частина. тоді $CK = 4x$ (см), $KB = 5x$ (см). $CB = CK + KB$; $18 = 4x + 5x$; $18 = 9x$; $x = 2$. $CD = 4 \cdot 2 = 8$ (см).
Розглянемо ΔACK, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AK^2 = AC^2 + CK^2$;
$AK^2 = 24^2 + 8^2$; $AK^2 = 576 + 64$; $AK^2 = 640$; $AK = \sqrt{640} = 8\sqrt{10}$ см.
Відповідь: $AK = 8\sqrt{10}$ см.

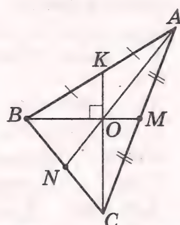
573. Нехай медіани AM і CK перетинаються в т. O, за властивістю медіан трикутника $\frac{AO}{OM} = \frac{2}{1}$; $\frac{CO}{OK} = \frac{2}{1}$.



$AO = 2x$ (см), $OM = x$ (см). $AM = AO + OM$;
$9 = 2x + x$; $9 = 3x$; $x = 3$.
$OM = 3$ см, $AO = 2 \cdot 3 = 6$ см. $CO = 2y$ (см), $OK = y$ (см). $CK = CO + OK$; $12 = 2y + y$; $12 = 3y$; $y = 4$. $OK = 4$ см, $CO = 2 \cdot 4 = 8$ см.

З ΔAOC, $\angle O = 90°$, за теоремою Піфагора $AC^2 = AO^2 + OC^2$; $AC^2 = 6^2 + 8^2$; $AC^2 = 36 + 64$; $AC^2 = 100$; $AC = 10$ см. З ΔCOM, $\angle O = 90°$, за теоремою Піфагора $CM^2 = CO^2 + OM^2$; $CM^2 = 8^2 + 3^2$; $CM^2 = 64 + 9$; $CM^2 = 73$; $CM = \sqrt{73}$ см. $CB = 2CM$ (AM — медіана), $CB = 2\sqrt{73}$ см.
З ΔAOK, $\angle O = 90°$, за теоремою Піфагора $AK^2 = AO^2 + OK^2$; $AK^2 = 6^2 + 4^2$; $AK^2 = 36 + 16$; $AK^2 = 52$; $AK = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ см. $AB = 2AK$ (CK — медіана), $AB = 4\sqrt{13}$ см. *Відповідь:* $AB = 4\sqrt{13}$ см, $CB = 2\sqrt{73}$ см, $AC = 10$ см.

574. Оскільки медіани BM і CK перетинаються в т. O, то за властивістю медіан $\frac{CO}{OK} = \frac{2}{1}$; $\frac{BO}{OM} = \frac{2}{1}$.

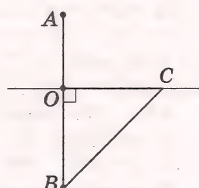


$CO = 2x$ (см), $OK = x$ (см).
$CK = CO + OK$; $CK = 2x + x$; $15 = 3x$; $x = 5$.
$OK = 5$ см, $CO = 2 \cdot 5 = 10$ см. $BO = 2y$ (см), $OM = y$ (см). $BM = BO + OM$; $36 = 2y + y$; $36 = 3y$; $y = 12$. $OM = 12$ см, $BO = 2 \cdot 12 = 24$ см. Проведемо третю медіану AN, яка проходить через т. O.
Розглянемо ΔBOC, $\angle O = 90°$, за теоремою Піфагора $BC^2 = BO^2 + OC^2$; $BC^2 = 24 + 10^2$; $BC^2 = 576 + 100$; $BC^2 = 676$; $BC = 26$ см.

ON — медіана прямокутного ΔBOC, проведена до гіпотенузи. $ON = \frac{1}{2}BC$;

$ON = 26 : 2 = 13$ см. За властивістю медіани ΔABC $\frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$. $ON = z$ (см), $AO = 2z$ (см). $AO = 2 \cdot 13 = 26$ (см). *Відповідь:* $AO = 26$ см.

575. Нехай AB — довжина квітки, $AO = \frac{1}{2}$ фута, $OC = 2$ фута, OB — глибина озера. Знайдемо OB. $BA = BC$ — довжина квітки.



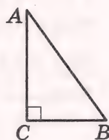
Нехай $BO = x$ (футів), тоді $AB = \left(x + \frac{1}{2}\right)$ (ф.),

$BC = \left(x + \frac{1}{2}\right)$ (ф.). З ΔBOC, $\angle O = 90°$, за теоремою

Піфагора $BC^2 = OB^2 + OC^2$; $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2^2$; $\frac{1}{4} + x + x^2 = x^2 + 4$;

$x = 4 - \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$; $BO = 3\frac{3}{4}$ футів. *Відповідь:* глибина озера $3\frac{3}{4}$ футів.

576. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = 13$ см, $BC = 5$ см, $AC = 12$ см.



1) $\frac{CA}{AB} = \frac{12}{13}$; 2) $\frac{CB}{AB} = \frac{5}{13}$; 3) $\frac{CB}{AB} = \frac{5}{13}$; 4) $\frac{CB}{AC} = \frac{5}{12}$.

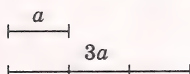
577. Оскільки $BE \perp AM$, $CF \perp AM$, $DM \perp AM$, то $BF \parallel CF \parallel DM$, то за узагальненою теоремою Фалеса $AE = EF = 4$ см. $FM = 8$ см.

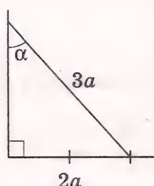
1) $\frac{AE}{AB} = \frac{4}{5}$; 2) $\frac{AF}{AC}$; $AF = AE + EF$; $AF = 4 + 4 = 8$ см; $AC = AB + BC$; $AC = 5 + 5 = 10$ см; $\frac{AF}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$;

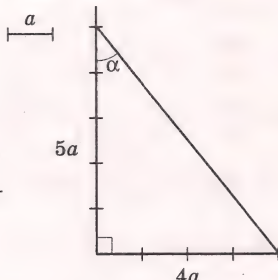
3) $\frac{AM}{AD}$; $AM = 4 + 4 + 8 = 16$ см; $AD = 5 + 5 + 10 = 20$ см; $\frac{AM}{AD} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

579. 1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{5}$. *Побудова.* 1) Вводимо одиничний відрізок a. 2) Будуємо прямий кут. 3) На сторонах кута відкладаємо відрізки $4a$ і $5a$. 4) Будуємо прямокутний трикутник. 5) Шуканий кут α; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$.

2) $\sin\alpha = \frac{2}{3}$. *Побудова.* 1) Вводимо одиничний відрізок a. 2) Будуємо прямий кут; 3) На одній із сторін кута відкладаємо відрізок $2a$. 4) Через кінець відрізку будуємо коло радіуса $3a$ з центром в цій точці.
5) Точку перетину кола з іншою стороною прямого кута з'єднуємо з центром кола. Отримали прямокутник трикутник.



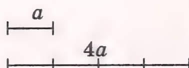


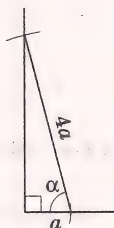


$\sin\alpha = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$.

580. 1) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$. *Побудова.*

1) Вводимо одиничний відрізок. 2) Будуємо прямий кут. 3) На одній стороні кута будуємо відрізок a. 4) Через кінець відрізка будуємо коло з центром у цій точці радіуса $4a$. 5) Коло перетинає другу сторону кута у точці, яку з'єднуємо з центром кола. 6) Будуємо прямокутний трикутник.



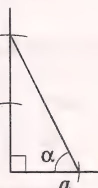


$\cos\alpha = \frac{a}{4a} = \frac{1}{4}$.

2) $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{2}$. *Побудова.*

1) Вводимо одиничний відрізок a. 2) Будуємо прямий кут. 3) На одній стороні відкладаємо відрізок a. 4) На другій стороні кута позначаємо відрізок $2a$. 5) Будуємо прямокутний трикутник, з'єднавши кінці відрізків.



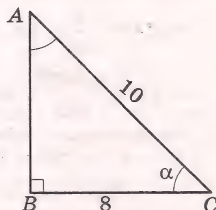


$\cos\alpha = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$.

581. За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AB^2 = AC^2 - BC^2$; $AB^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$; $AB = 6$ см. Отже, $AB < BC$, тому AB — менший катет, BC — більший катет. За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо:

1) $\sin\alpha = \frac{AB}{AC}$; $\sin\alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;

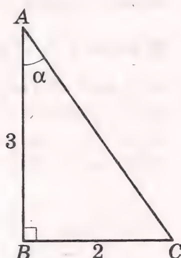
2) $\cos\alpha = \frac{BC}{AC}$; $\cos\alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$;



3) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AB}{BC}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; 4) $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{BC}{AB}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; $\cos\alpha = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{4}{3}$.

582. За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AC^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$; $AC = \sqrt{13}$ см. За умовою $AB > BC$, отже, BC — менший катет, AB — більший катет. За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо:



1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AB}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$;

2) $\sin\alpha = \frac{BC}{AC}$; $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$;

3) $\cos\alpha = \frac{AB}{AC}$; $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$; 4) $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{AB}{BC}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{3}{2}$.

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{3}{2}$.

583. 1) $\cos^2 45° + \operatorname{tg}^2 60° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = \frac{2}{4} + 3 = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$;

2) $2\cos^2 60° - \sin^2 30° + \sin 60° \operatorname{ctg} 60° = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} =$

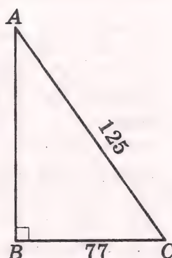
$= 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} = 1^{\backslash 4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

584. 1) $\cos^2 30° - \sin^2 45° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$;

2) $3\operatorname{tg}^2 30° + 4\operatorname{tg} 45° + \cos 30° \operatorname{ctg} 30° = 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 4 \cdot 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} =$

$= 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 + \frac{3}{2} = 5 + 1\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$.

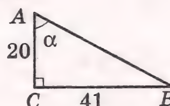
585. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + CB^2$;
$AC^2 = AB^2 - CB^2$;
$AC^2 = 125^2 - 77^2 = (125 - 77)(125 + 77) = 48 \cdot 202$;
$AC = \sqrt{48 \cdot 202} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot 202} = 4\sqrt{606}$ або
$AC^2 = 125^2 - 77^2 = 15\,625 - 5929 = 9696$.
За означенням синуса гострого кута у прямокутному трикутнику маємо:



$\sin\angle A = \frac{CB}{AB}$; $\sin\angle B = \frac{AC}{AB}$; $\sin\angle A = \frac{77}{125}$;

$\sin\angle B = \frac{4\sqrt{606}}{125}$. *Відповідь*: $\sin\angle A = \frac{77}{125}$; $\sin\angle B = \frac{4\sqrt{606}}{125}$.

586. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + CB^2$;
$AB^2 = 41^2 + 20^2 = 1681 + 400 = 2081$;
$AB = \sqrt{2081}$ см. За означенням косинуса гострого кута прямокутного трикутника маємо:



$$\cos\angle A = \frac{AC}{AB}; \quad \cos\angle B = \frac{CB}{AB}; \quad \cos\angle A = \frac{20}{\sqrt{2081}} = \frac{20\sqrt{2081}}{2081};$$

$$\cos\angle B = \frac{41}{\sqrt{2081}} = \frac{41\sqrt{2081}}{2081}.$$

Відповідь: $\cos\angle A = \frac{20\sqrt{2081}}{2081}$; $\cos\angle B = \frac{41\sqrt{2081}}{2081}$.

587. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$; $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$; $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$;

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 1} = 2\sqrt{2}; \quad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha};$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{3} : \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg}\alpha = 2\sqrt{2}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

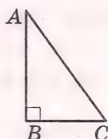
588. $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$; $\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$; $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$;

$$\cos\beta = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot 3} = \frac{4}{3};$$

$$\operatorname{ctg}\beta = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}; \quad \operatorname{ctg}\beta = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot 4} = \frac{3}{4}.$$

Відповідь: $\cos\beta = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{4}{3}$; $\operatorname{ctg}\beta = \frac{3}{4}$.

589. За умовою $\sin\angle A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. За означенням синуса гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\sin\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Нехай $BC = \sqrt{3}x$ (см), $AC = 3x$ (см). За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо:



$$\sin\angle C = \frac{AB}{AC}; \quad \cos\angle C = \frac{BC}{AC}; \quad \operatorname{tg}\angle C = \frac{AB}{BC}; \quad \operatorname{ctg}\angle C = \frac{BC}{AB}.$$

За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AB^2 = AC^2 - BC^2$;

$$AB^2 = (3x)^2 - \left(\sqrt{3}x\right)^2 = 9x^2 - 3x^2 = 6x^2. \quad AB = \sqrt{6}x \text{ (см)}.$$

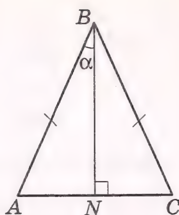
$$\sin\angle C = \frac{\sqrt{6}x}{3x} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad \cos\angle C = \frac{\sqrt{3}x}{3x} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \operatorname{tg}\angle C = \frac{\sqrt{6}x}{\sqrt{3}x} = \sqrt{2};$$

$$\operatorname{ctg}\angle C = \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{6}x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Відповідь: $\sin\angle C = \frac{\sqrt{6}}{3}$; $\cos\angle C = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\operatorname{tg}\angle C = \sqrt{2}$; $\operatorname{ctg}\angle C = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

590. За умовою ΔABC — рівнобедрений, BN — висота. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо: BN — медіана. Отже, $AN = NC = \frac{1}{2}AC$; $AN = 24 : 2 = 12$ см. Розглянемо ΔABN — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$;

$BN^2 = AB^2 - AN^2$; $BN^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$, $BN = 5$ см. За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо: $\sin\alpha = \frac{AN}{AB}$; $\cos\alpha = \frac{BN}{AB}$;

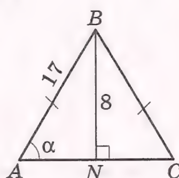


$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AN}{BN}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{BN}{AN}$. $\sin\alpha = \frac{12}{13}$; $\cos\alpha = \frac{5}{13}$;

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{12}$.

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{12}{13}$; $\cos\alpha = \frac{5}{13}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{12}$.

591. Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = BN^2 + AN^2$; $AN^2 = AB^2 - BN^2$; $AN^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$, $AN = 15$ см. За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо: $\sin\alpha = \frac{BN}{AB}$; $\cos\alpha = \frac{AN}{AB}$;

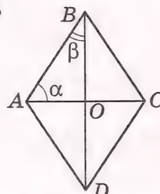


$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BN}{AN}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{AN}{BN}$. $\sin\alpha = \frac{8}{17}$; $\cos\alpha = \frac{15}{17}$;

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{15}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{15}{8}$.

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{8}{17}$; $\cos\alpha = \frac{15}{17}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{15}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{15}{8}$.

592. За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC \perp BD$, AC і BD — діагоналі кутів ромба, тобто $\angle ABC = 2\angle ABO$, $\angle BAD = 2\angle BAO$; $AO = \frac{1}{2}AC$; $BO = \frac{1}{2}BD$;

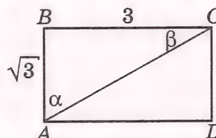


$AO = 4 : 2 = 2$ (см); $BO = 4\sqrt{3} : 2 = 2\sqrt{3}$ (см). Розглянемо ΔBOA — прямокутний ($\angle O = 90°$).

За означенням тангенса гострого кута у прямокутному трикутнику маємо: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{BO}{AO}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{AO}{BO}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, отже,

$\alpha = 60°$, $\beta = 30°$. Звідси маємо: $\angle ABC = 2\beta = 60°$; $\angle BAD = 2\alpha = 120°$. $\angle BAD = \angle BCD$, $\angle ABC = \angle ADC$ (протилежні кути). $\angle BAD = \angle BCD = 120°$, $\angle ABC = \angle ADC = 60°$. *Відповідь*: 120°, 60°, 120°, 60°.

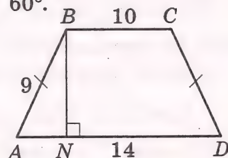
593. Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За означенням тангенса кута маємо:



$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AB}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{AB}{BC}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$;

$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$; отже, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$. *Відповідь*: 30°, 60°.

594. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). За умовою $AB = CD = 9$ см. Отже, $ABCD$ — рівнобічна трапеція. За властивістю рівнобічної трапеції маємо: $AN = (AD - BC) : 2$; $AN = (14 - 10) : 2 = 4 : 2 = 2$ (см).



Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$; $NB^2 = AB^2 - AN^2$;
$NB^2 = 9^2 - 2^2 = 81 - 4 = 77$; $NB = \sqrt{77}$ (см). За означенням тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника маємо:

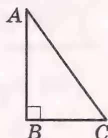
$$\sin\angle A = \frac{BN}{AB};\quad \cos\angle A = \frac{AN}{AB};\quad \text{tg}\,\angle A = \frac{BN}{AN};\quad \sin\angle A = \frac{\sqrt{77}}{9};\quad \cos\angle A = \frac{2}{9};$$

$\text{tg}\,\angle A = \frac{\sqrt{77}}{2}$. *Відповідь*: $\sin\angle A = \frac{\sqrt{77}}{9}$; $\cos\angle A = \frac{2}{9}$; $\text{tg}\,\angle A = \frac{\sqrt{77}}{2}$.

595. За умовою $ABCD$ — прямокутна трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). $ABCN$ — прямокутник. За властивістю протилежних сторін прямокутника маємо: $AB = CN = 4$ см, $BC = AN = 8$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - AN$; $ND = 12 - 8 = 4$ см. Розглянемо прямокутний трикутник CND ($\angle N = 90°$). $CN = ND = 4$ см. Отже, ΔCND — рівнобедрений, тому $\angle D = \angle NCD = (180° - 90°) : 2 = 90° : 2 = 45°$. За властивістю кутів трапеції, прилеглих до однієї сторони, маємо: $\angle C + \angle DCB = 180°$; $\angle DCB = 180° - \angle C$; $\angle DCB = 180° - 45° = 135°$. *Відповідь*: 90°, 90°, 135°, 45°.

596. За означенням тангенса гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AB}$; $\text{tg}\,\angle C = \frac{AB}{BC}$.

Отже, $\text{tg}\,\angle A = \frac{1}{\text{tg}\,\angle C}$. Доведено.



597. 1) $1 + \text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$. Доведення. За основною тригонометричною тотожністю маємо: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Поділимо обидві частини рівності на $\cos^2\alpha$. Звідси маємо: $\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

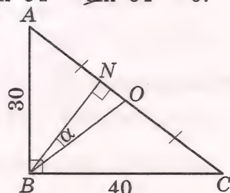
$1 + \text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$. Доведено.

2) $1 + \text{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$. Доведення. За основою тригонометричною тотожністю маємо: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Поділимо обидві частини рівності на $\sin^2\alpha$. Звідси маємо: $\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$;

$1 + \text{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$. доведено.

598. 1) $\sin^2 18° + \sin^2 72° = \sin^2(90° - 72°) + \sin^2 72° = \cos^2 72° + \sin^2 72° = 1$;
2) $\cos^2 36° - \sin^2 54° = \cos^2(90° - 54°) - \sin^2 54° = \sin^2 54° - \sin^2 54° = 0$.

599. За умовою ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). BN — висота, проведена з вершини прямого кута. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $BC^2 = CN \cdot AC$; $AB^2 = AN \cdot NC$; $BN^2 = AN \cdot NC$. Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За теоремою



Піфагора маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AC^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500$; $AC = 50$ см.

Отже, маємо: $40^2 = CN \cdot 50$; $CN = \frac{160\not{0}}{5\not{0}} = 32$ (см); $30^2 = AN \cdot 50$;

$AN = \frac{90\not{0}}{5\not{0}} = 18$ (см); $BN^2 = 32 \cdot 18$;

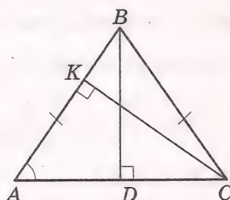
$BN = \sqrt{32 \cdot 18} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (см). BO — медіана, отже, $AO = OC = AC : 2$; $AO = 50 : 2 = 25$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $NO = AO - AN$; $NO = 25 - 18 = 7$ (см). Розглянемо ΔBNO — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $BO^2 = BN^2 + ON^2$; $BO^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$; $BO = 25$ см.

За означенням тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\sin\alpha = \frac{NO}{BO}$; $\cos\alpha = \frac{BN}{BO}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{ON}{BN}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{BN}{ON}$;

$\sin\alpha = \frac{7}{25}$; $\cos\alpha = \frac{24}{25}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{7}{24}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{24}{7}$.

Відповідь: $\sin\alpha = \frac{7}{25}$; $\cos\alpha = \frac{24}{25}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{7}{24}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{24}{7}$.

600. За умовою BD — висота, $BD \perp AC$. Отже, ΔADB — прямокутний ($\angle D = 90°$). За означенням косинуса гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\cos\angle A = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$. Отже, $AD = 3x$, $AB = 7x$. За умовою ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). BD — висота. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо: $AC = 2AD = 6x$.



Розглянемо ΔAKC — прямокутний ($\angle K = 90°$). За означенням косинуса гострого кута в прямокутному трикутнику маємо: $\cos\angle A = \frac{AK}{AC} = \frac{AK}{6x} = \frac{3}{7}$;

$AK = \frac{6x \cdot 3}{7} = \frac{18x}{7}$. Розглянемо ΔADB — прямокутний ($\angle D = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AD^2 + BD^2$; $BD^2 = AB^2 - AD^2$;

$BD^2 = (7x)^2 - (3x)^2 = 47x^2 - 9x^2 = 40x^2$; $BD = \sqrt{40x^2} = \sqrt{4 \cdot 10x^2} = 2x\sqrt{10}$.

Аналогічно у ΔAKC ($\angle K = 90°$): $AC^2 = AK^2 + KC^2$; $KC^2 = AC^2 - AK^2$;

$KC^2 = (6x)^2 - \left(\frac{18x}{7}\right)^2 = 36x^{2\backslash 49} - \frac{324x^2}{49} = \frac{1764x^2 - 324x^2}{49} = \frac{1440x^2}{49}$;

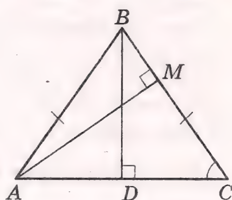
$KC = \sqrt{\frac{1440x^2}{49}} = \sqrt{\frac{144 \cdot 10x^2}{49}} = \frac{12x}{7}\sqrt{10}$.

$\frac{CK}{BD} = \frac{12x\sqrt{10}}{7} : 2x\sqrt{10} = \frac{12x\sqrt{10}}{7} : \frac{2x\sqrt{10}}{1} = \frac{{}^{6}\not{12}\not{x}\not{\sqrt{10}} \cdot 1}{7 \cdot \not{2}\not{x}\not{\sqrt{10}}} = \frac{6}{7}$. *Відповідь*: $\frac{6}{7}$.

601 За умовою $\frac{BD}{AM} = \frac{3}{1}$. Нехай $BD = 3x$, $AM = x$. Розглянемо ΔCBD — прямокутний ($\angle D = 90°$). За означенням косинуса гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\cos\angle C = \frac{CD}{CB}$. Розглянемо ΔAMC — прямокутний

($\angle M = 90°$). Аналогічно маємо: $\cos\angle C = \dfrac{CM}{AC}$. За умовою ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$). За умовою BD — висота. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо: BD — медіана, отже, $AC = 2DC$.

Розглянемо ΔAMC і ΔBDC — прямокутні ($\angle BDC = \angle AMC = 90°$), $\angle C$ — спільний кут. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta AMC \backsim \Delta BDC$. За означенням подібних фігур маємо:



$\dfrac{BD}{AM} = \dfrac{DC}{MC}$; $\dfrac{DC}{MC} = \dfrac{3}{1}$; $\dfrac{BD}{AM} = \dfrac{BC}{AC}$; $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{3}{1}$;

$DC = 3MC$; $BC = 3AC$; $AC = \dfrac{BC}{3}$; $AC = 2DC$;

отже, $AC = \dfrac{BC}{3} = 2DC$; $BC = 6DC$; $DC = \dfrac{BC}{6}$; $\dfrac{BC}{6} = 3MC$; $BC = 18MC$;

$DC = \dfrac{18MC}{6} = 3MC$. $\sin\angle C = \dfrac{3\cancel{MC}}{18\cancel{MC}} = \dfrac{3}{18} = \dfrac{1}{6}$. *Відповідь*: $\dfrac{1}{6}$.

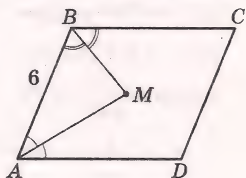
602. Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle A = 90°$). За означенням тангенса гострого кута прямокутного трикутника маємо: $\mathrm{tg}\angle B = \dfrac{AC}{AB}$. Нехай одна клітинка буде 1 см, тому $CA = 1$ см, $AB = 3$ см. Отже, $\mathrm{tg}\angle B = \dfrac{1}{3}$. Користуючись таблицями Брадіса маємо: $\angle B = 18°$. Отже, $\angle CBA = 18°$. Розглянемо ΔEOD — прямокутний ($\angle O = 90°$). $OE = OD = 2$ см. Отже, ΔEOD — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle D = \angle OED = 45°$. Розглянемо ΔFOE — прямокутний ($\angle O = 90°$): $OF = 1$ см, $OE = 2$ см. За означенням тангенса кута маємо:

$\mathrm{tg}\angle OEF = \dfrac{OF}{OE}$; $\mathrm{tg}\angle OEF = \dfrac{1}{2}$; $\angle OEF = 27°$.

За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle FED = \angle OED - \angle OEF$; $\angle FED = 45° - 27° = 18°$. Отже, маємо: $\angle ABC = \angle DEF = 18°$. Доведено.

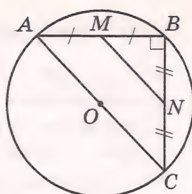
603. За властивістю кутів. прилеглих д однієї сторони паралелограма, маємо: $\angle DAB + \angle ABC = 180°$. За умовою AM — бісектриса $\angle DAB$, отже, за означенням бісектриси кута маємо:

$\angle DAM = \angle MAB = \dfrac{1}{2}\angle DAB$.

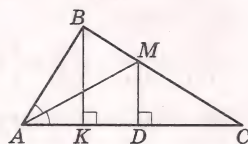


Аналогічно BM — бісектриса $\angle ABC$;

$\angle ABM = \angle MBC = \dfrac{1}{2}\angle ABC$. Отже, $\angle MAB + \angle ABM = 90°$. Розглянемо ΔABM — прямокутний ($\angle M = 90°$). Центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника знаходиться на середині гіпотенузи AB. Отже, $R = \dfrac{AB}{2}$; $R = 3$ см. *Відповідь*: 3 см.



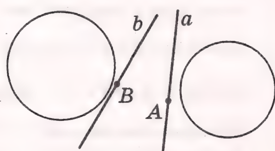
604. За умовою $AB \perp BC$, отже, $\angle B = 90°$. Тому за наслідком з теореми про вписані кути маємо AC — діаметр. Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За умовою M — середина AB і N — середина BC, тому MN — середня лінія трикутника. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $AC = 2MN$; $AC = 2 \cdot 12 = 24$ (см).
Отже, $R = AC : 2$; $R = 24 : 2 = 12$ (см).
Відповідь: 12 см.



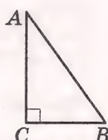
605. За умовою AM — бісектриса $\angle BAC$. За властивістю бісектриси кута маємо: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BM}{MC}$;

$\dfrac{BM}{MC} = \dfrac{6}{7}$. Нехай $BM = 6x$ (см), $MC = 7x$ (см).
За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BC = BM + MC$;
$BC = 6x + 7x = 13x$ (см). Розглянемо ΔBKC і ΔMDC — прямокутні ($\angle BKC = \angle MDC = 90°$), $\angle C$ — спільний кут. За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta BKC \sim \Delta MDC$. За означенням подібних фігур маємо: $\dfrac{BK}{MD} = \dfrac{BC}{MC}$;

$\dfrac{26}{MD} = \dfrac{13x}{7x}$; $MD = \dfrac{{}^{2}\cancel{26} \cdot 7\cancel{x}}{\cancel{13}\cancel{x}} = 14$ (см). *Відповідь*: 14 см.



606. Такої точки не існує. Пряма a не перетинає жодне з кіл. Пряма b не перетинає жодне з кіл.



607. 1) $AB = 12$ см, $\sin\angle A = \dfrac{3}{4}$. $\sin\angle A = \dfrac{CB}{AB}$;

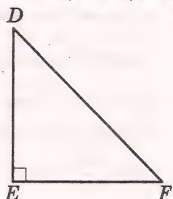
$\dfrac{3}{4} = \dfrac{CB}{12}$; $CB = \dfrac{3 \cdot 12}{4} = 9$ (см).

2) $AB = 21$ см, $\cos\angle A = 0{,}4$. $\cos\angle A = \dfrac{AC}{AB}$; $0{,}4 = \dfrac{AC}{21}$;
$AC = 0{,}4 \cdot 21$; $AC = 8{,}4$ см.
3) $BC = 4$ с, $\operatorname{tg}\angle A = 1{,}6$.
$\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{CB}{AC}$; $1{,}6 = \dfrac{4}{AC}$; $AC = \dfrac{4 \cdot 1}{1{,}6} = \dfrac{1}{0{,}4} = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ см.

4) $BC = 14$ см, $\cos\angle B = \dfrac{7}{9}$. $\cos\angle B = \dfrac{BC}{AB}$; $\dfrac{7}{9} = \dfrac{14}{AB}$; $AB = \dfrac{9 \cdot 14}{7} = 18$ см.

5) $AC = 3{,}2$ см, $\sin\angle B = 0{,}16$.
$\sin\angle B = \dfrac{AC}{AB}$; $0{,}16 = \dfrac{3{,}2}{AB}$; $AB = \dfrac{3{,}2}{0{,}16}$; $AB = \dfrac{320}{16} = 20$ см.

6) $AC = 2{,}3$ см, $\operatorname{tg}\angle B = \dfrac{1}{2}$. $\operatorname{tg}\angle B = \dfrac{AC}{CB}$; $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2{,}3}{CB}$; $CB = 2 \cdot 2{,}3 = 4{,}6$ см.



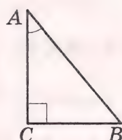
608. 1) $DF = 18$ см, $\cos\angle D = \dfrac{2}{9}$. $\cos\angle D = \dfrac{DE}{DF}$;

$\dfrac{2}{9} = \dfrac{DE}{18}$; $DE = \dfrac{2 \cdot 18}{9} = 4$ см.
2) $EF = 3{,}5$ см, $\cos\angle F = 0{,}7$.
$\cos\angle F = \dfrac{EF}{DF}$; $0{,}7 = \dfrac{3{,}5}{DF}$; $DF = \dfrac{3{,}5}{0{,}7} = 5$ см.

3) $DE = 2{,}4$ см, $\operatorname{tg}\angle D = \frac{11}{12}$. $\operatorname{tg}\angle D = \frac{EF}{DE}$; $\frac{11}{12} = \frac{EF}{2{,}4}$; $EF = \frac{11 \cdot 2{,}4}{12}$;

$EF = \frac{11 \cdot 24}{120} = 2{,}2$ см.

609. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = 17$ см,



$\sin\angle A = \frac{8}{17}$. Знайдемо AC і CB. $\sin\angle A = \frac{CB}{AB}$;

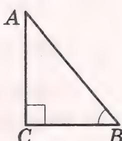
$\frac{8}{17} = \frac{CB}{17}$; $CB = \frac{8 \cdot 17}{17} = 8$ см. За теоремою Піфагора

$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AC^2 = AB^2 - BC^2$; $AC^2 = 17^2 - 8^2$;

$AC^2 = 289 - 64$; $AC^2 = 225$; $AC = 15$ см.

Відповідь: $CB = 8$ см, $AC = 15$ см.

610. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = 10$ см, $\cos\angle B = 0{,}8$.



Знайдемо AC і CB. $\cos\angle B = \frac{BC}{AB}$; $0{,}8 = \frac{BC}{10}$;

$BC = 10 \cdot 0{,}8 = 8$ см. За теоремою Піфагора

$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AC^2 = AB^2 - BC^2$; $AC^2 = 10^2 - 8^2$;

$AC^2 = 100 - 64$; $AC^2 = 36$; $AC = 6$ см.

Відповідь: $AC = 6$ см, $BC = 8$ см.

611. Див. рис. до №609. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $CB = 48$ см, $\operatorname{tg}\angle A = 3\frac{3}{7}$.

знайдемо AC і AB. $\operatorname{tg}\angle A = \frac{CB}{AC}$; $3\frac{3}{7} = \frac{CB}{AC}$; $\frac{24}{7} = \frac{48}{AC}$; $AC = \frac{7 \cdot 48}{24} = 14$ см.

За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB^2 = 14^2 + 48^2$; $AB^2 = 196 + 1304$;

$AB^2 = 1500$; $AB = 10\sqrt{15}$ см. *Відповідь*: $AC = 14$ см, $AB = 10\sqrt{15}$ см.

612. Див. рис. до №610. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $BC = 12$ см, $\operatorname{tg}\angle B = 0{,}75$.

Знайдемо AC і AB. $\operatorname{tg}\angle B = \frac{AC}{CB}$; $0{,}75 = \frac{AC}{12}$; $AC = 0{,}75 \cdot 12 = \frac{3}{4} \cdot 2 = 9$ см.

За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AB^2 = 9^2 + 12^2$; $AB^2 = 81 + 144$;

$AB^2 = 225$; $AB = 15$ см. *Відповідь*: $AB = 15$ см, $AC = 9$ см.

613. Див. рис. до №607. 1) $\gamma = 90°$. $\alpha + \beta = 90°$; $\beta = 90° - \alpha$; $\beta = 90° - 48° = 42°$.

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin 48° = \frac{\alpha}{28}$; $a = 28 \cdot \sin 48°$; $a = 28 \cdot 0{,}743 \approx 21$ см.

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$; $\cos 48° = \frac{b}{28}$; $b = 28 \cdot \cos 48°$; $b = 28 \cdot 0{,}669 \approx 19$ см.

Відповідь: $a \approx 21$ см, $b \approx 19$ см, $\beta = 42°$, $\gamma = 90°$.

2) $\alpha + \beta = 90°$; $\alpha = 90° - \beta$; $\alpha = 90° - 74° = 16°$; $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin 16° = \frac{56}{c}$;

$c = \frac{56}{\sin 16°} = \frac{56}{0{,}276} \approx 203$ см; $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$; $\operatorname{tg} 74° = \frac{b}{56}$;

$b = 56 \cdot \operatorname{tg} 74° = 56 \cdot 3{,}49 \approx 195$ см.

Відповідь: $b \approx 195$ см, $c \approx 203$ см, $\alpha = 16°$.

3) За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2$; $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 9^2 - 5^2$; $b^2 = 81 - 25$;

$b^2 = 56$; $b = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ см; $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin\alpha = \frac{5}{9}$; $\alpha \approx 34°$. $\alpha + \beta = 90°$;

$\beta = 90° - 34° = 56°$.

Відповідь: $b = 2\sqrt{14}$ см, $\alpha \approx 34°$, $\beta \approx 56°$.

4) За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 3^2 + 7^2$; $c^2 = 9 + 49$; $c^2 = 58$; $c = \sqrt{58}$ см. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{7}$; $\alpha \approx 23°$; $\alpha + \beta = 90°$; $\beta = 90° - \alpha$; $\beta = 90° - 23° = 67°$.

Відповідь: $c = \sqrt{58}$ см, $\alpha \approx = 23°$, $\gamma = 90°$.

614. 1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$; $\operatorname{tg}55° = \frac{34}{b}$; $b = \frac{34}{\operatorname{tg}55°} = \frac{34}{1,428} \approx 24$ см. $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin 55° = \frac{34}{c}$; $c = \frac{34}{\sin 55°} = \frac{34}{0,819} \approx 42$ см.

$\alpha + \beta = 90°$; $\beta = 90° - \alpha$; $\beta = 90° - 55° = 35°$.

Відповідь: $b \approx 24$ см, $c \approx 42$ см, $\beta = 35°$.

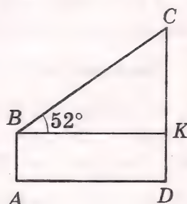
2) $\alpha + \beta = 90°$; $\alpha = 90° - \beta$; $\alpha = 90° - 18° = 72°$. $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin 72° = \frac{a}{16}$; $a = 16 \cdot \sin 72° = 16 \cdot 0,951 \approx 15$ см. $\cos\alpha = \frac{b}{c}$; $\cos 72° = \frac{b}{16}$; $b = 16 \cdot \cos 72° = 16 \cdot 0,309 \approx 5$ см. *Відповідь*: $a \approx 15$ см, $b \approx 5$ см, $\alpha = 72°$.

3) За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2$; $a^2 = c^2 - b^2$; $a^2 = 13^3 - 12^2$;

$c^2 = 169 - 144$; $c^2 = 25$; $c = 5$ см. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$; $\alpha \approx = 23°$; $\alpha + \beta = 90°$; $\beta = 90° - \alpha$; $\beta = 90° - 23°$; $\beta = 67°$. *Відповідь*: $a = 5$ см, $\alpha \approx 23°$, $\beta \approx 67°$.

4) За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 4^2 + 14^2$; $c^2 = 16 + 196$; $c^2 = 212$; $c = \sqrt{212} = 2\sqrt{53}$ см. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{14}$; $\alpha \approx 16°$. $\alpha + \beta = 90°$; $\beta = 90° - \alpha$; $\beta = 90° - 16° = 74°$. *Відповідь*: $c = 2\sqrt{53}$ см, $\alpha \approx = 16°$, $\beta \approx = 74°$.

615. Нехай дано $AB = 1,6$ м, $\angle CBK = 52°$, $AD = 8$ м, $BA \perp AD$, $CD \perp AB$. Знайдемо CD. $ABKD$ — прямокутник, тоді $AB = KD = 1,6$ м, $BK = AD = 8$ м.

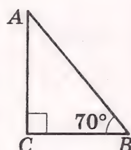


ΔCBK — прямокутний, $\angle K = 90°$. $\operatorname{tg}52° = \frac{CK}{BK}$; $\operatorname{tg}52° = \frac{CK}{8}$; $CK = 8 \cdot \operatorname{tg} 52° = 8 \cdot 1,279 \approx 10,2$ м.

$CD = CK + KD$; $CD = 10,2$ м $+ 1,6$ м $= 11,8$ м.

Відповідь: висота ялинки 11,8 м.

616. Нехай AC — висота будинку, $AC = 9$ м, AB — довжина драбини, $\angle ABC = 70°$, $AC \perp CB$. Знайдемо довжину AB.

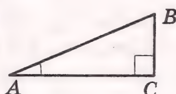


Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$. $\sin\angle CBA = \frac{AC}{AB}$;

$\sin 70° = \frac{9}{AB}$; $AB = \frac{9}{\sin 70°} = \frac{9}{0,939} \approx 9,58$ м.

Відповідь: довжина драбини 9,58 м.

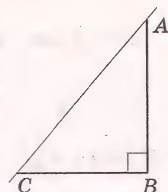
617. Нехай AB — відрізок шосе, $AB = 300$ м, $BC = 11$ м. Знайдемо $\operatorname{tg}\angle BAC$. З прямокутного ΔABC, $\angle C = 90°$, $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{BC}{AC}$. За теоремою Піфагора



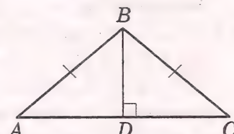
$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AC^2 = AB^2 - BC^2$; $AC^2 = 300^2 - 11^2$; $AC^2 = 90\,000 - 121$; $AC^2 = 89\,879$; $AC \approx 299,798 \approx 300$; $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{11}{300} \approx 0,036$.

Відповідь: $\operatorname{tg}\angle BAC \approx 0,036$.

618. Нехай AB — вертикальна жердина. BC — тінь, яка падає від неї, $AB = BC$, $\angle CAB$ — кут, під яким на землю падає сонячний промінь. Знайдемо $\angle CAB$. Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$ ($AB \perp CB$), оскільки $AB = BC$, то $\operatorname{tg}\angle CAB = \dfrac{CB}{AB} = 1$, $\angle CAB = 45°$. *Відповідь*: сонячні промені падають на землю під кутом 45°.



619. Нехай дано ΔABC, $AB = BC$, $\angle ABC = 120°$, BD — висота, $BD = 3\sqrt{3}$ см. Знайдемо AB, BC, AC. Оскільки в рівнобедреному ΔABC до основи проведено висоту BD, то BD — медіана і бісектриса. $\angle ABD = \angle DBC = 120° : 2 = 60°$; $AD = DC$. Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$.



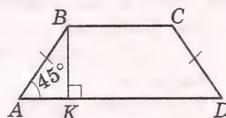
$\cos\angle ABD = \dfrac{BD}{AB}$; $\cos 60° = \dfrac{3\sqrt{3}}{AB}$; $\dfrac{1}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{AB}$; $AB = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ см;

$AB = BC = 6\sqrt{3}$ см. $\sin\angle ABD = \dfrac{AD}{AB}$; $\sin 60° = \dfrac{AD}{6\sqrt{3}}$; $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AD}{6\sqrt{3}}$;

$AD = \dfrac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}$; $AD = 9$ см. $AC = 2 \cdot AD$; $AC = 2 \cdot 9 = 18$ см.

Відповідь: $AB = BC = 6\sqrt{3}$ см, $AC = 18$ см.

620. Нехай дано трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $AB = CD$, $BC = 8$ см, $AD = 12$ см, $\angle BAD = 45°$, BK — висота. Знайдемо BK, AB. Оскільки трапеція рівнобока і BK — висота, то за властивістю рівнобокої трапеції



$AK = \dfrac{AD - BC}{2}$. $AK = \dfrac{12 - 8}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ см. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$.

$\operatorname{tg}\angle BAK = \dfrac{BK}{AK}$; $\operatorname{tg} 45° = \dfrac{BK}{2}$; $1 = \dfrac{BK}{2}$; $BK = 2$ см. За теоремою Піфагора

$AB^2 = AK^2 + KB^2$; $AB^2 = 2^2 + 2^2$; $AB^2 = 4 + 4$; $AB^2 = 8$; $AB = \sqrt{8}$ см $= 2\sqrt{2}$ см.

Відповідь: $AB = 2\sqrt{2}$ см, $BK = 2$ см.

621. Нехай дано паралелограм $ABCD$, BD— діагональ, $BD \perp AB$, $BD = a$, $\angle BAD = 30°$. Знайдемо AB, BC, CD, AD.

B C 30° A D

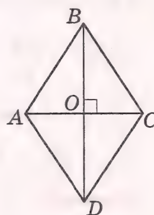
Розглянемо ΔABD, $\angle B = 90°$. BD — катет, що лежить напроти кута 30°, тоді $BD = \dfrac{1}{2}AD$; AD $= 2a$; $\operatorname{tg}\angle BAD = \dfrac{BD}{BA}$; $\operatorname{tg} 30° = \dfrac{a}{BA}$; $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{a}{BA}$;

$BA = a\sqrt{3}$. За властивістю протилежних сторін паралелограма:

$AB = CD = a\sqrt{3}$, $BC = AD = 2a$.

Відповідь: $AB = CD = a\sqrt{3}$, $BC = AD = 2a$.

622. Нехай дано ромб $ABCD$, $AB = BC = CD = DA = a$, $\angle ABC = 60°$, BD і AC — діагоналі. Знайдемо BD і AC. Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів, тоді



$\angle ABD = \angle DBC = \dfrac{1}{2}\angle ABC = 60° : 2 = 30°$.

Розглянемо ΔABO, $\angle O = 90°$ ($AC \perp BD$ як діагоналі ромба). Катет AO лежить напроти кута 30°, тоді

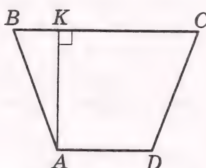
$$AO = \frac{1}{2}AB; \quad AO = \frac{a}{2}; \quad \cos\angle ABO = \frac{BO}{AB}; \quad \cos 30^\circ = \frac{BO}{a}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BO}{a};$$

$BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. За властивістю діагоналей ромба $AO = OC = \frac{1}{2}AC$. $AC = 2AO$;

$$AC = 2 \cdot \frac{a}{2} = a; \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD; \quad BD = 2 \cdot BO; \quad BD = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Відповідь: $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$.

623. Нехай дано рівнобоку трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $BC = 10$ м, $AD = 4$ м, AK — висота, $AK = 6$ м. Знайдемо $\angle BAD$. Оскільки трапеція рівнобока і з вершини A проведено висоту AK, за властивістю рівнобокої трапеції



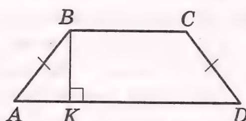
$$BK = \frac{BC - AD}{2}; \quad BK = \frac{10 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ м.}$$

Розглянемо ΔBKA, $\angle K = 90^\circ$. $\operatorname{tg}\angle ABK = \frac{AK}{BK}$; $\operatorname{tg}\angle ABK = \frac{6}{3} = 2$;

$\angle ABK \approx 63^\circ$. $\angle ABK + \angle BAD = 180^\circ$ як кути, які прилеглі до бічної сторони трапеції. $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABK$; $\angle BAD = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.

Відповідь: $\angle BAD \approx 117^\circ$.

624. Нехай дано рівнобоку трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$), $\angle BAD = \angle CDA = 20^\circ$, $AD = 8$ м, BK — висота, $BK = 5$ м. Знайдемо BC.



Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90^\circ$.

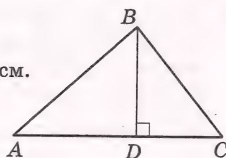
$$\operatorname{tg}\angle A = \frac{BK}{AK}; \quad \operatorname{tg} 20^\circ = \frac{5}{AK}; \quad AK = \frac{5}{\operatorname{tg} 20^\circ} = \frac{5}{0,363} \approx 13,8 \text{ м.}$$

За властивістю рівнобокої трапеції $AK = \frac{AD - BC}{2}$; $13,8 = \frac{80 - BC}{2}$;

$27,6 = 80 - BC$; $BC = 80 - 27,6 = 52,4$ м.

Відповідь: $BC = 52,4$ м.

625. Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90^\circ$. $\operatorname{tg}\angle A = \frac{BD}{AD}$;

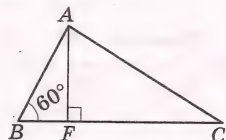


$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{BD}{12}; \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{12}; \quad BD = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ см.}$$

Розглянемо ΔBDC, $\angle D = 90^\circ$, за теоремою Піфагора $BC^2 = BD^2 + DC^2$; $BC^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 4^2$;

$BC^2 = 48 + 6$; $BC^2 = 64$; $BC = 8$ см. *Відповідь*: $BC = 8$ см.

626. Розглянемо ΔABF, $\angle F = 90^\circ$. $\sin\angle B = \frac{AF}{AB}$;



$$\sin 60^\circ = \frac{AF}{18}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AF}{18}; \quad AF = \frac{18\sqrt{3}}{2};$$

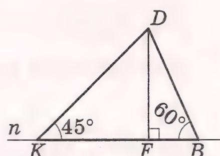
$AF = 9\sqrt{3}$ см. Розглянемо ΔAFC, $\angle F = 90^\circ$.

$AC^2 = AF^2 + FC^2$; $AC^2 = \left(9\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{13}\right)^2$;

$AC^2 = 243 + 13$; $AC^2 = 256$; $AC = 16$ см.

Відповідь: $AC = 16$ см.

627. Розглянемо ΔDBF, $\angle F = 90°$. $\sin 60° = \frac{DF}{DB}$;



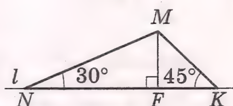
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DF}{10\sqrt{3}}$; $DF = \frac{10\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 15$ см.

Розглянемо ΔKDF, $\angle F = 90°$.

$\text{tg}\, 45° = \frac{DF}{KF}$; $1 = \frac{15}{KF}$; $KF = 15$ см.

Відповідь: $KF = 15$ см.

628. Розглянемо ΔMNF, $\angle F = 90°$. $\text{tg}\, 30° = \frac{MF}{NF}$;

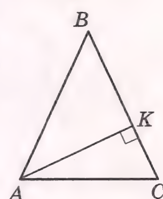


$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{MF}{4\sqrt{3}}$; $MF = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$ см. Розглянемо ΔMFK,

$\angle F = 90°$. $\sin 45° = \frac{MF}{MK}$; $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{MK}$; $MK = \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$ см.

Відповідь: $MK = 4\sqrt{2}$ см.

629. Нехай дано ΔABC— рівнобедрений, $AB = BC$, $\angle B = \beta$, $AK \perp BC$, $AK = h$. Знайдемо AC. Розглянемо рівнобедрений ΔABC. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$; $\angle A + \angle C = 180° - \beta$;



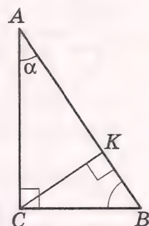
$\angle A = \angle C = \frac{180 - \beta}{2} = 90° - \frac{\beta}{2}$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника). Розглянемо ΔAKC, $\angle K = 90°$.

$\sin \angle C = \frac{AK}{AC}$; $\sin\left(90° - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{h}{AC}$; $\cos\frac{\beta}{2} = \frac{h}{AC}$;

$AC = \frac{h}{\cos\frac{\beta}{2}}$. *Відповідь*: $AC = \frac{h}{\cos\frac{\beta}{2}}$.

630. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $\angle A = \alpha$, CK — висота, $CK = h$. Знайдемо: AC, AB, CB. Розглянемо ΔACK, $\angle K = 90°$.

$\sin \angle A = \frac{CK}{AC}$; $\sin\alpha = \frac{h}{AC}$; $AC = \frac{h}{\sin\alpha}$.



Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$. $\text{tg}\, \angle A = \frac{CB}{AC}$; $\text{tg}\, \alpha = \frac{CB}{\frac{h}{\sin\alpha}}$;

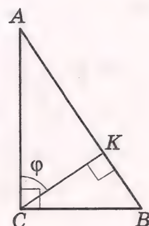
$CB = \frac{h}{\sin\alpha} \cdot \text{tg}\, \alpha = \frac{h}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{h}{\cos\alpha}$; $\sin\angle A = \frac{CB}{AB}$;

$\sin\alpha = \frac{\frac{h}{\cos\alpha}}{AB}$; $AB = \frac{h}{\cos\alpha} : \sin\alpha = \frac{h}{\sin\alpha\cos\alpha}$.

Відповідь: $AC = \frac{h}{\sin\alpha}$; $CB = \frac{h}{\cos\alpha}$; $AB = \frac{h}{\sin\alpha\cos\alpha}$.

631. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $CB = a$, CK — висота, $\angle ACK = \varphi$. Знайдемо AC, AB, CK.

Розглянемо ΔAKC, $\angle K = 90°$. $\angle A + \angle ACK = 90°$, $\angle A = 90° - \angle ACK$, $\angle A = 90° - \varphi$. Розглянемо ΔABC,



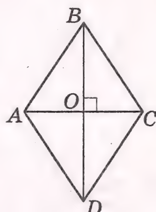
$\angle C = 90°$. $\text{tg}\, \angle A = \frac{BC}{AC}$; $\text{tg}(90° - \varphi) = \frac{a}{AC}$; $\text{ctg}\, \varphi = \frac{a}{AC}$;

$AC = \dfrac{a}{\operatorname{ctg}\varphi}$; $\sin\angle A = \dfrac{CB}{AB}$; $\sin(90° - \varphi) = \dfrac{a}{AB}$; $\cos\varphi = \dfrac{a}{AB}$; $AB = \dfrac{a}{\cos\varphi}$.

Розглянемо ΔACK, $\angle K = 90°$. $\cos\angle ACK = \dfrac{CK}{AC}$; $\cos\varphi = \dfrac{CK}{\dfrac{a}{\operatorname{ctg}\varphi}}$;

$$CK = \frac{a}{\operatorname{ctg}\varphi}\cdot\cos\varphi = \frac{a}{\dfrac{\cos\varphi}{\sin\varphi}}\cdot\cos\varphi = \frac{a\sin\varphi}{\cos\varphi}\cdot\cos\varphi = a\sin\varphi.$$

Відповідь: $AC = \dfrac{a}{\operatorname{ctg}\varphi}$; $AB = \dfrac{a}{\cos\varphi}$; $CK = a\sin\varphi$.



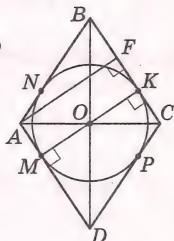
632. Нехай дано ромб $ABCD$, BD і AC — діагоналі, $BD = d$, $\angle B = \alpha$. Знайдемо AB, AC.
За властивістю діагоналей ромба BD є бісектрисою $\angle B$, $AC \perp BD$, $AC \cap BD =$ т. O, $AO = OC$, $BO = OD$. Розглянемо ΔABO, $\angle O = 90°$,

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{d}{2},\quad \angle ABO = \frac{1}{2}\angle B = \frac{\alpha}{2};\quad \cos\angle ABO = \frac{BO}{AB};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\dfrac{d}{2}}{AB};\quad AB = \frac{d}{2} : \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}};\quad \operatorname{tg}\angle ABO = \frac{AO}{BO};\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{AO}{\dfrac{d}{2}};$$

$$AO = \frac{d}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2};\quad AC = 2\cdot AO;\quad AC = 2\cdot\frac{d}{2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = d\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}.$$

Відповідь: $AB = \dfrac{d}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}}$; $AC = d\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$.



633. Нехай дано ромб $ABCD$, $\angle B = \alpha$, коло $(O;\ r)$ — коло вписане у ромб, BD і AC — діагоналі, $AC \cap BD =$ т. O. Знайдемо AB. AC, BD.
Нехай M, N, K, P — точки дотику кола із сторонами ромба. Проведемо радіуси OK і OM, $OK \perp BC$, $OM \perp AD$, тоді MK — спільний перпендикуляр до BC і AD, отже, MK — висота ромба.
$MK = OK + OM$, $MK = r + r = 2r$.
Проведемо висоту AF, $AF = MK = 2r$.

Розглянемо ΔABF, $\angle F = 90°$. $\sin\angle B = \dfrac{AF}{AB}$; $\sin\alpha = \dfrac{2r}{AB}$; $AB = \dfrac{2r}{\sin\alpha}$.

Розглянемо ΔABO, $\angle O = 90°$. $\angle ABO = \dfrac{1}{2}\angle B = \dfrac{\alpha}{2}$; $\sin\angle ABO = \dfrac{AO}{BO}$;

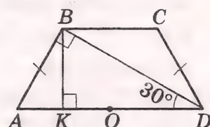
$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{AO}{\dfrac{2r}{\sin\alpha}};\quad AO = \frac{2r}{\sin\alpha}\cdot\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2r\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\alpha};\quad AC = 2\cdot AO;$$

$$AC = 2\cdot\frac{2r\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\alpha} = \frac{4r\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\alpha};\quad \cos\angle ABO = \frac{BO}{AB};\quad \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{BO}{\dfrac{2r}{\sin\alpha}};$$

$$BO = \frac{2r}{\sin\alpha} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{2r\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}; \; BD = 2 \cdot BO; \; BD = 2 \cdot \frac{2r\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha} = \frac{4r\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}.$$

Відповідь: $AB = \frac{2r}{\sin\alpha}$; $AC = \frac{4r\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}$; $BD = \frac{4r\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}$.

634. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \not\parallel CD$, $AB = CD$, BD — діагональ, $BD \perp AB$, $\angle BDA = 30°$, BK — висота, коло $(O;\, r)$ — коло, описане навколо трапеції. Знайдемо BK. Оскільки коло описане навколо трапеції $ABCD$, то воно описане навколо ΔABD.



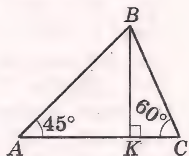
Так як ΔABD — прямокутний, то AD — діаметр кола, т. O — середина AD. $AD = R + R = 2R$. AB — катет, що лежить напроти кута 30°, то

$$AB = \frac{1}{2}AD; \; AB = \frac{1}{2} \cdot 2R = R; \; \cos\angle BDA = \frac{BD}{AD}; \; \cos 30° = \frac{BD}{2R}; \; \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BD}{2R};$$

$$BD = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}.$$

Розглянемо ΔBKD, $\angle K = 90°$. Катет BK, що лежить напроти кута 30°, тоді $BK = \frac{1}{2}BD$; $BK = \frac{1}{2} \cdot R\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$. *Відповідь*: $BK = \frac{\sqrt{3}}{2}R$.

635. Нехай дано ΔABC, $AC = a$, $\angle A = 45°$, $\angle C = 60°$, BK — висота. Знайдемо BK.



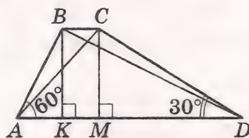
Нехай $AK = x$, тоді $KC = a - x$. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$. $\text{tg}\, 45° = \frac{BK}{AK}$; $1 = \frac{BK}{x}$; $BK = x$.

Розглянемо ΔBKC, $\angle K = 90°$. $\text{tg}\, 60° = \frac{BK}{KC}$;

$$\sqrt{3} = \frac{x}{a - x}; \; x = \sqrt{3}(a - x); \; x = \sqrt{3}a - \sqrt{3}x; \; x + \sqrt{3}x = \sqrt{3}a; \; x\left(1 + \sqrt{3}\right) = \sqrt{3}a;$$

$$x = \frac{\sqrt{3}a}{1 + \sqrt{3}}. \; BK = \frac{\sqrt{3}a}{1 + \sqrt{3}}.$$ *Відповідь*: $BK = \frac{\sqrt{3}a}{1 + \sqrt{3}}$.

636. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \not\parallel CD$, $BC = 7$ см, $AD = 15$ см, $\angle BAD = 60°$, $\angle CDA = 30°$, BK — висота, BD і AC — діагоналі. Знайдемо BK, BD, AC.



Проведемо висоту CM. $BCMK$ — прямокутник, тоді $BC = KM = 7$ см.

$AK + KM + MD = AD$, $AK + 7 + MD = 15$, $AK + MD - 15 - 7 - 8$ см.

Нехай $AK = x$ (см), тоді $MD = 8 - x$ (см).

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$. $\text{tg}\,\angle A = \frac{BK}{AK}$; $\text{tg}\, 60° = \frac{BK}{x}$; $\sqrt{3} = \frac{BK}{x}$;

$BK = \sqrt{3}x$. Розглянемо ΔCMD, $\angle M = 90°$. $\text{tg}\,\angle D = \frac{CM}{MD}$; $\text{tg}\, 30° = \frac{CM}{8 - x}$;

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CM}{8 - x}$; $CM = \frac{8 - x}{\sqrt{3}}$. Оскільки BK і CM — висоти, то $BK = CM$.

$\sqrt{3}x = \frac{8-x}{\sqrt{3}}$; $3x = 8 - x$; $4x = 8$; $x = 2$. $BK = 2\sqrt{3}$ см. Розглянемо ΔACM, $\angle M = 90°$. $AM = x + 7$, $AM = 2 + 7 = 9$ см. За теоремою Піфагора $AC^2 = AM^2 + MC^2$; $AC^2 = 9^2 + (2\sqrt{3})^2$; $AC^2 = 81 + 12$; $AC^2 = 93$; $AC = \sqrt{93}$ см. Розглянемо ΔBKD, $\angle K = 90°$. $KD = 7 + 8 - x = 15 - x$, $KD = 15 - 2 = 13$ см. За теоремою Піфагора $BD^2 = BK^2 + KD^2$; $BD^2 = (2\sqrt{3})^2 + 13^2$; $BD^2 = 12 + 169$; $BD^2 = 181$; $BD = \sqrt{181}$ см.

Відповідь: $BK = 2\sqrt{3}$ см, $AC = \sqrt{93}$ см, $BD = \sqrt{181}$ см.

637. Нехай дано паралелограм $ABCD$, $P_{ABCD} = 48$ см, BK — бісектриса $\angle B$, $AK : KD$ 2 : 1.

З'ясуємо, чи може $AB = 7$ см.

Нехай x (см) — одна частина, тоді $AK = 2x$ (см), $KD = x$ (см).

Оскільки BK — бісектриса $\angle B$, то $\angle ABK = \angle KBC$. $\angle CBK = \angle BKA$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BK), тоді $\angle ABK = \angle AKB$. Отже, ΔABK — рівнобедрений з основою BK, $AB = AK = 2x$ (см).

$P_{ABCD} = (AB + AD) \cdot 2$; $AD = AK + KD$, $AD = 2x + x = 3x$ (см), $(2x + 3x) \cdot 2 = 48$, $10x = 48$, $x = 4{,}8$. $AB = 2 \cdot 4{,}8 = 9{,}6$ (см).

Відповідь: ні, не може.

638. $\angle BAC = \angle BDC = 52°$ як кути, вписані в коло і спираються на хорду BC. $\angle D = \angle ADB + \angle BDC$, $\angle D = 17° + 52° = 69°$.

$\angle CBD = \angle CAD = 34°$ як кути, вписані в коло і спираються на хорду DC.

$\angle A = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle A = 52° + 34° = 86°$.

Оскільки чотирикутник вписаний в коло, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$, $\angle A + \angle C = 180°$, $86° + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - 86° = 94°$, $\angle B + \angle D = 180°$, $\angle B + 69° = 180°$, $\angle B = 180° - 69° = 111°$. *Відповідь*: $\angle A = 86°$, $\angle B = 111°$, $\angle C = 94°$, $\angle D = 69°$.

639. Розглянемо ΔBOC і ΔDOA.

1) $\angle BOC = \angle DOA$ (як вертикальні).

2) $\angle BCO = \angle DAO$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній CA).

Тоді $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за вдома кутами.

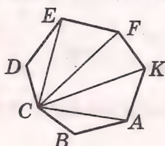
З цього випливає $\frac{BO}{DO} = \frac{OC}{OA} = \frac{BC}{DA}$; $\frac{BO}{DO} = \frac{6}{7}$.

Нехай $BO = x$ (см), тоді $DO = 39 - x$ (см). $\frac{x}{39-x} = \frac{6}{7}$; $7x = 6(39 - x)$; $7x = 234 - 6x$; $7x + 6x = 234$; $x = 18$. $BO = 18$ см, $DO = 39 - 18 = 21$ см.

Відповідь: $BO = 18$ см, $DO = 21$ см.

Завдання № 3 «Перевірте себе» в тестовій формі

1. В). **2.** Б). 3) В). **4.** Б), **5.** Г). **6.** В). **7.** Б). **8.** В). **9.** Г). **10.** Б).

641. 

$ABCDEFK$ — опуклий семикутник.

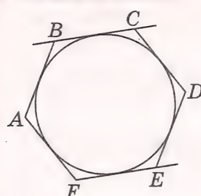
Вершини: A, B. C, D, E, F, K.

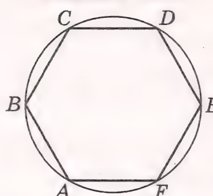
Сторони: AB, BC, CD, DE, EF, FK, KA.

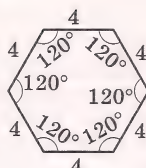
Діагоналі: CA, CK, CF, CE.

Отримали п'ять трикутників.

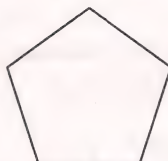
642. Описане коло Вписане коло

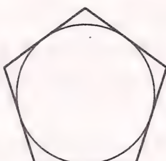


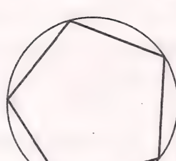


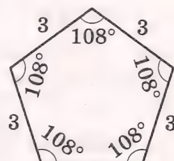


643.



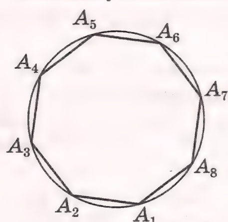




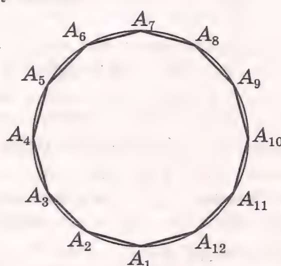


Опуклий п'ятикутник

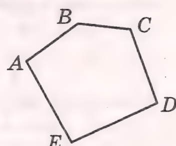
644. Восьмикутник вписаний у коло



645. Дванадцятикутник вписаний у коло.

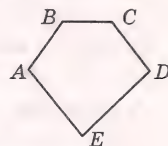


646. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = x + 1$ (см), $CD = x + 2$ (см), $DE = x + 3$ (см). $AE = x + 4$ (см). $P = AB + BC + CD + DE + AE$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 100$; $5x + 10 = 100$; $5x = 100 - 10$; $5x = 90$; $x = 90 : 5$; $x = 18$. Отже, $AB = 18$ см, $BC = 18 + 1 = 19$ (см), $CD = 18 + 2 = 20$ (см), $DE = 18 + 3 = 21$ (см), $AE = 18 + 4 = 22$ (см). *Відповідь*: 18 см, 19 см, 20 см, 21 см, 22 см.



647. 1) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$; $n = 5$, отже, $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$. *Відповідь*: 540°.

2) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$; $n = 8$, отже, $180° \cdot (8 - 2) = 180° \cdot 6 = 1080°$. *Відповідь*: 1080°.



3) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$; $n = 24$, отже, $180° \cdot (24 - 2) = 180° \cdot 22 = 3960°$. *Відповідь*: 3960°.

648. 1) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \times (n - 2)$; $n = 9$, отже, $180° \cdot (9 - 2) = 180° \cdot 7 = 1260°$. *Відповідь*: 1260°.

2) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \times (n - 2)$; $n = 16$, отже, $180° \cdot (16 - 2) = 180° \cdot 14 = 2520°$. *Відповідь*: 2520°.

649. 1) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо:
$180° \cdot (n - 2) = 1800°$, $n - 2 = 1800 : 180$, $n - 2 = 10$, $n = 10 + 2$, $n = 12$.
Відповідь: існує дванадцятикутник.
2) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо:
$180° \cdot (n - 2) = 720°$, $n - 2 = 720 : 180$, $n - 2 = 4$, $n = 4 + 2$, $n = 6$.
Відповідь: існує шестикутник.
3) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо:
$180° \cdot (n - 2) = 1600°$, $n - 2 = 1600 : 180$,

$$n - 2 = \frac{^{80}\cancel{1600}}{_{9}\cancel{180}};\quad n - 2 = 8\frac{8}{9};\quad n = 8\frac{8}{9} + 2;\quad n = 10\frac{8}{9},\quad n \notin \mathrm{N}.$$

Отже, не існує многокутника. *Відповідь*: не існує многокутника.

650. 1) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо:
$180° \cdot (n - 2) = 150° \cdot n$; $180n - 360 = 150n$; $180n - 150n = 360$;

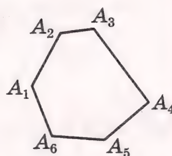
$30n = 360$; $n = \frac{360}{30}$; $n = 12$. *Відповідь*: існує, дванадцятикутник.

2) За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо:
$180° \cdot (n - 2) = 100° \cdot n$; $180n - 360 = 100n$; $180n - 100n = 360$;

$80n = 360$; $n = 360 : 80$; $n = \frac{^{9}\cancel{360}}{_{2}\cancel{80}} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$; $n \notin \mathrm{N}$. *Відповідь*: не снує.

651. За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$;
$n = 5$; $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$. Отже, перевіримо рівність
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540°$. $116° + 98° + 124° + 102° + 130° = 540°$;
$(116° + 124°) + (98° + 102°) + 130° = 240° + 200° + 130° = 570°$; $570° \neq 540°$.
Відповідь: не правильно було виконано виміри.

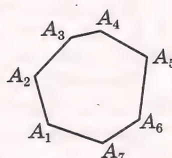
652. Нехай $\angle A_1 = \angle A_2 = 3x$, $\angle A_3 = \angle A_4 = 4x$, $\angle A_5 = \angle A_6 = 5x$.
За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$; $n = 6$; $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$.
Отже, $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + \angle A_5 + \angle A_6 = 720°$.
Складемо і розв'яжемо рівняння:
$3x + 3x + 4x + 4x + 5x + 5x = 720$; $24x = 720$;
$x = 720 : 24$; $x = 30$. Отже, $\angle A_1 = \angle A_2 = 3 \cdot 30° = 90°$,
$\angle A_3 = \angle A_4 = 4 \cdot 30° = 120°$, $\angle A_5 = \angle A_6 = 5 \cdot 30° = 150°$.
Відповідь: 90°, 90°, 120°, 120°, 150°, 150°.



653. Нехай $\angle A_1 = 6x$, $\angle A_2 = 7x$, $\angle A_3 = 8x$, $\angle A_4 = 9x$, $\angle A_5 = 9x$, $\angle A_6 = 10x$, $\angle A_7 = 11x$. За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$; $n = 7$;
$180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 900°$. Отже,
$\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + \angle A_5 + \angle A_6 + \angle A_7 = 900°$.
Складемо і розв'яжемо рівняння:
$6x + 7x + 8x + 9x + 9x + 10x + 11x = 900$; $60x = 900$;

$x = 90\cancel{0} : 6\cancel{0}$; $x = \frac{90}{6}$; $x = \frac{30}{2} = 15$. Отже, $\angle A_1 = 6 \cdot 15° = 90°$,

$\angle A_2 = 7 \cdot 15° = 105°$, $\angle A_3 = 8 \cdot 15° = 120°$, $\angle A_4 = 9 \cdot 15° = 135°$,
$\angle A_5 = 9 \cdot 15° = 135°$, $\angle A_6 = 10 \cdot 15° = 150°$, $\angle A_7 = 11 \cdot 15° = 165°$.
Відповідь: 90°, 105°, 120°, 135°, 135°, 150°, 165°.



654. 1) Якщо n — кількість вершин, тому з однієї вершини можна провести $(n - 3)$ діагоналі. З n вершин можна провести $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$. Якщо $n = 9$,

тому $\frac{9 \cdot (9-3)}{2} = \frac{9 \cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = 27$. *Відповідь*: 27 діагоналей.

2) З однієї вершини можна провести ($n - 3$) діагоналі, з n вершин можна провести $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$ діагоналей. Якщо $n = 20$, тому

$\frac{^{10}\not{20} \cdot (20-3)}{\not{2}} = 10 \cdot 17 = 170$. *Відповідь*: 170 діагоналей.

3) З однієї вершини можна провести ($n - 3$) діагоналі, з n вершин можна провести $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$ діагоналей. *Відповідь*: $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$.

655. Як відомо, кількість діагоналей многокутника обчислюється за формулою $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$, отже, $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 54$; $n(n - 3) = 54 \cdot 2$; $n(n - 3) = 108$; $n^2 - 3n - 108 = 0$; $a = 1$, $b = -3$, $c = -108$. $D = b^2 - 4ac$;

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-108) = 9 + 432 = 441 = 21^2$; $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$;

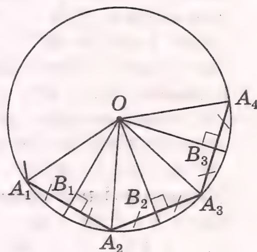
$x_1 = \frac{3-21}{2} = \frac{-18}{2} = -9 < 0$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$; $x_2 = \frac{3+21}{2} = \frac{24}{2} = 12$.

Отже, кількість сторін і кутів — дванадцять.

За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $181° \cdot (n - 3)$; $n = 12$; $180° : (12 - 2) = 180° \cdot 10 = 1800°$.

Відповідь: дванадцять сторін, сума кутів 1800°.

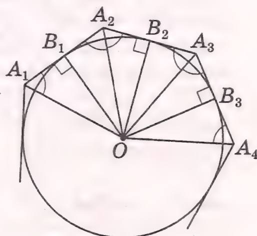
656. За умовою $A_1A_2A_3...A_n$ — многокутник, вписаний в коло. Центр кола є точкою перетину серединних перпендикулярів. Отже, B_1 — середина A_1A_2; B_2 — середина A_2A_3; B_3 — середина A_3A_4; ...; $OB_1 \perp A_1A_2$; $OB_2 \perp A_2A_3$; $OB_3 \perp A_3A_4$; ... За умовою $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$. Отже, $A_1B_1 = B_1A_2 = A_2B_2 = B_2A_3 = A_3B_3 = B_3A_4$. Розглянемо ΔOB_1A_2 і ΔOB_2A_2 — прямокутні ($\angle OB_1A_2 = \angle OB_2A_2 = 90°$). $B_1A_2 = A_2B_2$, OA_2 — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta OB_1A_2 = \Delta OB_2A_2$.



За властивістю рівних фігур маємо: $\angle B_1A_2O = \angle B_2A_2O$.

Розглянемо ΔOA_2B_2 і ΔOA_3B_2 — прямокутні ($\angle OB_2A_2 = \angle OB_2A_3 = 90°$). $B_2A_2 = A_3B_2$, OB_2 — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta OA_2B_2 = \Delta OA_3B_2$. Отже, $\angle OA_2B_2 = \angle OA_3B_2$. $\Delta OB_2A_3 = \Delta OB_3A_3$ ($\angle OB_2A_3 = \angle OB_3A_3 = 90°$), $B_2A_3 = B_3A_3$, OA_4 — спільна сторона, $\angle OA_3B_2 = \angle OA_3B_3$. Отже, отримали $\angle A_1A_2A_3 = A_2A_3A_4$, тобто кути рівні. Доведено.

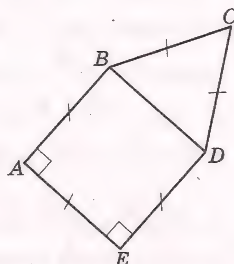
657. За умовою $A_1A_2A_2...A_n$ — многокутник, описаний навколо кола. Центом кола є точка перетину бісектрис кутів многокутника. За умовою $\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3 = ... = \angle A_n$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle A_nA_1O = \angle OA_1A_2$; $\angle A_1A_2O = \angle OA_2A_3$; ... Звідси маємо: ΔA_1OA_2; ΔA_2OA_3; ΔA_3OA_4; ... — рівнобедрені (за властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника). OB_1, OB_2, OB_3, ... — радіуси кола, вписаного у многокутник. За властивістю кола, вписаного у многокутник, маємо: $OB_1 \perp A_1A_2$,



$OB_2 \perp A_2A_3$, $OB_3 \perp A_3A_4$, ... Отже, OB_1 — висота ΔA_1OA_2, OB_2 — висота ΔA_2OA_3, OB_3 — висота ΔA_3OA_4, ... За властивістю висоти рівнобедреного трикутника, проведеної до основи OB_1, OB_2, OB_3, ... — медіани. Отже, $A_1B_1 = B_1A_2$, $A_2B_2 = B_2A_3$, ...

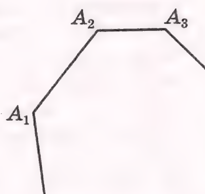
Розглянемо ΔOB_1A_2 і ΔOB_2A_2 — прямокутні ($\angle OB_1A_2 = \angle OB_2A_2 = 90°$). $\angle OA_2B_1 = \angle OA_2B_2$ (за означенням бісектриси кута), OA_2 — спільна сторона. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $A_2B_1 = A_2B_2$. Звідси маємо $A_1A_2 = A_2A_3$. Доведено.

658. За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$, $n = 5$. Отже, $180°$ α $(5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$. Звідси маємо:



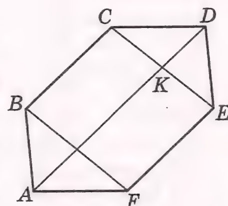
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540°$,
$90° + \angle B + \angle C + \angle D = 540°$,
$180° + (\angle B + \angle C + \angle D) = 540°$,
$\angle B + \angle C + \angle D = 540° - 180°$,
$\angle B + \angle C + \angle C = 360°$. Виконаємо додаткову побудову: діагональ BD. $ABDE$ — квадрат:
$AB = AE = ED = BD$, $\angle A = \angle E = 90°$.
$\angle ABD = \angle EDB = 90°$.
Розглянемо ΔBCD — рівносторонній ($BC = CD = BD$),
$\angle C = \angle DBC = \angle BDC = 60°$. За аксіомою вимірювання кутів маємо:
$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$, $\angle ABC = 90° + 60° = 150°$.
Аналогічно $\angle EDC = \angle EDB + \angle BDC$,
$\angle EDC = 90° + 60° = 150°$. Перевіримо рівність: $\angle B + \angle C + \angle D = 360°$,
$150° + 60° + 150° = 360°$ — вірна рівність.
Відповідь: 150°, 60°, 150°.

659. За теоремою про суму кутів многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$. Звідси маємо:



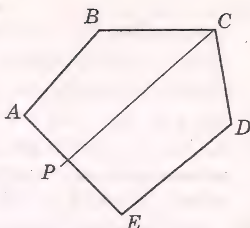
$\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + ... + \angle A_n = 180° \cdot (n - 2)$.
Складемо і розв'яжемо рівняння:
$100° \cdot 3 + 120° \cdot (n - 3) = 180° \cdot (n - 2)$;
$300° + 120° \cdot n - 360° = 180°n - 360°$;
$120n - 180n = -360 - 300 + 360$; $-60n = -300$;
$n = -300 : (-60)$; $n = 5$.
Відповідь: опуклий п'ятикутник.

660. За теоремою про суму кутів опуклого многокутника маємо: $180° \cdot (n - 2) : n = 6$. Отже, $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$. Якщо кути шестикутника рівні, тоді $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = 720° : 6 = 120°$. Виконаємо додаткову побудову: діагоналі AD, BF і CE. Маємо $BCEF$ — прямокутник. $\angle FBC = \angle BCE = \angle CEF = \angle EFB = 90°$.

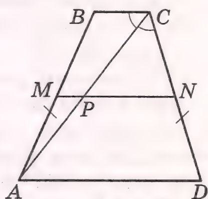


За аксіомою вимірювання кутів маємо:
$\angle DCE = \angle DCB - \angle ECB$, $\angle DCE = 120° - 90° = 30°$. Аналогічно $\angle DEC = \angle DEF - \angle FEC$, $\angle DEC = 120° - 90° = 30°$. Отже, ΔDCE — рівнобедрений (за властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника). DK — висота, медіана, бісектриса. $\angle EDK = \angle CDK = 120° : 2 = 60°$.
$\angle EDK + \angle DEF = 60° + 120° = 180°$ ($\angle EDK$ і $\angle DEF$ — внутрішні односторонні). За ознакою паралельності прямих маємо: $AD \parallel FE$, аналогічно $AD \parallel BC$. Тому $FE \parallel BC$. Аналогічно $AB \parallel DE$, $CD \parallel AF$. Доведено.

661. За теоремою про суму кутів опуклого п'ятикутника маємо: $180° \cdot (n - 2)$, $n = 5$; $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$. За умовою $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 540° : 5 = 108°$. Виконаємо додаткову побудову: бісектрису PC $\angle BCD$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle PCD = \angle BCD : 2$, $\angle PCD = 105° : 2 = 54°$. $\angle PCD + \angle CDE = 54° + 108° = 162° \neq 180°$. За ознакою паралельних прямих не має паралельних сторін.



662. За умовою AC — бісектриса $\angle BCD$. За означенням бісектриси кута маємо $\angle BCA = \angle ACD$. За означенням трапеції маємо: $BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні). Отже, ΔACD — рівнобедрений. $AD = DC$. MN — середня лінія трапеції. За теоремою Фалеса маємо: MP — середня лінія ΔBAC і PN — середня лінія ΔACD.



За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $BC = 2MP = 2 \cdot 7 = 14$ см, $AD = 2PN = 2 \cdot 11 = 22$ см. Отже, $AB = CD = AD = 22$ см. $P = AB + BC + CD + AD$, $P = 14 + 22 \cdot 3 = 14 + 66 = 80$ (см). *Відповідь*: $P = 80$ см.

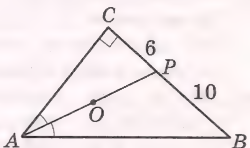
663. За умовою BD — медіана, проведена до гіпотенузи. За властивістю прямокутного трикутника маємо: $AC = 2BD$, $AC = 2 \cdot 13 = 26$ (см), $AD = DC = BD = 13$ см. За теоремою Піфагора маємо: $BD^2 = BN^2 + ND^2$, $ND^2 = BD^2 - BN^2$, $ND^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$, $ND = 5$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AN = AD - ND$, $AN = 13 - 5 = 8$ (см), $NC = ND + DC$, $NC = 13 + 5 = 18$ (см). BN — висота, проведена з вершини прямого кута. за властивістю метричних співвідношень в прямокутному трикутнику маємо: $AB^2 = AN \cdot AC$, $AB = \sqrt{AN \cdot AC}$; $AB = \sqrt{8 \cdot 26} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13} = 2 \cdot 2\sqrt{13} = 4\sqrt{13}$ (см); $BC^2 = NC \cdot AC$; $BC = \sqrt{NC \cdot AC}$; $BC = \sqrt{18 \cdot 26} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13} = 3 \cdot 2\sqrt{13} = 6\sqrt{13}$ (см). $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$; $P_{\Delta ABC} = 4\sqrt{13} + 6\sqrt{13} + 26 = 10\sqrt{13} + 26$ (см).

Відповідь: $10\sqrt{13} + 26$ см.

664. За умовою AP — бісектриса ΔABC.

За властивістю бісектриси кута маємо:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CP}{PB}; \quad \frac{AC}{AB} = \frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{10}_{\,5}}; \quad \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}.$$



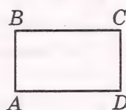
Нехай $AC = 3x$ (см), $AB = 5x$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $(5x)^2 = (3x)^2 + 16^2$; $25x^2 = 9x^2 + 256$; $25x^2 - 9x^2 = 256$; $16x^2 = 256$; $x^2 = 256 : 16$.

(За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CB = CP + PB$, $CB = 6 + 10 = 16$ (см).) $x^2 = 16$; $x = 4$. Отже, $AC = 4 \cdot 3 = 12$ (см), $CB = 5 \cdot 4 = 20$ (см). Розглянемо ΔACP — прямокутний ($\angle C = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AP^2 = AC^2 + CP^2$; $AP^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$; $AP = \sqrt{180} = \sqrt{9 \cdot 20} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 5} = 3 \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ (см).

Центом кола, описаного навколо прямокутного трикутника, є середина гіпотенузи. Отже, $R = \frac{1}{2}AP = \frac{6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$ (см). *Відповідь*: $R = 3\sqrt{5}$ см.

665. Нехай A_1, A_2, A_3, ..., A_{1000} — позначені точки, O — центр кола. Візьмемо дві діаметрально протилежні точки B і C. Розглянемо ΔBCA_1 (де і деяке число від 1 до 1000). Нехай A_i' — точка діаметрально протилежна точці A_i. Отже. BA_iCA_i' — паралелограм з центом у точці O. Звідси маємо: $BA_i = CA_i'$. З $\Delta\,\Delta CA_iA_i'$ згідно нерівності трикутника маємо: $CA_i + CA_i' \geq A_iA_i' = 2$ (діаметр). Отже, $CA_i + BA_i \geq 2$. Додавши отримані нами оцінки для усіх точок A_1, A_2, ..., A_{1000} маємо, що $(BA_1 + BA_2 + BA_3 + ... + + BA_{1000}) + (CA_1 + CA_2 + CA_3 + ... + CA_{1000}) \geq 2 \cdot 1000 = 2000$. Доведено.

666. Нехай дано прямокутник $ABCD$, $BC > AB$ на 5 см, $S_{ABCD} = 36$ см². Знайдемо AB, BC, CD, AD. Нехай $AB = x$ (см), $BC = x + 5$ (см), оскільки $S_{ABCD} = 36$ см², то складемо рівняння $x(x + 5) = 36$; $x^2 + 5x - 36 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = -9$ — не задовольняє умові $x > 0$. $AB = 4$ (см), $BC = 4 + 5 = 9$ (см). $AB = CD = 4$ см, $BC = AD = 9$ см (як протилежні сторони прямокутника).



Відповідь: $AB = CD = 4$ см, $BC = AD = 9$ см.

667. Нехай дано прямокутник $ABCD$, $AB : BC = 5 : 6$, $S_{ABCD} = 270$ см². Знайдемо AB, BC, CD, AD. Нехай x (см) — 1 частина, тоді $AB = 5x$ (см), $BC = = 6x$ (см), оскільки $S_{ABCD} = 270$ см², то складемо рівняння: $5x \cdot 6x = 270$; $30x^2 = 270$; $x^2 = 9$; $x = 3$. $AB = 5 \cdot 3 = 15$ (см), $BC = 6 \cdot 3 = 18$ (см), $AB = = CD = 15$ см і $BC = AD = 18$ см як протилежні сторони прямокутника. *Відповідь*: $AB = CD = 15$ см, $BC = AD = 18$ см.

668. а) $4 \cdot 3 = 12$ кв. од.; б) $10 \cdot 1{,}5 = 15$ кв. од.; в) $10 \cdot 2 = 20$ кв. од.; г) $4 \cdot 4 = 16$ кв. од.; ґ) $16 \cdot 1 = 16$ кв. од.; д) $6 \cdot 2 = 12$ кв. од.
Відповідь: рівновеликі прямокутники а) і д); г) і ґ).

669. Нехай дано квадрат $ABCD$, $AB = 12$ см, прямокутник $KMNP$, $KM = 8$ см, $S_{ABCD} = S_{KMNP}$. Знайдемо P_{KMNP}. $S_{ABCD} = AB^2$; $S_{ABCD} = 12^2 = 144$ см².
$S_{KMNP} = KM \cdot MN$, $144 = 8 \cdot MN$, $MN = 144 : 8$, $MN = 18$ см.
$P_{KMNP} = (KM + MN) \cdot 2$, $P_{KMNP} = (8 + 18) \cdot 2 = 52$ см.
Відповідь: $P_{KMNP} = 52$ см.

670. Нехай дано квадрат $ABCD$ і прямокутник $MNPG$, $MN = 2$ см, $NP = 32$ см, $S_{ABCD} = S_{MNPG}$. Знайдемо P_{ABCD}. $S_{MNPG} = MN \cdot NP$, $S_{MNPG} = 2 \cdot 32 = 64$ см². $S_{ABCD} = 64$ см², оскільки $ABCD$ — квадрат, то $AB = 8$ см. $P_{ABCD} = 4 \cdot AB$, $P_{ABCD} = 4 \cdot 8 = 32$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 32$ см.

671. Нехай дано прямокутник $a = 500$ м, $b = 400$ м, 1 га — 260 кг гороху. Чи вистачить 5 т гороху? $S_{\text{пр.}} = a \cdot b$, $S_{\text{пр}} = 500 \cdot 400 = 200\,000$ м² = 20 га. $260 \cdot 20 = 5200$ кг гороху потрібно, щоб засіяти поле. 5200 кг > 5 т. Отже, 5 т гороху не вистачить. *Відповідь*: ні, не вистачить.

672. Нехай дано прямокутник $a = 6$ м, $b = 3$ м, 1 плитка 15 см × 15 см, 1 контейнер — 160 плиток. Чи вистачить 5 контейнерів?
$S_{\text{пр.}} = a \cdot b$, $S_{\text{пр.}} = 6 \cdot 3 = 18$ м² = 180 000 см² — площа стіни.
$S_{\text{кв.}} = 15 \cdot 15 = 225$ см² — площа 1 плитки.
$160 \cdot 225 = 36\,000$ см² — площа всіх плиток в 1 контейнері.
$36\,000 \cdot 5 = 180\,000$ см² — площа всіх плиток в 5 контейнерах.
Оскільки S стіни дорівнює S всіх плиток, то даних плиток вистачить.
Відповідь: так, вистачить.

673. Нехай дано прямокутник $a = 6$ м, $b = 3$ м, на 1 м² — 180 г фарби. Чи вистачить 3 кг емалі? $S_{\text{пр.}} = a \cdot b$, $S_{\text{пр.}} = 6 \cdot 3 = 18$ м².
$180 \cdot 18 = 3240$ (г) = 3,24 (кг) — потрібно фарби. 3,24 кг > 3 кг, отже, 3 кг емалі не вистачить.
Відповідь: ні, не вистачить.

674. Нехай дано прямокутник $a = 35$ см, $b = 24$ см, $P = 0{,}0015$ Н/м². Знайдемо силу F. $F = S \cdot P$; $S_{пр.} = a \cdot b$, $S_{пр.} = 35 \cdot 24 = 840$ см² $= 0{,}084$ м². $F = 0{,}084 \cdot 0{,}0015 = 0{,}000126$ Н. *Відповідь*: $F = 0{,}000126$ Н.

675. Нехай дано прямокутник $a = 20$ мм, $b = 10$ мм, $P = 60$ Н/мм². Знайдемо навантаження, при якому стержень розірветься. $F = S \cdot P$; $S_{пр.} = a \cdot b$, $S_{пр.} = 20 \cdot 10 = 200$ мм²; $F = 200 \cdot 60 = 12\,000$ Н. *Відповідь*: $F = 12\,000$ Н.

676. Нехай дано прямокутник $ABCD$, AC — діагональ, $AC = d$, $\angle CAD = \alpha$. Знайдемо S_{ABCD}. $S_{ABCD} = AB \cdot BC$. Розглянемо ΔACD, $\angle D = 90°$.

$\cos\angle CAD = \dfrac{AD}{AC}$; $\cos\alpha = \dfrac{AD}{d}$; $AD = d\cos\alpha$;

$\sin\angle CAD = \dfrac{CD}{AC}$; $\sin\alpha = \dfrac{CD}{d}$; $CD = d\sin\alpha$; $\left.\begin{matrix} AB = CD = d\sin\alpha \\ BC = AD = d\cos\alpha \end{matrix}\right\}$ як протилежні сторони прямокутника.

$S_{ABCD} = d\sin\alpha \cdot d\cos\alpha = d^2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$. *Відповідь*: $S_{ABCD} = d^2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

677. Нехай дано прямокутник $ABCD$, $AD = 15$ см, $\angle CAD = 30°$. Знайдемо S_{ABCD}. $S_{ABCD} = AD \cdot DC$. Розглянемо ΔACD, $\angle D = 90°$. $\mathrm{tg}\,\angle CAD = \dfrac{CD}{AD}$; $\mathrm{tg}\,30° = \dfrac{CD}{15}$;

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{CD}{15}$; $CD = \dfrac{15}{\sqrt{3}} = \dfrac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$ см. $S_{ABCD} = 15 \cdot 5\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $S_{ABCD} = 75\sqrt{3}$ см²

678. 1) Нехай дано квадрати $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$, $AB : A_1B_1 = 3 : 4$. Знайдемо $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1}$. $S_{ABCD} = AB^2$, $AB = 3x$ (см); $S_{ABCD} = (3x)^2 = 9x^2$. $S_{A_1B_1C_1D_1} = (A_1B_1)^2$, $A_1B_1 = 4x$ (см); $S_{A_1B_1C_1D_1} = 16x^2$; $\dfrac{S_{ABCD}}{S_{A_1B_1C_1D_1}} = \dfrac{9x^2}{16x^2} = \dfrac{9}{16}$.

2) Нехай дано квадрати $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$, $AB : A_1B_1 = 2 : \sqrt{5}$. Знайдемо $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1}$. $S_{ABCD} = AB^2$, $AB = 2x$ (см); $S_{ABCD} = 4x^2$. $S_{A_1B_1C_1D_1} = (A_1B_1)^2$, $A_1B_1 = \sqrt{5}x$ (см); $S_{A_1B_1C_1D_1} = 5x^2$; $\dfrac{S_{ABCD}}{S_{A_1B_1C_1D_1}} = \dfrac{4x^2}{5x^2} = \dfrac{4}{5}$. *Відповідь*: 1) $\dfrac{9}{16}$; 2) $\dfrac{4}{5}$.

679. 1) Нехай дано квадрати $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$, $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1} = 25 : 36$. Знайдемо $AB : A_1B_1$. Оскільки $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1} = 25 : 36$, то $S_{ABCD} = 25x^2$, $S_{A_1B_1C_1D_1} = 36x^2$. $AB = 5x$, $A_1B_1 = 6x$; $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{5x}{6x} = \dfrac{5}{6}$.

2) Нехай дано квадрати $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$, $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1} = 3 : 49$. Знайдемо $AB : A_1B_1$. Оскільки $S_{ABCD} : S_{A_1B_1C_1D_1} = 3 : 49$, то $S_{ABCD} = 3x^2$, $S_{A_1B_1C_1D_1} = 49x^2$.

$AB = \sqrt{3}x$, $A_1B_1 = 7x$; $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{\sqrt{3}x}{7x} = \dfrac{\sqrt{3}}{7}$. *Відповідь*: 1) $\dfrac{5}{6}$; 2) $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$.

680. Нехай дано прямокутник $ABCD$, $AB = 28$ см, якщо BC зменшити на 5 см, як зміниться S_{ABCD}. Нехай початкова довжина $BC = x$ (см), тоді змінена $(x - 5)$ (см). $S_{ABCD} = AB \cdot BC$; $S_{ABCD} = 28x$; $S'_{ABCD} = AB \cdot BC'$; $S'_{ABCD} = 28 \cdot (x - 5) = 28x - 140$. Отже, площа зменшиться на 140 см². *Відповідь*: S_{ABCD} зменшиться на 140 см².

681. 1) Дано прямокутник із сторонами a і b, змінений прямокутник має сторони a і b'. $S_{пр.} = ab$; $b' = 3b$; $S'_{пр.} = ab' = a \cdot 3b = 3ab$;

$\frac{S'_{пр.}}{S_{пр.}} = \frac{3ab}{ab} = 3$. *Відповідь*: площа прямокутника збільшиться у 3 рази.

2) Дано прямокутник із сторонами a і b, змінений прямокутник має сторони a' і b'.

$S_{пр.} = a \cdot b$; $S'_{пр.} = a' \cdot b'$; $a' = 3a$, $b' = 3b$; $S'_{пр.} = 3a \cdot 3b = 9ab$; $\frac{S'_{пр.}}{S_{пр.}} = \frac{9ab}{ab} = 9$.

Відповідь: площа прямокутника збільшиться у 9 разів.

3) Дано прямокутник із сторонами a і b, змінений прямокутник має сторони a' і b'.

$S_{пр.} = a \cdot b$; $S'_{пр.} = a' \cdot b'$; $a' = 6a$, $b' = \frac{1}{3}b$; $S'_{пр.} = 6a \cdot \frac{1}{3}b = 2ab$; $\frac{S'_{пр.}}{S_{пр.}} = \frac{2ab}{ab} = 2$.

Відповідь: площа прямокутника збільшиться у 2 рази.

682. 1) Дано прямокутник із сторонами a і b, змінений прямокутник має сторони a' і b'.

$S_{пр.} = a \cdot b$; $S'_{пр.} = a' \cdot b'$; $a' = \frac{1}{4}a$, $b' = \frac{1}{2}b$; $S'_{пр.} = \frac{1}{4}a \cdot \frac{1}{2}b = \frac{1}{8}ab$;

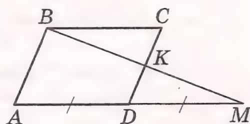
$\frac{S'_{пр.}}{S_{пр.}} = \frac{\frac{1}{8}ab}{ab} = \frac{1}{8}$. *Відповідь*: площа прямокутника зменшиться у 8 разів.

2) Дано прямокутник із сторонами a і b, змінений прямокутник має сторони a' і b'. $S_{пр.} = a \cdot b$; $S'_{пр.} = a' \cdot b'$; $a' = 4a$,

$b' = \frac{1}{4}b$; $S'_{пр.} = 4a \cdot \frac{1}{4}b = ab$; $\frac{S'_{пр.}}{S_{пр.}} = \frac{ab}{ab} = 1$.

Відповідь: площа прямокутника не зміниться.

683. Нехай $CD \cap BM$ = т. K. $S_{\Delta ABM} = S_{ABKD} + S_{\Delta DKM}$.

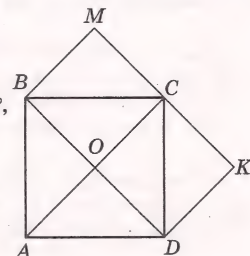


Розглянемо ΔBCK і ΔMDK. 1) $DM = BC$ (так як $DM = AD$, а $AD = BC$).

2) $\angle KDM = \angle KCB$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній CD.

3) $\angle KMD = \angle KBC$ як внутрішні різносторонні при BC AD і січній BM. Отже, $\Delta BCK = \Delta MDK$ за II ознакою рівності трикутників, тоді $S_{\Delta BCK} = S_{\Delta MDK}$. $S_{\Delta ABM} = S_{ABKD} + S_{\Delta BCK} = S_{ABCD}$. Тоді ΔABM і паралелограм $ABCD$ рівновеликі (мають рівні площі).

684. Розглянемо чотирикутник $BMCO$.



$\angle BMC = \angle BOC = 90°$.

$AC \perp BD$ як діагоналі квадрата $ABCD$.

$BO \parallel MC$, $AC \perp BO$, тоді $AC \perp MC$, $\angle OCM = 90°$, тоді $BMCO$ — прямокутник, $BO = OC$, тоді $BMCO$ — квадрат. BC — діагональ квадрата ділить квадрат на 2 рівних трикутника ($\Delta BMC = \Delta COB$). Аналогічно $CKDO$ — квадрат і $\Delta CKD = \Delta DOC$.

$S_{ABCD} = S_{\Delta BOC} + S_{\Delta COD} + S_{\Delta DOA} + S_{\Delta AOB}$.

$\Delta BOC = \Delta COD = \Delta DOA = \Delta AOB$ за III ознакою рівності трикутників.

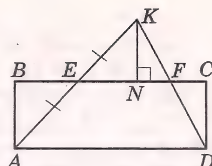
$S_{\Delta BOC} = S_{\Delta COD} = S_{\Delta DOA} = S_{\Delta AOB}$; $S_{ABCD} = 4S_{\Delta BOC} = 10$ см^2.

$S_{BMKD} = S_{\Delta BMC} + S_{\Delta BOC} + S_{\Delta COD} + S_{\Delta CDK}$.

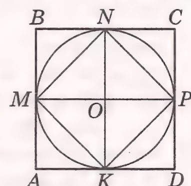
$\Delta BMC = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta CKD$, тоді $S_{\Delta BMC} = S_{\Delta BOC} = S_{\Delta COD} = S_{\Delta CKD}$;

$S_{BMKD} = 4S_{\Delta BOC} = 10$ см^2. *Відповідь*: $S_{BMKD} = 10$ см^2.

685. $S_{\triangle AKD} = S_{AEFD} + S_{\triangle EKF}$. Проведемо $KN \perp BC$. Розглянемо $\triangle ABE$ і $\triangle KNE$. 1) $\angle ABE = \angle KNE = 90°$.
2) $\angle AEB = \angle KEN$ як вертикальні.
3) $AE = EK$ за умовою.
Тоді $\triangle ABE = \triangle KNE$ за гіпотенузою і гострим кутом. $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle KNE}$. Розглянемо $\triangle KNF$ і $\triangle DCF$.
1) $\angle KNF = \angle DCN = 90°$. 2) $\angle KFN = \angle CFD$ як вертикальні. 3) $KN = CD$ ($AB = KN$ ($\triangle ABE = \triangle KNE$), $AB = CD$). Тоді $\triangle KNF = \triangle DCF$ за катетом і гострим кутом.
$S_{\triangle KNF} = S_{\triangle DCF}$. $S_{\triangle AKD} = S_{AEFD} + S_{\triangle EKN} + S_{\triangle KNF} = S_{AEFD} + S_{\triangle ABE} + S_{\triangle FCD} = S_{ABCD}$.



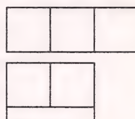
686. Нехай дано квадрат $ABCD$, коло $(O;\ r)$ — вписане у квадрат $ABCD$, квадрат $MNPK$ — вписаний у коло $(O;\ r)$. Знайдемо $\frac{S_{ABCD}}{S_{MNPK}}$.
Нехай радіус кола $r = x$ (см), тоді $NO = OP = OK = OM = x$ (см). $NK = NO + OK$, $NK = 2x$. Розглянемо $\triangle MNK$, $\angle M = 90°$ ($MNPK$ — квадрат), $MN = MK = a$ — сторона квадрата.



За теоремою Піфагора $MN^2 + MK^2 = NK^2$. $a^2 + a^2 = (2x)^2$; $2a^2 = 4x^2$; $a^2 = 2x^2$; $S_{MNPK} = a^2 = 2x^2$. Розглянемо чотирикутник $ABNK$.
$ABNK$ — прямокутник, тоді $AB = NK = 2x$.

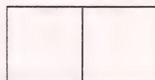
$S_{ABCD} = AB^2$, $S_{ABCD} = (2x)^2 = 4x^2$. $\frac{S_{ABCD}}{S_{MNPK}} = \frac{4x^2}{2x^2} = 2$. *Відповідь*: у 2 рази.

687. Нехай дано прямокутник, $S_{пр.} = 12$ см^2. Скільки квадратів, S яких дорівнює 4 см^2? Нехай сторони даного прямокутника a і b, тоді можливі варіанти: 1) $a = 1$ см, $b = 12$ см. З прямокутника із такими сторонами неможливо вирізати квадрати $S = 4$ см^2 (так як сторона такого квадрата 2см). 2) $a = 2$ см, $b = 6$ см. З такого прямокутника можна вирізати 3 квадрата.
3) $a = 3$ см. $b = 4$ см. З такого прямокутника можна вирізати 2 квадрата.



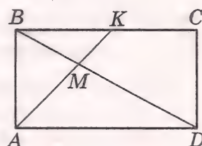
Відповідь: 1) 0 квадратів; 2) 3 квадрата; 3) 2 квадрата.

688. Нехай дано прямокутник, $S_{пр.} = 18$ см^2. Скільки квадратів із стороною 3 см можна вирізати з прямокутника? Нехай сторони даного прямокутник a і b, тоді можливі варіанти:
1) $a = 1$ см, $b = 18$ см, з прямокутника із такими сторонами неможливо вирізати квадрат із стороною 3 см.
2) $a = 2$ см, $b = 9$ см, з такого прямокутника неможливо вирізати квадрат із стороною 3 см.
3) $a = 3$ см, $b = 6$ см, з такого прямокутника можна вирізати 2 квадрата із стороною 3 см.



Відповідь: 0 квадратів або 2 квадрата.

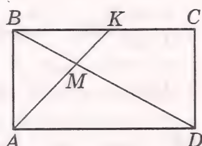
689. Нехай дано прямокутник $ABCD$, BD — діагональ, AK — бісектриса $\angle A$, $BD \cap AK =$ т. M, $BM : MD = 2 : 7$, $P_{ABCD} = 108$ см. Знайдемо S_{ABCD}.
Розглянемо $\triangle ABD$, оскільки AM — бісектриса $\angle A$, то за властивістю бісектриси трикутника
$\frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MD} = \frac{2}{7}$.



Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = 2x$ (см), $AD = 7x$ (см), оскільки $P_{ABCD} = 108$ см, то складемо рівняння: $(2x + 7x) \cdot 2 = 108$; $18x = 108$; $x = 108 : 18$; $x = 6$.

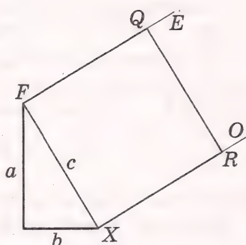
$AB = 2 \cdot 6 = 12$ см, $AD = 2 \cdot 7 = 14$ см. $S_{ABCD} = AB \cdot AD$, $S_{ABCD} = 12 \cdot 14 = 168$ см^2. *Відповідь*: $S_{ABCD} = 168$ см^2.

690. Нехай дано прямокутник $ABCD$, AK — бісектриса $\angle A$, $AK \cap BD =$ т. M, $BM : MD = 1 : 4$, BD — діагональ, $S_{ABCD} = 36$ см^2. Знайдемо P_{ABCD}. Розглянемо ΔABD, оскільки AM — бісектриса $\angle A$, то за властивістю бісектриси трикутника $\frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MD} = \frac{1}{4}$.



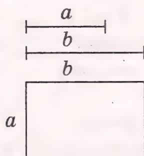
Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = x$ (см), $AD = 4x$ (см), оскільки $S_{ABCD} = 36$ см^2, то складемо рівняння: $x \cdot 4x = 36$; $4x^2 = 36$; $x^2 = 9$; $x = 3$. $AB = 3$ (см), $AD = 4 \cdot 3 = 12$ (см). $P_{ABCD} = (AB + AD) \cdot 2$; $P_{ABCD} = (3 + 12) \cdot 2 = 30$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 30$ см.

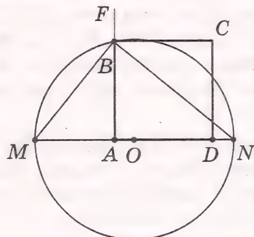
691. Нехай дано квадрат $ABCD$, квадрат $MKNP$, побудуємо квадрат $FQTX$ такий, що $S_{FQRX} = S_{ABCD} + S_{MKNP}$. Нехай сторона квадрата $ABCD$ — a, сторона квадрата $MKNP$ — b, сторона квадрата $FQRX$ — c. $S_{FQRX} = c^2$; $S_{ABCD} = a^2$; $S_{MKNP} = b^2$. $c^2 = a^2 + b^2$. Побудуємо прямокутний трикутник за катетами a і b, тоді гіпотенуза c є стороною шуканого квадрата $FQRX$.



1) $FE \perp EX$, на EF відкладаємо $FQ = c$.
2) $XO \perp FX$, на XO відкладаємо $XR = c$.
3) $FQRX$ — шуканий квадрат.

692. *Дано*:





Побудувати: $ABCD$ — квадрат, $S_{ABCD} = ab$.

Побудова. 1) Нехай сторона квадрата $AB = x$, тоді $S_{ABCD} = x^2$, оскільки $S_{ABCD} = ab$, то $x^2 = ab$, $x = \sqrt{ab}$.

2) Побудуємо відрізок x, довжина якого $\sqrt{ab}$:

а) відкладемо відрізок $MN = a + b$;

б) проведемо коло (O; $R = MO$), т. O — середина MN;

в) на MN позначимо т. A так, що $MA = a$;

г) з т. A проведемо перпендикуляр $AF \perp MN$, $AF \cap$ коло (O; R) = т. B;

д) ΔMBN — прямокутний трикутник, BA — висота, тоді $BA = \sqrt{ab}$.

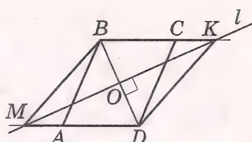
3) AB — сторона шуканого квадрата.

4) Коло (A; $R = AB$) $\cap MN =$ т. D.

5) Коло (B; $R = AB$) і коло (D; $R = AB$) перетинаються у т. C.

6) $ABCD$ — шуканий квадрат.

693. Розглянемо ΔBOK і ΔDOM. 1) $\angle BOK = \angle DOM = 90°$ (за умовою). 2) $BO = OD$ (MK — серединний перпендикуляр). 3) $\angle KBO = \angle MDO$ (як внутрішні різносторонні при $BK \parallel MD$ і січній BD). Отже, $\Delta BOK = \Delta DOM$ за катетом і гострим кутом, з цього випливає, що $OK = OM$. Розглянемо чотирикутник $MBKD$: BD і MK — діагоналі, перетинаються в т. O і цією точкою діляться навпіл $BO = OD$, $MO = OK$, тоді цей чотирикутник — паралелограм. $BD \perp MK$ за умовою, тоді паралелограм $MBKD$ є ромбом. *Відповідь*: $MBKD$ — ромб.



694. Розглянемо ΔAMD: $BC \parallel AD$ за умовою, тоді $\Delta BMC \sim \Delta AMD$, з цього випливає

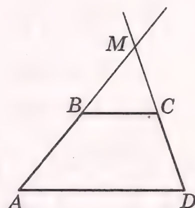
$$\frac{BM}{AM} = \frac{MC}{MD} = \frac{BC}{AD} = \frac{3}{4}.$$

$\frac{BM}{AM} = \frac{3}{4}$. $AM = AB + BM$, $AM = 6 + BM$,

$\frac{BM}{6 + BM} = \frac{3}{4}$, $4BM = 3(6 + BM)$, $4BM = 18 + 3BM$,

$4BM - 3BM = 18$, $BM = 18$ см. $AM = 6 + 18 = 24$ см.

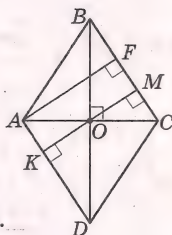
Відповідь: $AM = 24$ см.



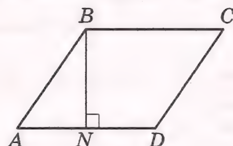
695. Нехай дано ромб $ABCD$, $AB = 8$ см, $\angle ABC = 30°$, AC і BD — діагоналі, $AC \cap BD =$ т. O, $OK \perp AD$. Знайдемо OK. $\angle ABC = \angle ADC = 30°$ (як протилежні кути ромба). Проведемо $OM \perp BC$, тоді KM — висота ромба $ABCD$. З вершини A проведемо висоту AF. Розглянемо ΔABF, $\angle F = 90°$, $\angle B = 30°$, $AB = 8$ см, AF — катет, що лежить напроти кута 30°, тоді $AF = \frac{1}{2}AB$.

$AF = 8 : 2 = 4$ см. $AF = KM = 4$ см (як висоти ромба).

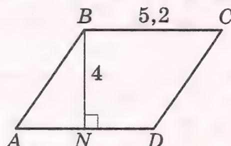
$OK = \frac{1}{2}KM = 4 : 2 = 2$ см. *Відповідь*: $OK = 2$ см.



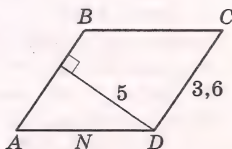
697. $S = a \cdot h_a$, де $a = AD = 14$ см,
$h_a = BN = 6$ см.
$S = 14 \cdot 6 = 84$ (см²).
Відповідь: $S = 84$ см².



698. а) $S = a \cdot h_a$, де
$a = AD = BC = 5{,}2$ см, $h_a = BN = 4$ см.
$S = 5{,}2 \cdot 4 = 20{,}8$ (см²).
Відповідь: $S = 20{,}8$ см².



б) $S = a \cdot h_a$, де $a = AB = CD = 3{,}6$ см,
$h_a = ND = 5$ см. $S = 3{,}6 \cdot 5 = 18$ (см²).
Відповідь: $S = 18$ см².



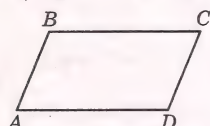
699. а) $S = a \cdot h_a$, $a = 5$, $h_a = 2$, $S = 5 \cdot 2 = 10$;
б) $a = 2$, $b = 4$, $S = a \cdot b$, $S = 2 \cdot 4 = 8$;
в) $S = a \cdot h_a$, $a = 4$, $h_a = 2$, $S = 4 \cdot 2 = 8$;
г) $S = a \cdot h_a$, $a = 2$, $h_a = 3$, $S = 2 \cdot 3 = 6$;
ґ) $S = a \cdot h_a$, $a = 4$, $h_a = 2$, $S = 2 \cdot 4 = 8$;

д) $S = a \cdot h_a$, $a = 6$, $h_a = 1$, $S = 6 \cdot 1 = 6$;
е) $S = a \cdot b$; $a = 2$, $b = 3$, $S = 2 \cdot 3 = 6$;
є) $S = a \cdot h_a$, $a = 1$, $h_a = 4$, $S = 1 \cdot 4 = 4$;
ж) $S = a \cdot h_a$, $a = 8$, $h_a = 1$, $S = 1 \cdot 1 = 8$.
Рівновеликі I. б), в), ґ), ж); II. г), д), е).

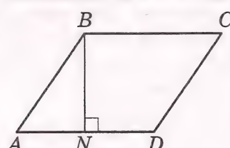
700. а) $S_ф = \frac{1}{4}S$; б) $S_ф = \frac{1}{9}S$;

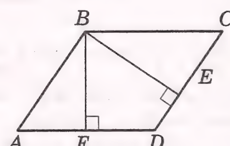
в) $S_ф = a \cdot h_a$; $a = \frac{1}{2}CD$; $h_a = h_{ABCD}$;

$S_ф = \frac{1}{2}S$; г) $S_ф = \frac{1}{2}S$; ґ) $S_ф = \frac{1}{2}S$.



701. $S = a \cdot h_a$; $a = AD = 3{,}4$ см;
$h_a = BN$; $17 = 3{,}4 \cdot BN$;
$BN = 17 : 3{,}4 = 170 : 34 = 5$ (см).
Відповідь: $BN = 5$ см.





702. $S = a \cdot h_a$; $a = AD$; $h_a = BF$; $40 = 4 \cdot AD$;
$AD = 40 : 4 = 10$ (см). $a = DC$; $h_a = BE$;
$40 = 5 \cdot DC$; $DC = 40 : 5 = 8$ (см).
Відповідь: 10 см, 8 см.

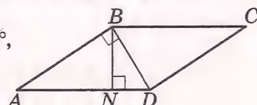
703.

a	6,2 см	16 дм	6 м
h	7 см	4 см	0,9 м
S	43,4 см²	64 дм²	5,4 м²

а) $S = 6{,}2 \cdot 7 = 43{,}4$ (см²) б) $h = 64 : 16 = 4$ (см);
в) $a = 5{,}4 : 0{,}9 = 54 : 9 = 6$ (м).

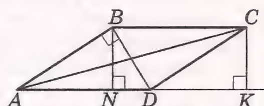
704. а) I. *Дано*: $ABCD$ — паралелограм, $AD = 10$ см, $CD = 15$ см. BF, BE — висоти, $BF = 6$ см, $BF \perp AD$, $BE \perp CD$. *Знайти*: BE.
Розв'язання. $S = a \cdot h_a$; $a = AD$; $h_a = BF$;
$S = 10 \cdot 6 = 60$ (см²).
$a = CD$; $h_a = BE$; $60 = 15 \cdot BE$; $BE = 60 : 15 = 4$ (см).
II. *Дано*: $ABCD$ — паралелограм, $AD = 10$ см, $CD = 15$ см, BF і BE — висоти, $BF \perp AD$, $BE \perp CD$, $BE = 6$ см. *Знайти*: BF.
Розв'язання. $S = a \cdot h_a$; $a = CD$; $h_a = BE$; $S = 15 \cdot 6 = 90$ (см)².
$a = AD$; $h_a = BF$; $90 = 10 \cdot BF$; $BF = 90 : 10 = 9$ (см). *Відповідь*: 4 см або 9 см.
б) I. *Дано*: $ABCD$ — паралелограм, $AD = 10$ см, $CD = 15$ см. BF, BE — висоти, $BF \perp AD$, $BE \perp CD$, $BF = 12$ см, *Знайти*: BE.
Розв'язання. $S = a \cdot h_a$; $a = AD$; $h_a = BF$; $S = 10 \cdot 12 = 120$ (см²).
$a = CD$; $h_a = BE$; $120 = 15 \cdot BE$; $BE = 120 : 15$; $BE = 8$ (см).
II. *Дано*: $ABCD$ — паралелограм, $AD = 10$ см, $CD = 15$ см, BF і BE — висоти, $BF \perp AD$, $BE \perp CD$, $BE = 12$ см. *Знайти*: BF.
Розв'язання. $S = a \cdot h_a$; $a = CD$; $h_a = BE$; $S = 15 \cdot 12 = 180$ (см)².
$a = AD$; $h_a = BF$; $180 = 10 \cdot BF$; $BF = 180 : 10$; $BF = 18$ (см).
Відповідь: 8 см або 18 см.

705. Розглянемо $\triangle ABD$ — прямокутний ($\angle B = 90°$, тому що $BD \perp AB$). За теоремою Піфагора маємо: $AD^2 = AB^2 + BD^2$; $BD^2 = AD^2 - AB^2$;



$BD^2 = 25^2 - 15^2 = (25 - 15) \cdot (25 + 15) = 10 \cdot 40 = 400$; $BD = 20$ (см). $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD}$. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $AB^2 = AN \cdot AD$; $15^2 = AN \cdot 25$; $225 = AN \cdot 25$; $AN = 225 : 25$; $AN = 9$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - AN$; $ND = 25 - 9 = 16$ (см). $BN^2 = AN \cdot ND$; $BN^2 = 16 \cdot 9$; $BN = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$ (см). $S_{ABCD} = a \cdot h_a$; $a = AD = 25$ см; $h_a = BN = 12$ см. $S_{ABCD} = 25 \cdot 12 = 300$ (см²).
Відповідь: $S_{ABCD} = 300$ см².

706. Виконаємо додаткові побудови: висоти BN ($BN \perp AD$) і CK ($CK \perp AD$). Розглянемо ΔANB і ΔDKC ($\angle BNA = \angle CKD = 90°$), $AB = CD$ (протилежні сторони паралелограма), $AB \parallel CD$, AK — січна.



За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BAN = \angle CDK$ (відповідні). За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta ANB = \Delta DKC$. За властивістю рівних фігур маємо: $AN = DK$. Нехай $AN = x$ см, $DK = x$ см. Розглянемо ΔBND — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $BD^2 = BN^2 + ND^2$, $BN^2 = BD^2 - ND^2$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - AN$, $ND = AD - x$. $BN^2 = 24^2 - (AD - x)^2$. Розглянемо ΔAKC — прямокутний ($\angle K = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AK^2 + CK^2$. $BN = CK$ — висоти паралелограма, проведені до сторони AD. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AK = AD + DK$; $AK = AD + x$. $CK^2 = AC^2 - AK^2$, $CK^2 = 26^2 - (AD + x)^2$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $24^2 - (AD - x)^2 = 26^2 - (AD + x)^2$;
$576 - AD^2 + 2AD \cdot x - x^2 = 676 - AD^2 - 2AD \cdot x - x^2$;
$676 - \cancel{AD^2} - 2AD \cdot x - \cancel{x^2} - 576 + \cancel{AD^2} - 2AD \cdot x + \cancel{x^2} = 0$;
$100 - 4AD \cdot x = 0$; $4AD \cdot x = 100$; $AD \cdot x = 100 : 4$; $AD \cdot x = 25$. Розглянемо ΔABD — прямокутний ($\angle B = 90°$, тому що $BD \perp AB$). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо:
$AB^2 = AN \cdot ND$, $AB^2 = x \cdot AD$, $AB^2 = 25$; $AB = 5$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AD^2 = AB^2 + BD^2$, $AD^2 = 5^2 + 24^2 = 25 + 576 = 601$; $AD = \sqrt{601}$ см.

$$AB^2 = AN \cdot AD;\ 25 = AN \cdot \sqrt{601};\quad AN = \frac{25}{\sqrt{601}} = \frac{25\sqrt{601}}{601} \text{ (см).}$$

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - AN$.

$$ND = \sqrt{601} - \frac{25}{\sqrt{601}} = \frac{601 - 25}{\sqrt{601}} = \frac{576}{\sqrt{601}} = \frac{576\sqrt{601}}{601} \text{ см); } BN^2 = AN \cdot ND;$$

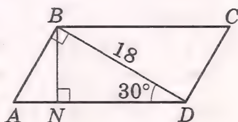
$$BN^2 = \frac{25\sqrt{601}}{601} \cdot \frac{576\sqrt{601}}{601} = \frac{25 \cdot 576 \cdot \cancel{601}}{601^{\cancel{2}}} = \frac{25 \cdot 576}{601};$$

$$BN = \frac{5 \cdot 24}{\sqrt{601}} = \frac{120}{\sqrt{601}} = \frac{120\sqrt{601}}{601} \text{ (см).}$$

$$S_{ABCD} = BN \cdot AD;\ {}_{ABCD} = \frac{\sqrt{601} \cdot 120\sqrt{601}}{601} = \frac{120 \cdot \cancel{601}}{\cancel{601}} = 120 \text{ (см}^2\text{).}$$

Відповідь: $S_{ABCD} = 120$ см².

707. Розглянемо ΔABD — прямокутний ($\angle B = 90°$, тому що $AB \perp BD$). За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30° маємо: $AD = 2AB$. Нехай $AB = x$ см, тоді $AD = 2x$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AD^2 = AB^2 + BD^2$.

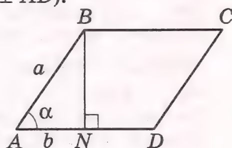


Складемо і розв'яжемо рівняння: $(2x)^2 = x^2 + 18^2$; $4x^2 - x^2 = 18^2$; $3x^2 = 324$; $x^2 = 324 : 3$; $x^2 = 108$; $x = \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$. Отже, $AB = 6\sqrt{3}$ см, $AD = 2 \cdot 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ (см). ΔBND — прямокутний ($\angle N = 90°$). За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $BN = \frac{1}{2}BD$;

$BN = 18 : 2 = 9$ (см). $S_{ABCD} = BN \cdot AD$; $S_{ABCD} = 9 \cdot 12\sqrt{3} = 108\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: $S_{ABCD} = 108\sqrt{3}$ см².

708. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За означенням синуса кута маємо:

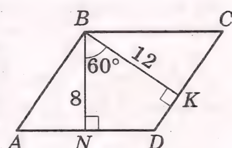


$\sin \angle A = \frac{BN}{AB}$; $\sin \alpha = \frac{BN}{a}$;

$BN = a \sin \alpha$. $S_{ABCD} = BN \cdot AD$, $S_{ABCD} = ab \sin \alpha$.

Відповідь: $S = ab \sin \alpha$.

709. Розглянемо чотирикутник $NBKD$, $\angle N = \angle K = 90°$, $\angle B = 60°$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle N + \angle B + \angle K + \angle D = 360°$, $\angle D = 360° - (90° + 90° + 60°) = 360° - 240° = 120°$. За властивістю кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони. маємо: $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle A = 180° - 120° = 60°$. За властивістю протилежних кутів паралелограма маємо: $\angle A = \angle C = 60°$. Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B = 90° - 60° = 30°$. За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $AN = 2AN$. Нехай $AN = x$ см, тоді $AB = 2x$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $(2x)^2 = x^2 + 8^2$; $4x^2 - x^2 = 64$; $3x^2 = 64$;

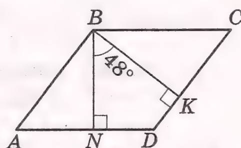


$x^2 = \frac{64}{3}$; $x = \sqrt{\frac{64}{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. Отже, $AB = \frac{2 \cdot 8\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ (см). $S = a \cdot h_a$;

$a = CD = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ см; $h_a = BK = 12$ см; $S_{ABCD} = \frac{16\sqrt{3} \cdot \cancel{12}^4}{\cancel{3}} = 64\sqrt{3}$ (см²).

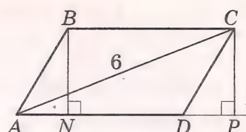
Відповідь: $S_{ABCD} = 64\sqrt{3}$ см².

710. Розглянемо чотирикутник $NBKD$. За теоремою про суму кутів чотирикутника маємо: $\angle N + \angle B + \angle K + \angle D = 360°$, $\angle D = 360° - (90° + 90° + 45°) = 360° - 225° = 135°$. За властивістю кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони. маємо: $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle A = 180° - 135° = 45°$.



Розглянемо ΔANB — прямокутний ($N = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутник маємо: $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B = 90° - 45° = 45°$. Отже, ΔANB — прямокутний, рівнобедрений, $\angle N = 90°$, $AN = NB$. Нехай $AN = NB = x$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB$; $x^2 + x^2 = 14^2$; $2x^2 = 196$; $x^2 = 196 : 2 = 98$; $x = \sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$. Отже, $AN = NB = 7\sqrt{2}$ см. $S_{ABCD} = BN \cdot AD$; $NB = 7\sqrt{2}$ см; $AD = BC = 20$ см; $S_{ABCD} = 7\sqrt{2} \cdot 20 = 140\sqrt{2}$ (см²). *Відповідь*: $S_{ABCD} = 140\sqrt{2}$ см².

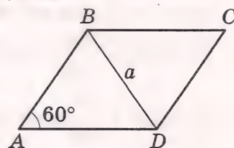
711. Виконаємо додаткову побудову: висоту CP ($CP \perp AD$). Розглянемо ΔAPC — прямокутний ($\angle P = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AP^2 + CP^2$, $CP = BN$ — висоти, $AP^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$, $AP = 8$ см. Розглянемо ΔANB і ΔDPC — прямокутні ($\angle ANB = \angle CPD = 90°$), $AB = CD$ — сторони ромба, $BN = CP$. За ознакою рівності прямокутних трикутників маємо: $\Delta ANB = \Delta DPC$. За властивістю рівних фігур маємо: $NA = DP$. Нехай $AN = DP = x$ см, $AB = a$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AP = AD + DP$, $a + x = 8$ (см). Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$, $a^2 = x^2 + 6^2$; $a^2 - x^2 = 36$. Складемо і розв'яжемо систему рівнянь: $\begin{cases} a + x = 8, \\ a^2 - x^2 = 36; \end{cases}$ $\begin{cases} a + x = 8, \\ (a - x)(a + x) = 36; \end{cases}$ $\begin{cases} a + x = 8, \\ 8(a - x) = 36; \end{cases}$



$\begin{cases} a + x = 8, \\ (a - x) = \dfrac{\not{36}^{\,9}}{\not{8}_{\,4}}; \end{cases}$ $+\begin{cases} a + x = 8, \\ (a - x) = 4,5; \end{cases}$ $\overline{2a = 12,5;}$ $a = 12,5 : 2 = 6,25$.

Отже, $AB = 6,25$ см. $S_{ABCD} = AD \cdot BN$; $AD = AB = 6,25$; $BN = 6$ см. $S_{ABCD} = 6,25 \cdot 6 = 37,5$ (см^2). *Відповідь*: $S_{ABCD} = 37,5$ см^2.

712. За умовою $ABCD$ — ромб, за означенням ромба маємо: $AB = AD$. Розглянемо ΔABD — рівнобедрений. За умовою $\angle A = 60°$. Отже, за властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо:



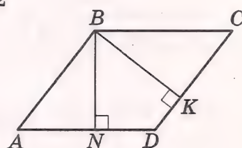
$\angle B = \angle D = (180° - 60°) : 2 = 120° : 2 = 60°$.

$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$; $S_{ABCD} = a \cdot a \sin 60° = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

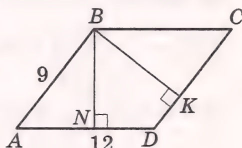
Відповідь: $S_{ABCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

713. Доведення. $S = a \cdot h_a$; $S = BN \cdot AD$; $S = BK \cdot CD$; $BN \cdot AD = BK \cdot CD$;

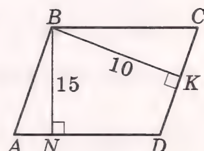
$\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{BK}{BN}$. Доведено.



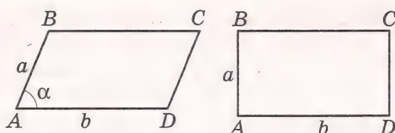
714. $S = a \cdot h_a$; $S = BN \cdot AD$; $S = BK \cdot CD$. За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо: $AB = CD = 9$ см. Складемо і розв'яжемо рівняння: $BN \cdot AD = BK \cdot CD$. За умовою $BN + BK = 14$ см. Нехай $BN = x$ см, тоді $BK = 14 - x$ (см). $x \cdot 12 = (14 - x) \cdot 9$; $12x = 126 - 9x$; $12x + 9x = 126$; $21x = 126$; $x = 126 : 21$; $x = 6$. Отже, $BN = 6$ см. $S = 6 \cdot 12 = 72$ (см^2). *Відповідь*: $S_{ABCD} = 72$ см^2.



715. $S = a \cdot h_a$; $S = BN \cdot AD$; $S = BK \cdot CD$. За умовою $AD - AB = 12$ см. Нехай $AB = x$ см, тоді $AD = x + 12$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння: $15 \cdot (x + 12) = 10 \cdot x$; $15x + 180 = 10x$; $15x - 10x = 180$; $5x = 180$; $x = 180 : 5$; $x = 36$. Отже, $AB = 36$ см. $S = 36 \cdot 10 = 360$ (см^2). *Відповідь*: $S_{ABCD} = 360$ см^2.



716. $.S = a \cdot b \cdot \sin\alpha$; $0 < \sin\alpha \le 1$. $\sin\alpha = 1$, тоді коли кут між сторонами прямий, отже, найбільшу площу має прямокутник. Доведено.



717. Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + CB^2$,
$AB^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$, $AB = 25$ см.
За умовою AM — бісектриса. За властивістю бісектриси кута маємо: $\frac{AC}{AB} = \frac{CM}{MB}$.

Нехай $CM = x$ см, тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо: $MB = CB - CM$, $MB = 24 - x$ (см). Складемо і розв'яжемо рівняння:

$\frac{7}{25} = \frac{x}{24 - x}$; $7(24 - x) = 25x$; $7 \cdot 24 - 7x = 25x$; $7 \cdot 24 = 7x + 25x$;

$32x = 7 \cdot 24$; $x = \frac{7 \cdot \not{24}^{\,3}}{\not{32}_{\,4}} = \frac{21}{4}$. Отже, $CM = \frac{21}{4}$ (см). Розглянемо ΔACM — прямокутний ($\angle C = 90°$). За означенням тригонометричних функцій гострого кута маємо: Аналогічно з прямокутного трикутника ABC маємо:

$\sin\angle BAC = \frac{CB}{AB}$; $\sin\angle AMC = \frac{AC}{AM}$; $\cos\angle BAC = \frac{AC}{AB}$; $\cos\angle AMC = \frac{CM}{AM}$;

$\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{CB}{AC}$; $\operatorname{tg}\angle AMC = \frac{AC}{CM}$; $\operatorname{ctg}\angle BAC = \frac{AC}{CB}$; $\operatorname{ctg}\angle AMC = \frac{CM}{AC}$;

$\sin\angle BAC = \frac{24}{25}$; $\sin\angle AMC = \frac{7}{1} : \frac{35}{4}$; $\cos\angle BAC = \frac{7}{25}$; $\cos\angle AMC = \frac{21}{4} : \frac{35}{4}$;

$\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$; $\operatorname{tg}\angle AMC = \frac{7}{4} : \frac{21}{4} = \frac{\not{7} \cdot 4}{\not{21}_{\,3}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; $\operatorname{ctg}\angle BAC = \frac{7}{24}$;

$\operatorname{ctg}\angle AMC = \frac{21}{4} : 7 = \frac{\not{21}^{\,3}}{4 \cdot \not{7}} = \frac{3}{4}$.

Розглянемо ΔACM — прямокутний ($\angle C = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо: $AM^2 = AC^2 + CM^2$;

$AM^2 = 7^2 + \left(\frac{21}{4}\right)^2 = 49^{\backslash 16} + \frac{441}{16} = \frac{784 + 441}{16} = \frac{1225}{16}$; $AM = \frac{35}{4}$ (см).

$\sin\angle BAC = \frac{24}{25}$; $\sin\angle AMC = \frac{7}{1} : \frac{35}{4} = \frac{\not{7} \cdot 4}{1 \cdot \not{35}_{\,5}} = \frac{4}{5}$; $\cos\angle BAC = \frac{7}{25}$;

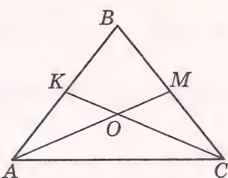
$\cos\angle AMC = \frac{{}^{3}\not{21} \cdot \not{4}}{\not{4} \cdot \not{35}_{\,5}} = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$; $\operatorname{tg}\angle AMC = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;

$\operatorname{ctg}\angle BAC = \frac{7}{24}$; $\operatorname{ctg}\angle AMC = \frac{3}{4}$.

Відповідь: $\sin\angle BAC = \frac{24}{25}$; $\cos\angle BAC = \frac{7}{25}$; $\operatorname{tg}\angle BAC = 3\frac{3}{7}$; $\operatorname{ctg}\angle BAC = \frac{7}{24}$;

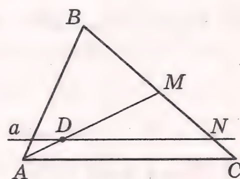
$\sin\angle AMC = \frac{4}{5}$; $\cos\angle AMC = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg}\angle AMC = 1\frac{1}{3}$; $\operatorname{ctg}\angle AMC = \frac{3}{4}$.

718. Розглянемо ΔABM і ΔCBK. $\angle B$ — спільний кут, $AB = BC$ (за умовою ΔABC — рівнобедрений), $BM = KB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$ (за означенням медіани трикутника). За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ABM = \Delta CBK$. За властивістю рівних фігур маємо: $AM = KC$. За властивістю медіани трикутника маємо:



$AO = \frac{2}{3}AM$ і $OC = \frac{2}{3}AC$. Отже, $AO = OC$, тому ΔAOC — рівнобедрений ($AO = OC$). $AO = \frac{2}{3}AM$; $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{21}{1} = 14$ (см). *Відповідь*: $AO = 14$ см.

719. За умовою AM — медіана. За означенням медіани трикутника маємо: $BM = MC = \frac{1}{2}BC$.



Нехай $BC = x$, тоді $BM = \frac{x}{2}$, $MC = \frac{x}{2}$.

За умовою $AD : DM = 1 : 3$. Нехай $AD = y$, $DM = 3y$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AM = AD + DM$, $AM = y + 3y = 4y$.

Розглянемо ΔDMN і ΔAMC. За умовою $DN \parallel AC$, отже, $\Delta DMN \sim \Delta AMC$.

$$\frac{DM}{AM} = \frac{MN}{MC}; \quad \frac{3y}{4y} = \frac{MN}{\frac{x}{2}}; \quad MN = \frac{3 \cdot \frac{x}{2}}{4} = \frac{3x}{8}.$$

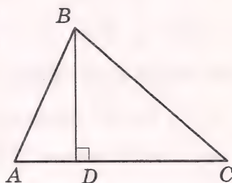
За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $NC = MC - MN$; $BN = BM + MN$; $NC = \frac{x}{2} - \frac{3x}{8} = \frac{4x - 3x}{8} = \frac{x}{8}$; $BN = \frac{x}{2} + \frac{3x}{8} = \frac{4x + 3x}{8} = \frac{7x}{8}$;

$NC : BN = \frac{x}{8} : \frac{7x}{8} = \frac{x \cdot 8}{8 \cdot 7x} = \frac{1}{7}$. *Відповідь*: $NC : BN = 1 : 7$.

720. Обираємо на площині довільну точку A, через яку проводимо 27 прямих, паралельних діагоналям опуклого дев'ятикутника. Ці прямі розбивають площину на $27 \cdot 2 = 54$ кута, сума величин яких дорівнює $360°$. Тобто знайдеться один кут, величина якого буде менша ніж

$$\frac{360°}{54} = \frac{40}{6} = 6\frac{2}{3} < 7.$$

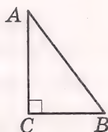
721. Нехай дано ΔABC, $BD = 2{,}5$ см, BD — висота, $AC = 12$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BD \cdot AC$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 12 = 15$ см².

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 15$ см².

722. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC = 18$ см, $CB = 10$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot CB$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10 = 90$ см².

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 90$м².

723. а) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$ од. кв.; б) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ од. кв.;

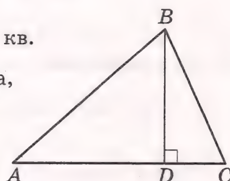
в) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ од. кв.; г) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 10$ од. кв.;

ґ) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$ од. кв.; д) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ од. кв.

Рівновеликі трикутника: а) і г); б) і в); ґ) і д).

724. а) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ од. кв.; б) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$ од. кв.;

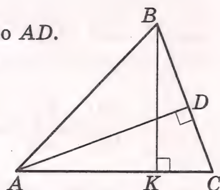
в) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ од. кв.; г) $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ од. кв.



725. Нехай дано ΔABC, $S_{\Delta ABC} = 48$ см², BD — висота, $BD = 8$ см. Знайдемо AC.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$; $48 = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 8$; $48 = 4AC$;

$AC = 12$ см. *Відповідь*: $AC = 12$ см.



726. Нехай дано ΔABC, $AC = 24$ см, $BC = 9$ см, BK — висота, $BK = 6$ см, AD — висота. Знайдемо AD.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BK$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 6 = 72$ см²;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD$; $72 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot AD$; $144 = 9 \cdot AD$;

$AD = 144 : 9$; $AD = 16$ см.

Відповідь: $AD = 16$ см.

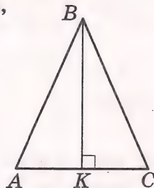
727.

a	2,4 см	9 дм	26 м
h	4 см	18 дм	5 м
S	4,8 см²	81 дм²	65 м²

1) $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$; $S = \frac{1}{2} \cdot 2{,}4 \cdot 4 = 4{,}8$ см²;

2) $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$; $81 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot h$; $162 = 9h$; $h = 162 : 9$; $h = 18$ дм;

3) $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$; $65 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5$; $130 = a \cdot 5$; $a = 130 : 5$; $a = 26$ м.



728. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 13$ см, $AC = 24$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABCD}$. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$.

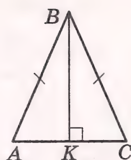
Оскільки висота BK проведена до основи, то BK є медіаною, тоді $AK = KC = \frac{1}{2} AC = 24 : 2 = 12$ см.

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $13^2 = 12^2 + BK^2$; $BK^2 = 169 - 144$;

$BK^2 = 25$; $BK = 5$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 24 = 60$ см².

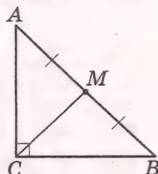
Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 60$ см².

729. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 61$ см, BK — висота, $BK = 60$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$. Оскільки BK — висота, проведена до основи рівнобедреного трикутника, то BK — медіана, тоді $AK = KC = \frac{1}{2} AC$. Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = BK^2 + AK^2$; $61^2 = 60^2 + AK^2$; $AK^2 = 61^2 - 60^2$; $AK^2 = (61 - 60)(61 + 60)$; $AK^2 = 1 \cdot 121$; $AK^2 = 121$; $AK = 11$ см. $AC = 2AK$; $AC = 2 \cdot 11 = 22$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 22 = 660$ см^2. *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 660$ см^2.

730. Нехай дано ΔABC — прямокутний, $\angle C = 90°$, $CB = 12$ см, CM — медіана, $CM = 18{,}5$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.

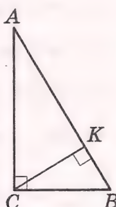


$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$. Оскільки CM — медіана, проведена до гіпотенузи, то $CM = AM = MB = \frac{1}{2} AB$.

$AB = 2 \cdot CM$, $AB = 2 \cdot 18{,}5 = 37$ см. Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $37^2 = AC^2 + 12^2$; $AC^2 = 37^2 - 12^2$; $AC^2 = (37 - 12)(37 + 12)$; $AC^2 = 25 \cdot 49$; $AC = 5 \cdot 7 = 35$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 12 = 210$ см^2. *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 210$ см^2.

731. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CK — висота, $AK = 27$ см, $KB = 3$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$.



$\Delta AKC \sim \Delta CKB$ за двома кутами, тоді

$\frac{AK}{CK} = \frac{KC}{KB} = \frac{AC}{CB}$; $\frac{AK}{CK} = \frac{KC}{KB}$; $CK^2 = AK \cdot KB$;

$CK^2 = 27 \cdot 3$; $CK^2 = 81$; $CK = 9$ см. $AB = AK + KB$;

$AB = 27 + 3 = 30$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 30 = 135$ см^2.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 135$ см^2.

732. Див. рис. до № 731. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CK — висота, $CK = 8$ см, $KB = 6$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$.

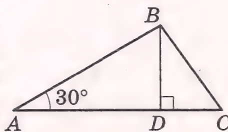
KB — проекція катета CB на гіпотенузу AB. $CK^2 = AK \cdot KB$; $8^2 = AK \cdot 6$;

$AK = 64 : 6 = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ см; $AB = AK + KB$; $AB = 10\frac{2}{3} + 6 = 16\frac{2}{3}$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 16\frac{2}{3} = 4 \cdot 16\frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{50}{3} = \frac{200}{33} = 66\frac{2}{3}$ см^2.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 66\frac{2}{3}$ см^2.

733. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BD \cdot AC$. Розглянемо ΔBDC, $\angle D = 90°$, за теоремою Піфагора $BC^2 = BD^2 + DC^2$;



$BD^2 = BC^2 - DC^2$; $BD^2 = \left(\sqrt{37}\right)^2 - 5^2$;

$BD^2 = 37 - 25$; $BD^2 = 12$; $BD = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ см.

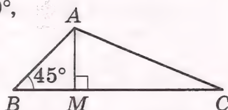
Розглянемо ΔABD, $\angle D = 90°$.

$\text{tg}\,30° = \frac{BD}{AD}$; $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{AD}$; $AD = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 = 6$ см.

$AC = AD + DC$; $AC = 6 + 5 = 11$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 11 = 11\sqrt{3}$ см^2.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 11\sqrt{3}$ см^2.

734. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC$. Розглянемо ΔABM, $\angle M = 90°$, оскільки $\angle B = 45°$, то ΔABM — рівнобедрений з основою AB, $AM = BM$. $\sin 45° = \frac{AM}{AB}$;

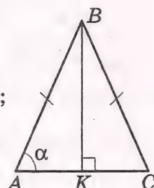


$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AM}{10\sqrt{2}}$; $AM = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 10$ см. $AM = BM = 10$ см.

Розглянемо ΔAMC, $\angle M = 90°$, за теоремою Піфагора $AC^2 = AM^2 + MC^2$; $MC^2 = AC^2 - AM^2$; $MC^2 = 26^2 - 10^2$; $MC^2 = (26 - 10)(26 + 10)$; $MC^2 = 16 \cdot 36$; $MC = 4 \cdot 6 = 24$ см. $BC = BM + MC$; $BC = 10 + 24 = 34$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 34 = 170$ см^2. *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 170$ см^2.

735. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = b$, $\angle A = \alpha$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$. Проведемо висоту BK.



Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, $\sin\angle A = \frac{BK}{AB}$; $\sin\alpha = \frac{BK}{b}$;

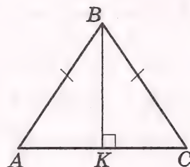
$BK = b\sin\alpha$; $\cos\angle A = \frac{AK}{AB}$; $\cos\alpha = \frac{AK}{b}$; $AK = b\cos\alpha$.

Оскільки висота BK проведена до основи AC, то BK — медіана, $AK = KC = \frac{1}{2} AC$. $AC = 2 \cdot AK$; $AC = 2 \cdot b\cos\alpha$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} b\sin\alpha \cdot 2b\cos\alpha = b^2 \sin\alpha\cos\alpha$.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = b^2 \sin\alpha\cos\alpha$.

736. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $\angle ABC = \beta$, BK — висота, $BK = h$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$. Оскільки висота BK проведена до основи, то BK — бісектриса $\angle B$, тоді $\angle ABK = \angle KBC = \frac{1}{2}\angle B = \frac{\beta}{2}$.

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$. $\text{tg}\angle ABK = \frac{AK}{BK}$; $\text{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{AK}{h}$; $AK = h\,\text{tg}\frac{\beta}{2}$.

Висота BK, проведена до основи, є медіаною, тоді $AK = KC = \frac{1}{2} AC$;

$AC = 2AK$; $AC = 2h\,\text{tg}\frac{\beta}{2}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} h \cdot 2h\,\text{tg}\frac{\beta}{2} = h^2\,\text{tg}\frac{\beta}{2}$.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = h^2\,\text{tg}\frac{\beta}{2}$.

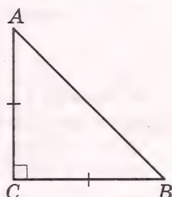
737. Див. рис. до № 736. Нехай дано рівносторонній ΔABC, $AB = BC = AC = a$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$. Проведемо висоту BK. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$.

Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, $AB = a$, $\angle A = 60°$ (оскільки ΔABC — рівносторонній). $\sin \angle A = \frac{BK}{AB}$; $\sin 60° = \frac{BK}{a}$; $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BK}{a}$; $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Відповідь: площа рівностороннього трикутника $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

738. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC = CB$, $AB = c$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.

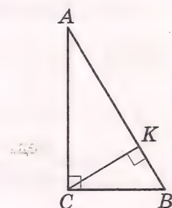


$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$. Оскільки ΔABC — рівнобедрений прямокутний, то $\angle A = \angle B = 45°$. $\sin \angle B = \frac{AC}{AB}$;

$\sin 45° = \frac{AC}{c}$; $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AC}{c}$; $AC = \frac{\sqrt{2}c}{2}$; $AC = CB = \frac{\sqrt{2}c}{2}$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}c}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}c}{2} = \frac{c^2}{4}$. *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = \frac{c^2}{4}$.

739. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, $CB = 10$ см, $AC = 24$ см, CK — висота. Знайдемо CK.



Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB^2 = 24^2 + 10^2$; $AB^2 = 576 + 100$;

$AB^2 = 676$; $AB = 26$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$;

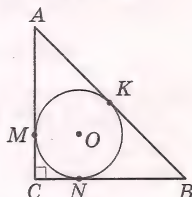
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$; $\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} CK \cdot AB$;

$AC \cdot BC = CK \cdot AB$; $24 \cdot 10 = CK \cdot 26$; $CK = \frac{24 \cdot 10}{26}$;

$CK = \frac{12 \cdot 10}{13}$; $CK = \frac{120}{13} = 9\frac{3}{13}$ см. *Відповідь*: $CK = 9\frac{3}{13}$ см.

740. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, коло $(O; r)$ — коло, вписане у ΔABC, т. M, K, N — точки дотику, $AK = 12$ см, $KB = 8$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.

$\left.\begin{array}{l} AK = AM = 12 \text{ см} \\ BK = BN = 8 \text{ см} \\ CM = CN \end{array}\right\}$ як відрізки дотичних, проведених з точки до кола.



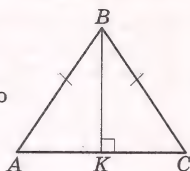
Нехай $CM = CN = x$ (см), тоді $AC = AM + MC$;
$AC = 12 + x$; $BC = BN + NC$; $BC = 8 + x$;
$AB = AK + KB$; $AB = 12 + 8 = 20$ см.
З ΔABC, $\angle C = 90°$ за теоремою Піфагора
$AB^2 = AC^2 + CB^2$. $20^2 = (12 + x)^2 + (8 + x)^2$;
$400 = 144 + 24x + x^2 + 64 + 16x + x^2$;
$2x^2 + 40x + 144 + 64 - 400 = 0$;
$x^2 + 20x + 72 + 32 - 200 = 0$; $x^2 + 20x - 96 = 0$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-96) = 400 + 384 = 784$;

$x_1 = \frac{-20 + 28}{2} = 4$; $x_2 = \frac{-20 - 28}{2} = -\frac{48}{2} = -24$ — не задовольняє умові.

$CM = CN = 4$ см. $AC = 12 + 4 = 16$ см, $CB = 8 + 4 = 12$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$ см². *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 96$ см².

741. Нехай дано рівнобедрений ΔABC, $AB = BC$, BK — висота, $BK = 9$ см, $P_{\Delta ABC} = 54$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



Оскільки висота проведена до основи рівнобедреного ΔABC, то BK — медіана. $AK = KC = \frac{1}{2} AC$.

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 2AB + 2AK$;

$54 : 2 = AB + AK$; $27 = AB + AK$. Нехай $AK = x$ (см), тоді $AB = 27 - x$ (см). Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(27 - x)^2 = x^2 + 9^2$; $729 - 54x + x^2 = x^2 + 81$; $-54x = 81 - 729$; $-54x = -648$; $x = 648 : 54$; $x = 12$. $AK = 12$ см, $AC = 2 \cdot AK$,

$AC = 2 \cdot 12 = 24$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 24 = 9 \cdot 12 = 108$ см².

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 108$ см².

742. Див. рис. до № 741. Нехай дано рівнобедрений ΔABC, $AB = AC = 40$ см, AK — висота, $BC : AK = 8 : 3$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.

Нехай x (см) — одна частина, $BC = 8x$ (см), $AK = 3x$ (см). Оскільки висота AK проведена до основи, то AK — медіана.

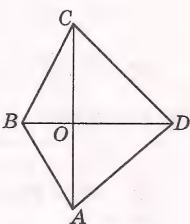
$BK = KC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 8x = 4x$ (см). Розглянемо ΔABK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + KB^2$; $40^2 = (3x)^2 + (4x)^2$; $1600 = 9x^2 + 16x^2$;

$1600 = 25x^2$; $x^2 = \frac{1600}{25}$; $x = \frac{40}{5} = 8$. $AK = 3 \cdot 8 = 24$ см,

$BC = 8 \cdot 8 = 64$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 64 = 12 \cdot 64 = 768$ см².

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 768$ см².

743. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник, AC і BD — діагоналі, $AC \perp BD$. Доведемо, що $S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC$.

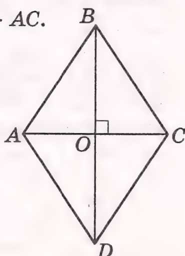


Діагональ BD ділить чотирикутник $ABCD$ на два трикутника: ΔBCD і ΔBAD. $S_{ABCD} = S_{\Delta BCD} + S_{\Delta BAD}$. Оскільки $CA \perp BD$, то CO — висота ΔBCD AO — висота ΔBAD.

$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} CO \cdot BD$, $S_{\Delta BAD} = \frac{1}{2} AO \cdot BD$,

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} CO \cdot BD + \frac{1}{2} AO \cdot BD = \frac{1}{2} BD(CO + AO) = \frac{1}{2} BD \cdot AC$.

744. Нехай $ABCD$ — ромб, $S_{ABCD} = 120$ см², AC і BD — діагоналі, $AC : BD = 5 : 12$. Знайдемо P_{ABCD}.



Нехай x (см) — одна частина, тоді $AC = 5x$ (см), $BD = 12x$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ (оскільки діагоналі ромба перетинаються під кутом 90°). $120 = \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot 12x$;

$120 = 30x^2$; $x^2 = 4$; $x = 2$. $AC = 5 \cdot 2 = 10$ (см), $BD = 12 \cdot 2 = 24$ (см).
Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.

$$AO = OC = \frac{1}{2}AC = 10 : 2 = 5 \text{ (см)}, \quad BO = OD = \frac{1}{2}BD = 24 : 2 = 12 \text{ (см)}.$$

Розглянемо ΔABO, $\angle O = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AB^2 = 5^2 + 12^2$; $AB^2 = 25 + 144$; $AB^2 = 169$; $AB = 13$ см.
$P_{ABCD} = 4 \cdot AB$ (так як всі сторони ромба рівні), $P_{ABCD} = 4 \cdot 13 = 52$ (см).
Відповідь: $P_{ABCD} = 52$ см.

745. Див. рис. до № 744. Нехай дано ромб $ABCD$, $AB = BC = CD = DA = 25$ см, AC і BD — діагоналі, $AC + BD = 62$ см. Знайдемо S_{ABCD}.

Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл, $AO = OC = \frac{1}{2}AC$;

$$BO = OD = \frac{1}{2}BD. \quad \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(AC + BD) = 62 : 2 = 31 \text{ см}.$$

$AO + BO = 31$ см. Нехай $AO = x$ см, $BO = 31 - x$ (см).
Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($AC \perp BD$), за теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + OB^2$; $25^2 = x^2 + (31 - x)^2$; $625 = x^2 + 961 - 62x + x^2$; $2x^2 - 62x + 336 = 0$; $x^2 - 31x + 168 = 0$; $x_1 = 24$; $x_2 = 7$. Якщо $x = 24$ см, то $AO = 24$ см і $BO = 31 - 24 = 7$ см. Якщо $x = 7$ см, то $AO = 7$ см і $BO = 31 - 7 = 24$ см.
Отже, діагоналі ромба $7 \cdot 2 = 14$ см і $24 \cdot 2 = 48$ см.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}d_1d_2; \quad S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 48 = 7 \cdot 48 = 336 \text{ см}^2.$$

Відповідь: $S_{ABCD} = 336$ см^2.

746. Див. рис. до № 744. Нехай дано ромб $ABCD$, $AB = BC = CD = DA = 39$ см, $BD - AC = 42$ см. Знайдемо S_{ABCD}. Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл. $AO = OC = \frac{1}{2}AC$; $BO = OD = \frac{1}{2}BD$.

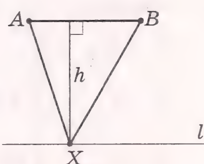
$$\frac{1}{2}BD - \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(BD - AC) = 42 : 2 = 21 \text{ см}. \quad BO - AO = 21 \text{ см}.$$

Нехай $AO = x$ (см), $BO = x + 21$ (см). Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($AC \perp BD$), за теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $39^2 = x^2 + (x + 21)^2$; $1521 = x^2 + x^2 + 42x + 441$; $2x^2 + 42x + 441 - 1521 = 0$; $2x^2 + 42x - 1080 = 0$; $x^2 + 21x - 540 = 0$; $x_1 = 15$; $x_2 = -36$ — не задовольняє умові.
$AO = 15$ (см), $BO = 15 + 21 = 36$ (см). $AC = 2AO$, $AC = 2 \cdot 15 = 30$ (см); $BD = 2BO$, $BD = 2 \cdot 36 = 72$ (см). $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$,

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 72 = 30 \cdot 36 = 1080 \text{ см}^2.$$

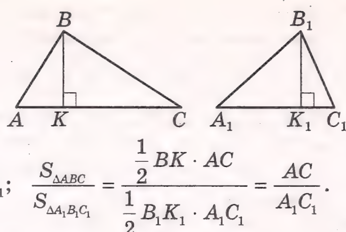
Відповідь: $S_{ABCD} = 1080$ см^2.

747. Нехай дано пр. l і $AB \parallel$ пр. l. Доведемо, що всі трикутники ABX, де т. $X \in$ пр. l, рівновеликі.



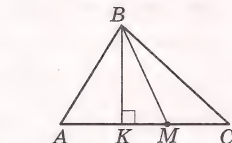
$S_{\Delta ABX} = \frac{1}{2}AB \cdot h$. h — висота ΔABX, оскільки $AB \parallel$ пр. l, то h — спільний перпендикуляр до паралельних прямих, тому для всіх трикутників виду ABX висота h однакова, тоді всі трикутники мають рівні площі, тобто рівновеликі.

748. Нехай дано ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$, BK — висота ΔABC, B_1K_1 — висота $\Delta A_1B_1C_1$, $BK = B_1K_1$. Доведемо, що $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{AC}{A_1C_1}$.



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BK \cdot AC; \quad S_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}B_1K_1 \cdot A_1C_1; \quad \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{2}BK \cdot AC}{\frac{1}{2}B_1K_1 \cdot A_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

749. Нехай дано ΔABC, BM — медіана. Доведемо, що $S_{\Delta ABM} = S_{\Delta BMC}$. Проведемо висоту ΔABC BK.



$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}BK \cdot AM, \quad S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2}BK \cdot MC.$$

Оскільки BM — медіана, то $AM = MC = \frac{1}{2}AC$.

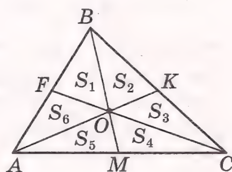
$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}BK \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}BK \cdot AC, \quad S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2}BK \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}BK \cdot AC.$$

Отже, ΔABM і ΔBMC — рівновеликі.

750. Нехай дано ΔABC, т. $M \in AC$, $\frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}$.

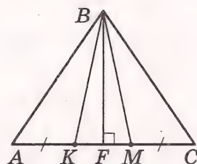
Доведемо, що $\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta CBM}} = \frac{m}{n}$.

В ΔABC проведемо висоту BK.



$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}BK \cdot AM, \quad S_{\Delta CBM} = \frac{1}{2}BK \cdot MC. \quad \frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta CBM}} = \frac{\frac{1}{2}BK \cdot AM}{\frac{1}{2}BK \cdot MC} = \frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}.$$

751. Нехай дано ΔABC, BM, CF, AK — медіани, перетинаються в т. O. Доведемо, що $S_{\Delta AOM} = S_{\Delta MOC} = S_{\Delta COK} = S_{\Delta KOB} = S_{\Delta BOF} = S_{\Delta AOF}$. Позначимо $S_{\Delta AOM} = S_5$, $S_{\Delta MOC} = S_4$, $S_{\Delta COK} = S_3$, $S_{\Delta KOB} = S_2$, $S_{\Delta BOF} = S_1$, $S_{\Delta AOF} = S_6$. Оскільки AK — медіана, то $S_{\Delta ABK} = S_{\Delta AKC}$. $S_6 + S_1 + S_2 = S_5 + S_4 + S_3$. Але $S_2 = S_3$, так як OK — медіана ΔBOC. $S_6 + S_1 = S_5 + S_4$. $S_1 = S_6$ (OF — медіана ΔAOB), $S_5 = S_4$ (OM — медіана ΔAOC). $2S_6 = 2S_5$, $S_6 = S_5$. Остаточно маємо: $S_6 = S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5$.



752. Нехай дано ΔABC, через вершину B проведемо дві прямі так, щоб $S_1 = S_2 = S_3$. Розділимо відрізок AC на 3 рівні частини: $AK = KM = MC$. Проведемо BK і BM. З вершини B проведемо висоту BF.

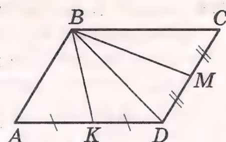
$$S_1 = S_{\Delta AKB} = \frac{1}{2}AK \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}AC \cdot BF = \frac{1}{6}AC \cdot BF;$$

$$S_2 = S_{\Delta KBM} = \frac{1}{2}KM \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}AC \cdot BF = \frac{1}{6}AC \cdot BF;$$

$$S_3 = S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2}MC \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}AC \cdot BF = \frac{1}{6}AC \cdot BF.$$

Отже, $S_1 = S_2 = S_3$.

753. 1) Нехай дано паралелограм $ABCD$, через вершину B проведемо прямі так, щоб $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$. Проведемо діагональ BD, вона розбиває паралелограм на рівні трикутники: $\Delta ABD = \Delta CDB$, $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta CDB}$. В ΔABD проведемо медіану BK, тоді

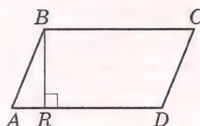


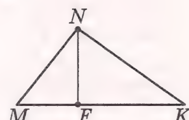
$$S_1 = S_{\Delta ABK} = S_2 = S_{\Delta KBD} = \frac{1}{2}S_{\Delta ABD}.$$

В ΔDBC проведемо медіану BM, тоді $S_3 = S_{\Delta DBM} = S_4 = S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2}S_{\Delta DBC}$.

Отже, $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$.

755. *Дано*: $ABCD$ — паралелограм.
Побудувати: ΔMNK:
$S_{\Delta MNK} = S_{ABCD}$.
Побудова.
1) $S_{ABCD} = BR \cdot AD$, $BR = h$, $AD = a$.



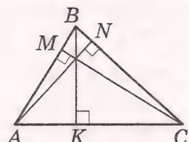


2) $S_{\Delta MNK} = \frac{1}{2}NF \cdot MK$, $NF = h$, $MK = 2a$, тоді $S_{ABCD} = h \cdot a$, $S_{\Delta MNK} = h \cdot a$.

3) Будуємо ΔMNK за стороною $NK = 2a$ і висотою $NF = h$.

а) Провести $MK = 2a$. б) Позначити довільну точку F, провести $NF \perp MK$, $NF = h$. в) ΔMNK — шуканий.

756. Нехай дано ΔABC, BK, CM, AN — висота. Доведемо, що менша висота проведена до більшої сторони ΔABC.



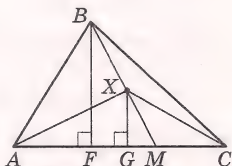
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BK \cdot AC = \frac{1}{2}CM \cdot AB = \frac{1}{2}AN \cdot BC.$$

Нехай $AB < AC < BC$, а висоти $AN < BK < CN$, щоб виконувалися рівності $BK \cdot AC = CM \cdot AB = AN \cdot BC$ залежність між сторонами і висотами ΔABC повинна бути оберненою пропорційністю. Отже, менша висота AN проводиться до більшої сторони BC.

757. Нехай дано ΔABC, т. $M \in AC$, $\frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}$,

т. $X \in BM$. Доведемо, що $\frac{S_{\Delta ABX}}{S_{\Delta CBX}} = \frac{m}{n}$.

Проведемо висоту $BF = h$ в ΔABC, проведемо висоту $XG = h_1$ в ΔAXC.



$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}BF \cdot AM = \frac{1}{2}h \cdot AM; \quad S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2}BF \cdot MC = \frac{1}{2}h \cdot MC;$$

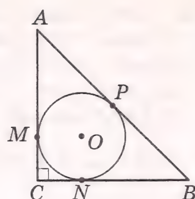
$$S_{\Delta AXM} = \frac{1}{2}XG \cdot AM = \frac{1}{2}h_1 \cdot AM; \quad S_{\Delta MXC} = \frac{1}{2}XG \cdot MC = \frac{1}{2}h_1 \cdot MC;$$

$$S_{\Delta ABX} = S_{\Delta ABM} - S_{\Delta AXM} = \frac{1}{2}h \cdot AM - \frac{1}{2}h_1 \cdot AM = \frac{1}{2}AM(h - h_1);$$

$$S_{\Delta CBX} = S_{\Delta MBC} - S_{\Delta MXC} = \frac{1}{2}h \cdot MC - \frac{1}{2}h_1 \cdot MC = \frac{1}{2}MC(h - h_1);$$

$$\frac{S_{\Delta ABX}}{S_{\Delta CBX}} = \frac{\frac{1}{2}AM(h - h_1)}{\frac{1}{2}MC(h - h_1)} = \frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}.$$

758. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, коло $(O;\ r)$ — коло, вписане у ΔABC, M, N, P — точки дотику, $AP > PB$ на 14 см, $r = 4$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.



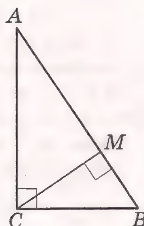
Нехай $PB = x$ (см), тоді $AP = x + 14$ (см).

$\left.\begin{aligned} AP = AM = x + 14 \text{ (см)} \\ BP = BN = x \text{ (см)} \\ CN = CM = r = 4 \text{ см} \end{aligned}\right\}$ як відрізки дотичних, проведених з точки до кола.

$a = AC = AM + MC = x + 14 + 4 = x + 18$ (см);
$b = CB = CN + NB = 4 + x$ (см); $c = AB = AP + PB = x + 14 + x = 2x + 14$ (см).
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$.
$(2x + 14)^2 = (x + 18)^2 + (4 + x)^2$; $4x^2 + 56x + 196 = x^2 + 36x + 324 + 16 + 8x + x^2$; $4x^2 + 56x + 196 - x^2 - 36x - 324 - 16 - 8x - x^2 = 0$;
$2x^2 + 12x - 144 = 0$; $x^2 + 6x - 72 = 0$; $x_1 = 6$; $x_2 = -12$ — не задовольняє умові $(x > 0)$. $AC = 6 + 18 = 24$ см, $CB = 4 + 6 = 10$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$ см^2. *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 120$ см^2.

759. $S_{\Delta ACM} = \frac{1}{2} CM \cdot AM = 6$ см^2, $S_{\Delta BCM} = \frac{1}{2} CM \cdot MB = 54$ см^2.



$$\frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta BCM}} = \frac{\frac{1}{2} CM \cdot AM}{\frac{1}{2} CM \cdot MB} = \frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$$

Нехай x (см) — одна частина, тоді $AM = x$ (см), $MB = 9x$ (см). За властивістю висоти CM в прямокутному трикутнику $CM^2 = AM \cdot MB$. $CM^2 = x \cdot 9x$ (*); $CM^2 = 9x^2$.
$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMC} + S_{\Delta MCB} = 6 + 54 = 60$ см^2;
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB$; $AB = AM + MB$; $AB = x + 9x = 10x$ (см). $\frac{1}{2} CM \cdot 10x = 60$;

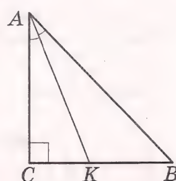
$$CM = \frac{120}{10x} = \frac{12}{x}.$$

Підставимо у рівність (*) $\left(\frac{12}{x}\right)^2 = 9x^2$; $\frac{144}{x^2} = 9x^2$; $9x^4 = 144$; $x^4 = \frac{144}{9} = 16$;

$x = 2$. $AB = 2 \cdot 10 = 20$ (см), $AM = 2$ см, $MB = 2 \cdot 9 = 18$ см, $CM = \frac{12}{2} = 6$ см.

Із ΔAMC, $\angle M = 90°$ за теоремою Піфагора $AC^2 = AM^2 + MC^2$;
$AC^2 = 2^2 + 6^2$; $AC^2 = 4 + 36$; $AC^2 = 40$; $AC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ см.
Із ΔABC, $\angle C = 90°$ за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $CB^2 = AB^2 - AC^2$;
$CB^2 = 20^2 - 40$; $CB^2 = 400 - 40$; $CB^2 = 360$; $CB = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}$ см.
Відповідь: $CB = 6\sqrt{10}$ см, $AC = 2\sqrt{10}$ см, $AB = 20$ см.

760. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, AK — бісектриса $\angle A$, $CK = 21$ см, $KB = 35$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.

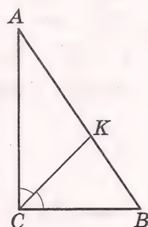


$CB = CK + KB$, $CB = 21 + 35 = 56$ см.
За властивістю бісектриси кута трикутника
$\frac{AC}{AB} = \frac{CK}{KB} = \frac{21}{35}$; $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AC = 3x$ (см), $AB = 5x$ (см).
З ΔABC, $\angle C = 90°$ за теоремою Піфагора

$AB^2 = AC^2 + CB^2$; $(5x)^2 = (3x)^2 + 56^2$; $25x^2 - 9x^2 = 56^2$; $16x^2 = 56^2$;

$x^2 = \frac{56^2}{16}$; $x^2 = \frac{56 \cdot 56}{16}$; $x = 14$. $AC = 3 \cdot 14 = 42$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 56 = 21 \cdot 56 = 1176$ см². *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 1176$ см².

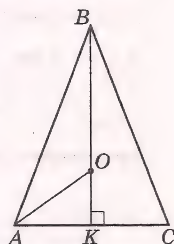


761. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CK — бісектриса $\angle C$, $BK = 2$ см, $AK = 6$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$. За властивістю бісектриси кута трикутника $\frac{AC}{CB} = \frac{AK}{KB} = \frac{6 \text{ см}}{2 \text{ см}} = \frac{3}{1}$.

Нехай x (см) — одна частина, тоді $AC = 3x$ (см), $CB = x$ (см). $AB = AK + KB$, $AB = 6 + 2 = 8$ см.
З ΔABC, $\angle C = 90°$ за теоремою Піфагора
$AB^2 = AC^2 + CB^2$; $8^2 = (3x)^2 + x^2$; $64 = 9x^2 + x^2$;
$64 = 10x^2$; $x^2 = 6{,}4$; $x = \sqrt{6{,}4}$; $x = 8\sqrt{0{,}1}$.

$AC = 8\sqrt{0{,}1} \cdot 3 = 24\sqrt{0{,}1}$ см, $CB = 8\sqrt{0{,}1}$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$,

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24\sqrt{0{,}1} \cdot 8\sqrt{0{,}1} = 12 \cdot 8 \cdot 0{,}1 = 9{,}6$ см². *Відповідь*: $S_{\Delta ABC} = 9{,}6$ см².



762. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = CB$, BK — висота, коло(O; r) — вписане у ΔABC, $BO = 34$ см, $OK = 16$ см. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.
$BK = BO + OK$, $BK = 34 + 16 = 60$ см.
Центр вписаного кола — точка перетину бісектрис кутів трикутника, AO — бісектриса $\angle A$.
За властивістю бісектриси кута трикутника
$\frac{AB}{AK} = \frac{BO}{OK}$; $\frac{AB}{AK} = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = 17x$ (см), $AK = 8x$ (см).
З ΔABK за теоремою Піфагора $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(17x)^2 = (8x)^2 + 50^2$;

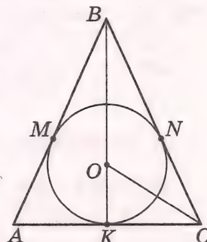
$289x^2 = 64x^2 + 2500$; $289x^2 - 64x^2 = 2500$; $225x^2 = 2500$; $x^2 = \frac{2500}{225}$;

$x = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$. $AK = 8 \cdot \frac{10}{3} = \frac{80}{3}$ (см). Так як BK — висота, проведена до основи рівнобедреного трикутника, то BK є медіаною.

$AK = KC = \frac{1}{2} AC$, $AC = 2 \cdot AK$, $AC = 2 \cdot \frac{80}{3} = \frac{160}{3}$ (см). $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$,

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot \frac{160}{3} = 25 \cdot \frac{160}{3} = \frac{4000}{3} = 1333\frac{1}{3}$ см².

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 1333\frac{1}{3}$ см².



763. Нехай дано ΔABC— рівнобедрений, $AB = BC$, коло (O; r) — вписане у трикутник, M, N, K — точки дотику, $r = 16$ см, $BN : NC = 9 : 8$. Знайдемо $S_{\Delta ABC}$.
Нехай x (см) — одна частина, тоді $BN = 9x$ (см), $NC = 8x$ (см). $BC = BN + NC$, $BC = 9x + 8x = 17x$ (см).

$\left.\begin{array}{l} BN = BM = 9x \text{ (см)} \\ CN = CK = 8x \text{ (см)} \end{array}\right\}$ властивість дотичних, проведених з точки до кола.

Центр кола т. O лежить на висоті BK, оскільки висота BK проведена до основи, то BK — медіана, $AK = KC = 8x$ (см).

Центр вписаного кола — точка перетину бісектрис кутів ΔABC, CO — бісектриса $\angle C$. За властивістю бісектриси ΔBKC:

$\frac{BC}{CK} = \frac{BO}{OK}$, $\frac{17x}{8x} = \frac{BO}{OK}$, $OK = r = 16$ см. $\frac{17}{8} = \frac{BO}{16}$, $BO = \frac{17 \cdot 16}{8}$,

$BO = 34$ см. $BK = 34 + 16 = 50$ см.

З ΔBKC, $\angle K = 90°$ за теоремою Піфагора $BC^2 = BK^2 + KC^2$; $(17x)^2 = 50^2 + (8x)^2$;

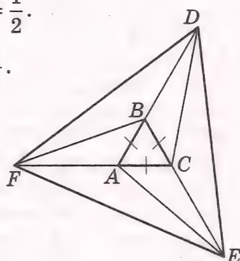
$289x^2 = 2500 + 64x^2$; $289x^2 - 64x^2 = 2500$; $225x^2 = 2500$; $x^2 = \frac{2500}{225}$;

$x = \frac{50}{15}$; $x = \frac{10}{3}$. $AC = AK + KC$; $AC = 8x + 8x = 16x$; $AC = 16 \cdot \frac{10}{3} = \frac{160}{3}$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot \frac{160}{3} = 25 \cdot \frac{160}{3} = \frac{4000}{3} = 1333\frac{1}{3}$ см^2.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 1333\frac{1}{3}$ см^2.

764. Розглянемо ΔFAD, так як $\frac{AB}{BD} = \frac{1}{2}$, то $\frac{S_{\Delta FAB}}{S_{\Delta FBD}} = \frac{1}{2}$.



Розглянемо ΔFBC, так як $\frac{FA}{AC} = \frac{2}{1}$, то $\frac{S_{\Delta FBA}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{1}$.

$S_{\Delta ABC} = 1$ см^2, тоді $S_{\Delta FBA} = 2 \cdot 1 = 2$ см^2.

$\frac{2}{S_{\Delta FBD}} = \frac{1}{2}$, $S_{\Delta FBD} = 2 \cdot 2 = 4$ см^2.

Розглянемо ΔADC, так як $\frac{DB}{BA} = \frac{2}{1}$,

то $\frac{S_{\Delta DBC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{1}$, $\frac{S_{\Delta DBC}}{1} = \frac{2}{1}$, $S_{\Delta DBC} = 2 \cdot 1 = 2$ см^2.

Розглянемо ΔDBE, так як $\frac{BC}{CE} = \frac{1}{2}$, то $\frac{S_{\Delta DBC}}{S_{\Delta DCE}} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{S_{\Delta DCE}} = \frac{1}{2}$,

$S_{\Delta DCE} = 2 \cdot 2 = 4$ см^2.

Розглянемо ΔABE, так як $\frac{BC}{CE} = \frac{1}{2}$, то $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACE}} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{S_{\Delta ACE}} = \frac{1}{2}$,

$S_{\Delta ACE} = 2 \cdot 1 = 2$ см^2.

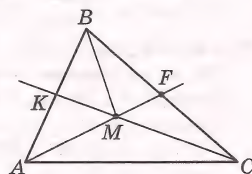
Розглянемо ΔFCE, так як $\frac{FA}{AC} = \frac{2}{1}$, то $\frac{S_{\Delta FAE}}{S_{\Delta ACE}} = \frac{2}{1}$. $\frac{S_{\Delta FAE}}{2} = \frac{2}{1}$,

$S_{\Delta FAE} = 2 \cdot 2 = 4$ см^2.

$S_{\Delta FDE} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta FBA} + S_{\Delta DBC} + S_{\Delta ACE} + S_{\Delta FBD} + S_{CDE} + S_{\Delta FAE}$;

$S_{FDE} = 1 + 2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 =$ см^2. *Відповідь*: $S_{\Delta FDE} = 19$ см^2.

765. Продовжимо відрізок AM за точку M, $AM \cap BC =$ т. F. Із задачі № 757 випливає, що $\frac{BF}{FC} = \frac{m}{n}$, тоді $\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta AMC}} = \frac{m}{n}$, оскільки за умовою ці площі рівні, то $\frac{m}{n} = \frac{1}{1}$, тоді $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{1}$, це означає, що $BF = FC$, тобто AF — медіана.

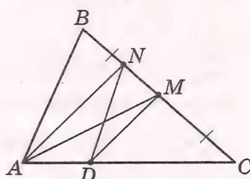


Продовжимо відрізок CM за точку M, $CM \cap AB =$ т. K, тоді $\frac{AK}{KB} = \frac{m}{n}$

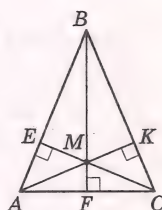
і $\frac{S_{\Delta AMC}}{S_{\Delta BMC}} = \frac{m}{n}$, але за умовою $S_{\Delta AMC} = S_{\Delta BMC}$, $\frac{S_{\Delta AMC}}{S_{\Delta BMC}} = \frac{1}{1}$, тоді $\frac{m}{n} = \frac{1}{1}$, отже, $AK = KB$, CK — медіана.

$CK \cap AF =$ т. M, тоді т. M — точка перетину медіан ΔABC.

766. Нехай дано ΔABC, т. $D \in AC$, проведемо через т. D пряму, яка розбиває його на два рівновеликих многокутника. Проведену медіану AM, $BM = MC$, проведемо DM, побудуємо $AN \parallel DM$, пряма DN — шукана.



767. Нехай дано рівносторонній ΔABC, т. M всередині ΔABC, $MK \perp BC$, $MF \perp AC$, $ME \perp AB$. Доведемо, що $MK + MF + ME$ є величиною сталою для цього трикутника.



Розглянемо ΔBMC, $S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} MK \cdot BC$.

ΔAMC, $S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} ME \cdot AC$. ΔAMB, $S_{\Delta AMB} = \frac{1}{2} ME \cdot AB$.

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BMC} + S_{\Delta AMC} + S_{\Delta AMB}$;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} MK \cdot BC + \frac{1}{2} MF \cdot AC + \frac{1}{2} ME \cdot AB$, оскільки

ΔABC — рівносторонній, то $AB = BC = CA = a$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a(MK + MF + ME)$.

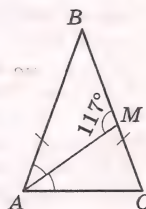
Отже, сума $MK + ME + ME$ не залежить від вибору т. M і є сталою

величиною. $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $MK + MF + ME = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} : \frac{1}{2} a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

768. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, AM — бісектриса $\angle A$, $\angle AMB = 117°$.

Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

Оскільки AM — бісектриса $\angle A$, то $\angle BAM = \angle MAC = x$, тоді $\angle A = \angle BAM + \angle MAC = 2x$. $\angle C = \angle A = 2x$ як кути при основі в рівнобедреному трикутнику.



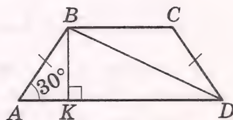
$\angle BMA$ — зовнішній кут ΔAMC при вершині M.

$\angle BMA = \angle MAC + \angle C$, $117° = x + 2x$, $117 = 3x$, $x = 117 : 3$, $x = 39$. $\angle A = \angle C = 39 \cdot 2 = 78°$.

Розглянемо ΔABC: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - (\angle A + \angle C)$, $\angle B = 180° - (78° + 78°) = 180° - 156° = 24°$.

Відповідь: $\angle A = \angle B = 78°$, $\angle B = 24°$.

769. Нехай дано рівнобоку трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, $BC = 12$ см, $AD = 18$ см, $\angle BAD = 30°$, BD — діагональ. Знайдемо BD.



Проведемо висоту BK, тоді за властивістю висоти, проведеної в рівнобічній трапеції:

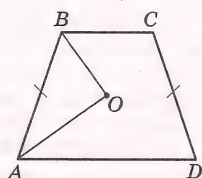
$AK = \frac{AD - BC}{2}$, $AK = \frac{18 - 12}{2} = 3$ см. $KD = AD - AK$, $KD = 18 - 3 = 15$ см.

Розглянемо ΔBAK, $\angle K = 90°$. $\operatorname{tg} 30° = \frac{BK}{AK}$, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BK}{3}$, $BK = \frac{1 \cdot 3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ см.

Розглянемо ΔBKD, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $BD^2 = BK^2 + KD^2$;

$BD^2 = (\sqrt{3})^2 + 15^2$; $BD^2 = 3 + 225$; $BD^2 = 228$; $BD = \sqrt{228} = 2\sqrt{57}$ см.

Відповідь: $BD = 2\sqrt{57}$ см.

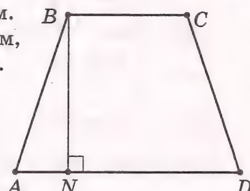


770. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, коло $(O; r)$ — вписане у трапецію, $OA = 16$ см, $OB = 12$ см. Знайдемо P_{ABCD}.
Оскільки коло вписане у трапецію, то центр кола — точка перетину бісектрис $\angle A$ і $\angle B$. $\angle A + \angle B = 180°$ (як кути, прилеглі до бічної сторони трапеції).

$\angle ABO = \frac{1}{2}\angle B$, $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle A$,

$\angle ABO + \angle BAO = \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A) = \frac{1}{2} \cdot 180° = 90°$.

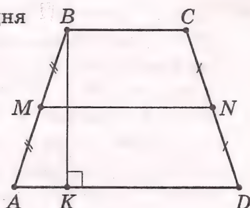
З ΔAOB: $\angle AOB = 180° - 90° = 90°$, тоді за теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AB^2 = 16^2 + 12^2$; $AB^2 = 256 + 144$; $AB^2 = 400$; $AB = 20$ см. $AB = CD = 20$ см.
Так як в трапецію можна вписати коло, то $AB + CD = BC + DA$, $20 + 20 = BC + DA$, $BC + DA = 40$ см. $P_{\Delta ABCD} = AB + BC + CD + DA$, $P_{ABCD} = 40 + 40 = 80$ см. *Відповідь*: $P_{ABCD} = 80$ см.



772. *Дано*: $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $AD = 12$ см, $BC = 7$ см, BN — висота ($BN \perp AD$), $BN = 6$ см.
Знайти: S.

Розв'язання. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 7$ см, $b = AD = 12$ см, $h = BN = 6$ см.

$S = \frac{7+12}{\not{2}} \cdot \not{6}^{3} = 19 \cdot 3 = 57$ (см²). *Відповідь*: $S = 57$ см².



773. *Дано*: $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), MN — середня лінія, $MN = 18$ см, BK — висота ($BK \perp AD$), $BK = 9$ см. *Знайти*: S.
Розв'язання. $S = MN \cdot h$, де $h = BK = 9$ см.
$S = 9 \cdot 18 = 162$ (см²). *Відповідь*: $S = 162$ см².

774. Див. рис. до №773. *Дано*: $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $AD : BC = 5 : 3$, BN — висота ($BN \perp AD$), $BN = 3$ см, $S = 96$ см².
Знайти: BC, AD.
Розв'язання. За умовою $AD : BC = 5 : 3$. Нехай $AD = 5x$ (см), $BC = 3x$ (см).

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $S = 96$ см², $a = BC = 3x$ (см), $b = AD = 5x$ (см), $h = BN = 3$ см.

Складемо і розв'яжемо рівняння: $\frac{3x+5x}{2} \cdot 3 = 96$; $\frac{^4\not{8}x}{\not{2}} \cdot 3 = 96$;

$4x \cdot 3 = 96$; $12x = 96$; $x = 96 : 12$; $x = 8$; $BC = 3 \cdot 8 = 24$ (см), $AD = 5 \cdot 8 = 40$ (см). *Відповідь*: $BC = 24$ см, $AD = 40$ см.

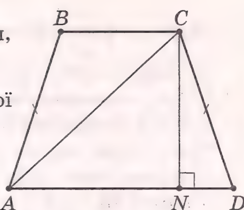
775. Див. рис. до №773. *Дано*: $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $S = 45$ см², BN — висота ($BN \perp AD$), $BN = 6$ см, $AD = 8$ см. *Знайти*: BC.

Розв'язання. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $S = 45$ см², $a = BC$, $AD = b = 8$ см,

$h = BN = 6$ см. $45 = \frac{BC+8}{\not{2}} \cdot \not{6}^{3}$; $3 \cdot (BC + 8) = 45$; $BC + 8 = 45 : 3$;

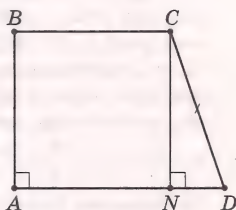
$BC + 8 = 15$; $BC = 15 - 8 = 7$ (см). *Відповідь*: $BC = 7$ см.

776. $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, де $a = BC = 14$ см, $b = AD = 16$ см, h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). За властивістю рівнобічної трапеції маємо: $AN=\frac{1}{2}(AD+BC)$;



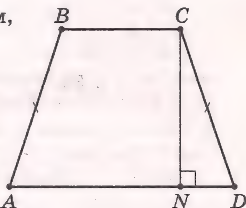
$AN = (14 + 16) : 2 = 30 : 2 = 15$ (см).
Розглянемо ΔANC — прямокутний ($\angle N = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AN^2 + NC^2$; $CN^2 = AC^2 - AN^2$;
$CN^2 = 17^2 - 15^2 = (17 - 15) \cdot (17 + 15) = 2 \cdot 32 = 64$; $CN=\sqrt{64}=8$ (см);
$S=\frac{14+16}{2}\cdot 8^{4}=30\cdot 4=120$ (см^2). *Відповідь*: $S = 120$ см^2.

777. $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, де $a = BC = 9$ см, $b = AD = 16$ см, $h = BA$. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). $ABCN$ — прямокутник, $BC = AN = 9$ см, $AB = CN$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - AN$, $ND = 16 - 9 = 7$ (см). Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CN^2 + ND^2$; $CN^2 = CD^2 - ND^2$;



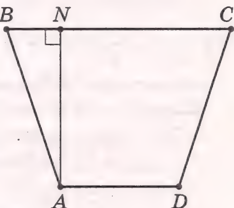
$CN^2=\left(\sqrt{65}\right)^2-7^2=65-49=16$; $CN=\sqrt{16}=4$ см.
$S=\frac{9+16}{2}\cdot 4^{2}=25\cdot 2=50$ (см^2). *Відповідь*: $S = 50$ см^2.

778. $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, де $a = BC = 14$ см, $b = AD = 32$ см, h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). За властивістю рівнобічної трапеції маємо: $ND=\frac{1}{2}(AD-BC)$;



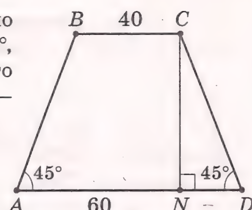
$ND = (32 - 14) : 2 = 18 : 2 = 9$ (см).
Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо:
$CD^2 = CN^2 + ND^2$; $CN^2 = CD^2 - ND^2$; $CN^2 = 15^2 - 9^2 = (15 - 9) \cdot (15 + 9) = 6 \cdot 24 = 144$; $CN=\sqrt{144}=12$ (см). $S=\frac{32+14}{2}\cdot 12^{6}=46\cdot 6=276$ (см^2).
Відповідь: $S = 276$ см^2.

779. $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, де $a = AD = 0{,}8$ м, $b = BC = 1{,}2$ м, $h = AN = 1{,}5$ м.
$S=\frac{0{,}8+1{,}2}{2}\cdot 1{,}5=\frac{2}{2}\cdot 1{,}5=1{,}5$ (м^2).
Відповідь: $S = 1{,}5$ м^2.



780. а) $S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, де $a = BC = 40$ см, $b = AD = 60$ см, h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). За умовою $\angle A = \angle D = 45°$, тому за властивістю кутів рівнобічної трапеції маємо:

$ABCD$ — рівнобічна трапеція, тоді $ND = \frac{1}{2}(AD - BC)$;

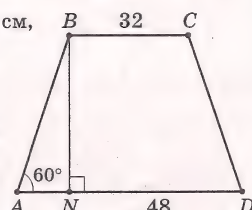


$ND = (60 - 40) : 2 = 20 : 2 = 10$ (см). Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$). Якщо $\angle D = 45°$, тому за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle NCD = 45°$. Отже, ΔNCD — рівнобедрений, $CN = ND = 10$ см.

$S = \frac{40+60}{2} \cdot 10^{5} = 100 \cdot 5 = 500$ (см²).

Відповідь: $S = 500$ см².

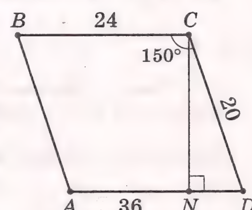
б) $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 32$ см, $b = AD = 48$ см, h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). за умовою $\angle A = 60°$, тоді за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle ABN = 90° - 60° = 30°$. За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $AN = \frac{1}{2}AB$; $AN = 10 : 2 = 5$ (см).



За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + BN^2$; $BN^2 = AB^2 - AN^2$; $BN^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$; $BN = \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ (см).

$S = \frac{32+48}{2} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{80^{40}}{2} \cdot 5\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ (см²). *Відповідь*: $S = 200\sqrt{3}$ см².

781. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 24$ см, $b = AD = 36$ см, h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$), якщо $BC \parallel AD$ і CD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BCD + \angle D = 180°$ (внутрішні односторонні), $\angle D = 180° - 150° = 30°$. Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$).

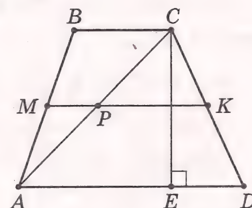


За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $CN = \frac{1}{2}CD$,

$CN = 20 : 2 = 10$ (см). $S = \frac{24+36}{2} \cdot 10^{5} = 60 \cdot 5 = 300$ (см²).

Відповідь: $S = 300$ см².

782. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$, h — висота. додаткову побудову: висоту CE ($CE \perp AD$). за умовою MK — середня лінія трапеції, тоді MP — середня лінія ΔBAC і PK — середня лінія ΔACD. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: $BC = 2MP$ і $AD = 2PK$, отже, $BC = 2 \cdot 6 = 12$ (см), $AD = 2 \cdot 12 = 24$ (см).



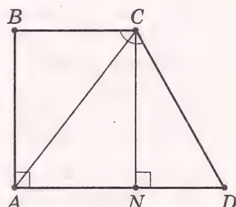
$AE = MK$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо $MK = MP + PK$, $ED = AD - AE$, $MK = AE = 6 + 12 = 18$ (см). $ED = 24 - 18 = 6$ (см). За умовою AC — бісектриса $\angle BAD$. Отже, $\angle BAC = \angle CAD$. $BC \parallel AD$, AC — січна.

За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні). Отже, маємо ΔABC — рівнобедрений ($\angle BAC = \angle BCA$), $BC = AB = CD = 12$ см. Розглянемо ΔCED — прямокутний ($\angle E = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CE^2 + ED^2$, $CE^2 = CD^2 - ED^2$, $CE^2 = 12^2 - 6^2 = (12 - 6) \cdot (12 + 6) = 6 \cdot 18$; $CE = \sqrt{6 \cdot 18} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$ (см).

$$S = \frac{12+24}{2} \cdot 6\sqrt{3} = 36 \cdot 3\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: $S = 108\sqrt{3}$ см^2.

783. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 9$ см, $b = AD = 17$ см, $h = AB$. За умовою AC — бісектриса $\angle BCD$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle BCA = \angle DCA$. $BC \parallel AD$, AC — січна. За теоремою (ознакою) паралельності прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні). Отже, ΔADC — рівнобедрений ($\angle DCA = \angle DAC$), $CD = AD = 17$ см.

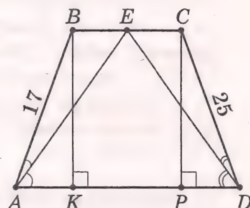


Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). $ABCN$ — прямокутник, $AB = CN$, $BC = AN = 9$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $ND = AD - DN$, $ND = 17 - 9 = 8$ (см). Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CN^2 + ND^2$; $CN^2 = CD^2 - ND^2$; $CN^2 = 17^2 - 8^2 = (17 - 8) \cdot (17 + 8) = 9 \cdot 25$; $CN = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см).

$$S = \frac{17+9}{2} \cdot 15 = \frac{26}{2} \cdot 15 = 195 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: $S = 195$ см^2.

784. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$, $h = BK = 15$ см. За умовою AE — бісектриса $\angle BAD$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle BAE = \angle EAD$. $BC \parallel AD$, AE — січна. За ознакою паралельності прямих маємо $\angle BEA = \angle EAD$ (внутрішні різносторонні). Отже, ΔABE — рівнобедрений ($AB = BE = 17$ см), $\angle BAE = \angle BEA$.



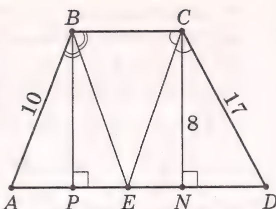
Аналогічно, якщо DE — бісектриса $\angle CDA$, тоді $\angle CDE = \angle EDA$, $BC \parallel AD$, DE — січна. $\angle CED = \angle EDA$ (внутрішні різносторонні). ΔECD — рівнобедрений, $EC = CD = 25$ см, $\angle CED = \angle CDE$.

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BC = BE + EC$, $BC = 17 + 25 = 42$ (см). Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle K = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AK^2 + KB^2$; $AK^2 = AB^2 - KB^2$; $AK^2 = 17^2 - 15^2 = (17 - 15) \cdot (17 + 15) = 2 \cdot 32 = 64$; $AK = \sqrt{64} = 8$ (см). CP — висота ($CP \perp AD$). Розглянемо ΔCPD — прямокутний ($\angle P = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CP^2 + PD^2$; $PD^2 = CD^2 - CP^2$; $PD^2 = 25^2 - 15^2 = (25 - 15) \cdot (25 + 15) = 10 \cdot 40 = 400$; $PD = \sqrt{400} = 20$ (см). $KBCP$ — прямокутник, $BC = KP = 42$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AK + KP + PD$, $AD = 8 + 42 + 20 = 70$ (см).

$$S = \frac{42+70}{2} \cdot 15 = \frac{112}{2} \cdot 15 = 840 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: $S = 840$ см^2.

785. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$,



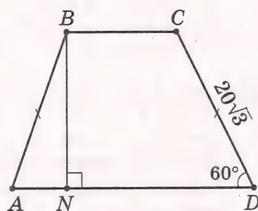
$h = CN = 8$ см. За умовою BE — бісектриса $\angle CBA$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle CBE = \angle EBA$. $BC \parallel AD$, BE — бічна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle CBE = \angle BEA$ (внутрішні різносторонні), отже, ΔBAE — рівнобедрений ($\angle ABE = \angle AEB$) $AB = AE = 10$ см. Аналогічно, якщо CE — бісектриса $\angle BCD$, тоді $\angle DCE = \angle BCE$. $BC \parallel AD$, CE — січна, $\angle DEC = \angle BCE$. Отже, ΔDCE — рівнобедрений ($\angle DEC = \angle DCE$), $CD = DE = 17$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AE + ED$, $AD = 10 + 17 = 27$ (см). Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CN^2 + ND^2$; $ND^2 = CD^2 - CN^2$;

$ND^2 = 17^2 - 8^2 = (17 - 8) \cdot (17 + 8) = 9 \cdot 25$; $ND = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см). BP — висота ($BP \perp AD$). Розглянемо ΔBPA — прямокутний ($\angle P = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AP^2 + PB^2$; $AP^2 = AB^2 - BP^2$;

$AP^2 = 10^2 - 8^2 = (10 - 8) \cdot (10 + 8) = 2 \cdot 18 = 36$; $AP = \sqrt{36} = 6$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $PN = AD - (AP + ND)$; $PN = 27 - (6 + 15) = 27 - 21 = 6$ (см). $PBCN$ — прямокутник, $PN = BC = 6$ см.

$S = \frac{27+6}{\not{2}} \cdot \not{8}^{4} = 33 \cdot 4 = 132$ (см²). *Відповідь*: $S = 132$ см².

786. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$, h — висота.



Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). За властивістю кутів рівнобічної трапеції маємо: $\angle A = \angle D = 60°$. Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). $\angle D = 60°$. За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо:
$\angle A + \angle ABN = 90°$, $\angle ABN = 90° - 60° = 30°$.

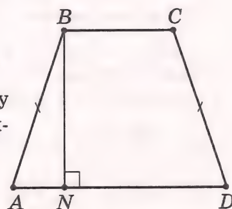
За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $AN = \frac{1}{2}AB$;

$AN = 20\sqrt{3} : 2 = 10\sqrt{3}$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$; $BN^2 = AB^2 - AN^2$; $BN^2 = \left(20\sqrt{3}\right)^2 - \left(10\sqrt{3}\right)^2 = 400 \cdot 3 - 100 \cdot 3 = 3 \cdot (400 - 100) = 3 \cdot 300 = 900$; $BN = \sqrt{900} = 30$ (см). За умовою у трапецію можна вписати коло, тому $AB + CD = BC + AD$; $AB + CD = 20\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$ (см).

$BC + AD = 40\sqrt{3}$ (см); $S = \frac{{}^{20}\not{40}\sqrt{3}}{\not{2}} \cdot 30 = 600\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: $S = 600\sqrt{3}$ см².

787. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 32$ см, $b = AD = 50$ см,



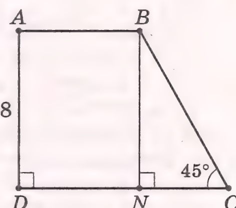
h — висота. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp AD$). За умовою у трапецію можна вписати коло, тому $BC + AD = AB + CD$.
За умовою $AB = CD$, тоді $2AB = 32 + 50$;
$2AB = 82$; $AB = 82 : 2 = 41$ (см).

Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$; $BN^2 = AB^2 - AN^2$. За властивістю рівнобічної трапеції маємо: $AN = (AD - BC) : 2$; $AN = (50 - 32) : 2 = 18 : 2 = 9$ (см). $BN^2 = 41^2 - 9^2 = (41 - 9) \cdot (41 + 9) = 32 \cdot 50$;

$BN = \sqrt{32 \cdot 50} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 2} = 4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$ (см).

$S = \frac{32+50}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 20 = 1640$ (см²). *Відповідь*: $S = 1640$ см².

788. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = DC$,



$h = AD = 8$ см. Виконаємо додаткову побудову: висоту BN ($BN \perp DC$). Розглянемо ΔBNC — прямокутний ($\angle N = 90°$). За умовою $\angle C = 45°$. За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle NBC = 90° - 45° = 45°$. Отже, ΔBNC — рівнобедрений, $BN = NC = 8$ см. За теоремою Піфагора маємо:

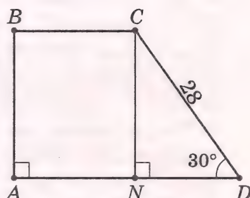
$BC^2 = BN^2 + NC^2$; $BC^2 = 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128$;

$BC = \sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = 8\sqrt{2}$ (см). За умовою у трапецію можна вписати коло. тому $AB + DC = AD + BC$, $AB + DC = 8 + 8\sqrt{2}$ (см).

$S = \frac{8+8\sqrt{2}}{2} \cdot 8 = (8 + 8\sqrt{2}) \cdot 4 = 32 + 32\sqrt{2}$ (см²).

Відповідь: $S = 32 + 32\sqrt{2}$ см².

789. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$, $h = AB$.



Виконаємо додаткову побудову: висоту CN ($CN \perp AD$). Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$), $\angle D = 30°$. За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо:

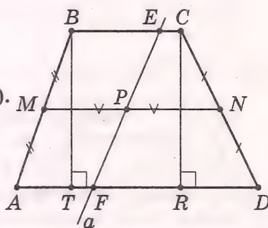
$CN = \frac{1}{2} CD$, $CN = 28 : 2 = 14$ (см).

$ABCN$ — прямокутник, $AB = CN = 14$ см. За умовою у трапецію можна вписати коло, отже, $AB + CD = BC + AD$, $AB + CD = 14 + 28 = 42$ (см).

Отже, $BC + AD = 42$ см. $S = \frac{42}{2} \cdot 14 = 294$ (см²).

Відповідь: $S = 294$ см².

790. Пряма a розбиває трапецію $ABCD$ на дві трапеції: $ABEF$ і $ECDF$.



$S_{ABEF} = \frac{BE + AF}{2} \cdot BT$ (BT — висота, $BT \perp AD$).

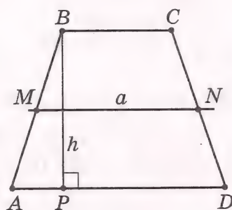
$S_{ECDF} = \frac{EC + FD}{2} \cdot CR$ (CR висота, $CR \perp AD$).

$BCRT$ — прямокутник ($BC \parallel TR$, $BT \perp AD$, $CR \perp AD$, $BT \parallel CR$), отже, $BT = CR = h$.

За теоремою Фалеса маємо, що P — середина EF, отже, MP — середня лінія трапеції $ABEF$, PN — середня лінія трапеції $ECDF$. За теоремою про середню лінію трапеції маємо $MP = \frac{1}{2}(BE + AF)$; $PN = \frac{1}{2}(EC + FD)$.

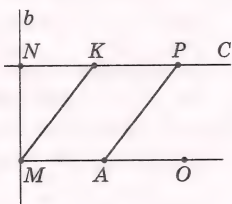
За умовою P — середина MN, отже, $MP = PN = \frac{1}{2}MN = b$. $S_{ABEF} = h \cdot b$; $S_{ECDF} = h \cdot b$. Отже, $S_{ABEF} = S_{ECDF}$. Тобто пряма a розбиває трапецію $ABCD$ на два рівновеликих многокутника. Доведено.

791. 1) $S = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot BP$ або $S = MN \cdot BP$,

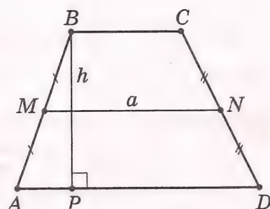


де MN — середня лінія, BP — висота,
$S = a \cdot h$, $MN = a$, $BP = h$.

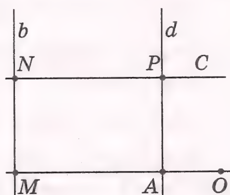
Побудова. 1) Будуємо у заданій трапеції середню лінію a (знаходимо M — середину сторони AB і N — середину сторони CD) і висоту h. 2) Будуємо довільний промінь MO. 3) Відкладаємо від його початку відрізок $MA = a$. 4) Через точку M будуємо пряму b ($b \perp MO$). 5) На прямій b від точки M відкладаємо відрізок $MN = h$.
6) Через точку N проводимо пряму c ($c \parallel MO$).
7) Через точки M і A проводимо паралельні прямі $MK \parallel AP$, $MK \not\parallel b$, $AP \not\parallel b$. $S_{MKPA} = MA \cdot MN$, $S_{MKPA} = a \cdot h$. $S_{ABCD} = S_{MKPA}$. $MKPA$ — шуканий паралелограм, який має з трапецію $ABCD$ однакову площу.



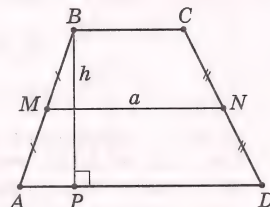
2) $S = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot BP$ або $S = MN \cdot BP$,



де MN — середня лінія трапеції ($MN = a$),
BP — висота ($BP = h$), $S = a \cdot h$.
Побудова. 1) Будуємо довільний промінь MO.
2) Від точки M відкладаємо відрізок $MA = a$.
3) Через точку M будуємо пряму b ($b \perp MO$).
4) На прямій b від точки M відкладаємо відрізок MN ($MN = h$). 5) Через точку N проводимо пряму c ($c \parallel MO$). 6) Через точку A проводимо пряму d ($d \parallel b$). 7) Прямі c і d перетинаються у точці P ($d \cap c = P$).
$MNPA$ прямокутник, $MA = a$, $MN = h$.
$S_{MNPA} = a \cdot h$. Площа прямокутника $MNPA$ дорівнює площі трапеції $ABCD$. Отже, прямокутник $MNPA$ рівновеликий до трапеції $ABCD$.



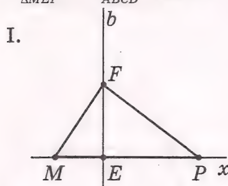
792. $S = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot BP$ або $S = MN \cdot BP$,

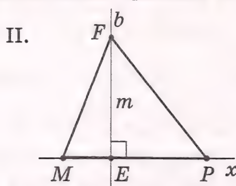


де MN — середня лінія трапеції ($MN = a$),
BP —висота ($BP = h$). $S = a \cdot h$.
Побудова. 1) Будуємо довільну пряму x. На прямій x позначаємо довільну точку M.
2) Від точки M відкладаємо відрізок $MP = 2a$.
3) Позначаємо на відрізку MP довільну точку E ($E \in MP$).
4) Через точку E проводимо пряму b ($b \perp x$).
5) На прямій b від точки E відкладаємо відрізок EF ($EF = h$).

6) Будуємо ΔMEP. $S_{\Delta MEP} = \frac{1}{2} MP \cdot EF$; $S_{\Delta MEP} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h = a \cdot h$.

$S_{\Delta MEP} = S_{ABCD}$. ΔMEP — рівновеликий трапеції $ABCD$.



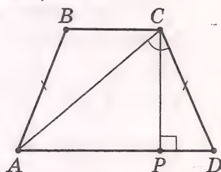


II. 1) Будуємо довільну пряму x. На прямій x позначаємо довільну точку M. 2) Від точки M відкладаємо відрізок $MP = a$. 3) Позначаємо на відрізку MO довільну точку E ($E \in MP$). 4) Через точку E проводимо пряму b ($b \perp x$). 5) На прямій b від точки E відкладаємо відрізок EF ($EF = 2h$).

6) Будуємо ΔMEP. $S_{\Delta MEP} = \frac{1}{2} MP \cdot EF$; $S_{\Delta MEP} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h = a \cdot h$.

$S_{\Delta MEP} = S_{ABCD}$. ΔMEP — рівновеликий трапеції $ABCD$.

793. Виконаємо додаткову побудову: висоту CP ($CP \perp AD$).



За властивістю рівнобічної трапеції маємо:

$AP = \frac{1}{2}(AD + BC)$; $PD = \frac{1}{2}(AD - BC)$.

Отже, $AP = \frac{1}{2}(40 + 24) = 64 : 2 = 32$ (см);

$PD = \frac{1}{2}(40 - 24) = 16 : 2 = 8$ (см).

Розглянемо ΔACD — прямокутний ($\angle C = 90°$), $CP \perp AD$. За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $CP^2 = AP \cdot PD$;

$CP^2 = 32 \cdot 8$; $CP = \sqrt{32 \cdot 8} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2} = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ (см).

$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$, де $a = BC = 24$ см, $b = AD = 40$ см, $h = CP = 16$ см;

$S = \frac{(24 + 40)}{2} \cdot 16^{8} = 64 \cdot 8 = 512$ (см^2). *Відповідь*: $S = 512$ см^2.

794. Виконаємо додаткову побудову: висоту CP ($CP \perp AD$). За умовою навколо трапеції $ABCD$ описане коло, тобто це ж коло описане навколо прямокутного трикутника ACD ($\angle C = 90°$). За умовою $AC \perp CD$. Як відомо, центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, знаходиться на середині гіпотенузи AD ($AO = OD = R$). Отже, $AD = 2R$, $AD = 12{,}5 \cdot 2 = 25$ (см). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику маємо: $CD^2 = AD \cdot PD$, $CP^2 = AP \cdot PD$,

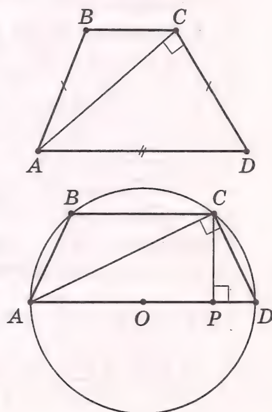
$15^2 = 25 \cdot PD$, $225 = 25 \cdot PD$,

$PD = 225 : 25 = 9$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо:

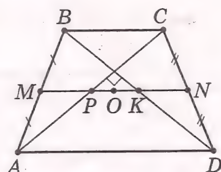
$AP = AD - PD$, $AP = 25 - 9 = 16$ (см),

$CP^2 = 16 \cdot 9$; $CP = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$ (см).

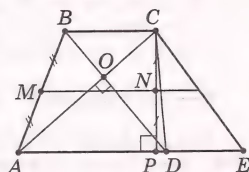


$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CP;$ $\frac{BC + AD}{2} = AP$ (за властивістю рівнобічної трапеції. Отже, $AP = \frac{BC + AD}{2} = 16$ (см). $S - 16 \cdot 12 = 192$ (см^2).

Відповідь: $S = 192$ см^2.



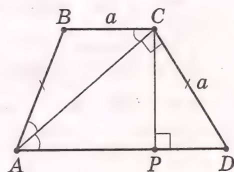
795. Виконаємо додаткову побудову: з вершини C опустимо висоту CP ($CP \perp AD$) і через вершину C проведемо пряму CE ($CE \parallel BD$), $E \in AD$. $BC \parallel DE$, $BD \parallel CE$. Отже, $BCED$ — паралелограм. За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо: $BC = DE$, $BD = CE$. $AC \perp BD$ і $BD \parallel CE$, тобто $AC \perp CE$. CP — висота, опущена з вершини прямого кута C. MN — середня лінія трапеції. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: $\frac{BC + AD}{2} = MN;$ $BC + AD = 2MN;$ $DE = BC$, отже, $AD + DE = 2 \cdot 25 = 50$ см.



За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD + DE = AE = 50$ см. Розглянемо ΔACE — прямокутний ($\angle C = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AE^2 = AC^2 + CE^2;$ $CE^2 = AE^2 - AC^2;$ $CE^2 = 50^2 - 48^2 = (50 - 48) \cdot (50 + 48) = 2 \cdot 98;$

$CE = \sqrt{2 \cdot 98} = \sqrt{2 \cdot 49 \cdot 2} = 7 \cdot 2 = 14$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD;$ $S = \frac{1}{\not{2}} \cdot 14 \cdot \not{48}^{24} = 336$ (см^2). *Відповідь*: $S = 336$ см^2.



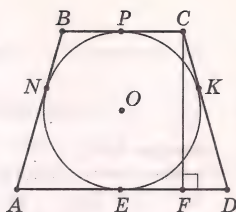
796. За умовою $AC \perp CD$, отже, $\angle ACD = 90°$. За умовою діагональ AC є бісектрисою гострого кута A. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle DAC = \angle CAB = \frac{1}{2} \angle DAB$. Нехай $\angle DAC = x$, тоді $\angle CAB = x$, $\angle DAB = 2x$. $BC \parallel AD$, AC — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle BCA = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні). Отже, $\angle BCA = x$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD$, $\angle BCD = x + 90$. За властивістю кутів рівнобічної трапеції маємо: $\angle B = \angle BCD = x + 90°$ та $\angle DAB + \angle B = 180°$. Складемо і розв'яжемо рівняння: $2x + x + 90 = 180;$ $3x + 90 = 180;$ $3x = 180 - 90;$ $3x = 90;$ $x = 90 : 3;$ $x = 30$. Отже, $\angle CAD = 30°$. ΔABC — рівнобедрений, $\angle CAB = \angle ACB$. Отже, $AB = BC = a$, $AB = CD = a$. Розглянемо ΔACD — прямокутний ($\angle C = 90°$). Якщо $\angle CAD = 30°$, тоді за властивістю катета, що лежить навпроти кута $30°$, маємо: $AD = 2CD$, $AD = 2a$. За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо $\angle D + \angle CAD = 90°$, $\angle D = 90° - 30° = 60°$.

Розглянемо ΔCPD — прямокутний ($\angle P = 90°$). За означенням синуса гострого кута прямокутного трикутника маємо:

$\sin \angle D = \frac{CP}{CD};$ $\frac{CP}{a} = \sin 60°;$ $\frac{CP}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2};$ $CP = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$ $S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CP;$

$S = \frac{a + 2a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a \cdot a\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$ *Відповідь*: $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

797. За властивістю відрізків дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $NB = BP = 4$ см, $AN = AE = 9$ см. За умовою $ABCD$ — рівнобічна трапеція, отже, $AD = 2AE = 18$ см, $BC = 2BP = 8$ см. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AB = 4 + 9 = 13$ см.



Виконаємо додаткову побудову: висоту CF ($CF \perp AD$).

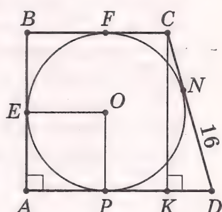
За властивістю рівнобічної трапеції маємо:

$FD = \frac{1}{2}(AD - BC)$; $FD = \frac{18-8}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (см). Розглянемо ΔCFD — прямокутний ($\angle F = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CF^2 + FD^2$; $CF^2 = CD^2 - FD^2$; $CF^2 = 13^2 - 5^2 = (13 - 5) \cdot (13 + 5) = 8 \cdot 18$;

$CF = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ (см). $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 8$ см, $b = AD = 18$ см, $h = CF = 12$ см. $S = \frac{8+18}{\cancel{2}} \cdot \cancel{12}^{6} = 26 \cdot 6 = 156$ (см^2).

Відповідь: $S = 156$ см^2.

798. За умовою $ABCD$ — прямокутна трапеція. За властивістю кола, вписаного у прямокутну трапецію, маємо: $AB = 2R = 24$ см.



$EOPA$ — квадрат. $OP \perp AD$, $OE \perp AB$, $AB \perp AD$. $OE = OP = R = 12$ см. Отже, $AP = 12$ см. За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $ND = PD = 16$ см, $FC = CN$. Нехай $CN = x$ см, тоді $CF = x$ см. Виконаємо додаткову побудову: висоту CK ($CK \perp AD$).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CD = CN + ND$, $CD = x + 16$ (см), $KD = AD - AK$, $AK = BC = 12 + x$ (см), $AD = AP + PD$, $AD = 12 + 16 = 28$ (см). $KD = 28 - (12 + x) = 28 - 12 - x = 16 - x$ (см).

Розглянемо ΔCKD — прямокутний ($\angle K = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CK^2 + KD^2$. Складемо і розв'яжемо рівняння:

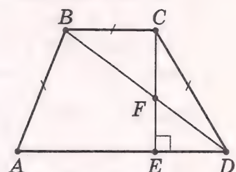
$(x + 16)^2 = 24^2 + (16 - x)^2$; $x^2 + 32x + 256 = 576 + 256 - 32x + x^2$;

$\cancel{x^2} + 32x + \cancel{256} - 576 - \cancel{256} + 32x - \cancel{x^2} = 0$; $64x = 576$; $x = 576 : 64$; $x = 9$.

Отже, $AD = 28$ см, $BC = 12 + 9 = 21$ см, $AB = 24$ см. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 21$ см, $b = AD = 28$ см, $AB = h = 24$ см.

$S = \frac{21+28}{\cancel{2}} \cdot \cancel{24}^{12} = 49 \cdot 12 = 588$ (см^2). *Відповідь*: $S = 588$ см^2.

799. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC$, $b = AD$, $h = CE$.



За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CE = CF + FE$, $CE = 12 + 15 = 27$ (см).

За умовою $BC = CD$. Отже, ΔBCD — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle CBD = \angle CDB$.

$BC \parallel AD$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle CBD = \angle BDA$ (внутрішні різносторонні). Отже, $\angle CDB = \angle BDA$. Тоді BD — бісектриса $\angle CDA$. Розглянемо ΔCED — прямокутний ($\angle E = 90°$).

За властивістю бісектриси трикутника маємо: $\frac{CE}{FE} = \frac{CD}{ED}$; $\frac{\cancel{15}^5}{\cancel{12}_4} = \frac{CD}{ED}$;

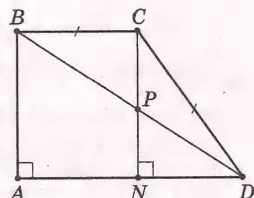
$\frac{CD}{ED} = \frac{5}{4}$. Отже, нехай $CD = 5x$ (см), $ED = 4x$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CE^2 + ED^2$. Складемо і розв'яжемо рівняння:
$(5x)^2 = 27^2 + (4x)^2$; $(5x)^2 - (4x)^2 = 27^2$; $(5x - 4x)(5x + 4x) = 27^2$; $x \cdot 9x = 27^2$; $9x^2 = 27^2$; $(3x)^2 = 27^2$; $3x = 27$; $x = 27 : 3$; $x = 9$. Отже, $CD = 5 \cdot 9 = 45$ (см), $BC = CD = 45$ см. $ED = 4 \cdot 9 = 36$ (см).
За властивістю рівнобічної трапеції маємо:

$ED = \frac{1}{2}(AD - BC)$; $36 = \frac{1}{2}(AD - 45)$; $AD - 45 = 36 \cdot 2$; $AD - 45 = 72$;

$AD = 72 + 45 = 117$ (см). $S = \frac{45 + 117}{2} \cdot 27 = \frac{\cancel{162}^{81}}{\cancel{2}} \cdot 27 = 81 \cdot 27 = 2187$ (см^2).

Відповідь: $S = 2187$ см^2.

800. За умовою $CD = BC$. Отже, ΔBCD — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle CBD = \angle CDB$. $BC \parallel AD$, BD — січна. За ознакою паралельності прямих маємо: $\angle CBD = \angle BDA$ (внутрішні різносторонні). Отже, $\angle CDB = \angle BDA$, тому BD — бісектриса $\angle ADC$. Розглянемо ΔCND — прямокутний ($\angle N = 90°$).



За властивістю бісектриси кута трикутника маємо:

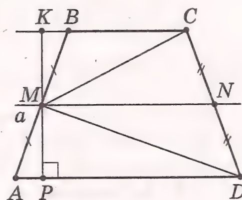
$\frac{CP}{PN} = \frac{CD}{ND}$; $\frac{CD}{ND} = \frac{\cancel{15}^5}{\cancel{9}_3}$; $\frac{CD}{ND} = \frac{5}{3}$. Нехай $CD = 5x$ (см), $AD = 3x$ (см).

За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $CN = CP + PN$,
$CN = 15 + 9 = 24$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $CD^2 = CN^2 + ND^2$; $(5x)^2 = (3x)^2 + 24^2$; $25x^2 = 9x^2 + 24^2$; $25x^2 - 9x^2 = 24^2$; $16x^2 = 24^2$; $(4x)^2 = 24^2$; $4x = 24$; $x = 24 : 4$; $x = 6$. Отже, $CD = 5 \cdot 6 = 30$ (см), $ND = 3 \cdot 6 = 18$ (см). За умовою $BC = CD = 30$ см. $ABCN$ — прямокутник. $BC = AN = 30$ см.
За аксіомою вимірювання відрізків маємо:
$AD = AN + ND$, $AD = 30 + 18 = 48$ (см).

$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$, де $a = BC = 30$ см, $b = AD = 48$ см, $h = CN = 24$ см.

$S = \frac{30 + 48}{\cancel{2}} \cdot \cancel{24}^{12} = 78 \cdot 12 = 936$ (см^2). *Відповідь*: $S = 936$ см^2.

801. Виконаємо додаткові побудови: через точку M проведемо пряму a, яка перетинає бічну сторону CD у точці N. Якщо M — середина AB і $MN \parallel BC$, $MN \parallel AD$. За теоремою про середню лінію трапеції маємо: MN — середня лінія трапеції і $MN = \frac{1}{2}(BC + AD)$. Через точку M проведемо перпендикуляр PK до основ AB і CD, $PK \perp AB$, $PK \perp CD$.



Розглянемо ΔAPM і ΔBKM — прямокутні, $\angle APM = \angle BKM = 90°$, $\angle AMP = \angle BMK$ (вертикальні). За I ознакою подібності трикутників маємо: $\Delta APM = \Delta BKM$.

За властивістю подібних фігур маємо: $\frac{AM}{MB}=\frac{MK}{MP}$.

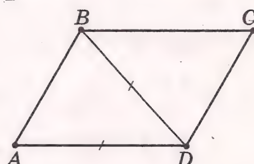
За умовою M — середина AB, отже, $AM = MB$, тому $\frac{AM}{MB}=1$.

Тому $\Delta MKB = \Delta MPA$. Отже, $MK = MP = \frac{1}{2}KP$ (KP — висота трапеції $ABCD$). $S_{\Delta CMB}=\frac{1}{2}MK\cdot BC$ (MK — висота ΔCMB); $S_{\Delta AMD}=\frac{1}{2}MP\cdot AD$ (MP — висота ΔAMD).

$$S_{\Delta CMB}+S_{\Delta AMD}=\frac{1}{2}MK\cdot BC+\frac{1}{2}MP\cdot AD=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}KP\cdot BC+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}KP\cdot AD=$$
$$=\frac{1}{4}KP\cdot BC+\frac{1}{4}KP\cdot AD=\frac{1}{4}KP(BC+AD)=\frac{BC+AD}{2}\cdot\frac{KP}{2}=\frac{MN\cdot KP}{2}=$$
$$=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{S}{2}.$$

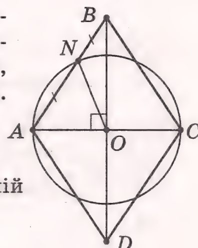
За властивістю площ фігур маємо: $S_{\Delta CMD}=S_{ABCD}-(S_{\Delta BMC}+S_{\Delta AMD})$, отже, $S_{\Delta CMD}=S^{\backslash 2}-\frac{S}{2}=\frac{2S-S}{2}=\frac{S}{2}$. *Відповідь*: $S_{\Delta CMD}=\frac{S}{2}$.

802. Нехай $AB = a$ см, $AD = b$ см.



$P_{ABCD} = 2(a + b) = 50$ см $|:2$; $a + b = 25$ см;
$P_{\Delta ABD} = AB + BD + AD$. За умовою $BD = AD$.
Отже, $BD = b$ см; $(a + b) + b = 40$ см;
$25 + b = 40$; $b = 40 - 25 = 15$ (см).
$a + b = 25$; $a + 15 = 25$; $a = 25 - 15 = 10$ (см).
Відповідь: $AB = CD = 10$ см, $BC = AD = 15$ см.

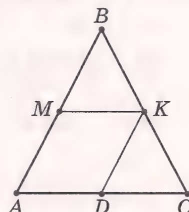
803. За умовою $ABCD$ — ромб. За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC \perp BD$. Отже, ΔAOB — прямокутний ($\angle AOB = 90°$). За умовою N — середина AB, отже, OM — медіана ΔAOB, проведена до гіпотенузи. За властивістю медіани, проведеної до гіпотенузи у прямокутному трикутнику, маємо:



$ON=\frac{1}{2}AB=AN$. Розглянемо ΔAON — рівносторонній ($AO = ON = R$ — радіуси, $ON=AN=\frac{1}{2}AB$).

Отже, $\angle OAN = 60°$. Розглянемо ΔABO — прямокутний ($\angle AOB = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle OAB + \angle ABO = 90°$, $\angle ABO = 90° - 60° = 30°$. Отже, за властивістю діагоналей ромба маємо: $\angle DAB = 2\angle OAB = 2\cdot 60° = 120°$, $\angle ABC = 2\angle ABO = 2\cdot 30° = 60°$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо:
$\angle A = \angle C = 120°$, $\angle B = \angle D = 60°$. *Відповідь*: 120°, 60°.

804. За умовою $MK \parallel AC$. Отже, $\Delta MBK \sim \Delta ABC$.



За властивістю подібних трикутників маємо:
$\frac{BK}{BC}=\frac{MK}{AC}=\frac{BM}{AB}$. За умовою $BK : KC = 3 : 2$.
Нехай $BK = 3x$ (см), $KC = 2x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BC = BK + KC$, $BC = 3x + 2x = 5x$ (см).

$\frac{3\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \frac{MK}{15} = \frac{BM}{25}$; $\frac{MK}{15} = \frac{3}{5}$; $MK = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot 3}{\cancel{5}} = 9$ (см);

$\frac{3}{5} = \frac{BM}{25}$; $BM = \frac{3 \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{5}} = 15$ (см).

$P_{AMKD} = 2(AM + MK)$. $AMKD$ — паралелограм (за умовою $MK \parallel AC$, тобто $MK \parallel AD$ і $DK \parallel AB$, тобто $DK \parallel AM$). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AM = AB - BM$, $AM = 25 - 15 = 10$ (см).

$P_{AMKD} = 2 \cdot (10 + 9) = 2 \cdot 19 = 38$ (см). *Відповідь*: $P_{AMKD} = 38$ см.

805. Це можливо. Адже площа квадрата зі стороною 1,5 см дорівнює $1{,}5^2 = 2{,}25$ (см^2). Площа одного з квадратів із стороною 1 см дорівнює $1^2 = 1$ (см^2), а за умовою таких квадратів три. Отже, їх сумарна площа дорівнює $3 \cdot 1 = 3$ (см^2), $3 > 2{,}25$. Тому можливо виконати таке покриття.

Завдання № 4 «Перевір себе»

1. Б. $18\cancel{0}° \cdot (n-2) = 126\cancel{0}$; $n - 2 = 126 : 18$; $n - 2 = 7$; $n = 7 + 2$; $n = 9$.

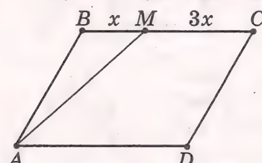
2. В, $\frac{n(n-3)}{2} = 14$; $n(n-3) = 14 \cdot 2$; $n^2 - 3n - 28 = 04$ $\left[\begin{array}{l} n_1 = 7, \\ n_2 = -4 < 0. \end{array}\right.$

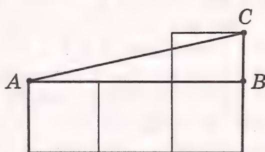
$180° \cdot (n - 2) = 180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 900°$.

3. А.

4. Г. $80 : 16 = 5$ (см). $S = ab \sin\alpha$; $a \sin\alpha = 5$; $\sin\alpha = \frac{5}{a} < 1$; $a > 5$, $a = 6$.

5. Б. $\frac{BM}{BC} = \frac{x}{x + 3x} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$; $S_{\Delta ABM} = \frac{S}{4}$.



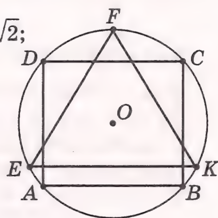


6. Г. $S_{м} = 4$ см^2; $a_{м} = 2$ см; $AB = 3 \cdot 2 = 6$ см; $BC = 2$ см.
ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За теоремою Піфагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$;
$AC^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$. $S_{б} = AC^2 = 40$ (см^2).

7. Г. $R = 1$ см, $AC = 2R$, $AC = 2$ см, $AB = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \sqrt{2}$;

$S_{кв} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$ см^2. $EF = \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} = \sqrt{3}$ см.

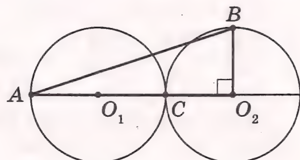
$S_{\Delta} = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$; $\frac{S_{\Delta}}{S_{кв}} = \frac{3\sqrt{3}}{4} : 2 = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.



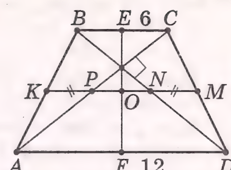
8. Б. $AB = 10$ см. $BO_2 = R$,
$AO_2 = AO_1 + O_1C + CO_2 = 3R$.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AO_2^2 + O_2B^2$;
$10^2 = R^2 + (3R)^2$; $100 = R^2 + 9R^2$;

$10R^2 = 100$; $R^2 = 10$. $S_{\Delta} = \frac{1}{2} AO_2 \cdot BO_2$;

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 3R \cdot R = \frac{3R^2}{2} = \frac{3 \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\cancel{2}} = 15$.



9. Г.



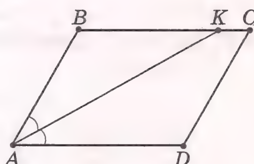
10. В. $PM = \frac{1}{2}AD = 6$ см, $PN = MN = KP = 3$ см,
$BC = 2KP = 6$ см, $AO = OD = x$.
ΔAOD — прямокутний ($\angle O = 90°$).
$AD^2 = AO^2 + OD^2$; $12^2 = x^2 + x^2$; $2x^2 = 144$;
$x^2 = 144 : 2 = 72$; $x = \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$.

ΔOFA — прямокутний ($\angle F = 90°$); $AF = \frac{1}{2}AD = 6$ см; $OF^2 = AO^2 - AF^2$;
$OF^2 = (6\sqrt{2})^2 - 6^2 = 72 - 36 = 36$; $OF = 6$ см. $BO = OC = y$.
ΔBOC — прямокутний ($\angle O = 90°$). $BC^2 = BO^2 + OC^2$; $y^2 + y^2 = 36$; $2y^2 = 36$;
$y^2 = 36 : 2$; $y^2 = 18$; $y = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$ см.

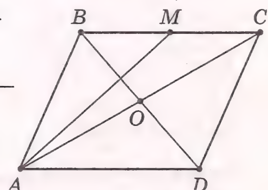
ΔBOE — прямокутний ($\angle E = 90°$). $BE = \frac{1}{2}BC = 3$ см.

$EO^2 = BO^2 - BE^2$; $EO^2 = (3\sqrt{2})^2 - 3^2 = 18 - 9 = 9$; $EO = 3$ см.

$h = OF + OE$, $h = 3 + 6 = 9$ см. $S = \frac{6+12}{2} \cdot 9 = \frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{2}} \cdot 9 = 81$ (см²).



806. $P_{ABCD} = (AB + BC) \cdot 2$, $BC = BK + KC$,
$BC = 14 + 9 = 23$ см.
$\angle BAK = \angle KAD$ (AK — бісектриса $\angle A$).
$\angle BKA = \angle KAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK).
$\angle BAK = \angle BKA$, тоді ΔABK — рівнобедрений,
$AB = BK = 14$ см. $P_{ABCD} = (14 + 23) \cdot 2 = 74$ см.
Відповідь: $P_{ABCD} = 74$ см.

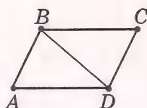


807. За умовою BM — бісектриса $\angle BAD$. За означенням бісектриси кута маємо:

$\angle BAM = \angle MAD = \frac{1}{2}\angle BAD$. За умовою $ABCD$ — паралелограм. За означенням паралелограма маємо: $BC \parallel AD$, AM — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BMA = \angle DAM$ (внутрішні різносторонні).
Отже, отримали: $\angle BAM = \angle BMA$. За властивістю кутів при основи рівнобедреного трикутника маємо: ΔABM — рівнобедрений, $AB = BM$. За умовою $BM : MC = 5 : 4$. Нехай $BM = 5x$ (см), $MC = 4x$ (см). За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $BC = BM + MC$, $BC = 5x + 4x = 9x$ (см). Отже, якщо $BM = 5x$ (см), тоді $AB = 5x$ (см). За властивістю протилежних сторін паралелограма маємо: $AB = CD = 5x$ (см). За умовою $ABCD$ — паралелограм. За властивістю діагоналей паралелограма маємо:

$BO = OD = \frac{1}{2}BD$, $AO = OC = \frac{1}{2}AC$.

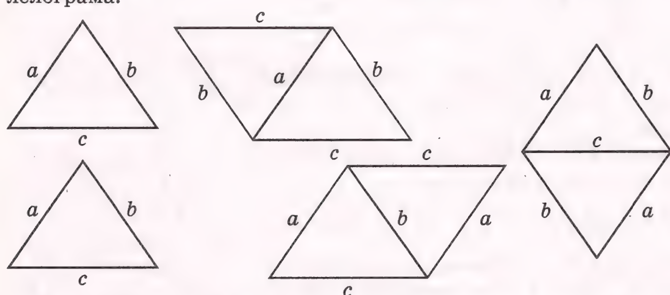
$P_{\Delta BOC} = BO + OC + BC = (BO + OC) + 9x$ (см). $P_{\Delta COD} = CO + OD + CD =$
$= (CO + OD) + 5x$ (см). $BO = OD$. Отже, $P_{\Delta COD} = (CO + BO) + 5x$ (см).
$P_{\Delta BOC} - P_{\Delta COD} = 8$, $((CO + BO) + 9x) - ((CO + BO) + 5x) = 8$;
$\cancel{(CO + BO)} + 9x - \cancel{(CO + BO)} - 5x = 8$; $4x = 8$; $x = 8 : 4$; $x = 2$. Отже,
$AB = 5 \cdot 1 = 10$ (см), $BC = 9 \cdot 2 = 18$ (см). *Відповідь*: 10 см, 18 см.



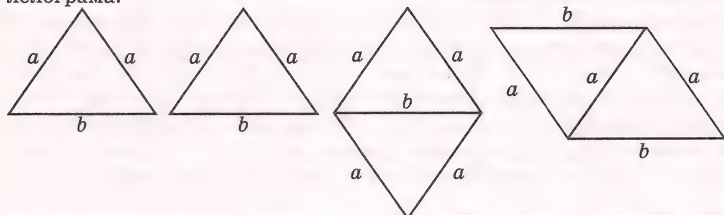
808. Нехай $\angle ADB = x$, $\angle A = y$. Розглянемо ΔABD:
$\angle ADB + \angle A + \angle ABD = 180°$, $x + y + \angle ABD = 180°$,
$\angle ABD = 180° - (x + y)$. $\angle ABD = \angle BDC = 180° - (x + y)$
(як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній BD).
За умовою $2\angle ADB = \angle A + \angle BDC$, $2x = y + 180° - (x + y)$,
$2x = y + 180° - x - y$, $3x = 180°$, $x = 60°$. Отже, $\angle ADB = 60°$.
Відповідь: $\angle ADB = 60°$.

809. За умовою $ABCD$ — паралелограм, BD — діагональ. За властивістю сторін паралелограма маємо: $AB = CD$, $BC = AD$. Отже, $\Delta ABD = \Delta CDB$ (за трьома сторонами). За властивістю рівних фігур маємо, що радіуси двох кіл однакові і $BM = KD$. Нехай $BM = x$, тоді $KD = x$. За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо:
$BM = BT$, $AP = AT$, $TD = MD$ ($P \in AB$, $T \in AD$, P і T — точки дотику кола і сторін ΔABD). Отже, маємо: $BM = PB = x$. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AP = AB - PB$, $AO = a - x$, тому $AT = AP = a - x$.
Аналогічно $TD = AD - AT$, $TD = b - (a - x) = b - a + x$,
$MK = (b - a + x) - x = b - a + \cancel{x} - \cancel{x} = b - a$. *Відповідь*: $MK = b - a$.

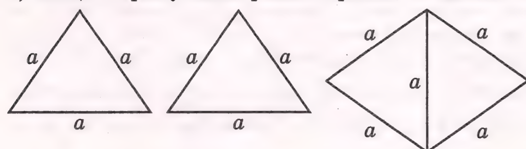
810. 1) Якщо 2 трикутника різносторонні, то можна скласти 3 різних паралелограма.



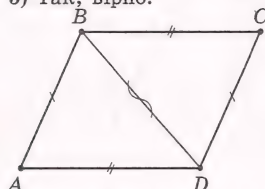
2) Якщо 2 трикутника рівнобедрені, то можна скласти 2 різних паралелограма.



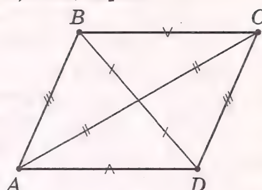
3) Якщо 2 трикутника рівносторонні, то можна скласти 1 паралелограм.



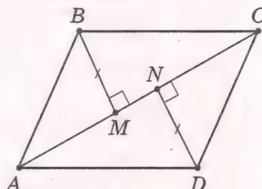
811. 1) Ні, не вірно, цей чотирикутник може бути або прямокутником, або квадратом. Але ці фігури є окремими випадками паралелограма. А може бути рівнобічною трапецією 2) Ні, не вірно, цей чотирикутник може бути рівнобічною трапецією, що не є паралелограмом. 3) Ні, не вірно, цей чотирикутник може бути рівнобічною трапецією, що не є паралелограмом. 4) Так, вірно, цей чотирикутник буде ромбом, а ромб є окремим випадком паралелограма. 5) Так, вірно.

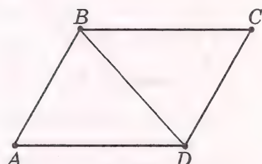


6) Так, вірно.



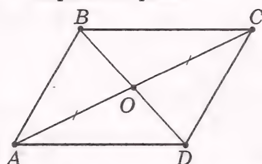
7) Так, вірно.



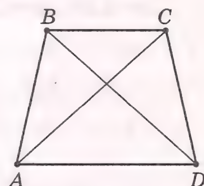


812. 1) Так. $BC \parallel AD$, $\Delta ABD = \Delta CDB$. З рівності трикутників випливає, що $BC = AD$, оскільки $BC = AD$ і $BC \parallel AD$, то $ABCD$ — паралелограм.

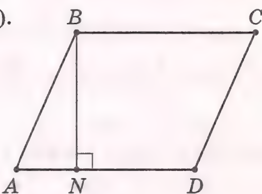
2) Так. $BC \parallel AD$, $BD \cap AC =$ т. O, $AO = OC$. Розглянемо ΔBOC і ΔDOA.
1) $CO = OA$. 2) $\angle BOC = \angle DOA$ (вертикальні).
3) $\angle BCO = \angle DAO$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC).
$\Delta BOC = \Delta DOA$ за II ознакою рівності трикутників. Тоді $BC = AD$, якщо $BC \parallel AD$, то $ABCD$ — паралелограм.



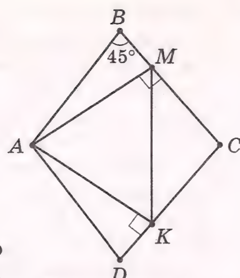
3) Ні. $AB = CD$, $AC = BD$. Але така фігура — трапеція рівнобічна.



813. $P_{ABCD} = 4AB$, $4AB = 8$, $AB = 8 : 4$, $AB = 2$ (см). Розглянемо ΔANB — прямокутний, $\angle N = 90°$ (за умовою BN — висота, $BN \perp AD$). Якщо $AB = 2$ см, $BN = 1$ см. Тому за властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $\angle A = 30°$. За властивістю кутів ромба, що належать одній стороні, маємо:
$\angle A + \angle D = 180°$, $\angle D = 180° - \angle A$, $\angle D = 180° - 30° = 150°$. *Відповідь*: 30°, 150°.

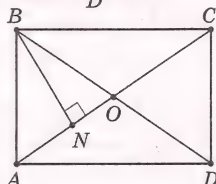


814. Оскільки висоти AM і AK проведені з тупого кута, то $\angle KAM = \angle B = 40°$.
Розглянемо ΔABM і ΔADK.
1) $AB = AD$ (сторони ромба).



2) $\angle B = \angle D$ (протилежні кути ромба).
3) $\angle AMB = \angle AKD = 90°$.
Отже, $\Delta ABM = \Delta ADK$ (за гіпотенузою і гострим кутом), з цього випливає, що $AM = AK$.
ΔAMK — рівнобедрений ($AM = AK$), тоді
$\angle AKM = \angle AMK = (180° - \angle MAK) : 2$,
$\angle AKM = \angle AMK = (180° - 40°) : 2 = 70°$.
Відповідь: $\angle AKM = \angle AMK = 70°$, $\angle KAM = 40°$.

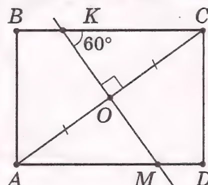
815. За умовою $\angle ABN : \angle NBC = 1 : 3$.
Нехай $\angle ABN = x$, тоді $\angle NBC = 3x$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle ABC = \angle ABN + \angle NBC$, $\angle ABC = 90°$ (за умовою $ABCD$ — прямокутник). Отже, маємо: $x + 3x = 90$; $4x = 90$; $x = 90 : 4$; $x = 22{,}5$. Тому $\angle ABN = 22{,}5°$, $\angle NBC = 3 \cdot 22{,}5° = 67{,}5°$. Розглянемо ΔABN — прямокутний ($\angle N = 90°$, за умовою BN — висота, $BN \perp AC$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle ABN + \angle BAN = 90°$; $\angle BAN = 90° - \angle ABN$; $\angle BAN = 90° - 22{,}5° = 67{,}5°$.



За умовою $ABCD$ — прямокутник. За властивістю діагоналей прямокутника маємо: $BD = AC$, $BO = \dfrac{1}{2}BD$, $AO = \dfrac{1}{2}AC$. Отже, $BO = AO$, тому ΔBOC — рівнобедрений. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: $\angle BAO = \angle ABO = 67{,}5°$. За аксіомою вимірювання кутів маємо: $\angle NBO = \angle ABO - \angle ABN$, $\angle NBO = 67{,}5° - 22{,}5° = 45°$.
Відповідь: $\angle NBO = 45°$.

816. Нехай дано прямокутник $ABCD$, AC — діагональ, т. O — середина AC, $KM \perp AC$, $\angle CKO = 60°$, $KM = 12$ см. Знайдемо BC.
Розглянемо ΔKOC і ΔMOA. 1) $\angle KOC = \angle MOA = 90°$. 2) $OC = OA$.
3) $\angle CKO = \angle AMO = 60°$ (як внутрішні різносторонні кути при $BC \parallel AD$ і січній KM). Отже, $\Delta KOC = \Delta MOA$ (за катетом і гострим кутом), тоді

$$KO = OM = \frac{1}{2}KM = 12 : 2 = 6 \text{ см}.$$



Розглянемо ΔKCO, $\angle O = 90°$, $\angle OKC = 60°$,
тоді $\angle KCO = 90° - 60° = 30°$. $\text{tg}\,60° = \dfrac{CO}{KO}$,

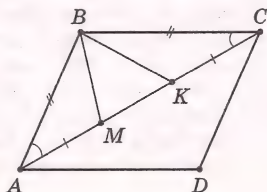
$\sqrt{3} = \dfrac{CO}{6}$, $CO = 6\sqrt{3}$ см, $AC = 2 \cdot CO$,

$AC = 2 \cdot 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ (см). Розглянемо ΔABC, $\angle B = 90°$.

$$MB = \frac{1}{2}AB, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{12\sqrt{3}}, \quad BC = \frac{\sqrt{3} \cdot 12\sqrt{3}}{2} = 18 \text{ см}.$$

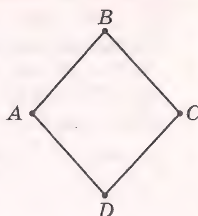
Відповідь: $BC = 18$ см.

817. Розглянемо ΔABM і ΔCBK. 1) За умовою $ABCD$ — ромб. За означенням ромба маємо: $AB = BC$. 2) За умовою $AM = CK$.
3) За властивістю діагоналей і кутів ромба маємо: $\angle BAD = \angle BCD$, $\angle BAM = \dfrac{1}{2}\angle BAD$, $\angle BCK = \dfrac{1}{2}\angle BCD$, отже, $\angle BAM = \angle BCK$.

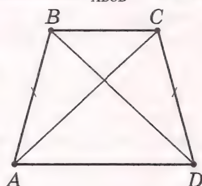


За I ознакою рівності трикутників маємо: $\Delta ABM = \Delta CBK$. За властивістю рівних фігур маємо: $\angle ABM = \angle CBK$. Доведено.

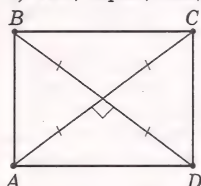
818. Нехай дано ромб $ABCD$, P_{ABCD} > на 42 см ніж AB. Знайдемо P_{ABCD}.
Нехай сторона ромба a, тоді $P_{ABCD} = 4a$, оскільки $P_{ABCD} - a = 42$, то $4a - a = 42$, $3a = 42$, $a = 14$. $P_{ABCD} = 4 \cdot 14 = 56$ (см). *Відповідь*: $P_{ABCD} = 56$ см.



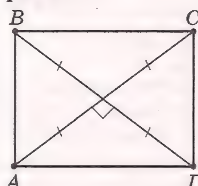
819. 1) Ні, не вірно, або прямокутник, або квадрат (квадрат є окремим випадком прямокутника), або рівнобічна трапеція.



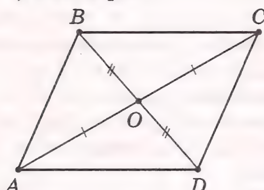
2) Так, вірно, квадрат.



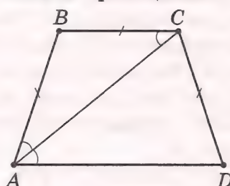
3) Ні, не вірно, або квадрат, або ромб.



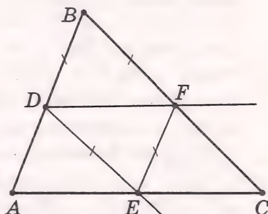
4) Так, вірно.



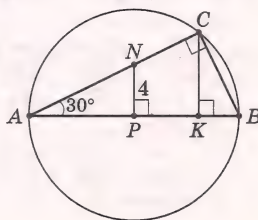
5) Ні, не вірно, може бути рівнобічною трапецією.



820. Нехай дано ΔABC, т. $D \in AB$, т. $F \in BC$, т. $E \in AC$, $BD = BF = DE = EF$. Доведемо, що точка F належить бісектрисі кута BDE. Розглянемо ΔDBF і ΔFED. 1) $DB = FE$. 2) $BF = DE$. 3) DF — спільна.
Отже, $\Delta DBF = \Delta FED$ (за III ознакою рівності трикутників), з цього випливає, що $\angle BDF = \angle EDF$, тоді DF — бісектриса $\angle BDE$, т. F належить бісектрисі $\angle BDF$.



821. За умовою AB — діаметр. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: $\angle ACB = 90°$. Виконаємо додаткову побудову: висоту CK ($CK \perp AB$). За умовою N — середина AC і $NP \perp AB$, $CK \perp AB$. Отже, $NP \parallel CK$. За теоремою про середню лінію трикутника маємо: NP — середня лінія ΔACK. $CK = 2NP$, $CK = 2 \cdot 4 = 8$ (см).



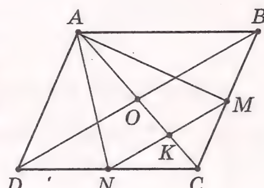
Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$) $\angle A = 30°$.За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B = 90° - \angle A$, $\angle B = 90° - 30° = 60°$. Розглянемо ΔCKB — прямокутний ($\angle CKB = 90°$). Аналогічно маємо: $\angle B + \angle KCB = 90°$, $\angle KCB = 90° - \angle B$, $\angle KCB = 90° - 60° = 30°$. За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $CB = 2KB$. Нехай $KB = x$ см, тоді $CB = 2x$ (см). За теоремою Піфагора маємо: $CB^2 = CK^2 + KB^2$; $(2x)^2 = x^2 + 8^2$; $4x^2 - x^2 = 64$; $3x^2 = 64$;

$x^2 = \dfrac{64}{3}$; $x = \sqrt{\dfrac{64}{3}} = \dfrac{8}{\sqrt{3}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. Отже, $CB = \dfrac{2 \cdot 8\sqrt{3}}{3} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (см).

Відповідь: $CB = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ см.

822. Нехай M і N — середини сторін відповідно BC і CD паралелограма $ABCD$, т. O — точка перетину діагоналей AC і BD, т. K — точка перетину AC і MN. Оскільки MN — середня лінія ΔCBD, то K — середина OC, тому

$OK = \dfrac{1}{2}OC = \dfrac{1}{2}AO.$



Отже, O — точка перетину медіан трикутника AMN.

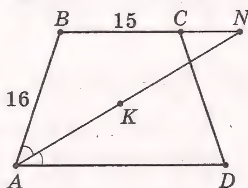
Побудова. Проведемо медіану AK ΔMAN. Побудуємо т. O, яка ділить відрізок AK у відношенні $AO : OK = 2 : 1$.

На її продовженні за т. K відкладемо відрізок $KC = OK$.

Проведемо прямі CM і CN. Через т. A проведемо пряму, яка паралельна CN. Ця пряма перетинається з прямою CM у т. B — вершині шуканого паралелограма. Аналогічно будуємо вершину D. Чотирикутник $ABCD$ — паралелограм, так як його протилежні сторони попарно паралельні за побудовою. Залишилось довести, що N — середина CD, а M — середина BC. Чотирикутник $OMCN$ — паралелограм, так як його діагоналі OC і MN точкою перетину K діляться навпіл. Отже, $ON \parallel BC \parallel AD$, а так як O — середина AC, то N — середина CD. Аналогічно для т. M.

823. За умовою $BC \parallel AD$, AK — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle BNK = \angle DAK$ (внутрішні різносторонні). За умовою AK — бісектриса $\angle BAD$. За означенням бісектриси кута маємо: $\angle BAK = \angle DAK$.

Отже, $\angle BAK = \angle BNK$. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника маємо: ΔABN — рівнобедрений, $AB = BN = 16$ см, $BN > BC$. Тому бісектриса AK перетинає сторону CD.

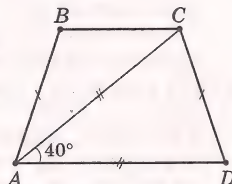


824. Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, $AB = CD$, AC — діагональ, $AC = AD$, $\angle CAD = 40°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

ΔACD — рівнобедрений ($AC = AD$).

$\angle ACD = \angle ADC = (180° - 40°) : 2 = 70°$.

$\angle A = \angle D = 70°$ (кути, прилеглі до більшої основи).

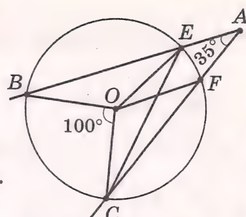


$\angle A + \angle B = 180°$ (кути, прилеглі до бічної сторони основи).

$\angle B = 180° - 70° = 110°$. $\angle B = \angle C = 110°$ (кути, прилеглі до меншої основи).

Відповідь: $\angle A = \angle D = 70°$, $\angle B = \angle C = 110°$.

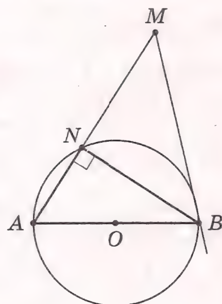
825. Нехай $\cup CB = 100°$. За теоремою про вписані кути маємо $\angle BEC$ опирається на дугу CB.



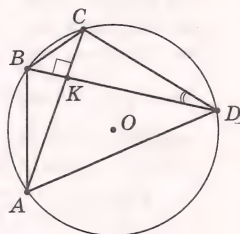
Отже, $\angle BEC = \dfrac{1}{2} \cup BC = \dfrac{1}{2} \angle BOC$,

$\angle BEC = 100° : 2 = 50°$. $\angle BEC$ і $\angle CEA$ — суміжні. За теоремою про суміжні кути маємо: $\angle BEC + \angle CEA = 180°$, $\angle CEA = 180° - 50° = 130°$. Розглянемо ΔCEA. За теоремою про суму кутів трикутника маємо: $\angle A + \angle CEA + \angle ECA = 180°$, $\angle ECA = 180° - (\angle A + \angle CEA)$, $\angle ECA = 180° - (130° + 35°) = 180° - 165° = 15°$. $\angle ECA$ опирається на дугу EF. За теоремою про вписані кути маємо: $\cup EF = 2\angle ECA$, $\cup EF = 2 \cdot 15° = 30°$. *Відповідь*: $\cup EF = 30°$.

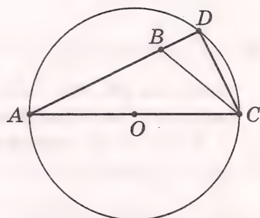
826. Нехай дано коло $(O; R)$, AB — діаметр, т. M не належить колу, $\angle AMB$ спирається на діаметр AB. Доведемо, що $\angle AMB$ — гострий.



$\angle ANB$ — вписаний у коло і спирається на діаметр AB, тому $\angle ANB = 90°$. $\angle MNB = \angle ANB = 90°$ як суміжні кути. Розглянемо ΔMNB, $\angle MNB = 90°$, тоді $\angle NMB$ і $\angle MBN$ — гострі.

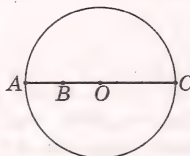


827. I. Виконаємо додаткові побудови: продовжимо хорду AB за точку B до перетину з колом. AD — хорда ($B \in AD$) і хорду DC. $\angle ADC$ опирається на діаметр AC. За наслідком з теореми про вписані кути маємо: $\angle ADC = 90°$. Розглянемо ΔBDC — прямокутний ($\angle D = 90°$).

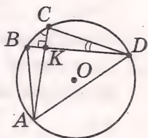


За властивістю кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle DBC$ — гострий, $\angle ABC$ є суміжним з $\angle DBC$, отже, $\angle ABC$ — тупий.

II. Якщо $B \in AC$, тоді $\angle ABC = 180°$, $\angle ABC$ — розгорнутий.

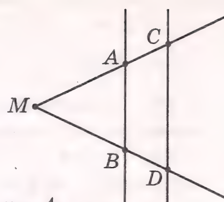


828. Нехай дано коло $(O; R)$, $ABCD$ — вписаний у коло, AC і BD — діагоналі, $BD \perp AC$, $\angle ACB = 10°$, $\angle BDC = 70°$. Знайдемо $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.



$\angle BCA = \angle BDA = 10°$ як кути, вписані у коло і спираються на хорду AB. $\angle D = \angle CDB + \angle BDA$, $\angle D = 70° + 10° = 80°$. Розглянемо ΔCKD, $\angle K = 90°$ ($BD \perp AC$), $\angle KCD + \angle KDC = 90°$, $\angle KCD = 90° - 70° = 20°$, $\angle C = \angle BCA + \angle ACD$, $\angle C = 10° + 20° = 30°$. Оскільки чотирикутник $ABCD$ вписаний у коло, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. $\angle A + 30° = \angle B + 80° = 180°$, $\angle A + 30° = 180°$, $\angle A = 180° - 30° = 150°$, $\angle B + 80° = 180°$, $\angle B = 180° - 80° = 100°$. *Відповідь*: $\angle A = 150°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 30°$, $\angle D = 80°$.

829. За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{MB}{BD} = \frac{MA}{AC}$,



$\frac{2}{3} = \frac{MA}{AC}$. $AC - MC = MA$, $\frac{2}{3} = \frac{MA}{MC - MA}$.

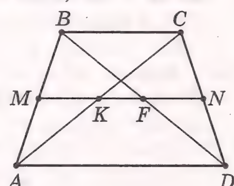
Нехай $MA = x$ (см), тоді $MC = 14 - x$ (см).

$\frac{2}{3} = \frac{x}{14 - x - x}$; $\frac{2}{3} = \frac{x}{14 - 2x}$;

$2(14 - 2x) = 3x$; $28 - 4x = 3x$; $7x = 28$; $x = 28 : 7$; $x = 4$.

$MA = 4$ см, $MC = 14 - 4 = 10$ см. *Відповідь*: $MA = 4$ см, $MC = 10$ см.

830. Нехай дано $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \nparallel CD$, MN — середня лінія, AC і BD — діагоналі, $MK = KF = FN$. Знайдемо $\frac{BC}{AD}$.



Розглянемо ΔABC, оскільки т. M — середина AB, $MK \parallel BC$, то т. K — середина AC (за теоремою Фалеса), тоді MK — середня лінія ΔABC.

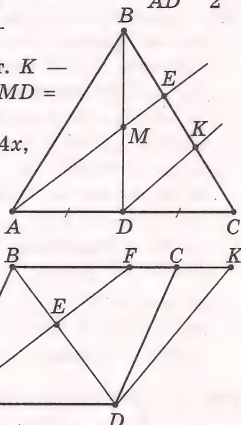
$MK = \frac{1}{2}BC$. Якщо $MK = KF = FN = x$ (см), то $BC = 2 \cdot MK$, $BC = 2x$ (см).

Розглянемо ΔACD, оскільки т. K — середина AC, т. N — середина CD, то KN — середня лінія ΔACD. $KN = KF + FN$, $KN = x + x = 2x$ (см).

$= S - \left(\frac{ab}{8}\sin\angle A + \frac{4ab}{8}\sin\angle A\right) = S - \frac{5ab}{8}\sin\angle A = S^{\backslash 8} - \frac{5}{8}S = \frac{8S - 5S}{8} = \frac{3S}{8}$.

$AD = 2 \cdot KN$, $AD = 2 \cdot 2x = 4x$ (см). $\frac{BC}{AD} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$. *Відповідь*: $\frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$.

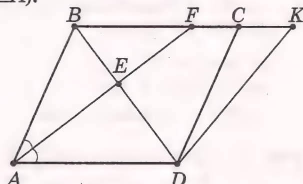
831. Проведемо $DK \parallel AE$. Розглянемо ΔAEC, т. D — середина AC, $DK \parallel AE$, тоді за теоремою Фалеса т. K — середина EC. Розглянемо ΔDBK: $ME \parallel DK$, $BM : MD = 3 : 2$, то за теоремою Фалеса $BE : EK = 3 : 2$.



$BE = 3x$, $EK = 2x$, $EK = KC = 2x$. $EC = 2x + 2x = 4x$,

$\frac{BE}{EC} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$. *Відповідь*: $\frac{BE}{EC} = \frac{3}{4}$.

832. $\angle BAF = \angle FAD = \frac{1}{2}\angle A$ (AF — бісектриса $\angle A$).



$\angle BFA = \angle FAD$ (як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AF).

$\angle BAF = \angle FAD = \angle BFA$, тоді ΔABF — рівнобедрений з основою AF, $AB = BF$.

Проведемо $DK \parallel EF$, $BE : ED = 2 : 7$, тоді за теоремою Фалеса $BF : FK = 2 : 7$.

$BF = 2x = AB$, $FK = 7x$. Розглянемо ΔABF і ΔDCK.

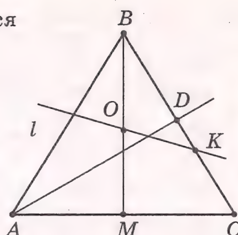
1) $AB = DC$ (протилежні сторони паралелограма).

2) $\angle BAF = \angle CDK$.

3) $\angle ABF = \angle DCK$. Отже, $\Delta ABF = \Delta DCK$ за II ознакою рівності трикутників, тоді $BF = CK = 2x$. $FC = FK - CK$, $FC = 7x - 2x = 5x$, $\frac{BF}{FC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$.

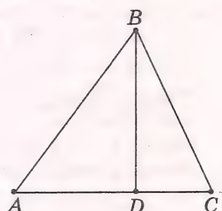
Відповідь: $\frac{BF}{FC} = \frac{2}{5}$.

833. Медіани трикутника точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1. $\frac{BO}{OM}=\frac{2}{1}$.

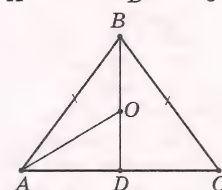


Оскільки $OK \parallel MC$, то з ΔMBC випливає, що $\frac{BK}{KC}=\frac{2}{1}$. $KC = x$, $BK = 2x$. AD — медіана, тоді $BD = DC = \frac{BK+KC}{2} = 1,5x$. $BC = BK + KC$, $BC = 2x + x = 3x$, $BK = BD + DK$,
$2x = 1,5x + DK$, $DK = 2x - 1,5x = 0,5x$, $BC = 18$ см, $18 = 3x$, $x = 18 : 3$, $x = 6$. $KC = 6$ см, $DK = 0,5 \cdot 6 = 3$ см, $BD = 1,5 \cdot 6 = 9$ см.
Відповідь: $KC = 6$ см, $DK = 3$ см, $BD = 9$ см.

834. За властивістю бісектриси кута трикутника $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DC}=\frac{3}{5}$. Нехай x (см) — одна частина, тоді $AB = 3x$ (см), $BC = 5x$ (см), оскільки їх сума 56, то $3x + 5x = 56$, $8x = 56$, $x = 56 : 8$, $x = 7$. $AB = 3 \cdot 7 = 21$ см, $BC = 5 \cdot 7 = 35$ см.
Відповідь: $AB = 21$ см, $BC = 35$ см.



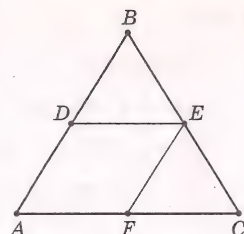
835. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $P_{\Delta ABC} = 72$ см, коло $(O; r)$ — коло, вписане у ΔABC, BD — висота, $r=\frac{2}{9}BD$.



Знайдемо AB, BC, AC. Оскільки висота BD проведена до основи, то BD є медіаною ($AD = DC$). $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$,
$\frac{P_{\Delta ABC}}{2} = AB + AD$, $72 : 2 = AB + AD$, $36 = AB + AD$, $BD = BO + OD$,
$BD = BO + \frac{2}{9}BD$, $BO = BD - \frac{2}{9}BD$, $BO = \frac{7}{9}BD$. Центр вписаного кола — точка перетину бісектрис, AO — бісектриса. За властивістю бісектриси $\angle A$ ΔABC $\frac{AB}{AD}=\frac{BO}{OD}=\frac{\frac{7}{9}BD}{\frac{2}{9}BD}=\frac{7}{2}$. Нехай x (см) — одна частина, тоді
$AB = 7x$ (см), $AD = 2x$ (см). $7x + 2x = 36$, $9x = 36$, $x = 4$.
$AB = 7 \cdot 4 = 28$ (см), $BC = AB = 28$ (см), $AD = 2 \cdot 4 = 8$ (см), $AC = 2 \cdot AD$, $AC = 2 \cdot 8 = 16$ (см). *Відповідь*: $AB = BC = 28$ см, $AC = 16$ см.

836. Нехай дано $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $AB = 2,5$ см, $BC = 4,5$ см, $AC = 6$ см, $A_1C_1 = 24$ см.
Знайдемо A_1B_1, B_1C_1.
Оскільки $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то
$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$; $\frac{2,5}{A_1B_1}=\frac{4,5}{B_1C_1}=\frac{6}{4}$; $\frac{2,5}{A_1B_1}=\frac{6}{24}$;
$A_1B_1=\frac{24\cdot 2,5}{6}=10$ (см); $\frac{4,5}{B_1C_1}=\frac{6}{24}$; $B_1C_1=\frac{24\cdot 4,5}{6}=18$ (см).
Відповідь: $A_1B_1 = 10$ см, $B_1C_1 = 18$ см, $A_1C_1 = 24$ см.

837. Оскільки $ADEF$ — ромб, то $AD = DE = EF = FA = x$, $BD = AB - AD$, $BD = a - x$. $DE \parallel AF$ (як протилежні сторони ромба). $\Delta ABC \sim \Delta DBE$.



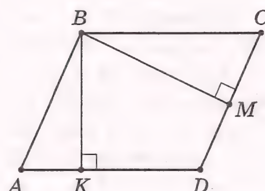
$$\frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BE} = \frac{AC}{DE}; \quad \frac{a}{a-x} = \frac{BC}{BE} = \frac{b}{x}; \quad \frac{a}{a-x} = \frac{b}{x};$$

$ax = b(a - x)$; $ax = ab - bx$; $ax + bx = ab$;

$x(a + b) = ab$; $x = \dfrac{ab}{a+b}$.

Відповідь: $AD = \dfrac{ab}{a+b}$.

838. Нехай дано паралелограм $ABCD$, $P_{ABCD} = 72$ см, BK і BM — висоти, $BK : BM = 5 : 7$. Знайдемо AB, BC, CD, AD.



$\dfrac{P_{ABCD}}{2} = \dfrac{72}{2} = 36$ см. $AB + AD = 36$.

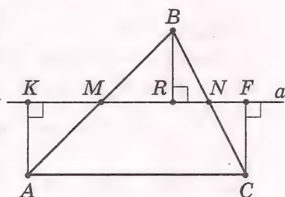
Нехай $AB = x$ (см), тоді $AD = 36 - x$ (см).

Нехай y (см) — одна частина, тоді $BK = 5y$ (см), $BM = 7y$ (см).

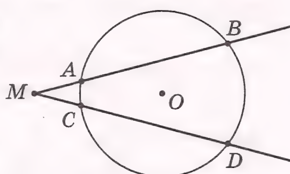
$S_{ABCD} = BK \cdot AD = BM \cdot DC$. $5y \cdot (36 - x) = 7y \cdot x$; $5(36 - x) = 7x$; $180 - 5x = 7x$; $180 = 12x$; $x = 180 : 12$; $x = 15$. $AB = 15$ см, $AD = 36 - 15 = 21$ см, $AB = CD = 15$ см, $AD = BC = 21$ см.

Відповідь: $AB = CD = 15$ см, $AD = BC = 21$ см.

839. Оскільки три точки не лежать на одній прямій, то вони утворюють ΔABC. Проведемо пряму a, яка містить середню лінію MN, тоді $AK \perp$ пр. a, $CF \perp$ пр. a, $BR \perp$ пр. a, $AK = BR = CF$, так як $\Delta KAM = \Delta RBM$ (за гіпотенузою та гострим кутом), $\Delta RBN = \Delta FCN$ (за гіпотенузою та гострим кутом). Оскільки в ΔABC можна провести три середні лінії, то таких прямих можна провести три.



840. Оскільки т. M знаходиться поза колом, а MB і MD — січні, то $MA \cdot MB = MC \cdot MD$, $20 \cdot MB = MC \cdot MD$.



Нехай $AB = MC = x$ (см),

$MB = MA + AB = 20 + x$,

$MD = MC + CD = x + 11$. $20 \cdot (20 + x) = x(x + 11)$; $400 + 20x = x^2 + 11x$;

$x^2 + 11x - 20x - 400 = 0$; $x^2 - 9x - 400 = 0$; $x_1 = 25$, $x_2 = -16$ — не задовольняє умові ($x > 0$). $AB = 25$ см.

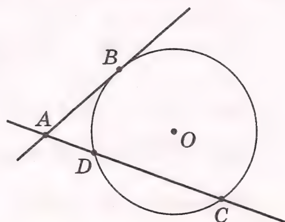
Відповідь: $AB = 25$ см.

841. Оскільки AB — дотична, AC — січна, то $AB^2 = AC \cdot AD$, $6^2 = 9 \cdot AD$, $36 = 9 \cdot AD$,

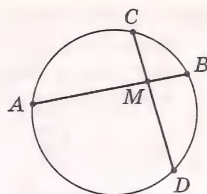
$AD = \dfrac{36}{9}$, $AD = 4$ см. $AC = AD + DC$,

$DC = AC - AD$, $DC = 9 - 4 = 5$ см.

Відповідь: $CD = 5$ см.



842. Нехай дано коло (O; R), AB і CD — січні, $AB \cap CD =$ т, M, $CM = 4$ см, $DM = 6$ см, AM на 2 см $> BM$, $CM \cdot MD = BM \cdot MA$, $4 \cdot 6 = BM \cdot MA$, $24 = BM \cdot MA$. Нехай x (см) — BM, тоді $AM = x + 2$ (см). $24 = x \cdot (x + 2)$, $x^2 + 2x - 24 = 0$, $x_1 = -6$ — не задовольняє умову $x > 0$, $x_2 = 4$. $AB = AM + MB$, $MB = 4$ см, $AM = 4 + 2 = 6$ см, $AB = 6 + 4 = 10$ см. *Відповідь*: $AB = 10$ см.

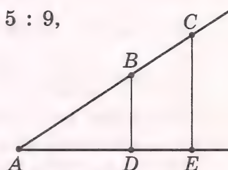


843. Розглянемо $\frac{AB}{AC} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$, за умовою $AD : AE = 5 : 9$,

тоді $BD \parallel CE$. $\Delta ABD \sim \Delta ACE$. $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE} = \frac{AD}{AE}$,

$\frac{5}{9} = \frac{20}{CE} = \frac{5}{9}$, $\frac{20}{CE} = \frac{5}{9}$, $CE = \frac{20 \cdot 9}{5} = 36$ см.

Відповідь: $CE = 36$ см.

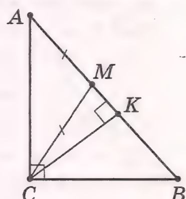


844. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, CM — медіана, $CM = 10$ см, CK — висота, $MK = 6$ см. Знайдемо $P_{\Delta ABC}$. Медіана прямокутного ΔABC, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи.

$CM = \frac{1}{2}AB$, $AB = 2 \cdot CM$, $AB = 2 \cdot 10 = 20$ см.

Розглянемо ΔCMK, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $CM^2 = CK^2 + MK^2$, $CK^2 = CM^2 - MK^2$, $CK^2 = 10^2 - 6^2$, $CK^2 = 100 - 36$, $CK^2 = 64$, $CK = 8$. $KB = MB - MK$,

$MB = \frac{1}{2}AB$, $MB = 10$ см, $KB = 10 - 6 = 4$ см.



Розглянемо ΔCKB, $\angle K = 90°$, за теоремою Піфагора $CB^2 = CK^2 + KB^2$, $CB^2 = 8^2 + 4^2$, $CB^2 = 64 + 16$, $CB^2 = 80$, $CB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ см.

Розглянемо ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$, $20^2 = AC^2 + 80$, $AC^2 = 400 - 80$, $AC^2 = 320$, $AC = \sqrt{320} = 4\sqrt{20} = 8\sqrt{5}$ см.

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$, $P_{\Delta ABC} = 20 + 4\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 20 + 12\sqrt{5}$ (см).

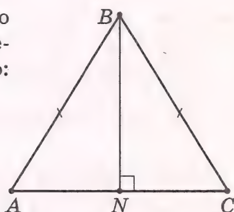
Відповідь: $P_{\Delta ABC} = 20 + 12\sqrt{5}$ см.

845. Нехай $AC = 2x$ (см), тоді $BN = 2x - 6$ (см). За умовою BN — висота. За властивістю висоти у рівнобедреному трикутнику, проведеному до основи, маємо: BN — медіана. Отже,

$AN = NC = \frac{1}{2}AC$, $AC = (2x) : 2 = \frac{2x}{2} = x$ (см).

Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$).

За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$.



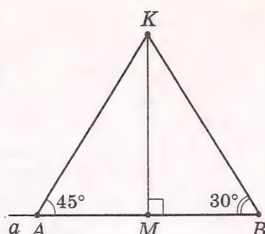
Складемо і розв'яжемо рівняння: $15^2 = x^2 + (2x - 6)^2$; $225 = x^2 + 4x^2 - 24x + 36$; $5x^2 - 24x + 36 - 225 = 0$; $5x^2 - 24x - 189 = 0$; $a = 5$, $b = -24$, $c = -189$; $D = b^2 - 4ac$; $D = (-24)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-189) = 516 + 3780 = 4356 = 66^2$;

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{24 - 66}{2 \cdot 5} = \frac{-42}{10} < 0$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$;

$x_1 = \frac{24 + 66}{2 \cdot 5} = \frac{90}{10} = \frac{90}{10} = 9$. Отже, $AC = 2 \cdot 9 = 18$ (см).

Відповідь: $AC = 18$ см.

846. Нехай дано пр. a, т. $K \notin$ пр. a, KA і KB — похилі, $\angle KAB = 45°$, $\angle KBA = 30°$, $KA = 8\sqrt{6}$ см, $KM \perp$ пр. a. Знайдемо MB — проекцію похилої KB на пр. a. Розглянемо ΔAKM, $\angle M = 90°$,



$\sin\angle A = \frac{KM}{AK}$, $\sin 45° = \frac{KM}{8\sqrt{6}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{KM}{8\sqrt{6}}$,

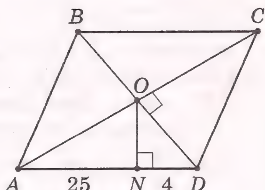
$KM = \frac{\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}$ см.

Розглянемо ΔKMB, $\angle M = 90°$.

$\operatorname{tg}\angle B = \frac{KM}{MB}$, $\operatorname{tg} 30° = \frac{8\sqrt{3}}{MB}$, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{MB}$, $MB = \sqrt{3}\cdot 8\sqrt{3} = 24$ см.

Відповідь: $MB = 24$ см.

847. За аксіомою вимірювання відрізків маємо: $AD = AN + ND$, $AD = 25 + 4 = 29$ (см). За метричними співвідношеннями у прямокутному трикутнику AOD ($\angle AOD = 90°$ за властивістю діагоналей ромба) маємо:



$AO^2 = AN \cdot AD$, $OD^2 = ND \cdot AD$,

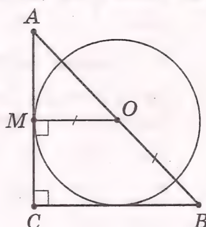
$AO = \sqrt{AN\cdot AD}$; $AO = \sqrt{25\cdot 29} = 5\sqrt{29}$ (см);

$OD = \sqrt{ND\cdot AD}$; $OD = \sqrt{4\cdot 29} = 2\sqrt{29}$ (см).

За властивістю діагоналей ромба маємо: $AC = 2AO$, $BD = 2OD$,

$AC = 10\sqrt{29}$ см, $BD = 4\sqrt{29}$ см. *Відповідь*: $AC = 10\sqrt{29}$ см, $BD = 4\sqrt{29}$ см.

848. Нехай дано ΔABC, $\angle C = 90°$, коло (O; R), т. $O \in AB$, т. $B \in$ колу (O; R), AC — дотична до кола, M — точка дотику, $CB = 5$ см, $AC = 12$ см. Знайдемо радіус кола R. $OB = OM = R$. $OM \perp AC$ (як радіус, проведений у точку дотику), $BC \perp AC$, тоді $MO \parallel CB$.



Розглянемо ΔACB, оскільки $MO \parallel CB$, то $\Delta AMO \sim \Delta ACB$, з цього випливає, що $\frac{AM}{AC} = \frac{MO}{CB} = \frac{AO}{AB}$,

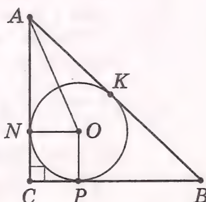
$\frac{AM}{12} = \frac{R}{5} = \frac{AO}{AB}$. З ΔABC, $\angle C = 90°$, за теоремою Піфагора

$AB^2 = AC^2 + CB^2$, $AB^2 = 12^2 + 5^2$, $AB^2 = 144 + 25$, $AB^2 = 169$, $AB = 13$ см.

$AO = AB - OB$, $AO = 13 - R$, $\frac{R}{5} = \frac{13-R}{13}$, $R\cdot 13 = 5(13 - R)$, $13R = 65 - 5R$,

$13R + 5R = 65$, $18R = 65$, $R = \frac{65}{18}$ см. *Відповідь*: $R = \frac{65}{18}$ см.

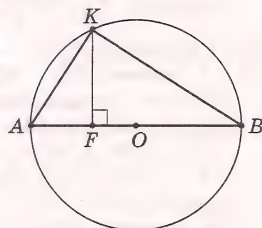
849. За умовою $AB > BC$, отже, за властивістю трикутника маємо: $\angle C > \angle A$. Отже, $\angle A$ — менший гострий кут. Отже, треба знайти AO. Розглянемо чотирикутник $BNOP$ — квадрат. За властивістю радіусів, проведених в точку дотику , $ON \perp AB$, $OP \perp BC$, $\angle ABC = 90°$ (за умовою). $ON = OP = r$, $BN = BP$ (за властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки). Нехай $BN = BP = x$ см, тоді за аксіомою вимірювання відрізків маємо:



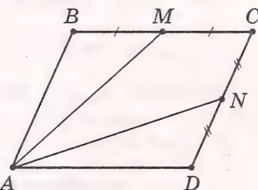
$AN = AB - NB$, $PC = BC - BP$, $AC = AK + KC$, $AN = 8 - x$ (см), $PC = 6 - x$ (см). За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, маємо: $AN = AK = 8 - x$ (см), $PC = KC = 6 - x$ (см), $AC = (8 - x) + (6 - x) = 14 - 2x$ (см). Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$, $AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 = 10^2$, $AC = 10$ см.
Отже, $AC = 14 - 2x = 10$, $-2x = 10 - 14$, $-2x = -4$, $x = -4 : (-2)$, $x = 2$.
$ON = OP = BP = NB = 2$ см. $AN = 8 - 2 = 6$ (см).
Розглянемо ΔANO — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AO^2 = AN^2 + NO^2$, $AO^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$,

$AO = \sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = 2\sqrt{10}$ (см). *Відповідь*: $AO = 2\sqrt{10}$ см.

850. Нехай дано коло $(O; R)$, т. $K \in$ колу, AB — діаметр, $KF \perp AB$, $FB > AF$ на 27 см, $KF = 18$ см. Знайдемо AB. Так як т. $K \in$ колу, то $\angle AKB$ є вписаним у коло, оскільки $\angle AKB$ спирається на діаметр AB, то $\angle AKB = 90°$. Розглянемо ΔAKB, $\angle K = 90°$, KF — висота, проведена до гіпотенузи. $KF^2 = AF \cdot FB$. Нехай $AF = x$ (см), тоді $FB = x + 27$ (см). $18^2 = x(x + 27)$, $324 = x^2 + 27x$, $x^2 + 27x - 324 = 0$, $x_1 = 9$, $x_2 = -36$ — не задовольняє умову $x > 0$. $AF = 9$ см, $FB = 9 + 27 = 36$ см. $AB = AF + FB = 9 + 36 = 45$ см. *Відповідь*: $AB = 45$ см.



851. а) Нехай $AB = a$, $AD = b$. За умовою



$BM = MC = \frac{1}{2}BC$, отже, $BM = \frac{b}{2}$;

$CN = ND = \frac{1}{2}CD$, отже, $ND = \frac{a}{2}$.

$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$; $S = ab \sin \angle A$.
За властивістю кутів паралелограма маємо:
$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle B = \angle D$, $\angle B = 180° - \angle A$,
$\sin \angle B = \sin(180° - \angle A) = \sin \angle A$; $\sin \angle D = \sin \angle A$.

$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin \angle B$; $S_{\Delta ABM} = \frac{a \cdot b}{4} \cdot \sin \angle A$;

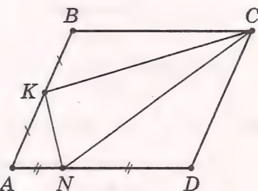
$S_{\Delta ADN} = \frac{1}{2} AD \cdot DN \cdot \sin \angle D$; $S_{\Delta ADN} = \frac{b \cdot a}{4} \cdot \sin \angle A$.

$S_{ABCD} = S_{\Delta ABM} + S_{\Delta ADN} + S_{AMCN}$; $S_{AMCN} = S_{ABCD} - (S_{\Delta ABM} + S_{\Delta ADN})$;

$$S_{AMCN} = S - \left(\frac{ab}{4}\sin \angle A + \frac{ab}{4}\sin \angle A\right) = S - \frac{ab}{4}\sin \angle A = S - \frac{S}{2} = \frac{S}{2}.$$

Відповідь: $S_{AMCN} = \frac{S}{2}$.

б) Нехай $AB = a$, $AD = b$. За умовою



$AK = KB = \frac{a}{2}$, $AN = ND = \frac{b}{2}$.

$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$, $S = ab \sin \angle A$.
За властивістю кутів паралелограма маємо:
$\angle A + \angle D = 180°$, $\angle B = \angle D$, $\angle D = 180° - \angle A$,
$\sin \angle D = \sin(180° - \angle A) = \sin \angle A$, $\sin \angle B = \sin \angle D$.

$S_{\Delta AKN} = \frac{1}{2} AK \cdot AN \sin \angle A$; $S_{\Delta AKN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} \sin \angle A = \frac{ab}{8} \sin \angle A$;

$$S_{\Delta BKC} = \frac{1}{2} KB \cdot BC \sin \angle B; \quad S_{\Delta BKC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot b \sin \angle A = \frac{ab}{4} \sin \angle A;$$

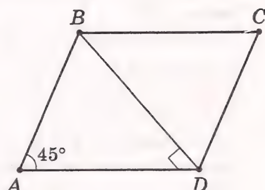
$$S_{\Delta NDC} = \frac{1}{2} ND \cdot DC \sin \angle D; \quad S_{\Delta NDC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot a \sin \angle A = \frac{ab}{4} \sin \angle A;$$

$$S_{ABCD} = S_{\Delta AKN} + S_{\Delta KBC} + S_{\Delta ADC} + S_{KNC}; \; S_{\Delta KNC} = S_{ABCD} - (S_{AKN} + S_{\Delta KBC} + S_{\Delta ADC});$$

$$S_{\Delta KNC} = S - \left(\frac{ab}{8} \sin \angle A + \frac{ab}{4} \sin \angle A + \frac{ab}{4} \sin \angle A \right) = S - \left(\frac{ab}{8} \sin \angle A + \frac{ab^{\backslash 4}}{2} \sin \angle A \right) =$$

$$= S - \left(\frac{ab}{8} \sin \angle A + \frac{4ab}{8} \sin \angle A \right) = S - \frac{5ab}{8} \sin \angle A = S^{\backslash 8} - \frac{5}{8} S = \frac{8S - 5S}{8} = \frac{3S}{8}.$$

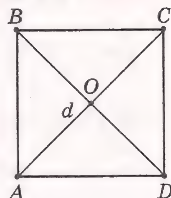
Відповідь: $S_{\Delta KNC} = \frac{3S}{8}$.



852. Розглянемо ΔABD — прямокутний, $\angle D = 90$ (за умовою $BD \perp AD$), $\angle A = 45°$. За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle A + \angle ABD = 90°$, $\angle ABD = 90° - 45° = 45°$. Отже, $\angle A = \angle ABD = 45°$. Тому ΔABD — рівнобедрений, $AD = BD = 16$ см.
За теоремою Піфагора маємо:
$AB^2 = AD^2 + DB^2$, $AB^2 = 16^2 + 16^2 = 256 + 256 = 512$,
$AB = \sqrt{512} = \sqrt{256 \cdot 2} = 16\sqrt{2}$ см. $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$,

$$S_{ABCD} = 16 \cdot 16\sqrt{2} \sin 45° = \frac{{}^{8}\cancel{16} \cdot 16\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\cancel{2}} = 8 \cdot 16 \cdot 2 = 256 \text{ (см}^2\text{)}.$$

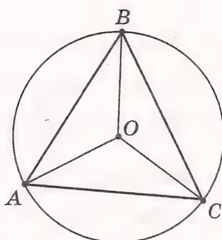
Відповідь: $S_{ABCD} = 256$ см^2.



853. За умовою $ABCD$ — квадрат. За властивістю діагоналей квадрата маємо: $AC = BD = d$, $AC \perp BD$;

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \angle BOC;$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d \cdot d \cdot \sin 90° = \frac{1}{2} d^2.$$ *Відповідь*: $S_{ABCD} = \frac{d^2}{2}$.

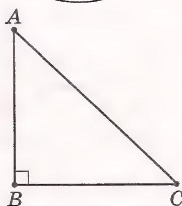


854. Виконаємо додаткові побудови: радіуси BO, OC.
ΔAOB, ΔBOC, ΔAOC — рівнобедрені.
$AO = OB = OC = R$ — радіуси,
$\angle AOB = \angle AOC = \angle BOC = 360° : 3 = 120°$.

$$S_{\Delta AOB} = \frac{AO \cdot OB}{2} \cdot \sin \angle O;$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{R^2}{2} \sin 120° = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}; \quad S_{\Delta ABC} = 3S_{\Delta AOB} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}.$$

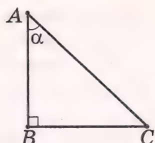
Відповідь: $S_{\Delta ABC} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.



855. $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle B$. За означенням тангенса гострого кута прямокутного трикутника маємо:

$$\text{tg} \angle C = \frac{AB}{BC}; \quad \text{tg} \beta = \frac{b}{BC}; \quad BC = \frac{b}{\text{tg} \beta};$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot \frac{b}{\text{tg} \beta} \cdot \sin 90° = \frac{b^2}{2 \text{tg} \beta}.$$ *Відповідь*: $S = \frac{b^2}{2 \text{tg} \beta}$.



856. $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle A$. За означенням косинуса гострого кута прямокутного трикутника маємо:

$\cos \angle A = \frac{AB}{AC}$; $\cos \alpha = \frac{AB}{c}$; $AB = c \cos \alpha$;

$S = \frac{c \cdot \cos \alpha}{2} \sin \alpha = \frac{c^2 \cos \alpha \sin \alpha}{2}$. *Відповідь*: $S = \frac{c^2 \cos \alpha \sin \alpha}{2}$.

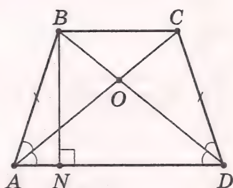
857. $S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BN$. Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За властивістю кутів рівнобічної трапеції маємо: $\angle ABC = \angle C = 150°$, $\angle A + \angle ABC = 180°$, $\angle A = 180° - 150° = 30°$. За властивістю катета, що лежить навпроти кута 30°, маємо: $AB = 2BN$, $AB = 6\sqrt{3}$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = BN^2 + AN^2$, $AN^2 = AB^2 - BN^2$,

$AN^2 = (6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 36 \cdot 3 - 9 \cdot 3 = 3 \cdot (36 - 9) = 3 \cdot 27 = 81$, $AN = 9$ см.

За властивістю рівнобічної трапеції маємо:
$AD = 2AN + BC$, $AD = 15 + 2 \cdot 9 = 15 + 18 = 33$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{15 + 33}{2} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{48^{24}}{2} \cdot 3\sqrt{3} = 24 \cdot 3\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$ (см²).

Відповідь: $S_{ABCD} = 72\sqrt{3}$ см².



858. За умовою BD — бісектриса $\angle ADC$.
Розглянемо ΔADC. За властивістю бісектриси кута трикутника маємо: $\frac{AO}{OC} = \frac{AD}{DC}$; $\frac{AD}{DC} = \frac{13}{5}$.
Нехай $AD = 13x$ (см), $DC = 5x$ (см).
За умовою BD — бісектриса $\angle ADC$.
За означенням бісектриси кута маємо:

$\angle ADB = \angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADC$. $BC \parallel AD$, BD — січна. За ознакою паралельних прямих маємо: $\angle CBD = \angle BDA$ (внутрішні різносторонні).
Отже, $\angle CBD = \angle CDB$. За властивістю кутів рівнобедреного трикутника маємо: ΔABC — рівнобедрений ($AB = BC$).
Отже, $BC = CD = 5x$ (см). За властивістю рівнобічної трапеції маємо:

$AN = \frac{1}{2}(AD - BC)$; $AN = \frac{13x - 5x}{2} = \frac{8x}{2} = 4x$ (см).

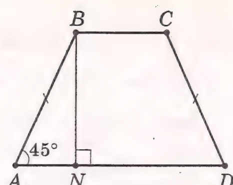
Розглянемо ΔANB — прямокутний ($\angle N = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + BN^2$. Складемо і розв'яжемо рівняння:
$(5x)^2 = (4x)^2 + 90^2$; $(5x)^2 - (4x)^2 = 90^2$; $25x^2 - 16x^2 = 90^2$; $9x^2 = 90^2$; $(3x)^2 = 90^2$; $3x = 90$; $x = 90 : 3$; $x = 30$. Отже, $AD = 13 \cdot 30 = 390$ (см),

$BC = 5 \cdot 30 = 150$ (см). $S_{ABCD} = \frac{a + b}{2} \cdot h$, де $a = AD = 390$ см,

$b = BC = 150$ см, $h = BN = 90$ см.

$S_{ABCD} = \frac{150 + 390}{2} \cdot 90 = \frac{540^{270}}{2} \cdot 90 = 270 \cdot 90 = 24\,300$ (см²).

Відповідь: $S_{ABCD} = 24\ 300$ см².



859. За умовою у трапецію можна вписати коло, тому $AD + BC = AB + CD$, $AD + BC = 2AB$. Розглянемо ΔABN — прямокутний ($\angle N = 90°$), $\angle A = 45°$. Із властивості гострих кутів прямокутного трикутника маємо: $\angle ABN - 45°$. Отже, ΔABN — рівнобедрений, $AN = NB$. Нехай $NB = x$ см, $AN = x$ см, $BC = y$ см. За властивістю рівнобічної трапеції маємо:

$AD = BC + 2AN$, $AD = y + 2x$ (см). $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a = BC = y$ см,

$b = AD = 2x + y$ (см), $h = BC = x$ см. $\frac{y + 2x + y}{2} \cdot x = 36\sqrt{2}$;

$\frac{2x + 2y}{2} \cdot x = 36\sqrt{2}$; $\frac{\cancel{2}(x + y)}{\cancel{2}} \cdot x = 36\sqrt{2}$; $(x + y) \cdot x = 36\sqrt{2}$.

$AD + BC = y + 2x + y = 2y + 2x = 2(y + x)$; $2AB = 2(y + x)$; $AB = y + x$. Розглянемо ΔABN — прямокутний рівнобедрений ($\angle N = 90°$, $AN = BN = x$ см). За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AN^2 + NB^2$.

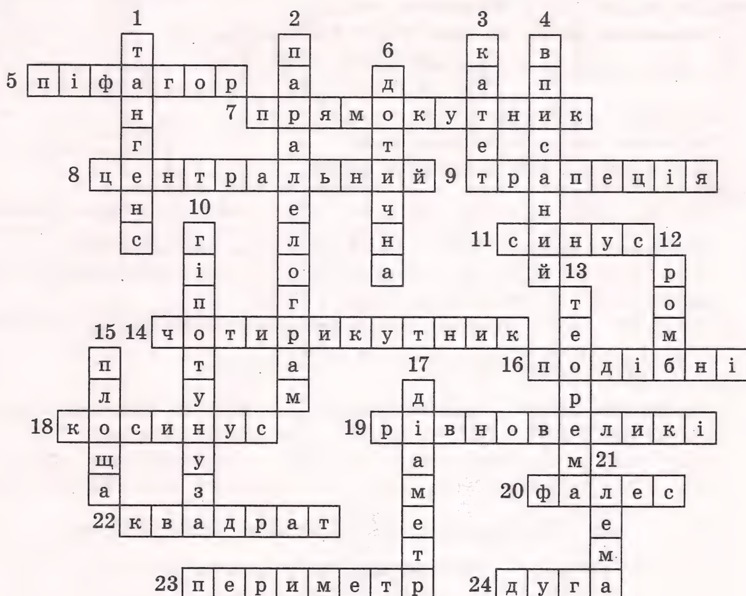
$AB^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$; $AB = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$ см.

$x + y = x\sqrt{2}$; $y = x\sqrt{2} - x = x\left(\sqrt{2} - 1\right)$ см. $x \cdot \left(x + x\left(\sqrt{2} - 1\right)\right) = 36\sqrt{2}$;

$x\left(\cancel{x} + \sqrt{2}x - \cancel{x}\right) = 36\sqrt{2}$; $\sqrt{2}x^2 = 36\sqrt{2}$; $x^2 = \frac{36\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}} = 36$; $x = 6$; $BN = 6$ см.

Відповідь: $BN = 6$ см.

860.



РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

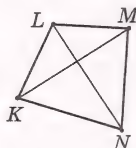
ГЕОМЕТРІЯ

Істер О. С.



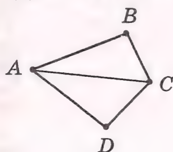
1. На мал. 6 фігура не є чотирикутником, бо три точки M, N і P лежать на одній прямій.
На мал. 8 фігура не є чотирикутником, оскільки відрізки AC і BD мають спільну точку.
На мал. 7 і 9 зображено чотирикутники: $KFTL$ — неопуклий, $EGOR$ — опуклий.

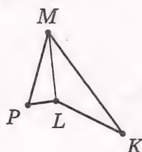
2. Сторони EG_1 і OR; G_1O і ER — протилежні. Сторони EG_1 і G_1O; C_1O і OR; OR і RE; G_1E і RE — сусідні.
Сусідні вершини: E і C_1; G_1 і O; O і R; E і R.
Протилежні вершини: G_1 і R; O і E.



3. Протилежні сторони: LM і KN; KL і MN.
Сусідні сторони: KL і LM; LM і MN; MN і KN; KN і KL.
Протилежні вершини: L і N; M і K.
Сусідні вершини: L і M; M і N; K і N; L і K.
Діагоналі: LN і MK.

4.





5. 1) 80° + 90° + 100° + 110° = 380°.
Відповідь: ні.
2) 150° + 60° + 70° + 80° = 360°.
Відповідь: так.

6. 1) 120° + 80° + 90° + 70° = 360°.
Відповідь: так.
2) 130° + 110° + 80° + 50° = 370°.
Відповідь: ні.

7. Оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює 360°. то четвертий кут знаходимо так:
1) 360° − (150° + 110° + 80°) = 20°. Чотирикутник опуклий.
2) 360° − (80° + 60° + 30°) = 190°. Чотирикутник неопуклий.

8. Див. № 7.
1) 360° − (20° + 70° + 80°) = 190°. Чотирикутник неопуклий.
2) 360° − (120° + 50° + 40°) = 150°. Чотирикутник опуклий.

9. P = 32 мм + 2,5 см + 0,4 дм + 0,07 м = 3,2 см + 2,5 см + 4 см + 7 см = = 16,7 см. *Відповідь*: 16,7 см.

10. P = 0,08 м + 0,7 дм + 6,3 см + 54 мм = 8 см + 7 см + 6,3 см + 5,4 см = = 26,7 см. *Відповідь*: 26,7 см.

11. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°.
1) Усі кути чотирикутника не можуть бути гострими, оскільки сума чотирьох гострих кутів менша за 360°.
2) Усі кути чотирикутника можуть бути прямими, оскільки сума чотирьох прямих кутів дорівнює 360°: 90° · 4 = 360°.
3) Усі кути чотирикутника не можуть бути тупими, оскільки сума чотирьох тупих кутів більша від 360°.

12. Нехай градусна міра кожного з рівних кутів дорівнює x. Сума всіх кутів 360°. Маємо рівняння: $x + x + x + 120 = 360$.
$3x + 120 = 360$; $3x = 240$; $x = 240 : 3$; $x = 80$.
Отже, кожний з рівних кутів дорівнює 80°. *Відповідь*: 80°.

13. Нехай довжина кожної з рівних сторін дорівнює x см.
Тоді $P = x + x + x + 24$ см, що за умовою дорівнює 60 см. Маємо рівняння: $x + x + x + 24 = 60$; $3x + 24 = 60$; $3x = 36$; $x = 12$. Кожна з невідомих сторін дорівнює 12 см. *Відповідь*: 12 см.

14. $\Delta ABC = \Delta ADC$ за двома сторонами і кутом між ними ($BC = CD$, $\angle ACB = \angle ACD$ за умовою, AC — спільна сторона). З рівності трикутників випливає рівність відповідних кутів: $\angle B = \angle D$.

15. $\Delta ABC = \Delta CDA$ ($\angle BAC = \angle ACD$, $\angle BCA = \angle CAD$ за умовою; AC — спільна сторона). З рівності трикутників випливає рівність відповідних сторін: $AB = CD$.

16. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $4x$, $5x$, $8x$ і $9x$ — сторони чотирикутника, а його периметр дорівнює $4x + 5x + 8x + 9x = 26x$. За умовою $26x = 65$, звідки $x = 2{,}5$. Сторони прямокутника дорівнюють: 1) $2{,}5 \cdot 4 = 10$ (см); 2) $2{,}5 \cdot 5 = 12{,}5$ (см); 3) $2{,}5 \cdot 8 = 20$ (см); 4) $2{,}5 \cdot 9 = 22{,}5$ (см).
Відповідь: 10 см; 12,5 см; 20 см; 22,5 см.

17. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді кути чотирикутника дорівнюють $4x$, $5x$, $7x$ і $8x$. Сума кутів 360°.
Маємо рівняння: $4x + 5x + 7x + 8x = 360$; $24x = 360$; $x = 15$.
$\angle 1 = 15° \cdot 4 = 60°$; $\angle 2 = 15° \cdot 5 = 75°$; $\angle 3 = 15° \cdot 7 = 105°$; $\angle 4 = 15° \cdot 8 = 120°$.
Відповідь: 60°, 75°, 105°, 120°.

18. $$\left.\begin{array}{l}\angle 1 = 90° \\ \angle 2 = 7x \\ \angle 3 = 5x \\ \angle 4 = \dfrac{7x+5x}{2}\end{array}\right\} 360°; \quad 90 + 7x + 5x + \frac{7x+5x}{2} = 360; \; 12x + 90 + 6x = 360;$$
$18x = 270$; $x = 15$.
$\angle 2 = 15° \cdot 7 = 105°$; $\angle 3 = 15° \cdot 5 = 75°$; $\angle 4 = 15° \cdot 6 = 90°$.
Відповідь: 105°, 75°, 90°.

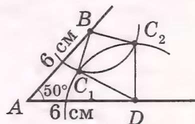
19. $$\left.\begin{array}{l}1 \text{ стор.} — 18 \text{ см} \\ 2 \text{ стор.} — 7x \text{ см} \\ 3 \text{ стор.} — 3x \text{ см} \\ 4 \text{ стор.} — \dfrac{7x+3x}{2} \text{ см}\end{array}\right\} 54 \text{ см}; \quad 18 + 7x + 3x + \frac{7x+3x}{2} = 54; \; 18 + 12x = 54;$$
$12x = 36$; $x = 3$. 1) $3 \cdot 7 = 21$ (см); 2) $3 \cdot 3 = 9$ (см); 3) $3 \cdot 2 = 6$ (см).
Відповідь: 21 см, 9 см, 6 см.

20. Припустимо, що в чотирикутнику всі кути більші за 90°. Тоді сума кутів чотирикутника буде більшою за 360°. Але сума кутів дорівнює 360°. Отримали суперечність. Припущення хибне. Отже, в чотирикутнику є кут, не більший за 90°.

21. Припустимо, що в чотирикутнику всі кути менші від 90°. Тоді їх сума буде меншою від 360°. Але сума кутів чотирикутника дорівнює 360°. Отримали суперечність. Припущення хибне. Отже, в чотирикутнику є кут, не менший від 90°.

22. Так. В неопуклому чотирикутнику один із кутів більший за 180°. Оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює 360°, то сума інших трьох кутів менша за 180°.

23. *План побудови.*

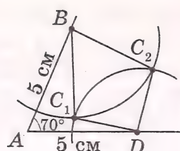


1. $\angle A = 50°$.
2. На сторонах кута A відкласти відрізки $AB = AD = 6$ см.
3. З точок B і D побудувати кола відповідно радіусами 3 см і 4 см. Кола перетинаються у двох точках. Отже, задача має два розв'язки. Чотирикутники ABC_1D і ABC_2D — шукані.

24. *План побудови.*

1. $\angle A = 70°$.
2. На сторонах кута A відкласти відрізки $AB = AD = 5$ см.
3. З точок B і D побудувати кола відповідно радіусами 4 см і 3 см. Кола перетинаються у двох точках. Отже, задача має два розв'язки.

Чотирикутники ABC_1D і ABC_2D — шукані.



25. 1) $\Delta ABD = \Delta CBD$ за трьома сторонами ($AB = BC$, $AD = CD$ за умовою, BD — спільна сторона). З рівності трикутників випливає рівність відповідних кутів:
$\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$.

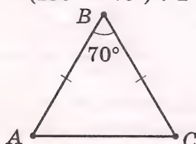
2) O — точка перетину діагоналей AC і BD дельтоїда.
$\Delta ABO = \Delta CBO$ за двома сторонами і кутом між ними: $AB = BC$ за умовою, BO — спільна сторона, $\angle ABO = \angle CBO$ за доведеним в п. 1).
З рівності трикутників випливає рівність відповідних сторін: $AO = OC$. В рівнобедреному ΔABC медіана BO є висотою: $BO \perp AC$.
Аналогічно в ΔADC ($AD = DC$) $DO \perp AC$.
Але через точку O проходить лише одна пряма, перпендикулярна AC. Отже, $BD \perp AC$

26. З ΔABD: $BD = P_{\Delta ABD} - (AB + AD)$. З ΔBCD:
$BD = P_{\Delta BCD} - (BC + CD)$. Додамо ці дві рівності:
$BD + BD = P_{\Delta ABD} + P_{\Delta BCD} - (AB + AD + BC + CD)$;
$2BD = P_{\Delta ABD} + P_{\Delta BCD} - P_{ABCD}$;
$2BD = 20 + 21 - 29$; $2BD = 12$; $BD = 6$.
Відповідь: 6 см.

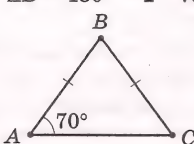
27. Нехай $\angle 1 = 70°$, тоді $\angle 3 = \angle 1 = 70°$ як вертикальні.
$\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 1 = 180° - 70° = 110°$ як суміжні з кутом 70°. $\angle 6 = \angle 1 = 70°$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих і січній.
$\angle 5 = 180° - \angle 1 = 180° - 70° = 110°$ як внутрішні односторонні при паралельних прямих і січній.
$\angle 8 = \angle 1 = 70°$, $\angle 7 = \angle 4 = 110°$ як відповідні.

28. Задача має два розв'язки.

Випадок 1.
В ΔABC $AB = BC$, $\angle B = 70°$.
Кути при основі рівні, тоді
$\angle A = \angle C = (180° - \angle B) : 2 =$
$= (180° - 70°) : 2 = 55°$.

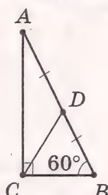


Випадок 2.
В ΔABC $AB = BC$, $\angle A = 70°$.
$\angle C = \angle A = 70°$ як кути при основі.
$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$;
$\angle B = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$.



Відповідь: 1) 55°, 55°, 70°; 2) 70°, 70°, 40°.

29. У ΔABC $\angle C = 90°$, $\angle B = 60°$, CD — медіана. $CD = AD = BD$ як медіана, проведена з вершини прямого кута.



$\angle A = 90° - \angle B = 30°$. Тоді BC — менший катет, оскільки лежить проти меншого кута. За умовою $CD + BC = 10$ см.
У ΔBCD $CD = BD$, $\angle B = 60°$, тоді ΔBCD — рівносторонній, $CD = BC = 10$ см : 2 = 5 см. $AB = 2CD = 2 \cdot 5$ см = 10 см.
Відповідь: 10 см.

30. Внутрішні односторонні: $\angle KCD$ і $\angle MDC$; $\angle LCD$ і $\angle NDC$.
Внутрішні різносторонні: $\angle KCD$ і $\angle NDC$; $\angle MDC$ і $\angle LCD$.
Відповідні: $\angle ACK$ і $\angle CDM$; $\angle KCD$ і $\angle MDB$; $\angle ACL$ і $\angle CDM$; $\angle LCD$ і $\angle NDB$.

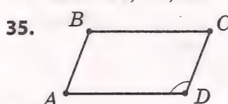
31. 1) $\angle 2$ і $\angle 4$ — внутрішні односторонні. Оскільки їх сума за умовою дорівнює 180°, то $a \parallel b$.
2) $\angle 1$ і $\angle 4$ – відповідні. Оскільки за умовою $\angle 1 \neq \angle 4$, то прямі a і b не паралельні.
3) $\angle 3$ і $\angle 4$ – внутрішні різносторонні. За умовою $\angle 3 \neq \angle 4$, отже, $a \nparallel b$.
4) $\angle 2$ і $\angle 4$ – внутрішні односторонні. $\angle 2 + \angle 4 = 60° + 119° = 179° \neq 180°$, тому $a \nparallel b$.
5) $\angle 1 = \angle 4 = 122°$. Ці кути є відповідними. Оскільки відповідні кути рівні, то $a \parallel b$.
6) $\angle 3$ і $\angle 4$ —внутрішні рівносторонні. За умовою $\angle 3 = \angle 4$, тому $a \parallel b$.

32. 1) $\Delta ABC = \Delta CDA$ за двома сторонами і кутом між ними: $AB = CD$, $\angle BAC = \angle ACD$ за умовою, AC — спільна сторона.
2) З рівності трикутників ABC і CDA випливає рівність відповідних кутів і сторін: $BC = AD$, $\angle BCA = \angle CAD$.
3) $\angle BCA$ і $\angle CAD$ — внутрішні різносторонні при прямих BC і AD та січній AD.
Оскільки $\angle BCA = \angle CAD$, то $BC \parallel AD$.

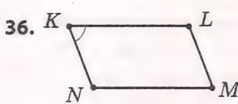
33. Позначимо найбільший з усіх відрізків, які попарно з'єднують всі точки, через AB. Очевидно, що в усіх трикутниках з вершинами A і B відрізок AB є гіпотенузою (як найбільший) і лежить проти прямого кута. Таким чином, всі шукані точки лежать на колі з діаметром AB.
Нехай C — одна з точок. З'ясуємо, де може лежати ще одна точка D, якщо вона існує.
В ΔACD кут ACD не прямій, бо тоді точка D збігалася б з точкою B. $\angle ADC \neq 90°$, оскільки він спирається на хорду AC, яка не є діаметром. Отже, в ΔACD $\angle DAC = 90°$, звідки випливає, що CD — діаметр.
Отже, якщо крім A, B і C є ще точки, то будь-яка з них має співпадати з кінцем діаметра, який проходить через точку C. Звідси зрозуміло, що найбільше можливе значення n дорівнює 4. Чотири точки є вершинами прямокутника.

34. Мал. 24, 27, 28.

35.



36.



37. 5 см.

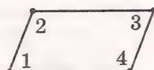
38. Кути, сусідні з кутом 70°, дорівнюють 180° – 70° = 110°.
Кут, протилежний даному, рівний йому, тобто дорівнює 70°.
Відповідь: 70°, 110°, 110°.

39. Див. № 38. *Відповідь*: 100°, 80°, 80°.

40. $P = 2 \cdot (12 + (12 + 3)) = 2 \cdot 27 = 54$ (см). *Відповідь*: 54 см.

41. $P = 2 \cdot (18 + 18 : 2) = 54$ (см). *Відповідь*: 54 см.

42. 1) Ці кути не можуть бути прилеглими, бо тоді їх сума дорівнювала б 180°. Значить, ці кути протилежні, отже, вони рівні.



Нехай $\angle 1 + \angle 3 = 120°$, тоді $\angle 1 = \angle 3 = 120° : 2 = 60°$.

$\angle 1$ і $\angle 2$ — сусідні, їх сума дорівнює 180°.

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$; $\angle 2 = 180° - \angle 1$; $\angle 2 = 180° - 60° = 120°$.

$\angle 4 = \angle 2 = 120°$ як протилежні. *Відповідь*: 60°, 60°, 120°, 120°.

2) Ці кути не можуть бути протилежними, оскільки вони не рівні. Отже, вони є прилеглими до однієї сторони паралелограма, і їх сума дорівнює 180°.

Нехай менший кут дорівнює $x°$, тоді більший — $(x + 20)°$.

$x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$. $80° + 20° = 100°$.

Протилежні кути паралелограма рівні. Отже, гострі його кути дорівнюють по 80, тупі — 100°. *Відповідь*: 80°, 80°, 100°, 100°.

3) Дані кути не рівні, значить, вони не протилежні, а сусідні, їх сума дорівнює 180°. Нехай менший кут дорівнює $x°$, тоді більший — $(3x)°$.

$x + 3x = 180$; $4x = 180$; $x = 45$.

$45 \cdot 3 = 135°$.

Отже, два кути паралелограма дорівнюють 45° і 135°. Протилежні кути паралелограма рівні. Отже, два інших кути дорівнюють 45° і 135°.

Відповідь: 45°, 45°, 135°, 135°.

4) Дані кути не можуть бути протилежними, бо вони не рівні. Отже, ці кути сусідні. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $\angle 1 = 2x$, $\angle 2 = 3x$. Сума сусідніх кутів 180°.

$2x + 3x = 180$; $5x = 180$; $x = 36$. $\angle 1 = 2 \cdot 36° = 72°$; $\angle 2 = 3 \cdot 36° = 108°$.

$\angle 3 = \angle 1 = 72°$, $\angle 4 = \angle 2 = 108°$ як протилежні. *Відповідь*: 72°, 72°, 108°, 108°.

43. 1) Кути паралелограма, сума яких 200°, є протилежними, оскільки сума сусідніх кутів дорівнює 180°. Тоді кожний з цих кутів дорівнює $200° : 2 = 100°$. А сусідні з даними кути дорівнюють $180° - 100° = 80°$.

Відповідь: 100°, 80°, 100°, 80.

2) За умовою задачі 2–4 задані кути не є рівними, отже, вони є сусідніми, і їх сума дорівнює 180°. Знайдемо ці кути. Міри кутів, протилежних до знайдених, будуть рівними їм.

Нехай більший кут дорівнює $x°$, тоді менший дорівнює $(x - 40)°$.

$x + x - 40 = 180$; $2x = 220$; $x = 110$. $110° - 40° = 70°$.

Отже, міри гострих кутів паралелограма 70°, тупих — 110°.

Відповідь: 70°, 110°, 70°, 110°.

3) Нехай менший кут дорівнює $x°$, тоді більший — $(2x)°$.

$x + 2x = 180$; $3x = 180$; $x = 60$.

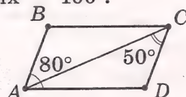
$2 \cdot 60° = 120°$. Отже, міри гострих кутів паралелограма 60°, тупих — 120°.

Відповідь: 60°, 120°, 60, 120°.

4) Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді градусні міри заданих кутів $(4x)°$ і $(5x)°$. $4x + 5x = 180$; $9x = 180$; $x = 20$. $4 \cdot 20° = 80°$; $5 \cdot 20° = 100°$.

Отже, градусна міра гострих кутів дорівнює 80°, тупих — 100°.

Відповідь: 80°, 100°, 80°, 100°.

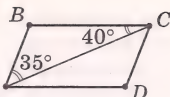


44. В паралелограмі $ABCD$ $\angle C = \angle A = 80°$ як протилежні.

$\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD$, $\angle ACB = \angle BCD - \angle ACD$; $\angle ACB = 80° - 50° = 30°$. $\angle ABC + \angle A = 180°$ як сусідні. Тоді $\angle ABC = 180° - \angle A$; $\angle ABC = 180° - 80° = 100°$.

Відповідь: 30°, 100°.

45. У ΔABC $\angle BAC + \angle BCA + \angle B = 180°$; $\angle B = 180° - (\angle BAC + \angle BCA) = 180° - (35° + 40°) = 180° - 75° = 105°$.



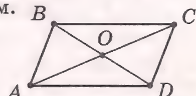
$\angle D = \angle B = 105°$ як протилежні.
$\angle CAD = \angle ACB = 40°$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній AC.
$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 35° + 40° = 75°$. $\angle C = \angle BAD = 75°$ (протилежні кути). *Відповідь*: 75°, 105°, 75°, 105°.

46. Мал. 30. В паралелограмі протилежні сторони паралельні. Тоді внутрішні різносторонні кути рівні, а значить, не можуть дорівнювати 50° і 45°.
Мал. 31. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться на дві рівні частини. Тому ці частини не можуть дорівнювати 5 і 4.
Мал. 32. Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°.
Але $60° + 130° = 190° \neq 180°$.

47. $P = 2 \cdot (a + b)$, де a і b — сторони паралелограма.
2) Якщо одна із сторін на 4 см більша за другу, то
$P = 2(a + (a + 4)) = 2(2a + 4)$.
За умовою $2(2a + 4) = 40$; $2a + 4 = 20$; $2a = 16$; $a = 8$; $b = 8 + 4 = 12$.
Відповідь: 8 см, 12 см.
2) Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $a = 3x$, $b = 7x$.
$P = 2(3x + 7x) = 20x$. За умовою $20x = 40$, $x = 2$.
$a = 3 \cdot 2 = 6$ (см); $b = 7 \cdot 2 = 14$ (см). *Відповідь*: 6 см, 14 м.

48. $P = 2(a + b)$, де a і b — сторони паралелограма.
1) Менша сторона – x см, більша сторона — $2x$ см. $P = 2(x + 2x) = 6x$.
За умовою $6x = 36$, $x = 6$. $2 \cdot 6 = 12$ (см). *Відповідь*: 6 см, 12 см.
2) Менша сторона — x см, більша сторона — $5x$ см. $P = 2(x + 5x) = 12x$.
$12x = 36$, $x = 3$. $3 \cdot 5 = 15$ (см). *Відповідь*: 3 см, 15 см.

49. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл. Тому $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$ (см).

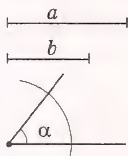


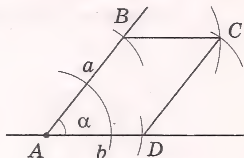
$P_{\Delta AOB} = AB + BO + AO$, $AO = P_{\Delta AOB} - (AB + BO) = 32 - (15 + 10) = 32 - 25 = 7$ (см).
$AO = \frac{1}{2}AC$, звідки $AC = 2AO = 2 \cdot 7 = 14$ (см). *Відповідь*: 14 см.

50. $\angle 1$ і $\angle 2$ — внутрішні різносторонні при прямих AD і BC і січній AC.
За умовою $\angle 1 = \angle 2$, тоді $AD \parallel BC$ за ознакою паралельності прямих.
Аналогічно, $\angle 3 = \angle 4$ — внутрішні різносторонні при прямих AB і CD і січній AC. Тому $AB \parallel CD$.
$ABCD$ — паралелограм, оскільки у нього протилежні сторони попарно паралельні.

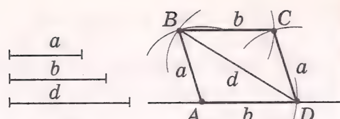
51. З рівності трикутників ABC і CDA випливає рівність відповідних кутів: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Далі доведення див. № 50.

52. Проводимо пряму, обираємо на ній точку A і будуємо кут, рівній α з вершиною в точці A. На сторонах кута відкладаємо відрізки $AB = a$ і $AD = b$. Проводимо коло радіуса b з центром B і коло радіуса a з центром D. Точка перетину кіл — точка C. $ABCD$ — шуканий паралелограм.





53. *Побудова.*

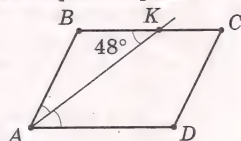


Дві сторони і діагональ утворюють трикутник.

Побудуємо ΔABD, у якого $AB = a$, $AD = b$, $BD = d$.

Проводимо коло радіуса b з центром B і коло радіуса a з центром D. Точка перетину кіл — точка C. $ABCD$ — шуканий паралелограм.

54. У паралелограма $ABCD$ бісектриса AK утворює зі стороною BC кут BKA рівний 48°.



$\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній AK.

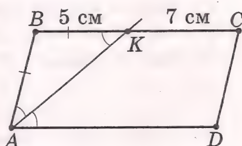
$\angle BAK = \angle KAD$ за умовою.

Тоді $\angle BAD = 2\angle BAK = 2 \cdot 48° = 96°$.

$\angle B = 180° - \angle BAD = 180° - 96° = 84°$.

Відповідь: 96°, 84°.

55. ΔABK — рівнобедрений, оскільки $\angle BKA = \angle KAD$ (як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AK), а $\angle BAC = \angle KAD$ (за означенням бісектриси). Отже, $AB = BK = 5$ см.

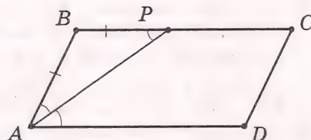


$BC = BK + KC = 5$ см $+ 7$ см $= 12$ см.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (5 + 12) = 2 \cdot 17 = 34$ (см).

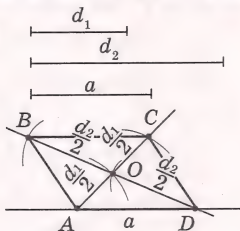
Відповідь: 34 см.

56. $\angle BPA = \angle PAD$ (як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AP); $\angle BAP = \angle PAD$ (за означенням бісектриси). Тоді $\angle BAP = \angle BPA$, тобто ΔABP — рівнобедрений, $BP = AB = 4$ см.



$BC = BP + PC$, $PC = BC - BP = 12$ см $- 4$ см $= 8$ см. *Відповідь*: 4 см, 8 см.

57. Припустимо, що $ABCD$ — шуканий паралелограм, O — точка перетину його діагоналей.



Тоді у нього $AO = \frac{d_1}{2}$, $DO = \frac{d_2}{2}$, $AD = a$.

У ΔAOD відомі три сторони.

Побудова.

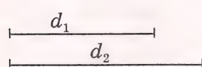
1. Будуємо ΔAOD за трьома сторонами:

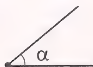
$AO = \frac{d_1}{2}$, $DO = \frac{d_2}{2}$, $AD = a$.

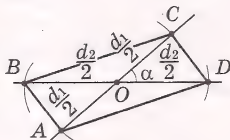
2. На промені AO відкласти $OC = \frac{d_1}{2}$, на промені DO — $OB = \frac{d_2}{2}$.

$ABCD$ — шуканий паралелограм.

58. У паралелограмі $ABCD$ діагоналі точкою перетину діляться навпіл і утворюють при цьому кут α.







1. Побудувати кут, рівний α з вершиною O.

2. На сторонах кута відкласти відрізки $OC = \frac{d_1}{2}$ і $OD = \frac{d_2}{2}$.

3. Відкласти відрізки $CA = d_1$ і $DB = d_2$.
$ABCD$ — шуканий паралелограм.

59. $\Delta ABM = \Delta CDK$ за стороною і прилеглими кутами ($\angle ABM = \angle CDK$ за умовою, $AB = CD$, $\angle A = \angle C$ за властивістю паралелограма).
$BC = BK + KC$, $AD = AM + MD$.
Оскільки $KC = AM$ (з рівності трикутників), то $BK = MD$. $BK \parallel MD$, бо $BC \parallel AD$. Сторони BK і MD чотирикутника $BMDK$ рівні і паралельні. Тоді $BMDK$ — паралелограм за ознакою.

60. $BC \parallel AD$, $BC = AD$ як протилежні сторони паралелограма. Тоді $BK \parallel MD$. $BC = BK + KC$, $AD = AM + MD$. Оскільки $AM = KC$, то і $BK = MD$.
У чотирикутнику $BMDK$ $BK = MD$, $BK \parallel MD$. Тоді $BMDK$ — паралелограм за ознакою.

61. Якщо AM і BM — бісектриси кутів A і B, то

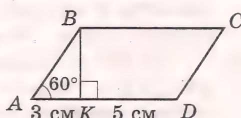
$$\angle BAM = \frac{1}{2}\angle A, \quad \angle ABM = \frac{1}{2}\angle B.$$

$ABCD$ — паралелограм, тому

$$\angle BAM + \angle ABM = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2}\cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

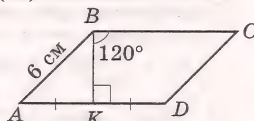
З ΔAMB $\angle AMB = 180^\circ - (\angle BAM + \angle ABM) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
Таким чином, у будь-якому паралелограмі бісектриси його сусідніх кутів перетинаються під прямим кутом.

62. У паралелограмі $ABCD$ $AD = AK + KD = 3$ см $+ 5$ см $= 8$ см. $BC = AD = 8$ см. $BK \perp AD$ — висота. З ΔABK ($\angle K = 90^\circ$) $\angle ABK = 90^\circ - \angle BAK = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.



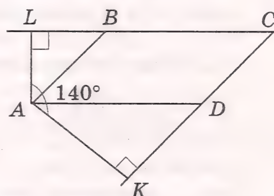
$AB = 2AK = 2 \cdot 3$ см $= 6$ см за властивістю катета, що лежить проти кута 30°. $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2 \cdot (6 + 8) = 28$ (см). *Відповідь*: 28 см.

63. $ABCD$ — паралелограм, тоді $\angle A + \angle B = 180^\circ$,
$\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.
$BK \perp AD$ — висота.
З ΔABK $\angle ABK = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.



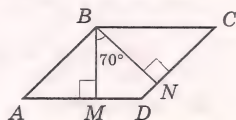
$AK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\cdot 6$ см $= 3$ см як катет, що лежить проти кута 30°.
$AD = 2AK = 2 \cdot 3$ см $= 6$ см за умовою.
$P_{\Delta ABCD} = 2(AB + AD) = 2 \cdot (6 + 6) = 24$ (см).
Відповідь: 24 см.

64. $ABCD$ — паралелограм. $AL \perp BC$, $AK \perp CD$ — його висоти.



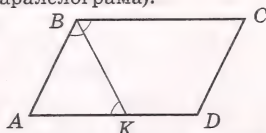
Оскільки $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$, то $AL \perp AD$, $AK \perp AB$. $\angle LAK = \angle LAD + \angle DAK$, $\angle DAK = \angle LAK - \angle LAD = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$. Аналогічно, $\angle LAB = \angle LAK - \angle BAK = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$.
$\angle BAD = \angle LAK - (\angle LAB + \angle DAK) = 140^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$.
$\angle C = \angle BAD = 40^\circ$ як протилежні кути паралелограма.
Відповідь: 40°.

65. $ABCD$ — паралелограм.
$BM \perp AD$, $BN \perp DC$ — його висоти.
За означенням паралелограма $BC \parallel AD$ і $AB \parallel CD$, тоді $BM \perp BC$ в $BN \perp AB$.



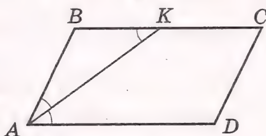
$\angle CBM = \angle CBN + \angle NBM$, $\angle CBN = \angle CBM - \angle NBM$; $\angle CBN = 90° - 70° = 20°$. Аналогічно, $\angle ABN = \angle ABM + \angle MBN$, $\angle ABM = \angle ABN - \angle MBN$; $\angle ABM = 90° - 70° = 20°$. $\angle ABC = \angle ABM + \angle MBN + \angle CBN$; $\angle ABC = 20° + 70° + 20° = 110°$. $\angle D = \angle ABC = 110°$ (протилежні кути паралелограма).

66. За умовою задачі $\angle ABK = \angle CBK$ і $AK - KD = 4$ см. Але $\angle CBK = \angle AKB$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній BK. Тому ΔABK — рівнобедрений, $AB = AK = x$ см.



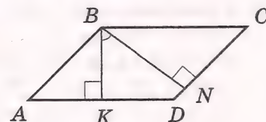
Тоді $KD = (x - 1)$ см, $AD = (2x - 1)$ см. Периметр паралелограма дорівнює $(x + 2x - 1) \cdot 2$, що за умовою становить 40 см.
$(x + 2x - 1) \cdot 2 = 40$; $3x - 1 = 20$; $3x = 21$; $x = 7$. Отже, $AB = AK = 7$ см, $AD = 7 + 7 - 1 = 13$ (см). $BC = AD = 13$ см; $CD = AB = 7$ см.
Відповідь: 7 см, 13 см.

67. За умовою AK — бісектриса кута A. $\angle BAK = \angle KAD$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній AK. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$, трикутник ABK — рівнобедрений, $AB = BK$.



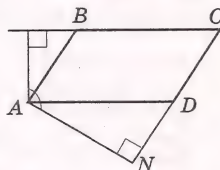
Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $BK = 3x$, $KC = 7x$, $BC = 3x + 7x = 10x$. $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (3x + 10x) = 26x$. За умовою $16x = 78$, $x = 3$. $AB = BK = 3 \cdot 3 = 9$ (см); $BC = 10 \cdot 3 = 30$ (см).
Відповідь: 9 см, 30 см.

68. 1) $ABCD$ — паралелограм. $BK \perp AD$, $BN \perp CD$ — висоти, проведені з вершини тупого кута B. За умовою $\angle A : \angle B = 5 : 7$. Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle A = \angle C = 5x$, $\angle B = \angle D = 7x$.



Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°. $5x + 7x = 180$; $12x = 180$; $x = 15$. Отже, $\angle D = 7 \cdot 15° = 105°$. Сума кутів чотирикутника $KBND$ — 360°. $\angle KBN + \angle BND + \angle NDK + \angle BKD = 360°$; $\angle KBN + 90° + 105° + 90° = 360°$; $\angle KBN = 360° - 285° = 75°$. *Відповідь*: 75°.

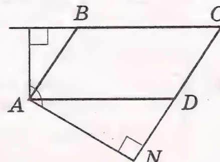
2) $ABCD$ — паралелограм. $AM \perp BC$, $AN \perp CD$ — висоти, проведені з вершини гострого кута A. За умовою $\angle A : \angle B = 5 : 7$. Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle A = \angle C = 5x$, $\angle B = \angle D = 7x$. Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°. $5x + 7x = 180$; $12x = 180$; $x = 15$. $\angle C = 5 \cdot 15° = 75°$. Сума кутів чотирикутника $AMCN$ дорівнює 360°.



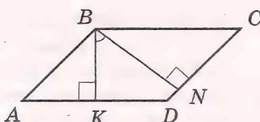
$\angle A + \angle M + \angle C + \angle N = 360°$; $\angle A + 90° + 75° + 90° = 360°$; $\angle A + 255° = 360°$; $\angle A = 105°$. *Відповідь*: 105.

69. Нехай менший кут паралелограма $x°$, тоді більший кут — $(x + 12)°$. Сума гострого і тупого кутів дорівнює 180°. $x + x + 12 = 180$; $2x = 168$; $x = 84$. Отже, в паралелограмі $ABCD$ $\angle A = \angle C = 84°$, $\angle B = \angle D = 84° + 12° = 96°$.

1) $AM \perp BC$, $AN \perp CD$ — висоти, проведені з вершини гострого кута A.
Сума кутів чотирикутника $AMCN$ дорівнює 360°.
$\angle A + \angle M + \angle C + \angle N = 360°$;
$\angle A + 90° + 84° + 90° = 360°$;
$\angle A + 264° = 360°$; $\angle A = 96°$.
Відповідь: 96°.



2) $BK \perp AD$, $BN \perp CD$ — висоти, проведені з вершини тупого кута B. Сума кутів чотирикутника $KBND$ дорівнює 360°.



$\angle KBN + \angle BND + \angle NDK + \angle BKD = 360°$;
$\angle KBN + 90° + 96° + 90° = 360°$;
$\angle KBN + 276° = 360°$; $\angle KBN = 84°$. *Відповідь*: 84°.

70. Задача розв'язана у підручнику.

71. Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90°.
1) $90° - 20° = 70°$; 2) $90° - 65° = 25°$. *Відповідь*: 70°, 25°.

72. Третя сторона трикутника a має бути меншою за суму двох інших сторін, але більшою за їх різницю. 7,2 см − 2,5 см < a < 7,2 см + 2,5 см; 4,7 см < a < 9,7 см. Найбільше ціле число, що задовольняє нерівність — 9 см. *Відповідь*: 9 см.

73. $\angle BCD$ — зовнішній кут трикутника ABC.
Нехай $\angle A = x$, тоді $\angle BCD = 2x$ за умовою.
$\angle BCA = 180° - 2x$ як суміжний з $\angle BCD$.
Сума кутів ΔABC дорівнює 180°.
Тоді $\angle B = 180° - (\angle A + \angle BCA)$;
$\angle B = 180° - (x + (180° - 2x)) =$
$= 180° - x - 180° + 2x = x$.
Отже, $\angle B = \angle A$, значить, ΔABC — рівнобедрений.

74. Припустимо, що $ABCD$ — шуканий чотирикутник, BD — його діагональ.
$AB = AD = 6$ см, $\angle A = 60°$. Тоді ΔABD — рівносторонній, $BD = 6$ см. В ΔBCD $BC + CD = 4$ см + 2 см = 6 см.
Маємо: $BC + CD = BD$, що суперечить нерівності трикутника.
Відповідь: ні, не можна.

75. 1) $P = 2 \cdot (5$ см + 7 см) = 2 · 12 см = 24 см; $S = 5$ см · 7 см = 35 см^2;
2) $P = 2 \cdot (2$ дм + 14 см) = 2 · (20 см + 14 см) = 2 · 34 см = 68 см;
$S = 2$ дм · 4 см = 20 см · 14 см = 280 см^2.

77. Малюнки 40 і 42.

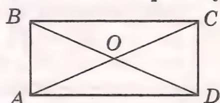
81. Ні.

78. $BD = AC = 5$ см.

79. $P = 2 \cdot (4 + 7) = 2 \cdot 11 = 22$ (см).

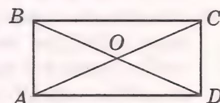
80. $P = 2 \cdot (2 + 5) = 2 \cdot 7 = 14$ (см).

82. $ABCD$ — прямокутник, $BC = 8$ см, діагональ $BD = 12$ см. Діагоналі прямокутника рівні, тому $AC = BD = 12$ см. Діагоналі точкою перетину діляться навпіл: $BO = CO = \frac{1}{2}BD = 6$ см.



$P_{\Delta ABC} = BD + 2BO = 8 + 2 \cdot 6 = 20$ (см).
Відповідь: 20 см.

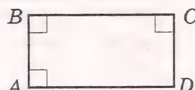
83. У прямокутнику $ABCD$ діагоналі рівні і точкою перетину діляться навпіл.
Тому $BD = AC = 12$ см, $BO = AO = 12 : 2 = 6$ см.



$P_{\Delta AOB} = AB + 2AO$; $AB = P_{\Delta AOB} - 2AO$.
$AB = 16 - 2 \cdot 6 = 16 - 12 = 4$ (см).
Відповідь: 4 см.

84. 1–2) Сума сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°. Ці кути не можуть бути обидва гострими або обидва тупими. Тому якщо за умовою жоден з кутів не є гострим (або тупим), то ці кути рівні і прямі. Цей паралелограм є прямокутником.

3) Серед будь-яких трьох кутів паралелограма є пара сусідніх кутів, сума яких становить 180°. Тоді ці кути рівні і дорівнюють кожен 90°. Паралелограм, у якого є прямий кут, — це прямокутник.



85. Нехай в чотирикутнику $ABCD$ $\angle A = \angle B = \angle C = 90°$. $\angle A$ і $\angle B$ — внутрішні односторонні при прямих AD і BC і січній AB. Оскільки їх сума дорівнює $90° + 90° = 180°$, то $AD \parallel BC$. Аналогічно, сума внутрішніх односторонніх кутів B і C дорівнює 180°, тому $AB \parallel CD$. $ABCD$ — паралелограм, як чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні. Оскільки у паралелограма $ABCD$ є прямий кут, то $ABCD$ — прямокутник.

86. (Див. рис. до №85) Оскільки у чотирикутника $ABCD$ протилежні кути попарно рівні, то $ABCD$ — паралелограм за ознакою. Сума кутів чотирикутника $ABCD$ дорівнює 360°, кожен з них дорівнює $360° : 4 = 90°$. $ABCD$ — прямокутник, як паралелограм, у якого є прямий кут.

87. 1) Нехай $a = x$ см, тоді $b = (x + 2)$ см.
$P = (x + (x + 2)) \cdot 2 = (2x + 2) \cdot 2 = 4x + 4$. За умовою $4x + 4 = 40$; $x + 1 = 10$; $x = 9$. Отже, $a = 9$ см, $b = 9 + 2 = 11$ (см). *Відповідь*: 9 см, 11 см.
2) Нехай x — коефіцієнт пропорційності.
Тоді $a = 2x$, $b = 3x$. $P = (2x + 3x) \cdot 2 = 10x$.
За умовою $10x = 40$, $x = 4$. $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см), $b = 3 \cdot 4 = 12$ (см).
Відповідь: 8 см, 12 см.

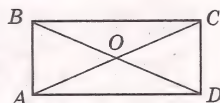
88. 1) Нехай $a = x$ см, тоді $b = (x - 5)$ см.
$P = (a + b) \cdot 2 = (x + x - 5) \cdot 2 = (2x - 5) \cdot 2 = 4x - 10$.
За умовою $4x - 10 = 50$; $4x = 60$; $x = 15$. $a = 15$ см, $b = 15 - 5 = 10$ (см).
Відповідь: 15 см; 10 см.
2) Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $a = 4x$, $b = x$.
$P = (4x + x) \cdot 2 = 10x$. За умовою $10x = 50$, $x = 5$. $a = 4 \cdot 5 = 20$ (см); $b = 5$ см.
Відповідь: 20 см, 5 см.

89. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.
$\angle 1 = \angle 5$; $\angle 6 = \angle 2$; $\angle 7 = \angle 3$; $\angle 8 = \angle 4$ — внутрішні різносторонні.
$\angle 12 = \angle 10$, $\angle 9 = \angle 11$ як вертикальні.
$\angle 1 = \angle 8 = \angle 4 = \angle 5$; $\angle 7 = \angle 6 = \angle 2 = \angle 3$ — кути при основі рівних рівнобедрених трикутників.

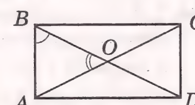
90. 1) В ΔABD $\angle 3 = 90° - \angle 8 = 90° - 52° = 38°$.
2) $\angle 10 = \angle 2 + \angle 3$ як зовнішній кут. $\angle 2 = \angle 3$ як кути при основі рівнобедреного трикутника. Тоді $\angle 10 = 2\angle 2$; $\angle 2 = \angle 10 : 2 = 40° : 2 = 20°$.

91. 1) $\angle 5 = 90° - \angle 2 = 90° - 37° = 53°$ (гострі кути прямокутного ΔACD).
2) $\angle 12 = \angle 2 + \angle 3$ як зовнішній кут. $\angle 2 = \angle 3$ як кути при основі рівнобедреного трикутника. Тоді $\angle 12 = 2\angle 3$, $\angle 3 = \angle 12 : 2 = 30° : 2 = 15°$.

92. $x + x + 20 = 90$; $2x = 70$; $x = 35$. $\angle 1 = 35°$, $\angle A = 35° + 20° = 55°$.
Відповідь: 35°, 55°.

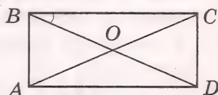


93. Діагоналі прямокутника $ABCD$ рівні і точкою перетину діляться навпіл. Тоді $AO = BO = CO = DO$, тобто вершини прямокутника рівновіддалені від точки перетину діагоналей. Це означає, що вершини прямокутника лежать на деякому колі з центром O.

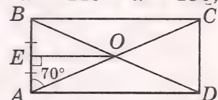


94. В прямокутнику $ABCD$ AC і BD — діагоналі, O — точка їх перетину, $AB < BC$.
1) Нехай $\angle AOB = x$, тоді $\angle ABO = x - 15°$.

$\angle OAB = \angle ABO$ як кути при основі рівнобедреного ΔAOB ($AO = BO$ як половини рівних діагоналей). Сума кутів трикутника 180°.
$x + x + 15 + x - 15 = 180$; $3x - 30 = 180$; $3x = 210$; $x = 70$. $\angle AOB = 70°$; $\angle ABO = 70° - 15° = 55°$. *Відповідь*: 55°.
2) Нехай $\angle ABO = x$, тоді $\angle BOC = x + 50°$. $\angle AOB = 180° - (x + 50°) = 130° - x$ (як суміжні). $\angle OAB = \angle ABO$ як кути при основі рівнобедреного ΔAOB ($AO = BO$ як половини рівних діагоналей). Сума кутів трикутника 180°. $x + x + 130 - x = 180$; $x + 130 = 180$; $x = 50$. $\angle ABO = 50°$.
Відповідь: 50°.

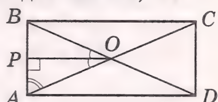


95. *ABCD* — прямокутник, *AC* і *BD* — діагоналі; *O* — точка їх перетину, $BC > AB$.
1) Нехай $\angle CBO = x$, тоді $\angle BOC = x + 90°$.
$\angle OBC = \angle OCB$ як кути при основі рівнобедреного ΔBOC ($BO = CO$ як половини рівних діагоналей). Сума кутів трикутника 180°.
$x + x + x + 90 = 180$; $3x = 90$; $x = 30$. $\angle OBC = 30°$.
Відповідь: 30°.
2) Нехай $\angle CBO = x$, тоді $\angle AOB = x + 40°$. Тоді $\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - (x + 40°) = 180° - x - 40° = 140° - x$ ($\angle AOB$ і $\angle COB$ — суміжні). $\angle BCO = \angle CBO = x$ як кути при основі рівнобедреного трикутника *BOC* ($BO = CO$ як половини рівних діагоналей). $x + x + 140 - x = 180$; $x = 180 - 140$; $x = 40$. $\angle CBO = 40°$. *Відповідь*: 40°.

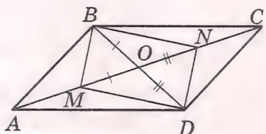


96. *ABCD* — прямокутник, *O* — точка перетину його діагоналей; $BE = AE$; $\angle CAB = 70°$.
В ΔAOB $AO = BO$ як половини рівних діагоналей.
За умовою *OE* – медіана рівнобедреного ΔAOB. Значить, $OE \perp AB$.
В ΔAOE $\angle AOE = 90° - \angle OAE = 90° - 70° = 20°$. *OE* — бісектриса кута *AOB*: $\angle BOE = \angle AOE = 20°$. $\angle DOE = \angle DOB - \angle BOE$ (як суміжні).
$\angle DOE = 180° - 20° = 160°$.
Відповідь: 160°.

97. *ABCD* — прямокутник, *O* — точка перетину його діагоналей; *OP* — бісектриса ΔAOB; $\angle DOP = 130°$.

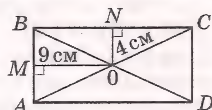


ΔAOB — рівнобедрений, $AO = BO$ як половини рівних діагоналей. Тоді бісектриса *OP* є медіаною і висотою.
$\angle BOP = 180° - \angle DOP = 180° - 130° = 50°$ (як суміжні).
$\angle AOP = \angle BOP = 50°$ за умовою.
З ΔAOP ($\angle P = 90°$) $\angle OAP = 90° - \angle AOP = 90° - 50° = 40°$.
Отже, $\angle CAB = 40°$.
Відповідь: 40°.

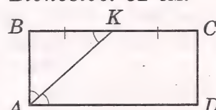


98. *ABCD* — паралелограм, *O* — точка перетину його діагоналей. $OM = OB$, $ON = OD$.
$\Delta BON = \Delta MOD$ за двома сторонами і кутом між ними ($BO = MO$, $DO = NO$ за умовою, $\angle MOD = \angle BON$ як вертикальні).
$BO = OD$ за властивістю діагоналей паралелограма.
Тоді $MO = BO = ON = OD$ і $BD = MN$. Трикутники *MOD* і *BON* — рівнобедрені, їх кути при основі рівні. З рівності трикутників випливає, що $BN = MD$, $\angle BNO = \angle DMO$, а ці кути є внутрішніми різносторонніми при прямих *BN* і *MD* і січній *MN*, отже, $BN \parallel MD$.
MBND — паралелограм ($BN \parallel MD$, $BN = MD$).
Раніше довели, що $BD = MN$, тому *MBND* – прямокутник.

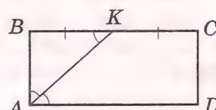
99. AC — діаметр кола, тому ΔABC і ΔADC — прямокутні. $\Delta ABC = \Delta CDA$ за катетом і гіпотенузою ($AD = BC$ за умовою, AC — спільна гіпотенуза). Звідси $\angle CAD = \angle ACB$. Ці кути внутрішні різносторонні при прямих AD і BC і січній AC, тому $AD \parallel BC$. $ABCD$ — паралелограм за ознакою ($AD \parallel BC$, $AD = BC$). $ABCD$ — прямокутник за ознакою, як паралелограм, який має прямий кут.



100. $ABCD$ — прямокутник. $NO \perp BC$, $MO \perp AB$, тоді $NO \parallel AB$, $MO \parallel BC$ за ознакою паралельності прямих. $MBNO$ — паралелограм за означенням.
У ΔAOB $BO = AO$, тоді висота OM є медіаною:
$AB = 2BM = 2 \cdot 4$ см $= 8$ см. Аналогічно $BC = 2BN = 2 \cdot 9$ см $= 18$ см.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (8 + 18) = 2 \cdot 26 = 52$ (см). *Відповідь*: 52 см.



101. $ABCD$ — прямокутник, AK — бісектриса кута A. $BK = KC$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$,
у ΔABK $AB = BK = \frac{1}{2}BC = 20$ см : 2 = 10 см.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (10 + 20) = 2 \cdot 30 = 60$ (см).
Відповідь: 60 см.

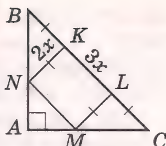


102. $ABCD$ — прямокутник, AK — бісектриса кута A. $BK = KC$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK.
Тоді $\angle BAK = \angle BKA$, у ΔABK $AB = BK = 8$ дм.
$BC = 2BK = 16$ дм. $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (8 + 16) = 2 \cdot 24 = 48$ (дм).
Відповідь: 48 дм.

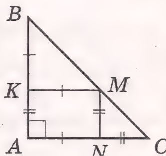
103. 1) $\angle BAC = \angle ACD = 60°$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній BD. ΔABO — рівнобедрений, $AO = OB$ за властивістю діагоналей прямокутника. Тоді $\angle ABO = \angle OAB = 60°$ як кути при основі,
$\angle AOB = 180° - 2 \cdot 60° = 60°$. ΔAOB — рівносторонній. Висота BK є медіаною. $AO = 2AK = 2a$. $AB = AO = 2a$; $BD = 2BO = 2 \cdot 2a = 4a$.
Відповідь: $4a$ і $2a$.
2) В ΔACD ($\angle D = 90°$) $\angle CAD = 90° - 60° = 30°$.
Тоді $CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}m$ як катет, протилежний куту 30°.
$\angle BAC = \angle ACD = 60°$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній BD. ΔABO — рівнобедрений ($AO = BO$ за властивістю діагоналей прямокутника) з кутом 60° при основі. Тоді ΔABO — рівносторонній.
$AB = BO = AO = \frac{m}{2}$. BK — висота і медіана. $AK = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{2} = \frac{m}{4}$.
Відповідь: $\frac{m}{4}$; $\frac{m}{2}$.

104. $\angle BAC = \angle ACD = 60°$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній BD. ΔABO — рівнобедрений ($AO = BO$ за властивістю діагоналей прямокутника) з кутом 60° при основі. Тоді ΔABO — рівносторонній.
$AB = BO = AO = b$. $BD = 2BO = 2b$ за властивістю діагоналей прямокутника.
В ΔAOB BK — висота і медіана. $OK = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}b = \frac{b}{2}$.
Відповідь: $2b$; $\frac{b}{2}$.

105. Нехай x — коефіцієнт пропорційності.
Тоді $KL = 3x$, $KN = 2x$.
В ΔABC $\angle B = \angle C = 45°$. Тоді ΔBKN і ΔMLC також прямокутні і рівнобедрені: $NK = BK = ML = LC = 2x$.
$BC = BK + KL + LC = 2x + 3x + 2x = 7x$ або 35 см за умовою. $7x = 35$; $x = 5$. $KN = 2 \cdot 5 = 10$ (см); $KL = 3 \cdot 5 = 15$ (см). $P = 2(KN + KL) = 2 \cdot (10 + 15) = 50$ (см).
Відповідь: 50 см.



106. В ΔABC ($\angle C = 90°$) $AC = BC = 20$ см, $CKMN$ — прямокутник, ΔAKM і ΔMNB — прямокутні і рівнобедрені. $AK = KM$, $NB = MN$, $KM = CN$, $MN = KC$ як протилежні сторони. Отже, $KC + KM = KC + AK = NB + + CN = MN + CN = 20$ см. $P_{KMNC} = 2 \cdot 20 = 40$ (см).
Відповідь: 40 см.

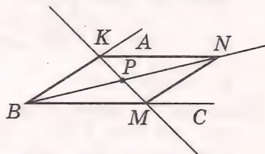


107. $ABCD$ — паралелограм, $BK \perp AD$, $BK = \frac{1}{2}AB$.

В ΔABK ($\angle K = 90°$) $BK = \frac{1}{2}AB$ за умовою, тоді $\angle A = 30°$.
$\angle C = \angle A = 30°$ як протилежні. $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 30° = 150°$; $\angle D = \angle B = 150°$. *Відповідь*: 30°; 150°; 30°; 150°.

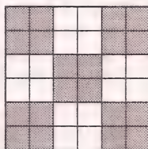
108. 1) Нехай x — сума двох кутів трикутника. Тоді третій кут дорівнює $\frac{x}{2}$. $x + \frac{x}{2} = 180$; $3x = 360$; $x = 120$. $120° : 2 = 60°$.
Відповідь: 60°.
2) Нехай x — сума трьох кутів чотирикутника. Тоді четвертий кут дорівнює $\frac{x}{3}$. $x + \frac{x}{3} = 360$; $4x = 360 \cdot 3$; $x = 270$. $270° : 3 = 90°$.
Відповідь: 90°.

109. Нехай P — деяка точка внутрішньої області кута ABC. Проведемо промінь BP і відкладемо на ньому $PN = BP$. Побудуємо $NK \parallel BC$ і $NM \parallel AB$. $BKNM$ — паралелограм. Його діагональ KM точкою P ділиться навпіл. Отже, KM — шукана пряма.



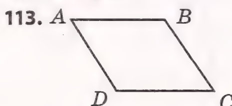
110. $\Delta ABD = \Delta CBD$ за трьома сторонами ($AB = BC = CD = AD$ за умовою, BD — спільна сторона). З рівності трикутників випливає рівність відповідних кутів: $\angle A = \angle C$. Аналогічно $\Delta ABC = \Delta ADC$, $\angle B = \angle D$.

111. Розфарбуємо квадрат 6×6 у два кольори, як на малюнку. Видно, що чорних клітинок на 4 більше. Будь-який прямокутник 1×4 міститиме 2 білих і 2 чорних клітинки. Якщо можливо розрізати квадрат на прямокутники 1×4, то білих і чорних клітинок має бути порівну, але це не відповідає дійсності.
Відповідь: ні.

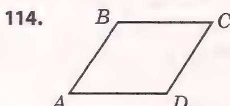


112. На мал. 51, 53, 55.

113.



114.

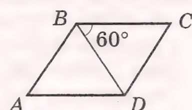


115. 28 см : 4 = 7 см.

116. $P = 4 \cdot 5$ дм = 20 дм.

117. Діагональ ділить кут навпіл: 50° : 2 = 25°.

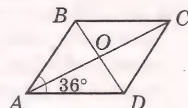
118. 110° : 2 = 55°.



119. Діагональ BD утворює зі стороною BC ромба кут CBD = 60°. Діагональ ромба ділить кут навпіл, тоді $\angle B = 60° \cdot 2 = 120°$. Отже, тупий кут ромба дорівнює 120°. *Відповідь*: 120°.

120. Див. № 119. $20° \cdot 2 = 40°$. *Відповідь*: 40°.

121. $ABCD$ — ромб, $\angle A = 36°$, O — точка перетину діагоналей.



$$\angle BAO = \angle DAO = \frac{1}{2}\angle A = 18°,$$

$\angle BOA = 90°$ за властивістю діагоналей ромба.
$\angle ABO = 90° - \angle BAO = 90° - 18° = 72°$.
Відповідь: 18°, 90°, 72°.

122. Див. № 121. $\angle BOC = 90°$, $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \cdot 118° = 59°$.

$\angle BCO = 90° - \angle OBC = 90° - 59° = 31°$. *Відповідь*: 90°, 59°, 31°.

123. Сторони ромба рівні. Одна сторона: 15 см : 3 = 5 см. $P = 4 \cdot 5$ см = 20 см. *Відповідь*: 20 см.

124. Сторона ромба: 18 см : 2 = 9 см. $P = 4 \cdot 9$ см = 36 см. *Відповідь*: 36 см.

128. $\angle B = 180° - \angle 2 = 180° - 66° = 114°$. $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \cdot 114° = 57°$.
Відповідь: 57°.

126. $\angle B = 2\angle 1 = 2 \cdot 58° = 116°$. $\angle 2 = 180° - \angle B = 180° - 116° = 64°$.
Відповідь: 64°.

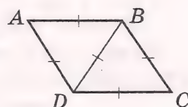
127. $\angle BDC = \angle 1$, оскільки $\angle B = \angle D$, $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle B$, $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle D$.

Тоді $\angle D = 2\angle BDC = 2 \cdot 55° = 110°$. $\angle 3 = 180° - \angle D = 180° - 110° = 70°$ (суміжні кути). *Відповідь*: 70°.

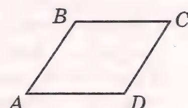
128. $\angle D = 180° - \angle 3 = 180° - 50° = 130°$ (суміжні кути). $\angle B = \angle D$ як протилежні кути ромба.

$\angle 1 = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \cdot 130° = 65°$ ва властивістю діагоналей ромба.

Відповідь: 65°.



129. $ABCD$ — ромб, $AB = BD$ за умовою.
Але $AB = BC = CD = AD$. Тоді ΔABD — рівносторонній.
$\angle A = 60°$. $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 60° = 120°$.
$\angle C = \angle A = 60°$, $\angle D = \angle B = 120°$.
Відповідь: 60°, 120°, 60°, 120°.



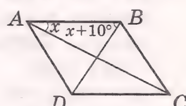
131. 1) Сума даних кутів не дорівнює 180°, отже, ці кути не можуть бути сусідніми. Вони протилежні, тому рівні. $\angle A = \angle C = 80° : 2 = 40°$.
Тоді $\angle B = \angle D = 180° - 40° = 140°$.
Відповідь: 40°, 140°, 40°, 140°.
2) Оскільки дані кути не рівні, то вони не протилежні, а сусідні; їх сума дорівнює 180°.
Нехай $\angle A = x°$, тоді $\angle B = (x + 20)°$. $x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$.
$\angle A = \angle C = 80°$, $\angle B = \angle D = 80° + 20° = 100°$. *Відповідь*: 80°, 100°, 80°, 100°.

132. Див. № 131. 1) Сума даних кутів не дорівнює 180°, отже, ці кути не можуть бути сусідніми. Вони протилежні, тому рівні.
$\angle B = \angle D = 210° : 2 = 105°$. Тоді $\angle A = \angle C = 180° - 105° = 75°$.
Відповідь: 75°, 105°, 75°, 105°.

2) Оскільки дані кути не рівні, то вони не протилежні, а сусідні. Їх сума дорівнює 180°.

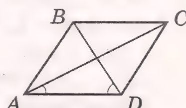
Нехай $\angle A = x°$, тоді $\angle B = (x + 50)°$. $x + x + 50 = 180$; $2x = 130$; $x = 65$. $\angle A = \angle C = 65°$; $\angle B = \angle D = 65° + 50° = 115°$. *Відповідь*: 65°, 115°, 65°, 115°.

133. 1) Ні; 2) так; 3) так; 4) ні.



134. $ABCD$ — ромб. Сторона AB утворює з діагоналями кути BAC і ABD. Нехай $\angle BAC = x$, тоді $\angle ABD = x + 10°$. $\angle A = 2x$, $\angle B = 2(x + 10)°$ за властивостями діагоналей ромба.

$\angle A + \angle B = 180°$ як сусідні. $2x + 2(x + 10) = 180$; $4x + 20 = 180$; $4x = 160$; $x = 40$. Отже, $\angle A = \angle C = 2 \cdot 40° = 80°$; $\angle B = \angle D = 2 \cdot (40° + 10°) = 100°$. *Відповідь*: 80°, 110°, 80°, 100°.



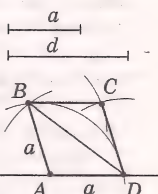
136. Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle CAD = 2x$, $\angle BDA = 3x$.

$\angle A = 2\angle CAD = 4x$; $\angle D = 2\angle BDA = 6x$.

$4x + 6x = 180$; $10x = 180$; $x = 18$.

$\angle A = \angle C = 4 \cdot 18° = 72°$; $\angle B = \angle D = 6 \cdot 18° = 108°$.

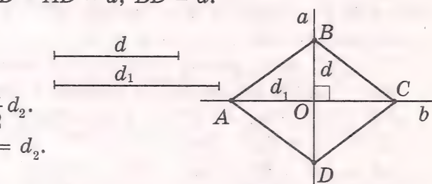
Відповідь: 72°, 108°, 72°, 108°.



136. 1) 1. Побудувати трикутник ABD за трьома сторонами $AB = AD = a$, $BD = d$. Для цього провести пряму, вибрати на ній точку A. Побудувати коло радіуса a з центром A, воно перетне пряму в точці D. Побудувати коло радіуса d з центром D. B — точка перетину двох кіл.

2. Провести два кола з центрами B і D радіуса a. C — точка їх перетину.

3. $ABCD$ — ромб. $AB = BC = CD = AD = a$, $BD = d$.



2) *План побудови*:

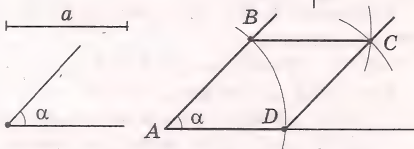
1. $a \perp b$.

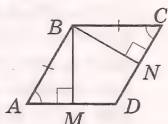
2. $OB = OD = \frac{1}{2}d_1$; $OA = OC = \frac{1}{2}d_2$.

3. $ABCD$ — ромб, $BD = d_1$, $AC = d_2$.

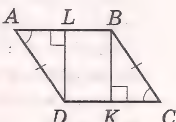
137. *План побудови*:

1. $\angle A = \alpha$.
2. $AB = a$, $AD = a$.
3. Коло з центром B радіуса a, коло з центом D радіуса a. Точка перетину кіл — C.
4. $ABCD$ — шуканий ромб.



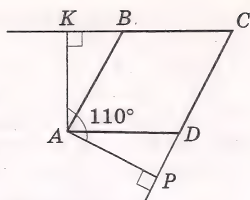


138. $ABCD$ — ромб, $\angle B$ — тупий, $BM \perp AD$, $BN \perp CD$. $\Delta ABM = \Delta CBN$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AB = BC$, $\angle A = \angle C$ за властивостями ромба). З рівності трикутників випливає рівність відповідних сторін: $BM = BN$.

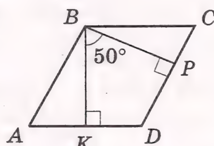


139. $ABCD$ — ромб, $\angle D$ і $\angle B$ — тупі. $DL \perp AB$, $BK \perp CD$. $\Delta ADL = \Delta CBK$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AD = BC$ за означенням, $\angle A = \angle C$ за властивостями ромба). Звідси випливає, що $DL = BK$.

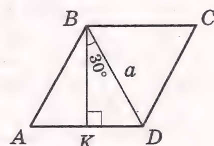
140. *ABCD* — ромб, $\angle A$ — гострий кут.
$AK \perp BC$, $AP \perp CD$, $\angle KAP = 110°$.
$BC \parallel AD$, $AK \perp BC$, тоді $AK \perp AD$.
$\angle KAP = \angle KAD + \angle DAP$, $\angle DAP = \angle KAP - \angle KAD =$
$= 110° - 90° = 20°$. Аналогічно, $\angle KAB = 20°$.
$\angle BAD = \angle KAP - (\angle KAB + \angle DAP) = 110° - (20° +$
$+ 20°) = 70°$.
$\angle C = \angle A = 70°$. $\angle B = \angle D = 180° - 70° = 110°$.
Відповідь: 70°, 110°, 70°, 110°.



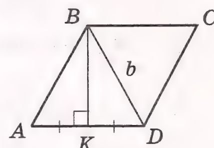
141. *ABCD* — ромб, $\angle B$ — тупий. $BK \perp AD$, $BP \perp CD$.
Сума кутів чотирикутника *KBPD* дорівнює 360°.
$\angle K + \angle KBP + \angle P + \angle D = 360°$,
$\angle D = 360° - (\angle K + \angle KBP + \angle P) = 360° - (90° + 50° +$
$+ 90°) = 360° - 230° = 130°$.
$\angle B = \angle D = 130°$; $\angle A = \angle C = 180° - 130° = 50°$.
Відповідь: 50°, 130°, 50°, 130°.



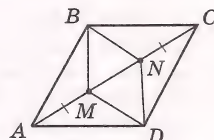
142. *ABCD* — ромб, *BD* — менша діагональ, $BD = a$ см,
$BK \perp AD$, $\angle KBD = 30°$.
1) З ΔBKD $\angle BDK = 90° - \angle KBD = 90° - 30° = 60°$.
Тоді $\angle D = 2\angle KBD = 2 \cdot 60° = 120°$ (за властивістю діагоналі ромба).
$\angle B = \angle D = 120°$. $\angle A = \angle C = 180° - \angle D = 180° - 120° = 60°$.
Відповідь: 60°, 120°, 60°, 120°.
2) Рівнобедрений трикутник з кутом 60° при вершині є рівностороннім.
Тому $AB = AD = BD = a$ см. $P_{ABCD} = 4a$ см.
Відповідь: 4*a* см.



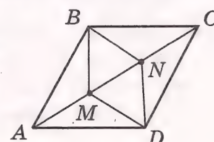
143. *ABCD* — ромб, $\angle B$ — тупий, $BD = b$ см — менша діагональ. $BK \perp AD$, $AK = KD$.
У ΔABD $AB = AD$ за означенням ромба.
Але у ΔABD висота *BK* за умовою є медіаною, отже,
$AB = BD$. Тоді ΔABD — рівносторонній.
$\angle A = \angle C = 60°$. $\angle B = \angle D = 180° - 60° = 120°$.
$AB = AD = BC = CD = BD = b$ см. $P_{ABCD} = 4b$ см.
Відповідь: 1) 60°, 120°, 60°, 120°; 2) 4*b* см.



144. *1 випадок.*
ABCD — ромб, тому $AB = BC = CD = AD$.
$AM = CN$ за умовою. $\angle BAM = \angle DAM = \angle BCN =$
$= \angle DCN$ за властивістю ромба. Тоді $\Delta AMB = \Delta AMD =$
$= \Delta CNB = \Delta CND$ за двома сторонами і кутом між ними. Звідки $BM = BN = DN = DM$.
$\angle BNC = \angle DNC = \angle BMA = \angle DMA$, тоді $\angle BNM = \angle DNM = \angle BMN = \angle DMN$
як суміжні з рівними кутами, а вони є внутрішніми різносторонніми при прямих *BN* і *MD* та *BM* і *ND* та січній *MN*. Тоді $BN \parallel MD$,
$BM \parallel ND$. *MBND* — паралелограм, у якого всі сторони рівні, тобто, ромб.

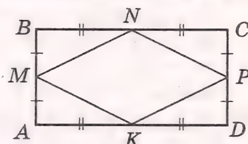


2 випадок.
ABCD — ромб, *AC* — його діагональ, $AM = CN$.
$\Delta ABM = \Delta CDN$ за двома сторонами і кутом між ними ($AB = CD$, $AM = CN$ за умовою, $\angle BAM = \angle DCN$ за властивістю діагоналей). З рівності трикутників
$BM = DN$, $\angle BMA = \angle DNC$.



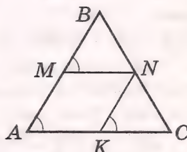
Ці кути внутрішні різносторонні при прямих BM і DN і січній NM. Тоді $BM \parallel DN$. У чотирикутнику $BMDN$ протилежні сторони BM і DN рівні і паралельні. Отже, $BMDN$ — паралелограм. Аналогічно, $\Delta ABM = \Delta CBN$ за двома сторонами і кутом між ними. Тому $BM = BN$. Паралелограм $BMDN$, у якого сусідні сторони BM і BN рівні — це ромб.

145. $ABCD$ — прямокутник. Точки M, N, P, K — середини його сторін. $\Delta MBN = \Delta PCN = \Delta PDK = \Delta MAK$ за двома катетами (протилежні сторони прямокутника рівні, а значить, рівні і їх половини).



З рівності трикутників випливає, що $MN = NP = PK = MK$. Тоді $MNPK$ — паралелограм (протилежні сторони попарно рівні), а оскільки всі сторони рівні, то $MNPK$ — ромб.

146. ΔABC — рівносторонній, $AMNK$ — ромб. $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. $\angle BMN = \angle A = 60°$, $\angle NKC = \angle A = 60°$ як відповідні. Тоді ΔMBN і ΔKNC — рівносторонні.



$MN = BN = MB$, $KC = KN = NC$.

$P_{AMNK} = 4AM$, $4AM = 40$ см, $AM = 10$ см.

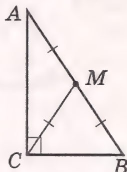
$P_{\Delta ABC} = AM + MB + BN + NC + AK + KC = 6AM = 60$ см.

Відповідь: 60 см.

147. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді менша сторона дорівнює $2x$ см, а більша — $5x$ см. За умовою $5x - 2x = 15$; $3x = 15$; $x = 5$. Периметр паралелограма $(2x + 5x) \cdot 2 = 14x$; $14 \cdot 5 = 70$ (см).

Відповідь: 70 см.

148. У ΔABC $\angle C = \angle A + \angle B$. Враховуючи, що сума кутів трикутника 180°, маємо, що $\angle C = 90°$. Його найбільша сторона — гіпотенуза. Медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює її половині.



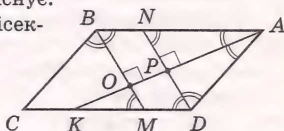
$AB = 2CM = 2 \cdot 5$ см $= 10$ см. *Відповідь*: 10 см.

149. 1) Так. Тоді сума двох інших сторін дорівнює $2p - (p - 1) = p + 1$; $p + 1 > p - 1$.

2) Ні. $2p - p = p$. Сума двох сторін дорівнює третій, що суперечить нерівності трикутника.

3) Ні. $2p - (p - 1) = 2p - p - 1 = p - 1$. $p + 1 > p - 1$. Сторона більша за суму двох інших. Такого трикутника не існує.

150. $ABCD$ — чотирикутник. AK, BM і DN — бісектриси кутів A, B і D відповідно.



$DN \perp AK$, $BM \perp AK$ за умовою.

Тоді $BM \parallel DN$ за ознакою (дві прямі, перпендикулярні третій, паралельні).

$\Delta APN = \Delta APD$ за спільним катетом AP і гострим кутом ($\angle NAP = \angle DAP$ за умовою). Звідси $\angle ANP = \angle ADP$.

$\angle ANP = \angle NDC$ — внутрішні різносторонні при прямих AB і CD і січній ND. За ознакою $AB \parallel CD$.

$MBND$ — паралелограм за означенням. $\angle NBM = \angle NDM = \angle CBM$, $\angle NBM = \angle BMC$ як внутрішні різносторонні. Тоді $\Delta MCB = \Delta NAD$ за стороною і двома прилеглими кутами. Звідси $BC = AD$, $\angle A = \angle C$, $AB = CD$. $ABCD$ — паралелограм. *Відповідь*: паралелограм.

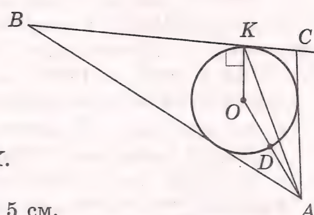
151. $P = 4a$, $S = a^2$.

1) $P = 4 \cdot 5 = 20$ (см); $S = 5 \cdot 5 = 25$ (см^2).

2) $P = 4 \cdot 2,1 = 8,4$ (дм); $S = 2,1^2 = 4,41$ (дм^2).

3) $P = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ (м); $S = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ (м²). 4) $P = 4 \cdot 1\frac{1}{2} = 6$ (дм);

$S = \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ (дм²).



152. Розглянемо ΔAOK.

За нерівністю трикутника

$OK < AK - OA$; $OK < AK - OD - DA$;

$OK + OD < AK - DA$; $d < AK - DA$.

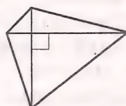
Оскільки $DA > O$, то очевидно, що $d < AK$.

153. $P = 4a$, де a — сторона квадрата.

$a = P : 4$; $a = 20$ см : 4 = 5 см. *Відповідь*: 5 см.

154. $P = 4 \cdot 7$ дм = 28 дм.

156. Ні.



155. $AB = BC = CD = AD$;

$OA = OB = OC = OD$; $AC = BD$.

157. $ABCD$ — квадрат, O — точка перетину діагоналей.

$AO = 2$ см, $AC = 2AO = 4$ см, $BD = AC = 4$ см,

$AC + BD = 4$ см + 4 см = 8 см. *Відповідь*: 8 см.

158. $ABCD$ — квадрат, O — точка перетину діагоналей. $AC + BD = 32$ см, $AC = BD$, тоді $AC = 32$ см : 2 = 16 см. $AO = \frac{1}{2}AC = 16$ см : 2 = 8 см.

Відповідь: 8 см.

159. $P = 2 \cdot 10$ см = 20 см.

160. $a = 18$ дм : 3 = 6 дм, $P = 4a = 4 \cdot 6$ дм = 24 дм.

163. $P = 4a$, за умовою $4a - a = 18$ см, $3a = 18$ см, $a = 6$ см.

$P = 4a = 6$ см $\cdot$ 4 = 24 см.

164. $ABCD$ — прямокутник, $AB = BC$. Протилежні сторони прямокутника рівні. Тоді $AB = CD$, $BC = AD$. Значить, $AB = BC = CD = AD$. $ABCD$ — квадрат.

165. $ABCD$ — ромб, $\angle A = 90°$. Тоді $\angle C = \angle A = 90°$ як протилежні; $\angle B = 180° - \angle C = 180° - 90° = 90°$ як сусідні; $\angle D = \angle B = 90°$ як протилежні. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. Отже, $ABCD$ — квадрат.

166. 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) так; 5) ні; 6) так.

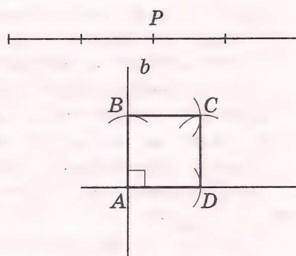
167. В ΔEBF $\angle ABD = \angle FBD = 45°$ за властивістю діагоналі квадрата. Висота є бісектрисою, тоді ΔEBF — рівнобедрений ($EB = FB$). $\angle BFE = 45°$ (кут при основі рівнобедреного прямокутного трикутника).

168. В ΔAOK $\angle AOK = \angle BOC = 70°$ як вертикальні, $\angle OAK = 45°$ за властивістю діагоналі $\angle OKA = 45° - (\angle AOK + \angle OAK) = 180° - (70° + 45°) = 65°$.

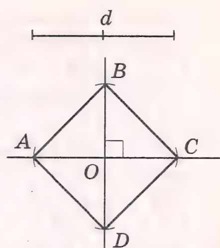
Відповідь: 65°.

169. 1) *План побудови.*

1. Побудувати дві взаємно перпендикулярні прямі, A — їх точка перетину.
2. Поділити даний відрізок p на 4 рівні частини.
3. Відкласти на цих прямих від точки A відрізки $AB = \frac{1}{4}p$ і $AD = \frac{1}{4}p$.
4. Провести кола радіуса $\frac{1}{4}p$ з центрами в точках B і D. Точка перетину кіл — C.
5. $ABCD$ — шуканий квадрат.



2) Нехай d — діагональ квадрата. Побудова базується на властивості: діагоналі квадрата перпендикулярні, рівні і точкою перетину діляться навпіл.



План побудови.

1. Поділити відрізок d навпіл.
2. Побудувати дві взаємно перпендикулярні прямі з точкою перетину O.
3. Відкласти відрізки $OA = OB = OC = OD = \frac{1}{2}d$.
4. $ABCD$ — шуканий квадрат.

170. Як і в попередній задачі, для побудови достатньо мати $\frac{1}{2}$ діагоналі. Для цього заданий відрізок (суму двох рівних діагоналей) треба поділити на 4 рівні частини. Далі побудова аналогічна № 168 (2) п. 2–4.

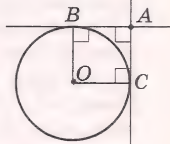
171. $ABCD$ — квадрат, O — точка перетину його діагоналей, $OK \perp AB$ — відстань від точки O до сторони AB, $OK = 3$ см. В ΔABO $OA = OB$, $OA \perp OB$ за властивістю діагоналей. OK — висота і медіана.
В ΔOBK $\angle OBK = 45°$, тоді $\angle BOK = 45°$,
ΔOBK — рівнобедрений. $BK = OK = 3$ см.
$AB = 2BK = 2 \cdot 3$ см $= 6$ см. $P_{\text{кв.}} = 4 \cdot 6$ см $= 24$ см. *Відповідь*: 24 см.

172. Малюнок аналогічний № 171.
$ABCD$ — квадрат, O — точка перетину його діагоналей; $OK \perp AB$ — відстань від точки O до сторони квадрата.
$P_{ABCD} = 32$ см, тоді $AB = 32$ см $: 4 = 8$ см.
В ΔABO $OA = OB$, $OA \perp OB$ за властивістю діагоналей, тоді OK — висота і медіана, $AK = KB = \frac{1}{2}AB = 4$ см.
ΔOBK — рівнобедрений, $AK = OK = 4$ см. *Відповідь*: 4 см.

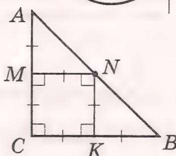
173. $\Delta ABE = \Delta CBF = \Delta CDF = \Delta ADE$ за двома сторонами і кутом між ними ($AB = BC = CD = AD$, $AE = CF$ за умовою, $\angle BAE = \angle BCF = \angle DCF = \angle DAE$ за властивістю діагоналей). Тоді $BE = BF = DE = DF$, $EBFD$ — паралелограм і ромб (протилежні сторони попарно рівні).

174. $\Delta AEF = \Delta HCG$ за двома катетами ($AE = AF = CG = CH$ за умовою). Тоді $EF = HG$. Оскільки сторони квадрата рівні, то $EB = BH = GD = DF$. Тому $\Delta EBM = \Delta GDF$ за двома катетами, звідки $EH = FG$. $EHGF$ — паралелограм (протилежні сторони попарно рівні).
ΔEBH, ΔHCG, ΔEAF, ΔGDF — рівнобедрені прямокутні, їх гострі кути дорівнюють по 45°. $\angle EHG = 180° - (\angle BHE + \angle CHG) = 180° - (45° + 45°) = 90°$. Отже, $EHGF$ — прямокутник за ознакою.

175. $AC \perp AB$ за умовою, $OB \perp AB$ як радіус, проведений в точку дотику, тоді $AC \parallel OB$. Аналогічно $OC \perp AB$. Тоді $ABOC$ — паралелограм за означенням.
$OB = OC$ як радіуси кола. Тому $ABOC$ — ромб.
$\angle A = 90°$ за умовою, отже, $ABOC$ — квадрат.

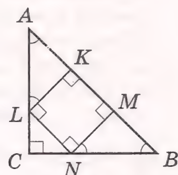


176. У ΔABC $\angle C = 90°$, $CA = CB = b$ см; $CMNK$ — квадрат, вписаний в ΔABC.
ΔABC — прямокутний і рівнобедрений.
Тоді $\angle CAB = \angle CBA = 45°$.
У ΔNKB $\angle NKB = 90°$ як суміжний з прямим кутом, $\angle NBK = 45°$, тоді $\angle BNK = 90° - 45° = 45°$.



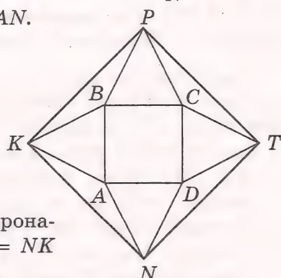
ΔNKB — прямокутний і рівнобедрений, $NK = BK$. $MN = CK$ як протилежні сторони квадрата. Отже, катет дорівнює двом сторонам квадрата. $P_{CMNK} = 2CB = 2b$ (см). *Відповідь*: $2b$ см.

177. ΔABC — прямокутний і рівнобедрений, тому $\angle A = \angle B = 45°$. $LK \perp AB$ за умовою, тоді в ΔALK $\angle ALK = 45°$ і ΔALK — рівнобедрений, $LK = AK$. Аналогічно в ΔNMB $NM = MB$. $P_{LNMK} = 12$ см, тоді $MK = 12$ см : 4 = 3 см.



$AB = AK + KM + MB = 3MK = 3 \cdot 3$ см = 9 см.
Відповідь: 9 см.

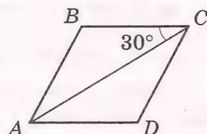
178. Розглянемо трикутники ABK, BCP, CDT, DAN. Оскільки вони рівносторонні і побудовані на сторонах квадрата, то $BK = BP = CP = CT = DT = DN = AN = AK$ і всі кути цих трикутників дорівнюють 60°. У квадрата $ABCD$ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.



Тоді $\angle KBP = \angle PCT = \angle TDN = \angle NAK = 360° - (90° + 60° + 60°) = 150°$.
$\Delta KBP = \Delta PCT = \Delta TDN = \Delta NAK$ за двома сторонами і кутом між ними, тоді $KP = PT = TN = NK$ і $KPTN$ — ромб (див. № 175).
$\angle KPT = \angle KPB + \angle BPC + \angle TCP$, де $\angle BPC = 60°$, $\angle KPB = \angle TPC$ (із рівності трикутників) і $\angle KPB = \angle TPC = \dfrac{180° - 150°}{2} = 15°$.

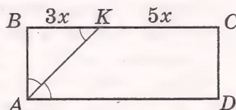
Тоді $\angle KPT = 15° + 60° + 15° = 90°$. Ромб, у якого один з кутів прямий, є квадратом. Отже, $KPTN$ — квадрат.

179. Діагональ ромба $ABCD$ ділить його кути навпіл, тому $\angle C = 2\angle BCA = 2 \cdot 30° = 60°$. $\angle A = \angle C = 60°$ як протилежні. $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 60° = 120°$. $\angle D = \angle B = 120°$ як протилежні.
Відповідь: 60°, 120°, 60°, 120°.



180. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді $\angle A = x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$, $\angle D = 10x$. $x + 3x + 4x + 10x = 360$; $18x = 360$; $x = 20$. $\angle A = 20°$, $\angle B = 3 \cdot 20° = 60°$, $\angle C = 4 \cdot 20° = 80°$, $\angle D = 10 \cdot 20° = 200°$. Оскільки $\angle D > 180°$, то чотирикутник неопуклий.

181. $ABCD$ — прямокутник, бісектриса AK перетинає сторону BC в точці K, $BK : KC = 3 : 5$. Тоді $BK = 3x$, $KC = 5x$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK.
Тоді $\angle BKA = \angle BAK$, ΔABK — рівнобедрений, $AB = BK = 3x$. $CD = AB = 3x$,



$AD = BC = 3x + 5x = 8x$ як протилежні сторони прямокутника.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(3x + 5x) = 22x$. За умовою $22x = 110$, $x = 5$.
Отже, $AB = CD = 3 \cdot 5 = 15$ (см), $BC = AD = 8 \cdot 5 = 40$ (см).
Відповідь: 15 см; 40 ми.

182. Два гострі кути.

183. Нехай повний оберт стрілки — це 1. Оскільки хвилинна стрілка проходить циферблат за 1 год або 60 хв, то її швидкість $\dfrac{1}{60}$. Годинникова

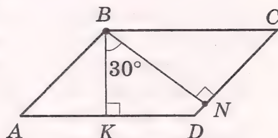
стрілка проходить циферблат за 12 год або 720 хв, її швидкість $\frac{1}{720}$.

Тоді стрілки зустрінуться через $\frac{1}{\frac{1^{\backslash 12}}{60} - \frac{1^{\backslash 1}}{720}} = \frac{720}{12-1} = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11}$ (хв).

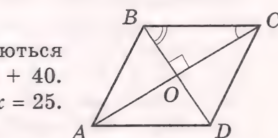
Відповідь: $65\frac{5}{11}$ хв.

Домашня самостійна робота № 1

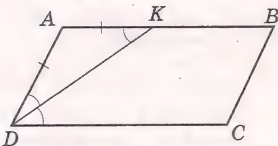
1. *Відповідь*: Б.
2. $180° - 35° = 145°$. *Відповідь*: В.
3. $P = 4a$, $a = P : 4 = 36 : 4 = 9$ (см). *Відповідь*: В.
4. Перша сторона — x см, друга — $(x + 2)$ см.
   $P = (x + x + 2) \cdot 2 = (2x + 2) \cdot 2 = 4x + 4$. $4x + 4 = 24$; $4x = 20$; $x = 5$.
   Менша сторона — 5 см. *Відповідь*: А.
5. ΔABD — рівнобедрений, $AB = AD$.
   Тоді $\angle ABD = \angle ADB = (182° - \angle A) : 2 = (180° - 50°) : 2 = 65°$. *Відповідь*: Г.
6. *Відповідь*: Б.
7. Сума кутів чотирикутника 360°. $2x + 3x + 5x + 8x = 360$; $18x = 360$; $x = 20$.
   Найбільший кут: $8 \cdot 20° = 160°$. *Відповідь*: Г.
8. $ABCD$ — паралелограм, $BK \perp AD$, $BN \perp CD$ — висоти, проведені з вершини тупого кута. Отже, $\angle BKD = \angle BND = 90°$. Сума кутів чотирикутника $KBND$ дорівнює 360°.
   $\angle D = 360° - (\angle BKD + \angle KBN + \angle BND) =$
   $= 360° - (90° + 30° + 90°) = 150°$.
   Відповідь: В,



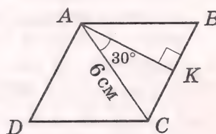
9. $ABCD$ — ромб, діагоналі AC і BD перетинаються в точці O. Нехай $\angle BCO = x$, тоді $\angle CBO = x + 40$.
   У ΔBOC ($\angle O = 90°$) $x + x + 40° = 90$; $2x = 50$; $x = 25$.
   Отже, $\angle BCO = 25°$, тоді $\angle C = 25° \cdot 2 = 50°$.
   Відповідь: В.



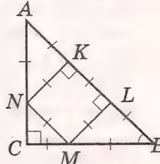
10. $ABCD$ — паралелограм, DK — бісектриса; $AK : KB = 1 : 3$. Нехай $AK = x$, тоді $KB = 3x$.
   $\angle AKD = \angle KDC$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній DK. Тоді $\angle AKD = \angle ADK$, ΔADK — рівнобедрений, $AD = AK = x$.
   $P_{ABCD} = 2(AD + AB)$. За умовою $2(AD + AB) = 60$; $2(x + x + 3x) = 60$; $5x = 30$; $x = 6$. $AB = 4 \cdot 6 = 24$ (см). *Відповідь*: Б.



11. $ABCD$ — ромб, $AC = 6$ см, $AK \perp BC$, $\angle CAK = 30°$.
   В ΔACK $\angle ACK = 90° - \angle CAK = 90° - 30° = 60°$.
   ΔABC — рівносторонній. $AB = BC = AC = 6$ см.
   $P_{ABCD} = 4 \cdot 6$ см $= 24$ см.
   Відповідь: Б.

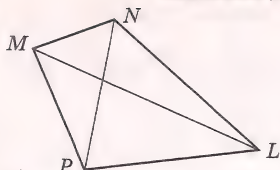


12. У ΔABC $\angle C = 90°$, $\angle A = \angle B = 45°$.
   У ΔMLB $\angle MLB = 90°$, $\angle LMB = \angle LBM = 45°$.
   ΔMLB — рівнобедрений, $ML = LB$.
   Аналогічно, $NK = AK$.
   Отже, $AB = AK + KL + LB = 3KL$. $3KL = 12$ см, $KL = 4$ см. $P_{KLMN} = 4 \cdot 4$ см $= 16$ см.
   Відповідь: Г.



Завдання для перевірки знань до §§ 1–5

1.

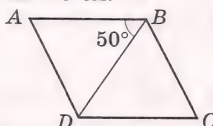


2. $ABCD$ — паралелограм, $\angle A = 80°$.
$\angle C = \angle A = 80°$ як протилежні.
$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 80° = 100°$ (як сусідні кути).
$\angle D = \angle B = 100°$ як протилежні.
Відповідь: 80°, 100°, 80°, 100°.

3. $P = 4 \cdot 7$ см $= 28$ см.

4. Нехай одна сторона x см, тоді друга — $(x + 1)$ см.
$P = (x + x + 1) \cdot 2 = 4x + 2$. За умовою $4x + 2 = 18$; $4x = 16$; $x = 4$.
Менша сторона дорівнює 4 см, більша — 4 см + 1 см = 5 см.

5. $\angle DBC = \angle ABD = 50°$; $\angle B = 2 \cdot 50° = 110°$;

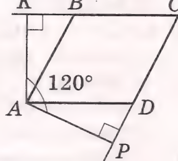


$\angle D = \angle B = 100°$.
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 100° = 80°$;
$\angle C = \angle A = 80°$.
Відповідь: 80°, 100°, 80°, 100°.

6. $\angle ABD = \angle BDC$ за умовою. Ці кути — внутрішні різносторонні при прямих AB і CD і січній BD. За ознакою паралельності $AB \parallel CD$. За умовою $AB = CD$. У чотирикутника $ABCD$ протилежні сторони AB і CD рівні і паралельні. Тоді $ABCD$ — паралелограм за ознакою.

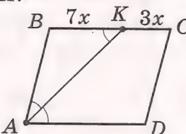
7. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді кути дорівнюють $2x$, $3x$, $4x$ і $6x$. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°.
$2x + 3x + 4x + 6x = 360$; $15x = 360$; $x = 24$. $\angle 1 = 2 \cdot 24° = 48°$;
$\angle 2 = 3 \cdot 24° = 72°$; $\angle 3 = 4 \cdot 24° = 96°$; $\angle 4 = 6 \cdot 24° = 144°$.
Чотирикутник опуклий, оскільки найбільший кут менше розгорнутого.

8. $ABCD$ — ромб, $AK \perp BC$, $AP \perp CD$, $\angle KAP = 120°$.



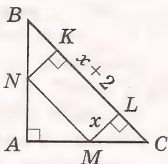
У чотирикутника $KAPC$ сума кутів дорівнює 360°:
$\angle A + \angle K + \angle C + \angle P = 360°$;
$120° + 90° + \angle C + 90° = 360°$;
$\angle C = 360° - 300° = 60°$. $\angle A = \angle C = 60°$.
$\angle B = \angle D = 180° - 60° = 120°$.
Відповідь: 60°, 120°, 60°, 120°.

9. $ABCD$ — паралелограм, AK — бісектриса кута A; $BK : KC = 4 : 3$.
$\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK.
Тоді $\angle BKA = \angle BAK$, ΔABK — рівнобедрений, $AB = BK$.
Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді



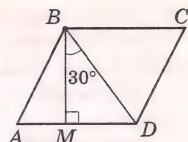
$AB = BK = 4x$, $KC = 3x$.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (4x + 4x + 3x) = 22x$.
За умовою $P_{ABCD} = 88$ см. $22x = 88$; $x = 4$.
$AB = CD = 4 \cdot 4 = 16$ (см); $BC = AD = 7 \cdot 4 = 28$ (см).
Відповідь: 16 см; 28 см.

10. У ΔABC $\angle A = 90°$; $AB = AC$; $KLMN$ — прямокутник, $KL = 2LM$. $LM = x$, $KL = x + 2$.



У ΔABC $\angle B = \angle C = 45°$, тоді $\angle BNK = \angle LMC = 45°$.
ΔBKN і ΔMLC — рівнобедрені прямокутні.
$BK = NK = ML = LC = x$.
Тоді $BC = BK + KL + LC = x + x + 2 + x = 3x + 2$;
$3x + 2 = 23$; $x = 7$. Отже, $ML = 7$ см, $KL = 7 + 2 = 9$ (см).
$P_{KLMN} = 2 \cdot (9 + 7) = 32$ (см).
Відповідь: 32 см.

11. $ABCD$ — ромб, $\angle B$ — тупий; $BM \perp AD$, $\angle DBM = 30°$.
З ΔMBK $\angle BDM = 90° - 30° = 60°$.
$\angle BDC = \angle BDM = 60°$ за властивістю діагоналі ромба.
У ΔBCD $\angle CBD = \angle BDC = 60°$, оскільки
$BC = CD$, тоді $\angle C = 60°$, ΔBCD — рівносторонній.



$$BD = BC = CD = \frac{1}{4} P_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 40 = 10 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 10 см.

184. Мал. 73, 74.

189. Оскільки $20° + 100° = 120° \neq 180°$, то ці кути прилеглі до різних бічних сторін. Тоді інші кути дорівнюють:
1) $180° - 20° = 160°$; 2) $180° - 100° = 80°$. *Відповідь*: 160°, 80°.

190. Оскільки $110° + 40° = 150° \neq 180°$, то ці кути прилеглі до різних бічних сторін. Тоді інші кути дорівнюють:
1) $180° - 110° = 70°$; 2) $180° - 40° = 140°$. *Відповідь*: 70°, 140°.

191. Оскільки бічні сторони рівнобічної трапеції рівні, то вони дорівнюють
$\frac{28-(8+10)}{2} = 5$ (см). *Відповідь*: 5 см.

192. $P_{\text{тр.}} = 7 + 5 + 2 \cdot 3 = 18$ (см). *Відповідь*: 18 см.

193. 1) Так.



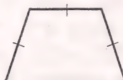
3) Так.



2) Ні. Якщо один з кутів, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 90°, то і другий кут теж прямий. Отримаємо прямокутник, а не трапецію.

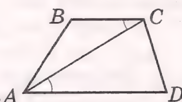
194. 1) Ні. Чотирикутник, у якого дві протилежні сторони рівні і паралельні — це паралелограм.

2) Так.



195. 1) Ні. Бо тоді і четвертий кут прямий. $360° - 3 \cdot 90° = 90°$.
2) Ні. Бо сума кутів, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 180°. Якщо два протилежних кути чотирикутника рівні, то і інші два теж рівні. Це паралелограм.

196. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC.

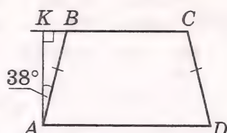


197. Сума кутів трапеції дорівнює 360°.
1) $2x + 3x + 4x + x = 360$; $10x = 360$; $x = 36$.
$\angle 1 = 2 \cdot 36° = 72°$; $\angle 2 = 3 \cdot 36° = 108°$; $\angle 3 = 4 \cdot 36° = 144°$; $\angle 4 = 36°$.
$\angle 1 + \angle 2 = 72° + 108° = 180°$; $\angle 3 + \angle 4 = 144° + 36° = 180°$.
Відповідь: так.
2) $2x + 3x + 5x + 2x = 360$; $12x = 360$; $x = 30$.
$\angle 1 = 2 \cdot 30° = 60°$; $\angle 2 = 3 \cdot 30° = 90°$; $\angle 3 = 5 \cdot 30° = 150°$; $\angle 4 = 2 \cdot 30° = 60°$.
Відповідь: ні, бо сума жодної послідовної пари кутів не дорівнює 180°.

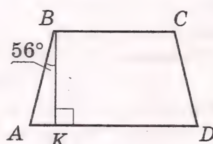
198. 1) $3x + x + 2x + 2x = 360$; $8x = 360$; $x = 45$.
$\angle 1 = 3 \cdot 45° = 135°$; $\angle 2 = 45°$; $\angle 3 = \angle 4 = 2 \cdot 45° = 90°$.
$\angle 1 + \angle 2 = 135° + 45° = 180°$; $\angle 3 + \angle 4 = 2 \cdot 90° = 180°$. *Відповідь*: так.
2) $3x + x + 2x + 4x = 360$; $10x = 360$; $x = 36$.
$\angle 1 = 3 \cdot 36° = 108°$; $\angle 2 = 36°$; $\angle 3 = 2 \cdot 36° = 72°$; $\angle 4 = 4 \cdot 36° = 144°$.
Відповідь: ні, оскільки сума жодної послідовної пари кутів не дорівнює 180°.

199. Ні, не можна. $40° + 140° = 180°$, значить, ці кути прилеглі до однієї бічної сторони.

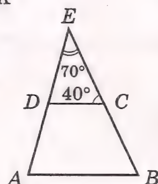
200. В ΔABK $\angle KBA = 90° - \angle BAK = 90° - 38° = 52°$.
$\angle ABC = 180° - \angle KBA = 180° - 52° = 128°$ як суміжні.
$\angle BAD = \angle KBA = 52°$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AB.
$\angle C = \angle ABC = 128°$; $\angle D = \angle BAD = 52°$ як кути при основі.
Відповідь: 52°, 128°, 128°, 52°.



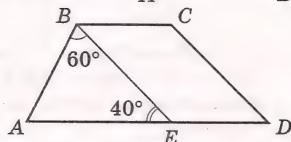
201. В ΔABK $\angle A = 90° - 56° = 34°$.
$\angle D = \angle A = 34°$ як кути при основі рівнобічної трапеції.
$\angle B = \angle C = 180° - \angle A = 180° - 34° = 146°$.
Відповідь: 34°, 146°, 146°, 34°.



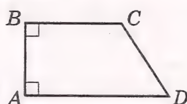
202. В ΔDEC $\angle EDC = 180° - (\angle DEC + \angle ECD) =$
$= 180° - (70° + 40°) = 70°$.
$\angle A = \angle EDC = 70°$, $\angle B = \angle ECD = 40°$ як відповідні при $DC \parallel AB$ і січних AD і BC.
$\angle CDA = 180° - \angle A = 180° - 70° = 110°$,
$\angle BCD = 180° - \angle B = 180° - 40° = 140°$ як прилеглі до бічної сторони.
Відповідь: 70°, 110°, 140°, 40°.



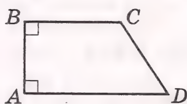
203. В ΔABE $\angle A = 180° - (\angle ABE + \angle BEA) =$
$= 180° - (60° + 40°) = 80°$.
$\angle ABC = 180° - \angle A = 180° - 80° = 100°$.
$\angle CDA = \angle BEA = 40°$ як відповідні при $BE \parallel CD$ і січній AD. $\angle BCD = 180° - \angle D = 180° - 40° = 140°$.
Відповідь: 80°, 100°, 140°, 40°.



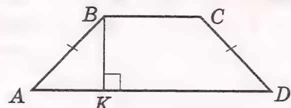
204. В трапеції $ABCD$ $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C = 2\angle D$.
Нехай $\angle D = x$, тоді $\angle C = 2x$. $x + 2x = 180$;
$= 180$; $x = 60$. Отже, $\angle D = 60°$, $\angle C = 2 \cdot 60° = 120°$.
Відповідь: 90°, 90°, 120°, 60°.



205. В трапеції $ABCD$ $\angle A = \angle B = 90°$. Нехай $\angle D = x$, тоді $\angle C = x + 40°$. $x + x + 40 = 180$; $2x = 140$; $x = 70$. Отже, $\angle D = 70°$, $\angle C = 70° + 40° = 110°$.
Відповідь: 90°, 90°, 110°, 70°.

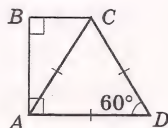


206. $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$, $BK \perp AD$
В ΔABK $AB = 2BK$, тоді BK — катет, що лежить проти кута 30°, тобто $\angle A = 30°$, тоді $\angle D = \angle A = 30°$ як кути при основі.
$\angle B = \angle C = 180° - 30° = 150°$. *Відповідь*: 30°, 150°, 150°, 30°.

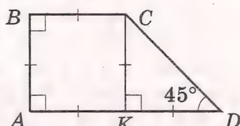


207. У трапеції $ABCD$ $BC \parallel AC$, $\angle A + \angle C = 180°$. Але $\angle A + \angle B = 180°$ як кути при бічній стороні. Тоді $\angle B = \angle C$, це кути при основі, отже, трапеція $ABCD$ — рівнобічна за ознакою.
Відповідь: рівнобічна.

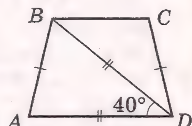
208. $ABCD$ — трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle D = 60°$, $AD = CD = 16$ см. Проведемо діагональ AC.
ΔACD — рівнобедрений, $\angle D = 60°$, тоді
$\angle CAD = \angle DCA = 60°$, ΔACD — рівносторонній,
$AC = AD = CD = 16$ см.



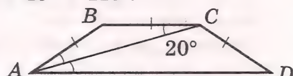
В ΔABC $\angle BAC = \angle A - \angle CAD = 90° - 60° = 30°$. $BC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 16$ см $= 8$ см як катет проти кута 30°. *Відповідь*: 8 см.



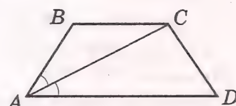
209. $ABCD$ — трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle D = 45°$, $BC = AB = 18$ см. Проведемо $CK \perp AD$. $ABCD$ — квадрат (всі кути прямі, дві сусідні сторони рівні). Звідси $CK = AB = AK = 18$ см. ΔCKD — прямокутний рівнобедрений, оскільки гострий кут дорівнює 45°. Отже. $KD = CK = 18$ см. $AD = AK + KD = 18$ см $+ 18$ см $= 36$ см. *Відповідь*: 36 см.



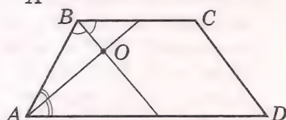
210. ΔABD — рівнобедрений ($AD = BD$ за умовою).
$\angle DAB = \angle DBA = (180° - \angle BDA) : 2 =$
$= (180° - 40°) : 2 = 140° : 2 = 70°$.
$\angle CDA = \angle DAB = 70°$ як кути при основі.
$\angle BDC = \angle CDA - \angle BDA = 70° - 40° = 30°$.
$\angle CBD = \angle BDA = 40°$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BD.
В ΔBCD $\angle C = \angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 70° + 40° = 110°$.
Відповідь: 70°, 110°, 110°, 70°.



211. $ABCD$ — трапеція, $AB = BC = CD$, $\angle BCA = 20°$.
ΔABC — рівнобедрений за умовою, тоді $\angle BAC = \angle BCA = 20°$.
$\angle CAD = \angle BCA = 20°$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC.
$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 20° + 20° = 40°$.
$\angle D = \angle BAD = 40°$ як кути при основі.
$\angle B = \angle C = 180° - \angle BAD = 180° - 40° = 140°$.
Відповідь: 40°, 140°, 140°, 40°.



212. $ABCD$ — трапеція, AC — діагональ, $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC.
Тоді $\angle BAC = \angle BCA$, в ΔABC $AB = BC$.



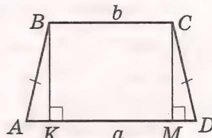
213. За умовою $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle A$, $\angle ABO = \frac{1}{2}\angle B$.

У ΔAOB $\angle AOB = 180° - (\angle BAO + \angle ABO) =$

$= 180° - \frac{1}{2}(\angle B + \angle A) = 180° - \frac{1}{2} \cdot 180° = 180° - 90° = 90°$.

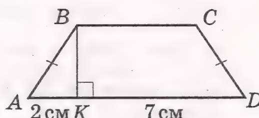
214. $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$. $AD = a$, $BC = b$, $AK \perp AD$, $CM \perp AD$. $KBCM$ — прямокутник ($BC \parallel KM$, $BK \parallel CM$, $\angle BKM = 90°$), тоді $KM = BC = b$, $BK = CM$. $\Delta ABK = \Delta DCM$ за катетом і гіпотенузою. Звідси

$AK = MD = (AD - MK) : 2 = \frac{a-b}{2}$.



$AM = AK + KM = \frac{a-b}{2} + b = \frac{a-b+2b}{2} = \frac{a+b}{2}$.

$KD = AM = \frac{a+b}{2}$.



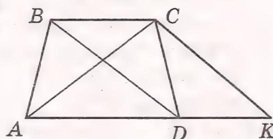
215. Згідно з доведенням у № 214

$AK = \frac{a-b}{2}$, $KD = \frac{a+b}{2}$, де a і b — основи трапеції. Розв'яжемо систему рівнянь

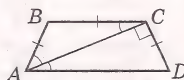
$$\begin{cases} \dfrac{a-b}{2} = 2; \\ \dfrac{a+b}{2} = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} a-b=4; \\ a+b=14; \end{cases} \quad 2a = 18,\ a = 9;\ 9 - b = 4,\ b = 5.$$

Отже, $AD = 9$ см, $BC = 5$ см. *Відповідь*: 9 см, 5 см.

216. Проведемо $CK \parallel BD$. $BCKD$ — паралелограм ($CK \parallel BD$, $BC \parallel AK$). ΔACK — рівнобедрений, оскільки $AC = BD = CK$, $\angle CAD = \angle CDA$. $CK \parallel BD$, $\angle BDA = \angle CKD$, тоді $\angle CAD = \angle CKD$. $\Delta ABD = \Delta DCA$ ($AC = BD$, BD — спільна сторона, $\angle CAD = \angle CKD$), тоді $AB = CD$, тобто $ABCD$ — рівнобічна трапеція.



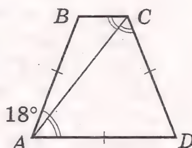
217. В трапеції $ABCD$ $AB = BC = CD$, $AC \perp CD$. В ΔABC $\angle BAC = \angle BCA$ як кути при основі рівнобедреного трикутника.



$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AC. Тоді $\angle BAC = \angle CAD$, $\angle CDA = \angle BAD = 2\angle CAD$. Нехай $\angle CAD = x$, тоді $\angle CDA = 2x$. З ΔACD $x + 2x = 90$; $x = 30$. Отже, $\angle BAD = \angle CDA = 2 \cdot 30° = 60°$, $\angle ABC = \angle BCD = 180° - 60° = 120°$.

Відповідь: 60°, 120°.

218. В ΔACD $\angle CAD = \angle ACD$ ($AD = CD$ за умовою). $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC. Тоді $\angle BCA = \angle CAD = \angle ACD$. Нехай $\angle CAD = x$, тоді $\angle BAD = x + 18°$, $\angle ABC = \angle BCD = 2x$.

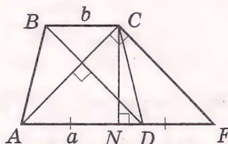


$x + 18 + 2x = 180$; $3x = 162$; $x = 54$.

$\angle A = \angle D = 54° + 18° = 72°$, $\angle B = \angle C = 54° \cdot 2 = 108°$.

Відповідь: 72°, 108.

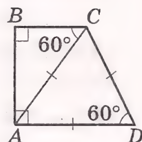
219. Проведемо через точку C пряму $CF \parallel BD$, і продовжимо пряму AD до перетину з CF. Чотирикутник $BCFD$ — паралелограм ($BC \parallel DF$ як основи, $BD \parallel CF$ за побудовою).



Значить, $CF = BD$, $DF = BC$ і $AF = AD + BC$. ΔACF — прямокутний (якщо пряма перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і другій). Оскільки в рівнобічній трапеції діагоналі рівні, а $CF = BD$, то $CF = AC$, тобто ΔACF — рівнобедрений з основою AF. Значить, його висота CN є медіаною. А оскільки медіана прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи. дорівнює її половині, то $CN = \dfrac{1}{2}AF = \dfrac{AD + BC}{2} = \dfrac{a+b}{2}$.

220. $ABCD$ — трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle D = 60°$, $\angle BCA = 60°$.

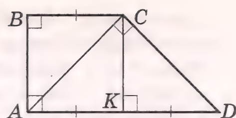
$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній AC. Отже, $\angle CAD = 60°$. Тоді в ΔACD $\angle ACD = 180° - 60° - 60° = 60°$, тобто ΔACD — рівносторонній, $AD = AC = CD$.



В ΔABC $\angle BAC = 90° - \angle BCA = 90° - 60° = 30°$. Тоді $BC = \dfrac{1}{2}AC$ як катет проти кута 30°. Отже, $AD : BC = 2 : 1$.

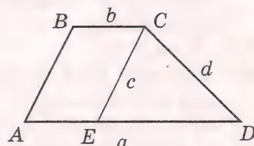
Відповідь: 2 : 1.

221. $ABCD$ — трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $AC \perp CD$, $\angle BCD = 3\angle CDA$. Нехай $\angle CDA = x$, тоді $\angle BCD = 3x$. $x + 3x = 180$; $4x = 180$; $x = 45$. Отже, $\angle CDA = 45°$. У ΔACD $\angle ACD = 90°$, тоді $\angle CAD = \angle CDA = 45°$, ΔACD — рівнобедрений.



Проведемо $CK \perp AD$. CK — висота і медіана, $AK = KD$. $ABCK$ — прямокутник, тому $BC = AK$. Отже, $AD : BC = 2 : 1$. *Відповідь*: 2 : 1.

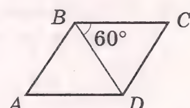
222. Нехай трапеція $ABCD$ має основи $AD = a$, $BC = b$ і бічні сторони $AB = c$, $CD = d$. Проведемо відрізок $CE \parallel AB$. В ΔCDE $CD = d$, $CE = c$, $DE = a - b$.



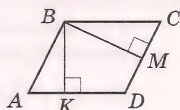
Побудова. Будуємо ΔCDE за трьома сторонами d, c і $a - b$. Продовжуємо відрізок DE на $AE = b$, отримуємо вершину A трапеції.
Проводимо з точки C пряму, паралельну AD і відкладаємо $CB = b$. $ABCD$ — шукана трапеція.

223. Кути при основі рівнобедреного трикутника рівні. Зовнішній кут кута при вершині дорівнює сумі кутів при основі: $75° + 75° = 150°$.
Відповідь: 150°.

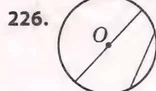
224. В ромбі $ABCD$ $BD = 5$ см, $\angle ABC = \angle ADC = 120°$. Тоді $\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle CDB = 60°$ (бісектриса ділить кут навпіл). $\Delta ABD = \Delta BCD$ — рівносторонні, $AB = BC = CD = AD = BD = 5$ см. $P_{ABCD} = 4 \cdot 5$ см $= 20$ см.
Відповідь: 20 см.



225. $ABCD$ — паралелограм. $BK \perp AD$, $BM \perp CD$. $\Delta ABK = \Delta CBM$ за катетом і гострим кутом ($BK = BM$ за умовою, $\angle A = \angle C$ як протилежні). З рівності трикутників $AB = BC$. Тоді $ABCD$ — ромб, як паралелограм, у якого сусідні сторони рівні.



226.

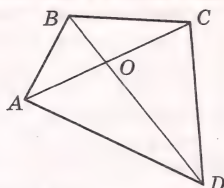


227. 1) ΔAOC — рівнобедрений ($AO = CO$ як радіуси). $\angle ACO = \angle CAO = 50°$. Тоді $\angle COB = \angle ACO + \angle CAO = 50° + 50° = 100°$ (властивість зовнішнього кута трикутника).
2) $\angle COB = \angle CAO + \angle OCA$ за властивістю зовнішнього кута трикутника. В ΔAOC $AO = CO$ як радіуси, тому $\angle CAO = \angle OCA = \angle COB : 2 = 110° : 2 = 55°$.
Відповідь: 1) 100°; 2) 55°.

228. 1) ΔMON — рівнобедрений ($MO = NO$ як радіуси).
$\angle OMN = \angle ONM = (180° - \angle MON) : 2 = (180° - 140°) : 2 = 20°$.
$\angle OMB = 90°$ як кут між дотичною і радіусом кола.
$\angle OMB = \angle OMN + \angle NMB$, звідки $\angle NMB = \angle OMB - \angle OMN = 90° - 20° = 70°$.
2) $\angle OMB = 90°$ як кут між дотичною і радіусом кола. $\angle OMB = \angle OMN + \angle NMB$, звідки $\angle OMN = \angle OMB - \angle NMB = 90° - 65° = 25°$. ΔOMN — рівнобедрений ($MO = NO$ як радіуси). Тоді $\angle ONM = \angle OMN = 25°$.
$\angle MON = 180° - 2\angle OMN = 180° - 2 \cdot 25° = 130°$.
Відповідь: 1) 70°; 2) 130°.

229. Нехай даний чотирикутник — $ABCD$, а O — деяка точка.
$OA + OC \geq AC$ за нерівністю трикутника, при цьому $OA + OC = AC$ в тому і тільки в тому випадку, коли $O \in AC$.

Аналогічно, $OB + OD \geq BD$, при цьому $OB + OD = BD$ тоді і тільки тоді, коли точка O лежить на діагоналі BD.



Отже, $OA + OB + OC + OD \geq AC + BD$, при цьому $OA + OB + OC + OD = AC + BD$ тоді і тільки тоді, коли точка O лежить одночасно на діагоналях AC і BD, тобто є точкою перетину діагоналей чотирикутника $ABCD$.
Відповідь: у точці перетину діагоналей чотирикутника.

230. Кути 3 і 5.

231. Градусні міри центрального кута і відповідної дуги рівні. А градусна міра вписаного кута, що спирається на дугу, дорівнює половині градусної міри відповідної дуги. Отже, градусна міра вписаного кута дорівнює половині відповідного центрального кута.
1) $70° : 2 = 35°$; 2) $190° : 2 = 95°$.

232. Пояснення див. № 231. Градусна міра центрального кута вдвічі більша за градусну міру вписаного кута, що спирається на ту саму дугу.
1) $20° \cdot 2 = 40°$; 2) $100° \cdot 2 = 200°$.

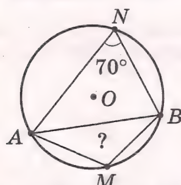
233. Вписані кути CAD і CBD рівні, бо спираються на одну й ту саму дугу, отже, їх градусні міри рівні.
$\angle CAD = \angle CBD = 55°$.

234. Градусна міра дуг $\cup MBN$ і $\cup MAN$ визначається градусною мірою відповідних центральних кутів, сума яких дорівнює 360°: $\cup MBN + \cup MAN = 360°$.

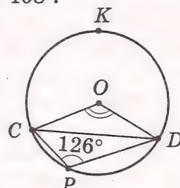
$$\angle MAN + \angle MBN = \frac{1}{2}\cup MBN + \frac{1}{2}\cup MAN =$$

$$= \frac{1}{2}(\cup MBN + \cup MAN) = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°.$$

235. $\angle ANB + \angle AMB = 180°$ (див. № 234).
$\angle AMB = 180° - \angle ANB =$
$= 180° - 70° = 110°$.
Відповідь: 110°.



236. $\angle CPD = \frac{1}{2}\cup CKD$;
$\cup CKD = 2\angle CPD = 2 \cdot 126° = 252°$.
$\cup CPD = 360° - \cup CKD = 360° - 252° = 108°$. $\angle COD = \cup CPD = 108°$.
Відповідь: 108°.

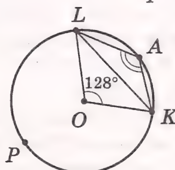


237. $\angle LOK = \cup LAK = 128°$.

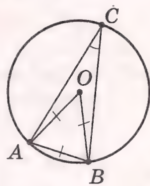
$$LAK = \frac{1}{2}\cup LPK = \frac{1}{2}(360° - \angle LOK) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (360° - 128°) = 116°.$$

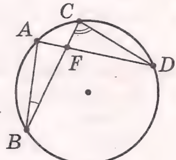
Відповідь: 116°.



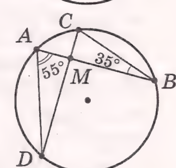
238. Сума градусних мір двох дуг 360°: $x + 2x = 360$; $3x = 360$; $x = 120$. Отже, градусні міри дуг 120° і 120° · 2 = 240°. Градусні міри вписаних кутів, що спираються на дуги, дорівнюють їх половині: 120° : 2 = 60°; 240° : 2 = 120°.
Відповідь: 60°, 120°.



239. $AB = AO = OB$ за умовою, тоді $\angle AOB = 60°$. Дуга, що відповідає центральному куту AOB теж дорівнює 60°. Вписаний кут ACB теж спирається на цю дугу, значить, його градусна міра дорівнює половині градусної міри дуги: $\angle ACB = 60° : 2 = 30°$.
Відповідь: 30°.



240. Оскільки вписані кути BAD і BCD спираються на одну і ту саму дугу, то їх градусні міри однакові: $\angle BAD = \angle BCD = 80°$. У ΔABF $\angle AFB = 180° - (\angle BAF + \angle ABF) = 180° - (80° + 20°) = 180° - 100° = 80°$.
Відповідь: 80°.



241. Вписані кути BAD і BCD спираються на одну й ту саму дугу, а значить, вони рівні: $\angle BCD = \angle BAD = 55°$. У ΔBCM $\angle CMB = 180° - (\angle BCD + \angle ABC) = 180° - (55° + 35°) = 180° - 90° = 90°$. Отже, хорди AB і CD перетинаються під прямим кутом, тобто вони взаємно перпендикулярні.

242. Дуга AMB стягує діаметр, отже, її градусна міра 180°. Вписаний кут ABM, градусна міра якого 50°, спирається на дугу ANM: $\cup ANM = 2 \cdot 50° = 100°$. Тоді дуга, на яку спирається кут BNM, дорівнює $180° - \cup ANM = 180° - 100° = 80°$. $\angle BNM = \frac{1}{2} \cdot 80° = 40°$. *Відповідь*: 40°.

243. Проведемо радіуси OA і OC. $\angle AOC = \cup CNA$ (як центральний).

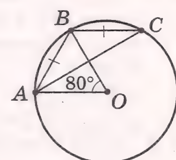
$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180° - \angle AOC}{2} = \frac{180° - \angle CNA}{2} = 90° - \frac{1}{2} \cup CNA.$$

$\angle OAB = 90°$ як кут між дотичною і радіусом, проведеним в точку дотику.

$$\angle CAB = 90° - \angle OAC = 90° - \left(90° - \frac{1}{2} \cup CNA\right) = \frac{1}{2} \cup CNA.$$

244. Задача має три розв'язки.

I випадок.

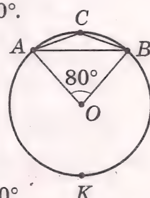


Центральний кут AOB дорівнює 80°, таку ж градусну міру має дуга, на яку він спирається, а вписаний кут ACB, що спирається на ту ж дугу, вдвічі менший:

$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 80° = 40°$. $\angle BAC = \angle ACB = 40°$ як кути при основі.

$\angle ABC = 180° - (\angle ACB + \angle BAC) = 180° - (40° + 40°) = 100°$.
Відповідь: 40°, 40°, 100°.

II випадок.



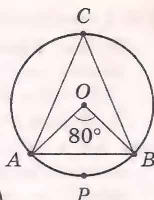
$\angle AOB = \cup ACB = 80°$ ($\angle AOB$ — центральний).
$\cup AKB = 360° - \cup ACB = 360° - 80° = 280°$.

$\angle ACB$ — вписаний. $\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AKB = 280° : 2 = 140°$.

$\angle CAB = \angle CBA = (180° - \angle ACB) : 2 = (180° - 140°) : 2 = 20°$.
Відповідь: 140°, 20°, 20°.

III випадок.

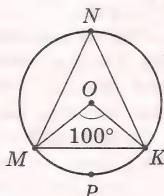
$\angle AOB = \cup APB = 80°$, $\angle ACB = \frac{1}{2}\cup APB = \frac{1}{2}\cdot 80° = 40°$.



$\angle CAB = \angle CBA = (180° - \angle ACB) : 2 = (180° - 40°) : 2 =$
$= 140° : 2 = 70°$. *Відповідь*: 40°, 70°, 70°.

245. Задача має три розв'язки.

I випадок.



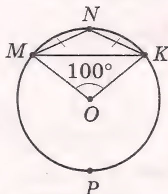
$\angle MOK = \cup MPC = 100°$.

$\angle MNK = \frac{1}{2}\cup MPK = \frac{1}{2}\cdot 100° = 50°$.

$\angle NMK = \angle NKM = (180° - \angle MNK) : 2 =$
$= (180° - 50°) : 2 = 130° : 2 = 65°$.

Відповідь: 50°, 65°, 65°.

II випадок.



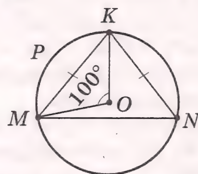
$\angle MOK = \cup MNK = 100°$. $\cup MPK = 360° - \cup MNK =$
$= 360° - 100° = 260°$.

$\cup MNK = \frac{1}{2}\cup MPK = \frac{1}{2}\cdot 260° = 130°$.

$\angle NMK = \angle NKM = (180° - 130°) : 2 = 50° : 2 = 25°$.

Відповідь: 130°, 25°, 25°.

III випадок.



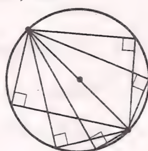
$\angle MOK = \cup MPK = 100°$.

$\angle MNK = \frac{1}{2}\cup MPK = \frac{1}{2}\cdot 100° = 50°$.

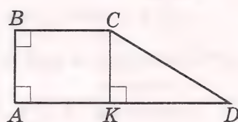
$\angle KMN = \angle MNK = 50°$ як кути при основі.

$\angle MKN = 180° - (\angle KMN + \angle MNK) =$
$= 180° - (50° + 50°) = 180° - 100° = 80°$. *Відповідь*: 50°, 50°, 80°.

246. За наслідками з теореми про вписані кути прямий кут — це вписаний кут, що спирається на діаметр. Вершини всіх прямих кутів прямокутних трикутників зі спільною гіпотенузою лежать на одному колі, діаметром якого є дана гіпотенуза, виключаючи дві точки — кінці гіпотенузи.



247. $ABCD$ — трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $CD = 2AB$. Проведемо $CK \perp AD$, тоді $CK = AB$ як протилежні сторони паралелограма $ABCK$.

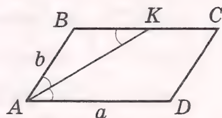


В ΔCDK $CD = 2CK$, тоді $\angle D = 30°$.

$\angle BCD = 180° - \angle D = 180° - 30° = 150°$.

Відповідь: 90°, 90°, 150°, 30°.

248. $ABCD$ — паралелограм, $AB = CD = b$, $AD = BC = a$. AK — бісектриса кута $\angle A$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AK. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$, $BK = AB = b$, $KC = BC - BK =$
$= a - b$. *Відповідь*: b і $a - b$.



249. Проведемо відрізки OA, OB і OC $\Delta AOB = \Delta AOC$ за катетом і гіпотенузою ($OC \perp AC$, $OB \perp AB$ як радіуси, проведені в точку дотику, $OC = OB$; AO — спільна гіпотенуза). Звідси $AB = AC = 16 : 2 = 8$ (см).

Відповідь: 8 см.

250. Розфарбуємо клітинки дошки у шаховому порядку у чорний і білий колір. Загальна кількість клітинок 2017×2019 — число непарне, отже, кількість чорних і білих клітинок різна. За сигналом жуки переповзають

з чорної на білу або з білої на чорну клітинку. Принаймні одна клітинка при цьому залишиться незайнятою.

251. Описаний — 98, вписаний — 100.

252. 1) Навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло, якщо сума протилежних кутів дорівнює 180°. За умовою $\angle A + \angle C = 30° + 150° = 180°$. Оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює 360°, то сума іншої пари протилежних кутів теж дорівнює 180°. Отже, навколо чотирикутника $ABCD$ можна описати коло. *Відповідь*: так.

Пояснення для № 252 (2) і № 253 аналогічно.

2) $\angle B + \angle D = 90° + 80° = 170° \neq 180°$. *Відповідь*: ні.

253. 1) $\angle M + \angle K = 20° + 150° = 170° \neq 180°$. *Відповідь*: ні.

2) $\angle N + \angle L = 90° + 90° = 180°$. *Відповідь*: так.

254. Щоб у чотирикутник можна було вписати коло, необхідно, щоб суми протилежних сторін були рівними. Нехай x — коефіцієнт пропорційності.

1) $5x$, $3x$, $4x$, $7x$ — сторони чотирикутника. $5x + 4x = 9x$; $3x + 7x = 10x$; $9x \neq 10x$. Отже, у цей чотирикутник коло вписати не можна.

2) $3x$, $2x$, $4x$, $5x$ — сторони чотирикутника. $3x + 4x = 2x + 5x = 7x$. Так, у даний чотирикутник можна вписати коло.

255. Пояснення див. № 254.

1) $7x$, $3x$, $2x$, $6x$ — сторони чотирикутника. $7x + 2x = 3x + 6x = 9x$. Так, у даний чотирикутник можна вписати коло.

2) $5x$, $4x$, $3x$, $6x$ — сторони чотирикутника. $5x + 3x = 8x$; $4x + 6x = 10x$; $8x \neq 10x$. Отже, у даний чотирикутник не можна вписати коло.

256. Суми протилежних кутів вписаного в коло чотирикутника дорівнюють 180°.

$\angle A + \angle C = 180°$, $\angle A + 132° = 180°$, $\angle A = 180° - 132°$, $\angle A = 48°$.

$\angle B + \angle D = 180°$, $\angle B + 29° = 180°$, $\angle B = 180° - 29°$, $\angle B = 151°$.

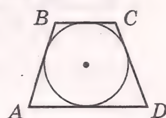
Відповідь: 48°, 151°.

257. $\angle A + \angle C = 180°$, $138° + \angle C = 180°$, $\angle C = 180° - 138°$, $\angle C = 42°$.

$\angle B + \angle D = 180°$, $49° + \angle D = 180°$, $\angle B = 180° - 49°$, $\angle D = 131°$.

Відповідь: 42°, 131°.

258. Оскільки в трапецію вписано коло. то має виконуватися рівність $AB + CD = BC + AD$.



Тоді $AB + CD = \frac{1}{2} P_{ABCD}$; $2AB = \frac{1}{2} \cdot 16$ см;

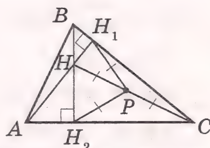
$2AB = 8$ см; $AB = 4$ см.

Відповідь: 4 см.

259. Оскільки трапеція описана навколо кола, то сума її основ дорівнює сумі бічних сторін. Тоді $P = 5$ см $\cdot$ $4 = 20$ см.

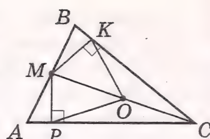
Відповідь: 20 см.

260. У ΔABC $AH_1 \perp BC$, $BH_2 \perp AC$, H — точка перетину AH_1 і BH_2. Проведемо HC і позначимо точку P — середину HC. Середина P гіпотенузи HC — центр описаного навколо прямокутного ΔHH_1C кола, а $PH = PH_1 = PC$ — його радіуси.



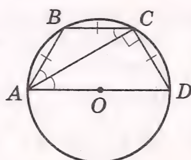
Аналогічно, точка P — центр кола, описаного навколо прямокутного ΔH_2HC, і $PH = PH_2 = PC$ — радіуси цього кола.

Таким чином, точки H, H_1, C і H_2 рівновіддалені від точки P, тобто лежать на колі з центром P і діаметром HC, описаному навколо чотирикутника HH_1CH_2.



261. В ΔABC $M \in AB$, $MP \perp AC$, $MK \perp BC$. Проведемо MC і позначимо точку O — середину MC. В ΔMKC середина гіпотенузи O — центр описаного кола, $OM = OK = OC$ — радіуси цього кола.
Аналогічно в ΔMPC $OP = OM = OK$ — радіуси описаного кола з центром O. Таким чином, точки P, M, K і C рівновіддалені від точки O. Тоді O — центр кола, описаного навколо чотирикутника $MPCK$, MC — діаметр цього кола.

262. Трапеція $ABCD$ вписана в коло, значить, вона рівнобічна (за наслідком із властивості вписаного чотирикутника). $AB = BC = CD$ за умовою. Проведемо діагональ AC. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC.

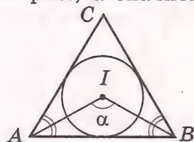


В ΔABC $\angle BAC = \angle BCA$ як кути при основі рівнобедреного ΔABC. $\angle ACD = 90°$, бо спирається на діаметр AD. Нехай $\angle BAC = \angle CAD = \angle BCA = x$. Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює $180°$. $x + x + x + 90 = 180$; $3x = 90$; $x = 30$. Отже, $\angle CAD = 30°$.

Тоді в ΔACD ($\angle C = 90°$) $CD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}\cdot 2R = R$ як катет, що лежить проти кута $30°$. $P_{ABCD} = R + R + R + 2R = 5R$.

Відповідь: $5R$.

263. В ΔABC $AC = BC$, I — центр вписаного кола. $\angle AIB = \alpha$. ΔAIB — рівнобедрений (центр вписаного кола лежить на бісектрисі, а значить, і висоті, і медіані ΔABC).



$$\angle IAB = \angle IBA = \frac{180° - \alpha}{2};$$

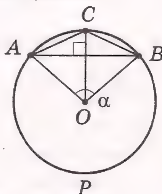
$$\angle A = \angle B = 2\angle IAB = 2\cdot\frac{180° - \alpha}{2} = 180° - \alpha.$$

$\angle C = 180° - 2(180° - \alpha) = 180° - 2\cdot 180° + 2\alpha = 2\alpha - 180°$.

Відповідь: $180° - \alpha$, $180° - \alpha$, $2\alpha - 180°$.

264. Можливі два випадки.

I випадок. Центр описаного кола знаходиться поза трикутником.
$\angle AOB = \cup ACB = \alpha$, тоді вписаний

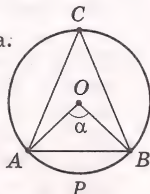


$$\angle ACB = \frac{1}{2}\cup APB = \frac{1}{2}(360° - \alpha) = 180° - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\angle CAB = \angle CBA = \frac{180° - \left(180° - \frac{\alpha}{2}\right)}{2} = \frac{\alpha}{4}.$$

Відповідь: $180° - \frac{\alpha}{2}$; $\frac{\alpha}{4}$; $\frac{\alpha}{4}$.

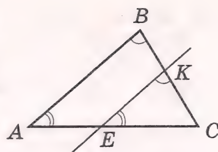
II випадок.
Центр описаного кола знаходиться всередині трикутника.



$\angle AOB = \cup APB = \alpha$. $\angle ACB = \frac{1}{2}\cup APB = \frac{\alpha}{2}$.

$$\angle CAB = \angle CBA = \left(180° - \frac{\alpha}{2}\right) : 2 = 90° - \frac{\alpha}{4}.$$

Відповідь: $\frac{\alpha}{2}$; $90° - \frac{\alpha}{4}$; $90° - \frac{\alpha}{4}$.

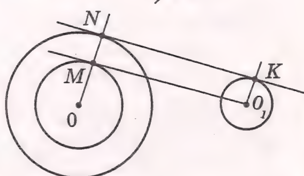


265. $\angle CKE = \angle CBA$ як відповідні при паралельних прямих AB і EK та січній BC.

$\angle CEK = \angle CAB$ як відповідні при паралельних прямих AB і EK та січній AC.

266. Нехай R і r — радіуси даних кіл, $R > r$.

Побудова.



1. Проведемо коло радіуса $R - r$ з центра O більшого кола.
2. До побудованого кола проведемо дотичну MO_1, яка проходить через центр меншого кола.
3. Побудуємо промінь OM, N — точка перетину променя OM з колом.
4. З центра O_1 проведемо промінь OK, паралельний OM, до перетину з колом.
5. NK — спільна зовнішня дотична до даних кіл.

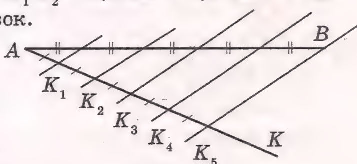
267. $B_2B_3 = B_1B_2 = 5$ см.

268. $A_1A_2 = A_2A_3 = 7$ см.

269. $N_1N_2 = ON_1 = 4$ см. $ON_2 = ON_1 + N_1N_2 = 4$ см $+ 4$ см $= 8$ см.

270. $M_1M_2 = OM_1 = 3{,}5$ см. $OM_2 = OM_1 + M_1M_2 = 3{,}5$ см $+ 3{,}5$ см $= 7$ см.

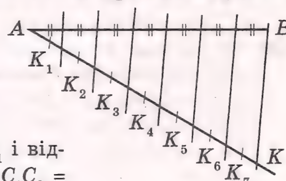
271. *Побудова.* Нехай AB — даний відрізок.



1. З точки A проведіть довільний промінь AK.
2. На промені AK від точки A відкладіть 5 рівних довільних відрізків $AK_1 = K_1K_2 = K_2K_3 = K_3K_4 = K_4K_5$.
3. Через точки K_5 і B проведіть пряму.
4. Через точки K_1, K_2, K_3, K_4 проведіть прямі, паралельні прямій K_5B.

За теоремою Фалеса ці прямі поділять відрізок AB на 5 рівних відрізків.

272. Пояснення див. № 271.



273–274. Розв'язання аналогічне.

Поділимо даний відрізок CD у відношенні 3 : 2. Через точку C проведемо промінь CN, який не належить прямій CD.

Позначимо на промені CN довільну точку C_1 і відкладемо на ньому відрізки так, щоб $CC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5$ (тобто 5 рівних відрізків).

Точка C_3 ділить відрізок C_1C_5 у відношенні 3 : 2. Проведемо відрізок C_5D. Через точку C_3 проведемо пряму $C_3E \parallel C_5D$. Оскільки $CC_3 : C_3C_5 = 3 : 2$, то за теоремою Фалеса $CE : ED = 3 : 2$.

275. За умовою $A_1A_2 : B_1B_2 = 3 : 5$.

Оскільки за теоремою Фалеса $\dfrac{A_1A_2}{A_2A_3} = \dfrac{B_1B_2}{B_2B_3}$, то $\dfrac{A_2A_3}{B_2B_3} = \dfrac{3}{5}$.

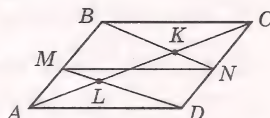
За умовою $B_2B_3 - A_2A_3 = 8$ см. Нехай $A_2A_3 = x$ см, тоді $B_2B_3 = (x + 8)$ см.

$\dfrac{A_1A_2}{B_1B_2} = \dfrac{A_2A_3}{B_2B_3}$; $\dfrac{3}{5} = \dfrac{x}{x+8}$; $5x = 3x + 24$; $2x = 24$; $x = 12$.

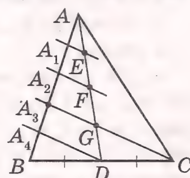
Отже, $A_1A_2 = A_2A_3 = 12$ см; $B_1B_2 = B_2B_3 = 12 + 8 = 20$ (см).

Відповідь: 12 см, 20 см.

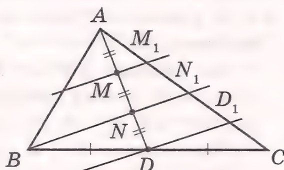
276. За умовою $ON_1 : OM_1 = 7 : 4$, тоді і $N_1N_2 : M_1M_2 = 7 : 4$.
Нехай $N_1N_2 = x$ см, тоді $M_1M_2 = (33 - x)$ см.
$\frac{x}{33-x} = \frac{7}{4}$; $4x = 231 - 7x$; $11x = 231$; $x = 21$.
Отже, $ON_1 = N_1N_2 = 21$ см; $OM_1 = M_1M_2 = 33 - 21 = 12$ (см).
Тоді $ON_2 = 2 \cdot 21 = 42$ см; $OM_2 = 2 \cdot 12 = 24$ см.
Відповідь: 42 см, 24 см.



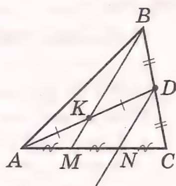
277. Чотирикутник $MBND$ — паралелограм за ознакою ($MB \parallel ND$, $MB = ND$ як половини рівних сторін). Тоді $BN \parallel MD$.
Розглянемо кут BAC.
За теоремою Фалеса $AM : MB = AL : LK$. Оскільки $AM = MB$, то $AL = LK$.
Аналогічно $CN : ND = CK : LK$, звідки $CK = LK$. Отже, $AL = LK = CK$.



278. Проведемо через точки E, F і D прямі, паралельні прямій CG. Вони поділять сторону AB на 5 рівних відрізків $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4B$.
$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ = за теоремою Фалеса, застосованою до кута BAD. Розглянемо $\angle CBA$. За умовою D — середина BC; $DA_4 \parallel GA_3$ за побудовою, значить, за теоремою Фалеса $BA_4 = A_3A_4$.
Отже, всі п'ять відрізків рівні. Відрізок AA_3 містить три таких відрізки, A_3B — два. Отже, $AA_3 : A_3B = 3 : 2$.

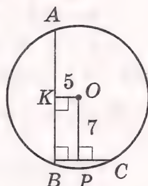


279. Проведемо через точки M і D прямі, паралельні прямій BN. Оскільки $AM = MN = ND$ за умовою, то $AM_1 = M_1N_1 = N_1D_1$ за теоремою Фалеса відносно кута DAC. Сторони кута ACB перетинають паралельні прямі DD_1 і NN_1. Оскільки $CD = DB$ за умовою, то за теоремою Фалеса $CD_1 = N_1D_1$.
Отже, $AM_1 = M_1N_1 = N_1D_1 = D_1C$, звідки $AN_1 = N_1C$, тобто N_1 — середина AC, BN_1 містить медіану трикутника.



280. За умовою D — середина BC, K — середина AD. Поведемо $DN \parallel BK$. Паралельні прямі BM і DN перетинають сторони кута DAC. $AK = KD$, значить, $AM = MN$. Паралельні прямі BM і DN перетинають сторони кута BCA. За умовою $BD = DC$, значить, $MN = NC$. Отже, $AM = MN = NC$. Тоді $AM : MC = 1 : 2$.

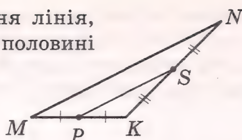
281. Геометричним місцем точок, рівновіддалених від його кінців, є пряма, перпендикулярна відрізку, яка проходить через його середину.



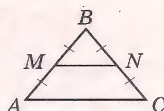
282. $AB \perp BC$ — хорди, $OK \perp AB$, $OK = 5$ см — відстань від центру O кола до хорди AB; $OP \perp BC = 7$ см — відстань від центру O кола до хорди BC. Чотирикутник $KOPB$ — прямокутник (три кути прямі);
$OP = KB = 7$ см, $OK = PB = 5$ см. За властивістю хорди, перпендикулярної до радіуса, K — середина AB, P — середина BC.
Отже, $AB = 2KB = 2 \cdot 7 = 14$ (см), $BC = 2BP = 2 \cdot 5 = 10$ (см).
Відповідь: 14 см, 10 см.

284. MK і ML — середні лінії.

285. PS — найбільша середня лінія, бо паралельна і дорівнює половині найбільшої сторони MN.



286.



287. 1) $KL = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 14$ см $= 7$ см; 2) $KL = \frac{1}{2}AB$, $AB = 2KL = 2 \cdot 6$ дм $= 12$ дм.

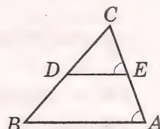
288. 1) $KL = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 20$ см $= 10$ см; 2) $KL = \frac{1}{2}AB$, $AB = 2KL = 2 \cdot 7$ дм $= 14$ дм.

289. Відрізок, що сполучає середини бічних сторін рівнобедреного трикутника — це середня лінія. Вона паралельна основі трикутника і дорівнює її половині. Основа дорівнює 5 см · 2 = 10 см. *Відповідь*: 10 см.

290. Див. № 289. Середня лінія дорівнює половині основи: 18 дм : 2 = 9 дм. *Відповідь*: 9 дм.

291. Середні лінії вдвічі менші ніж сторони, яким вони паралельні. Отже, сторони дорівнюють: 7 · 2 = 14 (см); 8 · 2 = 16 (см); 10 · 2 = 20 (см). $P = 14 + 16 + 20 = 50$ (см). *Відповідь*: 50 см.

292. 12 дм : 2 = 6 дм, 16 дм : 2 = 8 дм, 18 дм : 2 = 9 дм, $P = 6 + 8 + 9 = 23$ (дм). *Відповідь*: 23 дм.



293. DE — середня лінія, тоді $DE \parallel AB$. Кути CED і CAB рівні як відповідні при паралельних прямих DE і AB і січній AC.

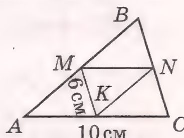
294. Середня лінія трикутника дорівнює половині сторони, якій вона паралельна. Тому рівні середні лінії відповідають рівним сторонам.
1) Рівнобедрений; 2) рівносторонній.

295. З'єднавши відрізками середини сторін даного трикутника, отримаємо середні лінії. Середня лінія дорівнює половині сторони. Тоді периметр трикутника, утвореного середніми лініями, дорівнює половині периметра даного трикутника. 24 см : 2 = 12 см.

296. Див. № 295. 18 см · 2 = 36 см.

297. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді сторони трикутника дорівнюють $4x$, $3x$ і $5x$. Відповідні їм середні лінії вдвічі менші: $\frac{4x}{2}$; $\frac{3x}{2}$; $\frac{5x}{2}$.
Периметр трикутника, утвореного середніми лініями, дорівнює $\frac{4x}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{5x}{2} = \frac{12x}{2} = 6x$. Отже, $6x = 60$, звідки $x = 10$.
Сторони трикутника: 4 · 10 = 40 (см); 3 · 10 = 30 (см); 5 · 10 = 50 (см). *Відповідь*: 40 см, 30 см, 50 см.

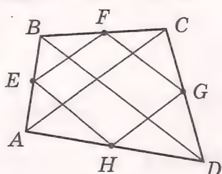
298. Нехай x — коефіцієнт пропорційності. Тоді середні лінії трикутника дорівнюють $4x$, $9x$ і $7x$. Сторони трикутника вдвічі більші: $8x$, $18x$, $14x$. $P_\Delta = 8x + 18x + 14x = 40x$; $40x = 80$; $x = 2$. Сторони трикутника: 8 · 2 = 16 (см); 18 · 2 = 36 (см); 14 · 2 = 28 (см).



299. Нехай в ΔABC $AC = 10$ см, M — середина AB, N — середина BC, K — середина AC. MN не може дорівнювати 6 см, бо $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см).
Нехай $MK = 6$ см, Можливі два варіанти.
1) Сторона AB у 1,5 разів більша за BC. $BC = 2MK = 2 \cdot 6 = 12$ (см). $AB = 1{,}5 \cdot BC = 18$ (см). *Відповідь*: 12 см і 18 см.

2) Сторона BC у 1,5 разів більша за AB. $BC = 2MK = 2 \cdot 6 = 12$ (см), $AB = BC : 1,5 = 12 : 1,5 = 8$ (см). *Відповідь*: 12 см, 8 см.

300. Проведемо діагоналі AC і BD чотирикутника $EFGH$.



У ΔABC EF — середня лінія, $EF \parallel AC$,

$EF = \frac{1}{2}AC$.

У ΔACD HG — середня лінія, $HG \parallel AC$,

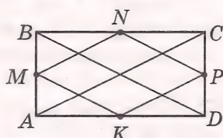
$HG = \frac{1}{2}AC$.

Отже, $EF = HG = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 16$ см $= 8$ см.

Аналогічно FG — середня лінія ΔBCD, EH — середня лінія ΔABD, $FG \parallel BD$, $FG = \frac{1}{2}BD$; $EH \parallel BD$, $EH = \frac{1}{2}BD$. $FG = EH = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $= 5$ см;

$P_{EFGH} = 2 \cdot (8 + 5) = 26$ (см). *Відповідь*: 26 см.

301. AC і BD — діагоналі прямокутника $ABCD$; точки M, N, P і K — середини його сторін. MN — середня лінія ΔABC, $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $= 5$ см,



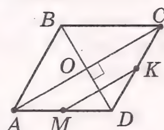
KP — середня лінія ΔACD, $KP = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $= 5$ см. $MN \parallel AC$, $KP \parallel AC$, тоді $MN \parallel KP$ за ознакою паралельних прямих. NP — середня лінія ΔBCD, $NP = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $= 5$ см (діагоналі прямокутника рівні).

MK — середня лінія ΔABD, $MK = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $= 5$ см.

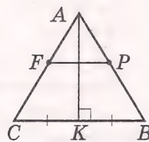
$NP \parallel BD$, $MK \parallel BD$, тоді $NP \parallel MK$. $MNPK$ — паралелограм за означенням. $MN = NP = KP = MK = 5$ см, тому $MNPK$ — ромб.

$P_{MNPK} = 4 \cdot 5$ см $= 20$ см. *Відповідь*: 20 см.

302. В ромбі $ABCD$ $BD \perp AC$ як діагоналі. MK — середня лінія трикутника ACD. Тоді $MK \parallel AC$, а значить, $MK \perp BD$ і $MK \perp OD$ (пряма, перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, перпендикулярна і другій).

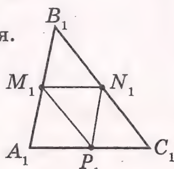


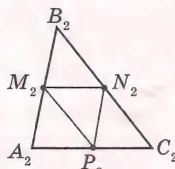
303. У ΔABC $AB = AC$, AK — медіана, а значить, і висота, проведена до основи: $AK \perp BC$. PF — середня лінія за умовою, тоді $PF \parallel BC$. Якщо $AK \perp BC$, то $AK \perp PF$.



304. За умовою $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$, тому їх відповідні сторони рівні: $A_1B_1 = A_2B_2$, $B_1C_1 = B_2C_2$, $A_1C_1 = A_2C_2$. Точки M_1, N_1, P_1 і M_2, N_2, P_2 — середини відповідних сторін трикутників. M_1N_1 — середня лінія.

$M_1N_1 = \frac{1}{2}A_1C_1$; M_2N_2 — середня лінія.





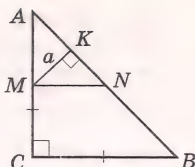
$M_2N_2 = \frac{1}{2}A_2C_2$.

Але $A_1C_1 = A_2C_2$ за умовою, тоді $M_1N_1 = M_2N_2$.

Аналогічно $M_1P_1 = M_2P_2$, $N_1P_1 = N_2P_2$.

Отже, $\Delta M_1N_1P_1 = \Delta M_2N_2P_2$ за трьома сторонами.

305. У ΔABC $\angle C = 90°$, $AC = BC$, M — середина AC, $MK \perp AB$, відстань від точки M до гіпотенузи, $MK = a$. $\angle A = \angle B = 45°$. У ΔAMK $AK = MK = a$. Проведемо $MN \parallel BC$, тоді за теоремою Фалеса N — середина AB, MN — середня лінія.



У ΔAMN $AM = \frac{1}{2}AC$, $MN = \frac{1}{2}BC$, тому $AM = MN$.

ΔAMN — рівнобедрений. Висота MK в ньому є медіаною: $KN = AK = a$. $AN = NB$, тому $AB = 2AN = 2 \cdot 2a = 4a$ (см).

Відповідь: $4a$ см.

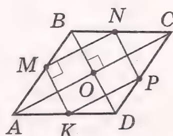
306. У ΔABC $\angle C = 90°$, $AC = BC$, K — середина BC, $KD \perp AB$ — відстань від точки K до гіпотенузи. У ΔABC $\angle A = \angle B = 45°$, ΔKDB — рівнобедрений, $KD = DB$. Проведемо $KP \parallel AC$. За теоремою Фалеса P — середина AB, тобто KP — середня лінія, $KP = \frac{1}{2}AC$.

Оскільки $AC = BC$, то $KP = \frac{1}{2}BC = KP$,

ΔBKP — рівнобедрений, $\angle PKB = 90°$ ($AC \perp BC$, $KP \parallel AC$). В рівнобедреному ΔBKP KD — висота, а значить, медіана. Точки D — середина гіпотенузи, тоді $KD = PD = BD = \frac{1}{2}PB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}B = \frac{1}{4} \cdot 20$ см $= 5$ см.

Відповідь: 5 см.

307. $ABCD$ — ромб, O — точка перетину діагоналей. Точки M, N, P і K — середини сторін.



У ΔABC MN — середня лінія, $MN \parallel AC$, $MN = \frac{1}{2}AC$.

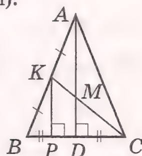
У ΔACD KP — середня лінія, $KP \parallel AC$, $KP = \frac{1}{2}AC$.

Оскільки $MN \parallel AC$ і $KP \parallel AC$, то $MN \parallel KP$. $KP = MN = \frac{1}{2}AC$.

Тоді $MNPK$ — паралелограм за ознакою. $AC \perp BD$ за властивістю діагоналей ромба. $MN \parallel AC$, тоді $MN \perp BD$.

У ΔABD MK — середня лінія, $MK \parallel BD$, тоді $MN \perp MK$. $MNPK$ — прямокутник (як паралелограм, у якого один з кутів прямий).

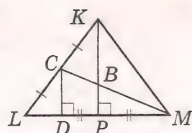
308. У ΔABC $AB = AC$, M — точка перетину медіан CK і AD, $AM = 8$ см; $KP \perp BC$ — відстань від середини бічної сторони до основи трикутника.



За властивістю медіани AD $AM : MD = 2 : 1$.
Звідси $8 : MD = 2 : 1$, $MD = 8 : 2 = 4$ (см);
$AD = AM + MD = 8 + 4 = 12$ (см).
Медіана AD є висотою, $AD \perp BC$, $KP \perp BC$ як відстань від точки K до прямої BC. Тоді $KP \parallel AD$. За теоремою Фалеса P — середина BD. Тоді KP — середня лінія ΔABD, $KP = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см).

Відповідь: 6 см.

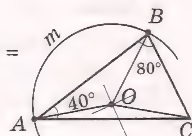
309. У ΔKLM $KL = KM$, KP і MC — медіани, B — точка перетину медіан. $CD \perp LM$ — відстань від середини C бічної сторони LK до основи LM, $CD = 9$ см.



KP — медіана, проведена до основи, тоді $KP \perp LM$.
$CD \perp LM$, значить, $CD \parallel KP$.
За теоремою Фалеса D — середина LP.

CD — середня лінія ΔKLP, $CD = \frac{1}{2}KP$,

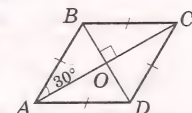
звідки $KP = 2 \cdot CD = 2 \cdot 9 = 18$ см. $KB : BP = 2 : 1$.
Отже, $KB = 18 : 3 \cdot 2 = 12$ (см). *Відповідь*: 12 см.



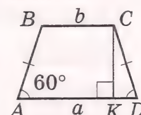
310. В ΔABC $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (40° + 80°) =$

$= 60°$. $\angle C$ — вписаний, $\angle C = \frac{1}{2}\cup AmB$,

$\cup AmB = 2\angle C = 2 \cdot 60° = 120°$.
$\angle AOB$ — центральний, він спирається на ту саму дугу.
$\angle AOB = \cup AmB = 120°$. Аналогічно, $\angle BOC = 2\angle A = 2 \cdot 40° = 80°$;
$\angle AOC = 2\angle B = 2 \cdot 80° = 160°$. *Відповідь*: 120°, 80°, 160°.



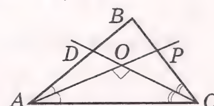
311. $ABCD$ — ромб, AC і BD — його діагоналі, $BD = 7$ см, $\angle BAC = 30°$. Діагоналі ромба є бісектрисами кутів, тому $\angle A = 2\angle BAO = 2 \cdot 30° = 60°$. Отже, ΔABD — рівносторонній. $AB = AD = BD = 7$ см.
$P_{ABCD} = 4 \cdot 7 = 28$ (см). *Відповідь*: 28 см.



312. $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$, $AD = a$, $BC = b$ $(a > b)$.
$\angle BAD = \angle CDA = 60°$. Проведемо $BK \perp AD$ — висоту трапеції. У ΔCKD $\angle DCK = 90° - \angle CDK = 90° - 60° = 30°$,

$KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a - b}{2}$.

1) $CD = 2KD = 2 \cdot \frac{a - b}{2} = a - b$ (за властивістю катета, що лежить проти кута 30°).
2) $P_{ABCD} = 2AB + BC + AD = 2(a - b) + b + a = 2a - 2b + b + a = 3a - b$.
3) $AB + CD = BC + AD$; $2(a - b) = a + b$; $2a - a = 2b + b$; $a = 3b$.



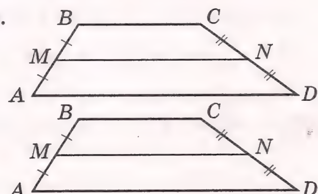
313. Припустимо, що такий трикутник існує: у ΔABC бісектриси AP і CD перпендикулярні.
Тоді $\angle OAC + \angle OCA = 90°$,
$\angle BAC + \angle BCA = 2(\angle OAC + \angle OCA) = 2 \cdot 90° = 180°$.
Це суперечить теоремі про суму кутів трикутника.
Отже, наше припущення хибне. Такого трикутника не існує.

314. На мал. 113. **315.** $\frac{8 + 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$ (см). **316.** $\frac{7 + 11}{2} = \frac{18}{2} = 9$ (см).

317. Нехай a і b — основи трапеції, m — її середня лінія.

$m = \frac{a + b}{2}$; $\frac{a + 9}{2} = 7$; $a + 9 = 14$; $a = 5$. *Відповідь*: 5 см.

318. $m = \frac{a + b}{2}$; $10 = \frac{5 + b}{2}$; $5 + b = 20$; $b = 15$. *Відповідь*: 15 см.



319. $BC = 8$ см, $AD = 2 \cdot BC = 2 \cdot 8 = 16$ (см).

$MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{8 + 16}{2} = \frac{24}{2} = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

320. 1) $BC = x$ см, $AD = (x + 8)$ см.

$MN = \frac{x + x + 8}{2} = 2x + 4$. $2x + 4 = 30$;

$2x = 26$; $x = 13$. $BC = 13$ см, $AD = 13 + 8 = 21$ (см).
Відповідь: 13 см, 21 см.

2) $BC = x$ см, $AD = 4x$ см. $MN = \frac{x + 4x}{2} = 2,5x$. $2,5x = 30$; $x = 12$.

$BC = 12$ см, $AD = 4 \cdot 12 = 48$ (см).
Відповідь: 12 см, 48 см.

3) Нехай $BC = 2x$, $AD = 3x$. $MN = \frac{2x + 3x}{2} = \frac{5x}{2} = 2,5x$. $2,5x = 30$;

$x = 12$. $BC = 2 \cdot 12 = 24$ (см); $AD = 3 \cdot 12 = 36$ (см).
Відповідь: 24 см, 36 см.

321. 1) $BC = x$ см, $AD = (x + 2)$ см;

$MN = \frac{x + x + 2}{2} = x + 1$. $x + 1 = 16$;

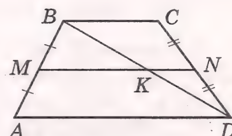
$x = 15$. $BC = 15$ см, $AD = 15 + 2 = 17$ (см).
Відповідь: 15 см, 17 см.

2) $BC = x$ см, $AD = 3x$ см, $MN = \frac{x + 3x}{2} = 2x$. $2x = 16$; $x = 8$. $BC = 8$ см,

$AD = 3 \cdot 8 = 24$ (см).
Відповідь: 8 см, 24 см.

3) $BC = 3x$, $AD = 5x$. $MN = \frac{3x + 5x}{2} = \frac{8x}{2} = 4x$. $4x = 16$; $x = 4$.

$BC = 3 \cdot 4 = 12$ (см), $AD = 5 \cdot 3 = 15$ (см).
Відповідь: 12 см, 15 см.



322. Діагональ BD перетинає середню лінію MN у точці K. За властивістю середньої лінії $MN \parallel AD$, M — середина AB, тоді за теоремою Фалеса K — середина BD. Отже, $BK = KD$.

323. Середня лінія трапеції дорівнює півсумі її основ, тоді сума основ — $10 \cdot 2 = 20$ (см). $P_{тр.} = 7 + 9 + 20 = 36$ (см).
Відповідь: 36 см.

324. $52 - (10 + 12) = 30$ (см) — сума основ трапеції.
$30 : 2 = 15$ (см) — середня лінія (півсума основ).

325. Нехай a і b — основи трапеції, $a > b$, m — середня лінія.

$m = \frac{a + b}{2}$. Перевіримо задані умови.

1) $\frac{a + b}{2} = a$; $a + b = 2a$; $a = b$.

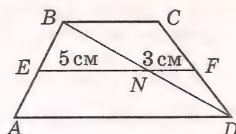
Відповідь: ні, основи не можуть бути рівними.

2) Нехай $b < a$. $\frac{a + b}{2} < b$; $a + b < 2b$; $a < 2b - b$; $a < b$. *Відповідь*: ні.

3) $\frac{a + b}{2} > a$; $a + b > 2a$; $b > a$. *Відповідь*: ні.

4) $\frac{a + b}{2} = \frac{a}{2}$; $a + b = a$; $b = 0$. *Відповідь*: ні.

326. EF — середня лінія трапеції $ABCD$, $EF \parallel AD$, $EF \parallel BC$. В ΔABD E — середина AB, $EN \parallel AD$, за теоремою Фалеса N — середина BD, EN — середня лінія ΔABD,

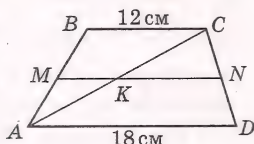


$EN = \frac{1}{2}AD$, $AD = 2EN = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

В ΔBCD FN — середня лінія.

$FN = \frac{1}{2}BC$, $BC = 2FN = 2 \cdot 3 = 6$ (см).

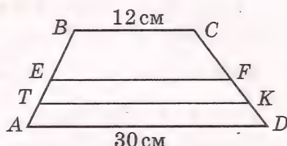
Відповідь: 10 см, 6 см.



327. MN — середня лінія трапеції, $MN \parallel AD$, $MN \parallel BC$. У ΔABC M — середина AB, $MK \parallel AD$, тоді K — середина AC, MK — середня лінія ΔABC. $MK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см).

KN — середня лінія ΔACD, $KN = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$ (см).

Відповідь: 6 см, 9 см.

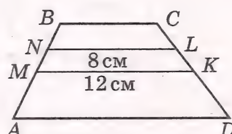


328. $ABCD$ — трапеція. Точка E — середина AB. $EF \parallel AD$, оскільки $AD \parallel BC$, то $EF \parallel BC$, тоді за теоремою Фалеса F — середина CD. EF — середня лінія трапеції.

$EF = \frac{AD + BC}{2} = \frac{30 + 12}{2} = \frac{42}{2} = 21$ (см).

За умовою T — середина AE. $TK \parallel AD$ за умовою. Оскільки $AD \parallel EF$, то $TK \parallel EF$. Тоді за теоремою Фалеса K — середина DF, TK — середня лінія трапеції $AEKD$ ($EF \parallel AD$), $TK = \frac{EF + AD}{2} = \frac{21 + 30}{2} = \frac{51}{2} = 25{,}5$ (см).

Відповідь: 21 см, 25,5 см.



329. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$. $MK \parallel BC$, значить, $MK \parallel AD$. Отже, $MBCK$ — трапеція. N — середина AB, $NL \parallel BC$, значить, $NL \parallel MK$. За теоремою Фалеса NL — середня лінія трапеції $MBCK$.

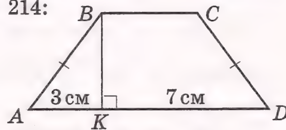
$NL = \frac{BC + MK}{2}$; $8 = \frac{BC + 12}{2}$; $BC + 12 = 16$; $BC = 4$.

Аналогічно, MK — середня лінія трапеції $ABCD$. $MK = \frac{AD + BC}{2}$;

$12 = \frac{AD + 4}{2}$; $AD + 4 = 24$; $AD = 20$. Отже, $BC = 4$ см, $AD = 20$ см.

Відповідь: 4 см, 20 см.

330. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $BK \perp AD$ — висота трапеції. Відповідно до доведеного в ключовій задачі 214:



$AK = \frac{AD - BC}{2}$; $KD = \frac{AD + BC}{2}$; але

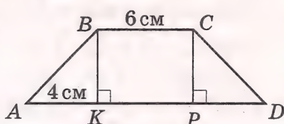
$\frac{AD + BC}{2}$ — це середня лінія.

Отже, середня лінія трапеції дорівнює $\frac{AD + BC}{2} = \frac{10 + 4}{2} = 7$ (см).

Відповідь: 7 см.

331. $ABCD$ — трапеція, $BK \perp AD$ — висота, $AK = 4$ см, $BC = 6$ см. Проведемо $CP \perp AD$. Чотирикутник $KBCP$ — прямокутник ($BC \parallel KP$, $BK \parallel CP$, $\angle BKP = 90°$),

$KP = BC = 6$ см, $PD = AK = 4$ см (з рівності трикутників ABK і DCP за гіпотенузою і гострим кутом).



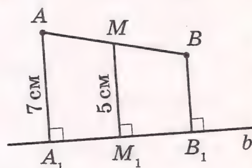
$AD = AK + KP + PD = 4 + 6 + 4 = 14$ (см).

Середня лінія трапеції дорівнює

$$\frac{BC + AD}{2} = \frac{6 + 14}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 10 см.

332. $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$, $MM_1 \perp l$ — відстані від точок A, B і M до прямої l.



$AA_1 \parallel MM_1 \parallel BB_1$, чотирикутник A_1ABB_1 — трапеція. Точка M — середина AB.

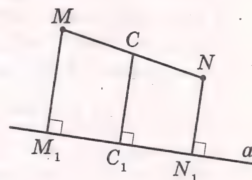
За теоремою Фалеса M_1 — середина A_1B_1, MM_1 — середня лінія трапеції A_1ABB_1.

$$MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2}; \;\; 2MM_1 = AA_1 + BB_1;$$

$BB_1 = 2MM_1 - AA_1 = 2 \cdot 5 - 7 = 10 - 7 = 3$ (см).

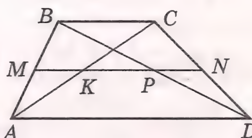
Відповідь: 3 см.

333. C— середина відрізка MN. $MM_1 \perp a$, $CC_1 \perp a$, $NN_1 \perp a$ — відстані від точок M, C і N до прямої a. $MM_1 \parallel NN_1$ як два перпендикуляри до однієї прямої. M_1MNN_1 — трапеція. $CC_1 \parallel MM_1 \parallel NN_1$, тому за теоремою Фалеса C_1 — середина M_1N_1. CC_1 — середня лінія трапеції, $CC_1 = \frac{MM_1 + NN_1}{2} = \frac{10 + 16}{2} = 13$ (см).



Відповідь: 13 см.

334. У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $BC = 6$ см, $AD = 14$ см. MN — середня лінія, AC і BD — діагоналі; K і P — точки перетину діагоналей з середньою лінією



У ΔABC M — середина AB, $MK \parallel BC$ (як частина середньої лінії), тоді за теоремою Фалеса K — середина AC. Отже, MK — середня лінія ΔABC,

$$MK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ см} = 3 \text{ см}.$$

Аналогічно, у ΔBCD PN — середня лінія, $PN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ см} = 3 \text{ см}$.

$$MN = \frac{1}{2}(BC + AD) = \frac{1}{2} \cdot (6 + 14) = 10 \text{ (см)}.$$

$KP = MN - (MK + PN) = 10 - (3 + 3) = 4$ (см).

Відповідь: 3 см, 4 см, 3 см.

335. $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), MN — середня лінія, AC і BD — діагоналі. Точки K і P — точки перетину діагоналей і середньої лінії. $MK = PN = 7$ см, $KP = 8$ см.

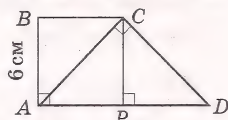
У ΔABC M — середина AB, $MK \parallel BC$ (як частина середньої лінії), тоді за теоремою Фалеса K — середина AC. Отже, MK — середня лінія ΔABC.

$$MK = \frac{1}{2}BC, \;\; BC = 2MK = 2 \cdot 7 = 14 \text{ (см)}.$$

$MN = MK + KP + PN = 7 + 8 + 7 = 22$ (см). $MN = \frac{AD + BC}{2}$;

$2MN = AD + BC$; $AD = 2MN - BC$; $AD = 2 \cdot 22 - 14 = 44 - 14 = 30$ (см).

Відповідь: 14 см, 30 см.



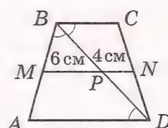
336. $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $\angle A = 90°$, $\angle C = 135°$, $AB = 6$ см, $AC \perp CD$.

$\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD$,

$\angle BCA = \angle BCD - \angle ACD = 135° - 90° = 45°$.

У ΔABC $\angle B = 90°$, оскільки $\angle A = 90°$, а $BC \parallel AD$, $\angle BCA = 45°$, тоді $\angle BAC = 45°$. ΔABC — рівнобедрений (кути при основі рівні). $BC = AB = 6$ см. Проведемо $CP \perp AD$. У ΔACD $\angle D = 180° - \angle BCD = 180° - 135° = 45°$, $\angle ACD = 90°$, тоді $\angle CAD = 45°$. ΔACD — рівнобедрений, $AC = CD$. Висота CP є медіаною, $AP = PD$. Але $AP = BC$, тому $AD = 2BC = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

Середня лінія: $\frac{AD + BC}{2} = \frac{6 + 12}{2} = 9$ (см). *Відповідь*: 9 см.



337. У трапеції $ABCD$ $AB = CD$, BD — бісектриса кута B, MN — середня лінія, P — точка перетину діагоналі і середньої лінії, $MP = 6$ см, $PN = 4$ см.

$MN \parallel BC$, $MN \parallel AD$ за означенням середньої лінії.

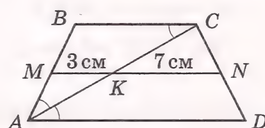
M — середина AB за умовою, тоді P — середина BD за теоремою Фалеса. $MP = \frac{1}{2}AD$ як середня лінія ΔABD.

$AD = 2MP = 2 \cdot 6 = 12$ (см). Аналогічно, в ΔBCD $BC = 2PN = 2 \cdot 4 = 8$ (см). $\angle CBD = \angle BDA$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній BD. Але $\angle CBD = \angle ABD$ за умовою, тоді $\angle ABD = \angle BDA$, ΔABD — рівнобедрений, $AB = AD = 12$ см.

$P_{ABCD} = AD + 2AB + BC = 12 + 2 \cdot 12 + 8 = 44$ (см). *Відповідь*: 44 см.

338. $ABCD$ — трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, MN — середня лінія трапеції; AC — діагональ, AC — бісектриса кута A. $MK = 3$ см, $KN = 7$ см.

У ΔABC M — середина AB. $MK \parallel BC$ як частина середньої лінії трапеції. Тоді K — середина AC за теоремою Фалеса, а MK — середня лінія ΔABC, $MK = \frac{1}{2}BC$.



Звідки $BC = 2MK = 2 \cdot 3 = 6$ (см).

Аналогічно, KN — середня лінія ΔACD.

$KN = \frac{1}{2}AD$, $AD = 2KD = 2 \cdot 7 = 14$ (см).

$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC. Але $\angle CAD = \angle BAC$ за умовою, тоді $\angle BCA = \angle BAC$ і ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 6$ см.

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 6 + 6 + 6 + 14 = 32$ (см).

Відповідь: 32 см.

339. У вписаного в коло чотирикутника сума протилежних кутів дорівнює 180°.

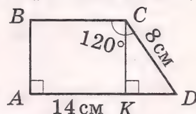
$\angle M = 180° - \angle K = 180° - 37° = 143°$.

$\angle N = 180° - \angle L = 180° - 119° = 61°$. *Відповідь*: 143°, 61°.

340. У трапеції, описаної навколо кола, суми протилежних сторін рівні. Тобто сума основ дорівнює сумі бічних сторін $a + a = 2a$ (см).

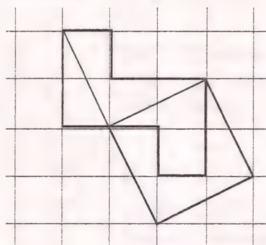
$P_{тр.} = 2a + 2a = 4a$ (см). *Відповідь*: $4a$ см.

341. В трапеції $ABCD$ $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C = 120°$. $AD = 14$ см, $CD = 8$ см (найбільша бічна сторона, бо похила більша за перпендикуляр). Проведемо $CK \perp AD$. $ABCK$ — прямокутник ($BC \parallel AK$, $AB \parallel CK$, $\angle A = 90°$). $\angle DCK = \angle BCD - \angle BCK = 120° - 90° = 30°$.



Тоді у ΔCKD $KD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ (см) (за властивістю катета, що лежить проти кута 30°).
У прямокутнику $ABCD$
$AK = BC = AD - KD = 14 - 4 = 10$ (см).
Відповідь: 10 см.

342.



Домашня самостійна робота № 2

1. KL і NM. *Відповідь*: Б.

2. Центральний кут вдвічі більший за вписаний, що спирається на ту ж дугу. *Відповідь*: В.

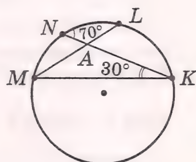
3. За теоремою Фалеса, якщо $ON_1 = N_1N_2$, то і $OM_1 = M_1M_2$. Тому $M_1M_2 = \frac{1}{2}OM_2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$ (см). *Відповідь*: Б.

4. У вписаного в коло чотирикутника $ABCD$ сума протилежних кутів дорівнює 180°: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. $\angle C = 180° - \angle A = 180° - 20° = 160°$; $\angle D = 180° - \angle B = 180° - 100° = 80°$. *Відповідь*: Г.

5. Кожна з трьох середніх лінії, які утворюють менший трикутник, вдвічі менша за сторону даного трикутник, якій вона паралельна.
$P = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10 = 2 + 5 + 5 = 12$ (см). *Відповідь*: Б.

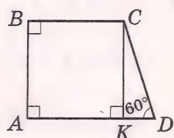
6. Нехай основи дорівнюють $2x$ і $3x$. $\frac{2x + 3x}{2} = 20$; $5x = 40$; $x = 8$.
Менша основа дорівнює $2 \cdot 8 = 16$ (см). *Відповідь*: А.

7. $\angle MNL = \angle MKL = 30°$ (спираються на одну дугу).
У ΔLAN $\angle LAN = 180° - (\angle ALN + \angle LAN) =$
$= 180° - (70° + 30°) = 80°$.
$\angle KAM = \angle LAN = 80°$ як вертикальні.
Відповідь: В.

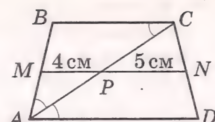


8. Якщо в рівнобічні трапецію вписано коло, то сума основ дорівнює сумі бічних сторін.
Тоді $P = 2 \cdot (10 + 10) = 40$ (см). *Відповідь*: Г.

9. Проведемо $CK \perp AD$, тоді $\angle KCD = 30°$,
$KD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$ (см).
$AK = BC = 18$ см; $AD = 18 + 9 = 27$ (см).
Відповідь: В.



10. У ΔABC M — середина AB, $MP \parallel BC$ як частина середньої лінії. За теоремою Фалеса P — середина AC, MP — середня лінія ΔABC.

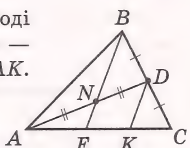


$MP = \frac{1}{2}BC$, $BC = 2MP = 2 \cdot 4 = 8$ (см).

Аналогічно, у ΔACD, $PN = \frac{1}{2}AD$, $AD = 2PN = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

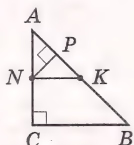
$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AC.
Тоді $\angle BCA = \angle BAC$, $AB = BC = 8$ см.
$P_{ABCD} = 2AB + BC + AD = 2 \cdot 8 + 8 + 10 = 34$ (см).
Відповідь: Б.

11. Проведемо $DK \parallel BF$. У куті BCA D — середина BC, тоді за теоремою Фалеса K — середина CF. У куті CAD N — середина AD, тоді за теоремою Фалеса F — середина AK. Отже, $AF = FK = KC$.



$AF = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$ (см). *Відповідь*: А.

12. $NP \perp AB$ — відстань від середини катета N до гіпотенузи AB. Проведемо $NK \parallel BC$, тоді за теоремою Фалеса K — середина AB, NK — середня лінія ΔABC. $NK \parallel BC$, тоді $NK \perp AC$. ΔANK — рівнобедрений. Висота NP є медіаною, P — середина AK. Тоді $AP = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$ (см).



У прямокутному ΔAPN $\angle A = 45°$, тоді ΔAPN — рівнобедрений, $NP = AP = 9$ см. *Відповідь*: Г.

Завдання для перевірки знань до §§ 6–11

1. Основи MK і PF, бічні сторони FM і KP.

2. Градусна міра центрального кута дорівнює градусній мірі дуги, на яку він спирається, тобто дуга дорівнює 70°. Відповідний вписаний кут спирається на ту ж саму дугу і дорівнює її половині. 70° : 2 = 35°.
Відповідь: 35°.

3. Оскільки $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ і $OB_1 = B_1B_2$, то $OA_1 = A_1A_2$ за теоремою Фалеса. $A_1A_2 = OA_1 = 2$ см, $OA_2 = OA_1 + A_1A_2 = 2 + 2 = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

4. У чотирикутника $ABCD$, вписаного в коло,
$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$. $\angle A = 180° - \angle C = 180° - 140° = 40°$;
$\angle B = 180° - \angle D = 180° - 70° = 110°$. *Відповідь*: $\angle A = 40°$, $\angle B = 110°$.

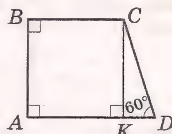
5. Середня лінія трикутника дорівнює половині сторони, якій вона паралельна. Тому периметр трикутника, утвореного середніми лініями, дорівнює половині периметра даного трикутника: $P = \frac{1}{2} \cdot (10 + 12 + 16) = \frac{1}{2} \cdot 38 = 19$ (см).

Відповідь: 19 см.

6. Нехай a і b — основи трапеції, її середня лінія дорівнює $\frac{a+b}{2}$.

Нехай $a = x$ см, тоді $b = (4 + x)$ см. $\frac{x + x + 4}{2} = 8$; $2x + 4 = 16$; $2x = 12$; $x = 6$. Отже, $a = 6$ см, $b = 6 + 4 = 10$ (см).
Відповідь: 6 см, 10 см.

7. В описаному чотирикутнику суми протилежних сторін рівні, тобто в трапеції сума основ дорівнює сумі бічних сторін і дорівнює половині периметра: 20 см : 2 = 10 см. Тоді одна бічна сторона: 10 см : 2 = 5 см. *Відповідь*: 5 см.



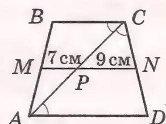
8. У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $AB \perp AD$, $AB \perp BC$, $\angle D = 60°$; $CD = 12$ см — більша бічна сторона (похила більше перпендикуляра). $AD = 12$ см. Проведемо $CK \perp AD$. У ΔCKD $\angle K = 90°$, $\angle DCK = 90° - \angle D = 90° - 60° = 30°$.

Тоді $KD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см) як катет, що лежить проти кута 30°.

$AD = AK + KD$, $AK = AD - KD = 12 - 6 = 6$ см.

$ABCK$ — прямокутник ($AB \parallel CK$, $BC \parallel AK$, $\angle A = 90°$), тоді $BC = AK = 6$ см.
Відповідь: 6 см.

9. В трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AB = CD$, AC — діагональ, що ділить навпіл кут C. MN — середня лінія, P — точка перетину середньої лінії і діагоналі, $MP = 7$ см, $PN = 9$ см.



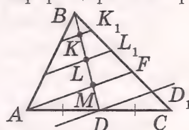
M — середина AB за умовою, $MP \parallel BC$ як частина середньої лінії трапеції, тоді P — середина AC і MP — середня лінія ΔABC.

$MP = \frac{1}{2}BC$, $BC = 2MP = 2 \cdot 7 = 14$ (см).

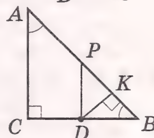
PN — середня лінія ΔACD, $PN = \frac{1}{2}AD$, $AD = 2PN = 2 \cdot 9 = 18$ (см).

$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC. Тоді $\angle CAD = \angle ACD$, ΔACD — рівнобедрений, $CD = AD = 18$ см, $P_{ABCD} = 2CD + BC + AD = 2 \cdot 18 + 14 + 18 = 68$ (см). *Відповідь*: 68 см.

10. Проведемо через точки K, L і D прямі, паралельні AF. Оскільки $BK = KL = LM = MD$ за умовою, то за теоремою Фалеса $BK_1 = K_1L_1 = L_1F = FD_1$.



Сторони кута BCA перетинають паралельні прямі AF і DD_1. Оскільки $AD = DC$ за умовою, то за теоремою Фалеса $FD_1 = D_1C$. Отже,
$BK_1 = K_1L_1 = L_1F = FD_1 = D_1C$. Тоді $CF : BF = 2 : 3$.
Відповідь: 2 : 3.



11. Проведемо $DP \parallel AC$. За теоремою Фалеса P — середина AB, DP — середня лінія ΔABC.

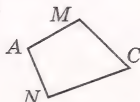
$DP = \frac{1}{2}AC$, тоді $DP = BD$ ($AC = BC$). У ΔPBD висота DK є медіаною, проведеною до гіпотенузи.

Тому $DK = PK = KB$. Отже, $DK = \frac{1}{4}AB$. Нехай $DK = x$, тоді $AB = x + 15$.

Маємо рівняння: $x + 15 = 4x$, звідки $x = 5$. $AB = 5 \cdot 4 = 20$ (см).
Відповідь: 20 см.

Вправи для повторення розділу 1

343. Вершини A, M, C, N; сторони AM, MC, CN, AN; кути AMC, MCN, CNA, NAM.

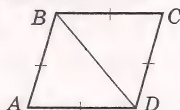


344. Сума кутів чотирикутника 360°. Сума трьох прямих кутів дорівнює 270°. Тоді четвертий кут може бути тільки прямим: 270° + 90° = 360°.
Відповідь: а) ні; б) ні.

345. $\frac{360° - (40° + 80°)}{2} = \frac{360° - 120°}{2} = 120°$. *Відповідь*: 120°, 120°.

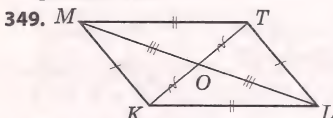
346. *ABCD*, *BCDA*, *CDAB*, *DABC*.

347. $\angle 1 = x$, $\angle 2 = x + 10°$, $\angle 3 = x + 50°$, $\angle 4 = 2x$.
$x + x + 10 + x + 50 + 2x = 360$; $5x = 360 - 60$; $5x = 300$; $x = 60$.
$\angle 1 = 60°$, $\angle 2 = 60° + 10° = 70°$, $\angle 3 = 60° + 50° = 110°$, $\angle 4 = 2 \cdot 60° = 120°$.
Відповідь: 60°, 70°, 110°, 120°.



348. *ABCD* — чотирикутник, $AB = BC = CD = AD$.
Проведемо діагональ *BD*
$\triangle ABD = \triangle CBD$ за трьома сторонами.
З рівності трикутників $\angle ABD = \angle CDB$.
У $\triangle ABD$ $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180°$, $\angle A + \angle CDB + \angle ADB = 180°$,
$\angle A + \angle ADC = 180°$.
Аналогічно можна довести, що сума інших пар сусідніх кутів теж дорівнює 180°.

349.



350. $\angle 2 = \angle 1 = 105°$ як відповідні при $AD \parallel BC$ і січній.

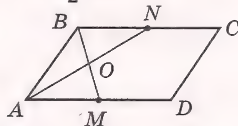
351. $\angle A + \angle B = 180°$ за мовою. Ці кути є внутрішніми односторонніми при прямих *BC* і *AD* і січній *AB*. Тоді за ознакою паралельності прямих $BC \parallel AD$. $\angle B + \angle C = 180°$ — сума внутрішніх односторонніх кутів при прямих *AB* і *CD* і січній *BC*. За ознакою паралельності прямих $AB \parallel CD$. Отже, в чотирикутнику *ABCD* $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, за означенням *ABCD* — паралелограм.

352. За умовою $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 1$ і $\angle 2$ — внутрішні різносторонні при прямих *BC* і *AD* і січній *BD*. Тоді $BC \parallel AD$ (за ознакою паралельності прямих). У чотирикутнику *ABCD* $BC \parallel AD$ і $BC = AD$, тоді *ABCD* — паралелограм за ознакою.

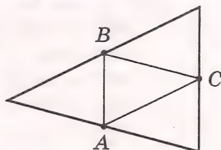
353. Діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл. Звідси випливає спосіб побудови: на прямій *a* від точки перетину відкласти по різні боки рівні відрізки — половини однієї діагоналі. На прямій *b* відкласти теж рівні відрізки. З'єднавши послідовно кінці відрізків, отримаємо паралелограм.

354. Ні, неможливо. $\angle E + \angle N + \angle M = 180°$, тоді $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ і $\angle D = 360° - 180° = 180°$. Але це неможливо, кут чотирикутника не може дорівнювати 180°.

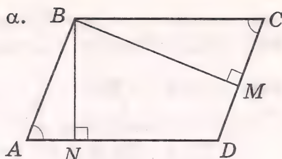
355. *ABCD* — паралелограм. $BC = AD$, $BN = \frac{1}{2}BC$, $AM = \frac{1}{2}AD$, тоді $BN = AM$.
ABNM — паралелограм (сторони *BN* і *AM* рівні і паралельні). У паралелограма діагоналі *AN* і *BM* точкою перетину діляться навпіл.



356. *Відповідь*: три.



357. Нехай $\angle A = \angle C = \alpha$, тоді $\angle B = \angle D = 180° - \alpha$.



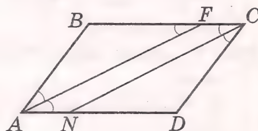
У чотирикутнику $NBMD$ сума кутів дорівнює $360°$.

$\angle NBM + \angle BMD + \angle D + \angle BND = 360°$;

$\angle NBM = 360° - (\angle BMD + \angle D + \angle BND)$;

$\angle NBM = 360° - (90° + 180° - \alpha + 90°) =$
$= 360° - (360° - \alpha) = \alpha$.

Отже, кут між висотами, проведеними з кута B, дорівнює куту A.



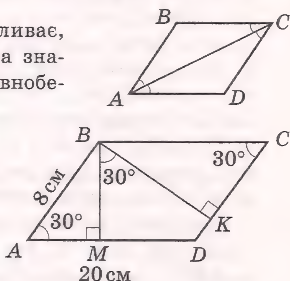
358. Нехай AF — бісектриса кута BAD, CN — бісектриса кута BCD.

Тоді $\angle FAD = \dfrac{1}{2}\angle BAD$. $\angle BCN = \dfrac{1}{2}\angle BCD$.

$\angle BAD = \angle BCD$ (за властивістю протилежних кутів паралелограма). Отже, їх половини також рівні: $\angle FAD = \angle BCN$. $BC \parallel AD$ (за означенням паралелограма). Значить, $\angle FAD = \angle AFB$ (як внутрішні різносторонні кути при $BC \parallel AD$ і січній BC).

$\angle FAD = \angle BCN$, $\angle FAD = \angle AFB$, тоді $\angle BCN = \angle AFB$. А оскільки ці кути — відповідні при прямих AF і CN і січній BC, то $AF \parallel CN$ (за ознакою паралельності прямих).

Якщо всі сторони паралелограма рівні, бісектриси протилежних кутів лежать на одні прямій.



В цьому випадку з того, що $AB = BC$ випливає, що $\triangle ABC$ — рівнобедрений з основою AC, а значить, $\angle BAC = \angle BCA$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника).

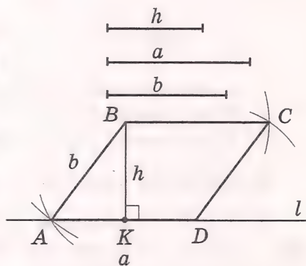
359. Кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини B, дорівнює куту A. Тобто, $\angle A = \angle C = \angle MBK$.

У $\triangle ABM$ $BM = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2} \cdot 8 = 4$ (см) (як катет, що лежить проти кута $30°$).

Аналогічно в $\triangle BKC$ $BK = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2} \cdot 20 = 10$ (см).

Відповідь: 4 см, 10 см.

360. *План побудови.*

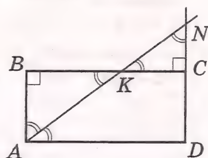


1. Провести довільну пряму l і позначити на ній довільну точку K.
2. Через точку K провести пряму, перпендикулярну прямій l і відкласти на ній відрізок $KB = h$.
3. З центра B провести коло радіуса b, воно перетне пряму l у точці A.
4. Від точки A на прямій l відкласти відрізок $AD = a$.
5. Побудувати кола з центром B радіуса a і з центом D радіуса b.
Точка перетину кіл — C.
6. $ABCD$ — шуканий паралелограм ($BC = AD$, $AB = CD$).

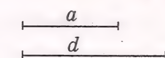
361. $P = 2 \cdot (3 + 5) = 16$ (см).

362. Прямокутник (діагоналі рівні і точкою перетину діляться навпіл).

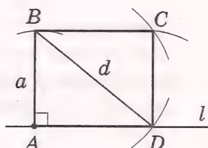
363. $\angle BKA = \angle KAD = \frac{1}{2}\angle A = 45°$ як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AK.
$\angle NKC = \angle BKA = 45°$ як вертикальні.
У ΔKNC $\angle KNC = 180° - (\angle NKC + \angle NCK) =$
$= 180° - (45° + 90°) = 45°$.
Відповідь: 45°.



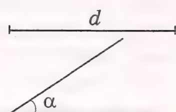
364. 1) Нехай дано сторону a і діагональ прямокутника d.

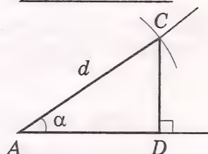


1. Провести пряму l і вибрати на ній довільну точку A.
2. Побудувати пряму, перпендикулярну l в точці A і відкласти на ній відрізок $AB = a$.
3. З точки B радіусом d провести дугу кола до перетину з прямою l у точці D.
4. Побудувати коло з центром B радіуса AD і коло з центром D радіуса a. C — точка перетину кіл. Можна замість першого кола побудувати коло з центром A радіуса d.
5. $ABCD$ — шуканий прямокутник.



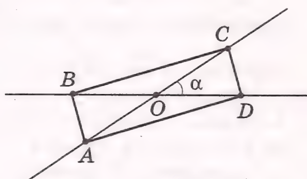
2) 1. Побудувати кут α з вершиною A.
2. На стороні кута відкласти відрізок $AC = d$.
3. Побудувати пряму, перпендикулярну до другої сторони кута, яка проходить через точку C. Основа перпендикулярна D.
4. І спосіб. З точок A і C провести кола радіусами, рівними відрізкам CD і AD відповідно.
ІІ спосіб. Поділити відрізок AC навпіл, через точку перетину провести промінь з точки D і відкласти на ньому відрізок $DB = d$.
5. $ABCD$ — шуканий прямокутник.





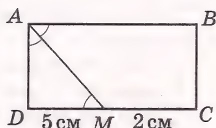
3)



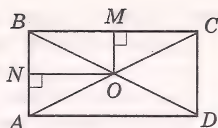


1. Розділити дану діагональ навпіл.
2. Побудувати $\angle O = \alpha$.
3. На сторонах кута O та на їх продовженнях від точки O відкласти відрізки $OA = OB = OC = OD = \frac{1}{2}d$.
4. $ABCD$ — шуканий прямокутник.

365. $\angle BAC = \angle AMD$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січній AM.
Тоді $\angle AMD = \angle DAM$, у ΔADM $AD = DM = 5$ см.
$DC = DM + MC = 5 + 2 = 7$ (см).
$P_{ABCD} = 2(AD + CD) = 2 \cdot (5 + 7) = 24$ (см).
Відповідь: 24 см.



366. В прямокутнику $ABCD$ O — точка перетину діагоналей. $OM \perp BC$, $ON \perp AB$ — відстані від точки O до сторін прямокутника.



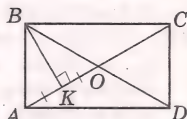
У $\triangle ABD$ $ON \perp AB$, $AD \perp AB$, тоді $ON \parallel AD$. O — середина BD, за теоремою Фалеса N — середина AB.

Отже, ON — середня лінія $\triangle ABD$. $ON = \frac{1}{2}AD$. Аналогічно, в $\triangle ABC$

OM — середня лінія, $OM = \frac{1}{2}AB$. $AB = 2OM$, $AD = 2ON$.

Нехай $OM = x$ см, тоді $ON = (x + 2)$ см. $P_{ABCD} = 2(AB + AD) =$
$= 2(2x + 2(x + 2)) = 4x + 4x + 8 = 8x + 8$; $8x + 8 = 56$; $8x = 48$; $x = 6$.
$AB = 2 \cdot 6 = 12$ (см); $AD = 2 \cdot (6 + 2) = 16$ (см).

Відповідь: 12 см, 6 см.



367. $ABCD$ — прямокутник, $AC = a$ — діагональ, $BK \perp AC$; $AK : KC = 1 : 3$.

Нехай O — точка перетину діагоналей. $AO = OC$,

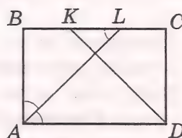
тому $AK = KO = \frac{1}{4}a$ см. Отже, в $\triangle ABO$ висота BK є медіаною, тоді за ознакою рівнобедреного трикутника $AB = BO$. Але $BO = AO$, тому

$AB = BO = OA$, $\triangle ABO$ — рівносторонній. $\angle ABK = \frac{1}{2}\angle ABO = \frac{1}{2} \cdot 60° = 30°$.

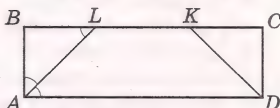
$AB = 2AK = 2 \cdot \frac{1}{4}a = \frac{a}{2}$ (см) (катет проти кута 30°).

Відповідь: $\frac{a}{2}$ см.

368. Можливі два випадки.



$\angle BLA = \angle LAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AL. За умовою $\angle BAL =$ $= \angle LAD$, тому $\angle BAL = \angle BLA$. $\triangle ABL$ — рівнобедрений (за ознакою), $AB = BL = 7$ см.



Аналогічно, у $\triangle KCD$ $KC = CD = 7$ см.

I випадок $BC = AD = BL + KC - KL =$
$= 7 + 7 - 2 = 12$ (см).

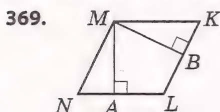
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (7 + 12) = 38$ (см).

II випадок. $BC = AD = BL + LK + KC = 7 + 7 + 2 = 16$ (см).

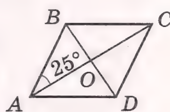
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (7 + 16) = 46$ (см).

Відповідь: 38 см або 46 см.

369.



370.

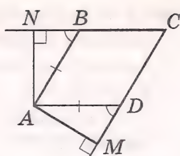


$\angle BAD = 2\angle BAO = 2 \cdot 25° = 50°$.
$\angle C = \angle A = 50°$.
$\angle B = \angle D = 180° - \angle A =$
$= 180° - 50° = 130°$.

Відповідь: 50°, 130°, 50°, 130°.

371. У ромбі $ABCD$ відношення кутів $2 : 3$. Протилежні кути ромба рівні, отже, в умові задачі мова іде про кути, прилеглі до однієї сторони, їх сума — 180°. $2x + 3x = 180$; $5x = 180$; $x = 36$. $\angle A = \angle C = 2 \cdot 36° = 72°$, $\angle B = \angle D = 3 \cdot 36° = 108°$.

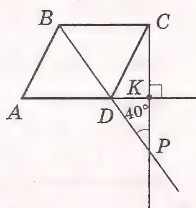
Відповідь: 72°, 108°, 72°, 108°.



372. $ABCD$ — ромб; $AN \perp BC$, $AM \perp CD$ — висоти. $\Delta ABN = \Delta ADM$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AB = AD$ як сторони ромба, $\angle NBA = \angle MDA$ як кути, суміжні з рівними протилежними кутами B і D ромба). З рівності трикутників випливає, що $AN = AM$.

373. Паралелограм, у якого діагоналі перпендикулярні, є ромбом. Всі його сторони рівні $\frac{m}{4}$ см.

Відповідь: $\frac{m}{4}$ см.



374. У ΔBCP $\angle CBD = 90° - \angle P = 90° - 40° = 50°$.

$\angle B = \angle D = 2 \cdot 50° = 100°$;

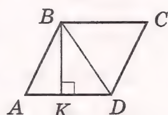
$\angle A = \angle C = 180° - 100° = 80°$.

Відповідь: 100°, 80°.

375. 1) $ABCD$ — ромб, $BK \perp AD$, $BK = 10$ см — висота.

$P_{ABCD} = 80$ см, тоді $AB = BC = CD = AD = 80 : 4 = 20$ (см).

Оскільки катет BK вдвічі менший від гіпотенузи AB, то він лежить напроти кута 30°.



Отже, $\angle A = 30°$, $\angle C = \angle A = 30°$.

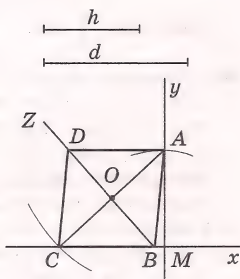
$\angle B = \angle D = 180° - 30° = 150°$.

Відповідь: 30°, 150°.

2) $\angle BDK = \frac{1}{2}\angle D = \frac{1}{2} \cdot 150° = 75°$.

$\angle KBD = 180° - (\angle BKD + \angle BDK) = 180° - (90° + 75°) = 15°$.

Відповідь: 15°.



376. 1. Побудуємо прямі x і y. M — точка їх перетину.

2. Побудуємо коло з центром M і радіусом h. A — точка перетину кола з прямою y.

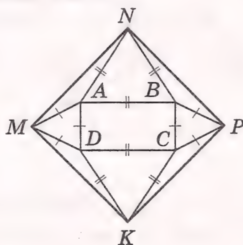
3. Побудуємо коло з центром A і радіусом d. C — точка перетину його з прямою x.

4. З'єднаємо точки A і C. Одержимо діагональ AC, розділимо її навпіл. O — середина AC.

5. Проведемо пряму $z \perp AC$ через точку O. B — точка перетину прямої z і прямої x.

6. Побудуємо коло з центром A радіусом AB. D — точка перетину кола з прямою z.

7. З'єднаємо точки D і C. Одержимо шуканий ромб $ABCD$.



377. $\Delta MAN = \Delta PBN = \Delta MDK = \Delta PCK$ за двома сторонами і кутом між ними ($AM = BP = CP = DM = AD = BC$, $AN = BN = CK = DK = AB = CD$; $\angle MAN = \angle NBP = \angle PCK = \angle MDK = 360° - (60° + 90° + 60°) = 150°$). З рівності трикутників випливає, що $MN = PN = KP = KM$. Отже, $MNPK$ — ромб.

378. $P = 4 \cdot 3 = 12$ (см).

379. $P = 4a$, де a — сторона квадрата.

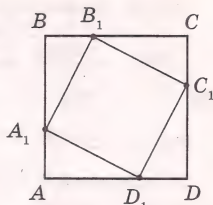
$4a - 3a = a$, $a = 8$ см. $P = 4 \cdot 8 = 32$ (см).

Відповідь: 8 см, 32 см.

380. Провести в колі два взаємно перпендикулярні діаметри. З'єднати послідовно кінці діаметрів.

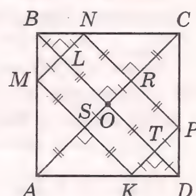
381. Якщо діагональ прямокутника ділить його кут навпіл, то цей прямокутник є ромбом. Ромб, у якого є прямий кут, — це квадрат.

382. $\Delta A_1BB_1 = \Delta B_1CC_1 = \Delta C_1DD_1 = \Delta D_1AA_1$ за двома катетами ($AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ за умовою, $A_1B = B_1C = C_1D = D_1A$ як частини рівних сторін квадрата без рівних відрізків).



Тоді $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = A_1D_1$. $A_1B_1C_1D$ — ромб.
$\angle B_1A_1D_1 = 180° - (\angle D_1A_1A + \angle BA_1B_1)$;
$\angle A_1B_1C_1 = 180° - (\angle CB_1C_1 + \angle BB_1A_1)$;
$\angle B_1C_1D_1 = 180° - (\angle B_1C_1C + \angle DC_1D_1)$;
$\angle C_1D_1A_1 = 180° - (\angle C_1D_1D + \angle A_1D_1A)$.
З рівності трикутників $\angle BA_1B_1 = \angle CB_1C_1 = \angle DC_1D_1 = \angle A_1D_1A$, $\angle BB_1A_1 = \angle CC_1B_1 = \angle DD_1C_1 = \angle AA_1D_1$. Тоді $\angle B_1A_1D_1 = \angle A_1B_1C_1 = \angle B_1C_1D_1 = \angle C_1D_1A_1$. Ромб $A_1B_1C_1D_1$, у якого всі кути рівні, є квадратом.
Відповідь: квадрат.

383. У квадраті $ABCD$ $AC \perp BD$.

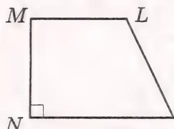


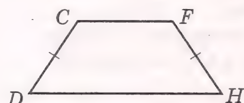
$MN \parallel AC$ за умовою, тоді $MN \perp BD$.

$$\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle B = 90° : 2 = 45°$$

(за властивістю діагоналі квадрата).
У ΔMBN BL — висота і бісектриса, тоді ΔMBN — рівнобедрений і L — середина MN.
У ΔBLN $\angle NBL = \angle BNL = 45°$, тоді $BL = NL$. Аналогічно, розглянувши решту трикутників, отримаємо, що $NR = RC = RP$, $PT = DT = KT$. $KS = AS = MS$. $P_{MNPK} = 2(MN + NP) = 2 \cdot AC = 2d$ (см).
Відповідь: $2d$ см.

384.



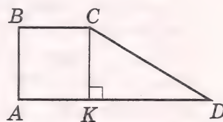


$NMLK$: основи ML і NK, бічні сторони NM і LK.
$DCFH$: основи CF і DH, бічні сторони CD і FH.

385. $P = 8 + 5 + 2 \cdot 5 = 23$ (см). *Відповідь*: 23 см.

386. У рівнобічній трапеції кути при основі рівні, отже, в умові йде мова про кути, прилеглі до бічної сторони. Їх сума становить 180°.
Нехай $\angle 1 = x$, тоді $\angle 2 = x + 20°$. $x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$.
$\angle 1 = 80°$, $\angle 2 = 80° + 20° = 100°$.
Відповідь: 80°, 100°.

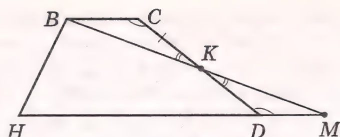
387. У трапеції $ABCD$ $\angle A = \angle B = 90°$. Проведемо $CK \perp AD$. $ABCK$ — прямокутник, $CK = AB$. За умовою $CD = 2AB = 2CK$. Тоді в ΔCKD гіпотенуза CD вдвічі більша за катет CK.



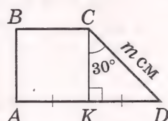
Це означає, що кут D дорівнює 30°. $\angle BCD = 180° - \angle D = 180° - 30° = 150°$.
Відповідь: 90°, 90°, 150°, 30°.

388. Кути при основі рівнобічної трапеції рівні, кути при бічній стороні в сумі становлять 180°.
Нехай $\angle 1 = 4x$, $\angle 2 = 5x$, $4x + 5x = 180$; $9x = 180$; $x = 20$.
Отже, $\angle 1 = 4 \cdot 20° = 80°$, $\angle 2 = 5 \cdot 20° = 100°$. *Відповідь*: 80°, 100°, 100°, 80°.

389. $\Delta BKC = \Delta MKD$ за стороною і прилеглими кутами: $\angle BCK = \angle KDM$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AM$ і січній CD; $CK = KD$ за умовою; $\angle BKC = \angle DKM$ як вертикальні.



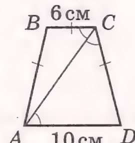
390. $KD = \frac{1}{2}CD = \frac{m}{2}$ як катет, що лежить проти кута 30°.



За умовою $KD = AK$, тоді $AD = 2 \cdot \frac{m}{2} = m$ (см).

Відповідь: m см.

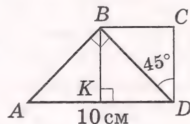
391. У трапеції $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB = CD$. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC. Але за умовою $\angle BCA = \angle ACD$, тому $\angle CAD = \angle ACD$, AC — основа рівнобедреного ΔACD, $CD = AD = 10$ см.



$P_{ABCD} = AD + BC + 2CD = 10 + 6 + 2 \cdot 10 = 36$ (см).

Відповідь: 36 см.

392. Проведемо $BK \perp AD$. У ΔABD $\angle ADB = \angle ADC - \angle BDC = 90° - 45° = 45°$. Тоді $\angle BAD = 45°$ і у ΔABD $AB = BD$. Висота BK є медіаною, проведеною з вершини прямого кута B:



$$BK = AK = KD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ (см)}.$$

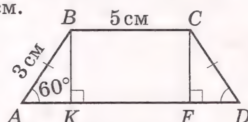
$CD = BK = 5$ см (як відрізки двох перпендикулярів, що містяться між двома паралельними прямими).

ΔBCD — рівнобедрений (він прямокутний і один з гострих кутів — 45°).

$BC = CD = 5$ см. *Відповідь*: $BC = 5$ см, $CD = 5$ см.

393. Проведемо $BK \perp AD$ і $CF \perp AD$.

$\Delta ABK = \Delta DCF$ за гіпотенузою і гострим кутом ($\angle A = \angle D$, $AB = CD$ за умовою).



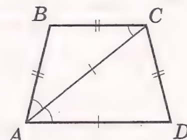
$AK = FD = \frac{1}{2}AB = 1{,}5$ см як катет, що лежить проти кута 30°.

$KBCF$ — прямокутник ($BK \parallel CF$, $BK = CF$, $\angle BKF = 90°$). $KF = BC = 5$ см.

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 3 + 5 + 3 + (1{,}5 + 5 + 1{,}5) = 19$ (см).

Відповідь: 19 см.

394. У ΔABC $AB = BC$, тому $\angle BAC = \angle BCA$. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $AD \parallel BC$ і січній AC. $\angle CDA = \angle BAD$ за умовою.



Нехай $\angle BCA = x$, тоді $\angle BAD = \angle CDA = 2x$.

У ΔACD $AC = AD$ за умовою, тоді $\angle ACD = \angle ADC = 2x$,

$\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = x + 2x = 3x$.

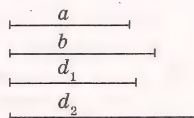
$\angle BCD + \angle ADC = 180°$. Маємо рівняння: $3x + 2x = 180$; $5x = 180$; $x = 36$.

$\angle A = 2 \cdot 36° = 72°$, $\angle B = 3 \cdot 36° = 108°$. $\angle C = \angle B = 108°$, $\angle D = \angle A = 72°$.

Відповідь: 72°, 108°, 108°, 72°.

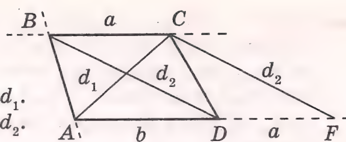
395. Припустимо, що трапецію побудовано.

Проведемо через вершину C пряму, паралельну діагоналі BD, позначимо точку її перетину з основою AD через F. Тоді у ΔACF нам відомі всі сторони: $AC = d_1$, $CF = d_2$, $AF = b + a$. Побудуємо цей трикутник за трьома сторонами, а потім добудуємо до трапеції.



План побудови.

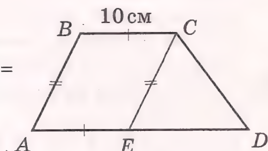
1. Будуємо пряму, відкладаємо на ній відрізки $AB = b$ в $DF = a$.
2. Провести коло з центром A радіуса d_1.
3. Провести коло з центром F радіуса d_2.
4. Точка перетину кіл — C.
5. Провести коло з центром D радіуса d_2.
6. Провести коло з центром C радіуса a.
7. Точка перетину кіл — B.
8. $ABCD$ — шукана трапеція.



396. $ABCE$ — паралелограм (за означенням), $BC = AE$, $CE = AB$.

$P_{\Delta CED} = CE + CD + ED = AB + CD + AD - BC =$
$= AB + CD + AD + BC - 2BC =$
$= P_{ABCD} - 2BC = 56 - 2 \cdot 10 = 36$ (см).

Відповідь: 36 см.



397. 1) $\angle 1 = 40°$, $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot 40° = 20°$;

2) $\angle 2 = 25°$, $\angle 1 = 2 \cdot \angle 2 = 2 \cdot 25° = 50°$.

398. $\angle 1 = 2\angle 2$.

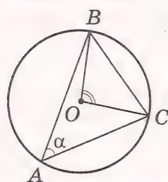
1) $\angle 1 - \angle 2 = 15°$; $2\angle 2 - \angle 2 = 15°$; $\angle 2 = 15°$;

2) $\angle 1 + \angle 2 = 54°$; $2\angle 2 + \angle 2 = 54°$; $3\angle 2 = 54°$; $\angle 2 = 18°$.

399. $\angle A = \frac{1}{2} \cup BC$,

$\cup BC = 2\angle A = 2\alpha$.

$\angle BOC = \cup BC = 2\alpha$.

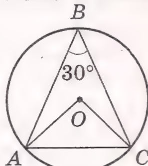


Відповідь: 2α.

400. $\angle ABC = 30°$ — вписаний, $\cup AC = 2\angle ABC = 60°$.

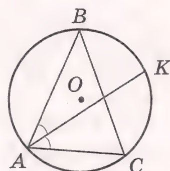
$\angle AOC$ — центральний, $\angle AOC = \cup AC = 60°$.

ΔAOC — рівносторонній ($AO = OC$, $\angle AOC = 60°$, $\angle OAC = \angle OCA = 60°$). Отже, $AC = AO = 2$ см.



Відповідь: 2 см.

401. $\angle BAK = \frac{1}{2} \cup BK$; $\angle CAK = \frac{1}{2} \cup CK$. $\angle BAK = \angle CAK$ за умовою, тоді $\frac{1}{2} \cup BK = \frac{1}{2} \cup CK$; $\cup BK = \cup CK$.



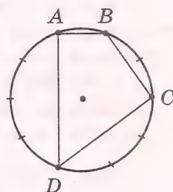
402. $1 + 2 + 3 = 4 = 10$. Коло поділили на 10 частин. Стороні AB чотирикутника відповідає 1 частина, стороні BC — 2, CD — 3 і AD — 4 частини. Дуга, що відповідає одній частині, дорівнює $360° : 10 = 36°$.

$\angle A$ спирається на дугу $\cup AD = 6 \cdot 36° = 216°$.

$\angle A = \frac{1}{2} \cup AD = 216° : 2 = 108°$.

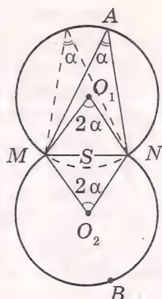
Аналогічно, $\angle B = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 36° = 126°$.

$\angle C = \frac{1}{2} \cup BD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36° = 90°$. $\angle D = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 36° = 54°$.



Відповідь: 108°, 126°, 90°, 54°.

403. Нехай MN — даний відрізок. Побудуємо два трикутника MNO_1 і MNO_2 так, щоб точки O_1 і O_2 лежали по різні боки від прямої MN і $\angle MO_1N = \angle MO_2N = 2\alpha$. Опишемо кола навколо цих трикутників. Розглянемо дугу $\cup MAN$. З будь-якої точки цієї дуги відрізок MN буде видно під тим самим кутом, що вимірюється половиною дуги $\cup MSN$. Під цим же кутом буде видно відрізок і з точок дуги MBN. З жодної іншої точки, що не лежить на жодній з цих дуг, відрізок не можна бачити під кутом α. Отже, геометричне місце точок, з яких даний відрізок MN видно під кутом α, складається з двох дуг кіл, симетрично розміщених відносно даного відрізка.



404. Коло можна вписати в чотирикутник, якщо суми протилежних сторін чотирикутника рівні.

1) $AB + CD = 5 + 4 = 9$ (см); $BC + DA = 3 + 6 = 9$ (см); $AB + CD = BC + DA$. *Відповідь*: так.

2) $AB + CD = 3 + 8 = 11$ (дм); $BC + DA = 7 + 10 = 17$ (дм); $AB + CD \neq BC + DA$. *Відповідь*: ні.

405. 1) $2x + 10x = 12x$; $7x + 5x = 12x$. Суми пар протилежних кутів рівні. *Відповідь*: так.

2) $3x + 8x = 11x$; $5x + 4x = 9x$; $11x \neq 9x$. Суми пар протилежних кутів не рівні. *Відповідь*: ні.

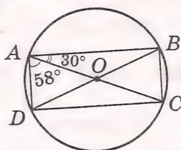
406. $AB + CD = 3 + 10 = 13$ см. Значить, $BC + AD = 13$ см, $AD = 13$ см $-$ $BC = 13$ см $-$ 9 см $= 4$ см. *Відповідь*: 4 см.

407. $\angle ABC + \angle ADC = 100° + 80° = 180°$. Оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює 360°, то сума кутів BAD і BCD теж дорівнює 180°, а значить, навколо даного чотирикутника можна описати коло. Тоді кути BAC і BDC — вписані і спираються на одну й ту саму дугу BC. Отже, $\angle BAC = \angle BDC = 30°$. *Відповідь*: 30°.

408. Нехай $\angle 1 = 3x$, $\angle 2 = 4x$, $\angle 3 = 6x$. Оскільки чотирикутник вписано в коло, то $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$. $\angle 1 + \angle 3 = 3x + 6x = 9x$, $\angle 2 + \angle 4 = 4x + \angle 4$. $4x + \angle 4 = 9x$, звідки $\angle 4 = 9x - 4x = 5x$. $3x + 4x + 6x + 5x = 360$, $18x = 360$, $x = 20$. $\angle 1 = 3 \cdot 20° = 60°$, $\angle 2 = 4 \cdot 20° = 80°$, $\angle 3 = 6 \cdot 20° = 120°$, $\angle 4 = 5 \cdot 20° = 100°$. *Відповідь*: 60°, 80°, 120°, 100°.

409. $\angle ABC = 90°$ як вписаний, що спирається на діаметр AC.

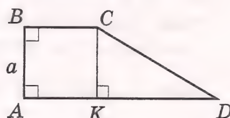
Тоді в ΔABC $\angle ACB = 90° - \angle BAC = 90° - 30° = 60°$. $\angle DBC = \angle CAD = 58°$ як вписані, що спираються на ту саму дугу. З ΔBOC $\angle BOC = 180° - (\angle OBC + \angle OCB) = 180° - (58° + 60°) = 62°$. *Відповідь*: 62°.



410. Сума кутів трапеції, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 180°. $\angle D = x$, $\angle C = 5x$. Тоді $x + 5x = 180$, $6x = 180$, $x = 30$. Отже, $\angle D = 30°$.

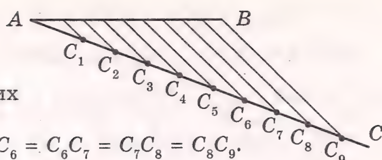
Проведемо $CK \perp AD$. $CK = AB = a$ см як відстані між паралельними прямими.

З ΔKCD $CK = \frac{1}{2}CD$, $CD = 2CK = 2a$.



Оскільки трапеція описана навколо кола, то суми протилежних її сторін рівні. $BC + AD = AB + CD = a + 2a = 3a$. $P_{ABCD} = 2 \cdot 3a = 6a$ (см). *Відповідь*: $6a$ см.

411. $B_1B_2 = B_2B_3$; $A_1A_3 = B_1B_3$.



412. 1. AB — даний відрізок.

2. Промінь AC.

3. На промені AC відкласти 9 рівних відрізків:

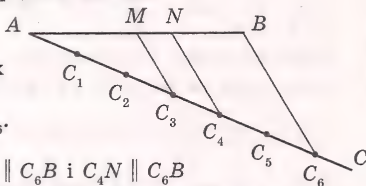
$AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5 = C_5C_6 = C_6C_7 = C_7C_8 = C_8C_9$.

4. Відрізок C_9B.

5. Через точки C_1, ..., C_8 провести прямі, паралельні C_9B до перетину з відрізком AB.

Ці прямі поділять відрізок AB на 9 рівних частин.

413. 1. AB — даний відрізок.



2. Промінь AC.

3. На промені AC відкласти 6 рівних відрізків $(3 + 1 + 2 = 6)$:

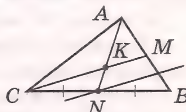
$AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5 = C_5C_6$.

4. Відрізок C_6B.

5. Через точки C_3 і C_4 провести $C_3M \parallel C_6B$ і $C_4N \parallel C_6B$

Оскільки $AC_3 : C_3C_4 : C_4C_6 = 3 : 1 : 2$, то за теоремою Фалеса $AM : MN : NB = 3 : 1 : 2$.

414. Проведемо $NP \parallel CM$. У куті NAB $AK : KN = 2 : 1$ за умовою, тоді за теоремою Фалеса $AM : MP = 2 : 1$.



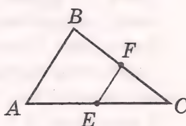
Розглянемо кут ABC. $CM \parallel NP$, $BN : CN = 1 : 1$, тоді за теоремою Фалеса $BP : PM = 1 : 1$.

Отже, $AM = 2MP$, але $MP = PB$, тому $AM = MB$.

415. $2 \cdot 5 = 10$ (см) — за властивістю середньої лінії.

416. Найбільша середня лінія з'єднує середини катетів.

417. $CE = \frac{1}{2}AC$, $AC = 2CE = 2 \cdot 3 = 6$ (см). $CF = \frac{1}{2}BC$,



$BC = 2CF = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

$EF = \frac{1}{2}AB$, $AB = 2EF = 2 \cdot 7 = 14$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 14 + 10 + 6 = 24$ (см). *Відповідь*: 24 см.

418. Середня лінія трикутника дорівнює половині сторони, якій вона паралельна. Тоді сторона рівностороннього трикутника дорівнює $2 \cdot 2$ см $= 4$ см.

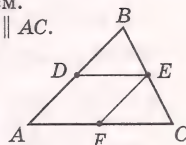
$P_\Delta = 3 \cdot 4 = 12$ (см). *Відповідь*: 12 см.

419. Нехай a — основа, b — бічна сторона.

$P_\Delta = a + 2b$, $a = P_\Delta - 2b$, $a = 20 - 2 \cdot 7 = 6$ (см).

Середня лінія, кінці якої належать бічним сторонам, паралельна основі і дорівнює її половині: 6 см : 2 = 3 см. *Відповідь*: 3 см.

420. DE — середня лінія ΔABC за означенням, тому $DE \parallel AC$.

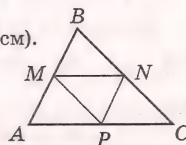


EF — середня лінія ΔABC, $EF \parallel AB$.

Отже, у чотирикутнику $ADEF$ $DE \parallel AF$, $EF \parallel AD$.

Тоді $ADEF$ — паралелограм.

421. Нехай MNP — трикутник, утворений середніми лініями трикутника ABC.



Нехай $AC = 12$ см. $MN \parallel AC$, $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см).

Нехай $MP = 5$ см. $MP \parallel BC$, $MP = \frac{1}{2}BC$,

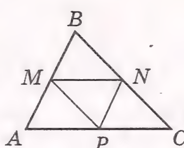
$BC = 2MP = 2 \cdot 5 = 10$ (см). $P_{\Delta MNP} = MN + MP + NP$,

$NP = P_{\Delta MNP} - (MN + MP) = 18 - (6 + 5) = 7$ (см).

$NP \parallel AB,\ NP = \frac{1}{2}AB,\ AB = 2NP = 2 \cdot 7 = 14$ (см). *Відповідь*: 10 см, 14 см.

422. Нехай $P_{AMNP} = 22$ см, $P_{BNPM} = 24$ см, $P_{CPMN} = 26$ см.
$P_{AMNP} = 2AM + 2AP = AB + AC$; $P_{BNPM} = 2BN + 2BM = BC + AB$;
$P_{CPMN} = 2CN + 2CP = BC + AC$.

$$\begin{cases} AB + AC = 22, \\ AB + BC = 24, \\ AC + BC = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} AB = 22 - AC, \\ 22 - AC + BC = 24, \\ AC + BC = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} AB = 22 - AC, \\ -AC + BC = 2, \\ AC + BC = 26; \end{cases} +$$



$$\begin{cases} AB = 22 - AC, \\ 2BC = 28, \\ AC + BC = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} AB = 22 - AC, \\ BC = 14, \\ AC + 14 = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} AB = 10, \\ BC = 14, \\ AC = 12. \end{cases}$$

Отже, $AB = 10$ см, $BC = 14$ см, $AC = 12$ см. $P_{\Delta ABC} = 10 + 14 + 12 = 36$ (см).

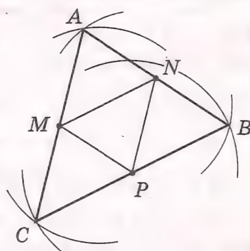
$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см); $NP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см);

$MP = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$ (см). $P_{\Delta MNP} = 6 + 5 + 7 = 18$ (см).

Відповідь: 36 см, 18 см.

423. *I спосіб*. При побудові скористаємось властивістю середньої лінії трикутника. З'єднаємо три точки, які є серединами сторін трикутника. Отримаємо трикутник. Через кожну вершину даного трикутника проводимо пряму, паралельну протилежній стороні. Точки перетину цих прямих утворюють шуканий трикутник.

II спосіб. Нехай M, N і P — задані точки. MNP — трикутник, утворений середніми лініями трикутника ABC. Точка M — середина сторони, яка паралельна NP і вдвічі більша за неї. Вимірюємо циркулем NP і будуємо коло з точки M. Аналогічно, вимірюємо MN і будуємо коло з центром P, і з центром N будуємо коло радіусом MP. Точки перетину кіл — вершини шуканого ΔABC.



424. $ABCD$ — квадрат. M, N, P, K — середини його сторін. $AC = BD = d$ — діагональ квадрата. У ΔABC NP — середня лінія, $NP \parallel AC,\ NP = \frac{1}{2}AC = \frac{d}{2}$.

У ΔACD MK — середня лінія, $MK \parallel AC,\ MK = \frac{1}{2}AC = \frac{d}{2}$.

Дві протилежні сторони чотирикутника $MNPK$ паралельні і рівні. $MNPK$ — паралелограм. Аналогічно, $MN \parallel BD,\ MN = \frac{1}{2}BD = \frac{d}{2}$.

$KP \parallel BD,\ KP = \frac{1}{2}BD = \frac{d}{2}$. Отже, $MNPK$ — ромб. $MN \perp MK$ ($MN \parallel BD$, $MK \parallel AC$, $BD \perp AC$), тоді $MNPK$ — квадрат. $P_{MNPK} = 4 \cdot \frac{d}{2} = 2d$ (см).

Відповідь: квадрат.

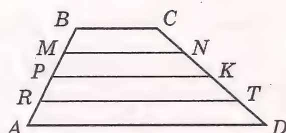
425. $EP = \frac{AD + BC}{2}$.

426. Середня лінія трапеції дорівнює півсумі її основ.
Тоді сума основ: 8 см · 2 = 16 см. $P_{тр.} = 16 + 17 = 33$ (см). *Відповідь*: 33 см.

427. Нехай a і b — основи трапеції. $\begin{cases} a-b=2, \\ \dfrac{a+b}{2}=14; \end{cases}$ $\begin{cases} a-b=2, \\ a+b=28; \end{cases}$ + $2a=30;$

$a = 15$, $15 - b = 1$, $b = 13$. *Відповідь*: 13 см, 15 см.

428. $PK = \dfrac{BC+AD}{2} = \dfrac{20+12}{2} = 16$ (см)



(як середня лінія трапеції $ABCD$);

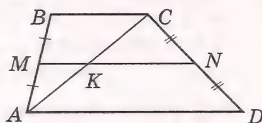
$MN = \dfrac{BC+PK}{2} = \dfrac{12+16}{2} = 14$ (см)

(як середня лінія трапеції $PBCK$);

$RT = \dfrac{PK+AD}{2} = \dfrac{16+20}{2} = 18$ (см) (як середня лінія трапеції $APKD$).

Відповідь: 16 см, 14 см, 18 см.

429. $MN = 18$ см — середня лінія.



Нехай $MK = x$ см, тоді KN $2x$ см.

$x + 2x = 18$; $3x = 18$; $x = 6$.

Отже, $MK = 6$ см, $KN = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

$MN \parallel BC$, $MN \parallel AD$ за властивістю середньої лінії трапеції. За теоремою Фалеса K — середина AC. Тоді MK — середня лінія ΔABC, $BC = 2MK = 2 \cdot 6 = 12$ (см). KN — середня лінія ΔACD, $AD = 2KN = 2 \cdot 12 = 24$ (см). *Відповідь*: 12 см, 24 см.

430. Нехай a і b — основи трапеції, $a > b$, m — її середня лінія. За умовою $m = 3b$, $m = a - 12$. За властивістю середньої лінії трапеції $m = \dfrac{a+b}{2}$,

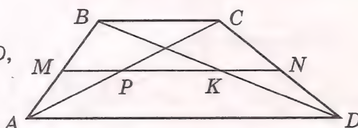
$2m = a + b$. Розглянемо систему рівнянь: $\begin{cases} 3b = a-12, \\ 2 \cdot 3b = a+b; \end{cases}$ $\begin{cases} 3b-a=-12, \\ 6b-a-b-0; \end{cases}$

$\begin{cases} 3b-a=-12, \\ 5b-a=0; \end{cases}$ $-$ $2b = 12$, $b = 6$; $3 \cdot 6 - a = -12$, $a = 30$.

Отже, основи трапеції 6 см і 30 см.

Відповідь: 6 см, 30 см.

431. MN — середня лінія трапеції $ABCD$, AC і BD — її діагоналі.



$MP : PK : KN = 2 : 3 : 2$.

Нехай $MP = 2x$, $PK = 3x$, $KN = 2x$.

У ΔABC M — середина AB, $MP \parallel BC$ (MP — частина MN, $MN \parallel BC$). Тоді за теоремою Фалеса, P — середина AC, MP — середня лінія ΔABC,

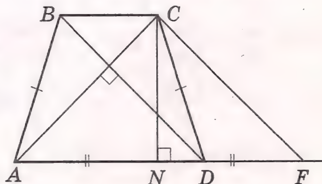
$MP = \dfrac{1}{2}BC$, $BC = 2MP = 2 \cdot 2x = 4x$.

В ΔACD PN — середня лінія, $PN = PK + KN = 3x + 2x = 5x$.

$PN = \dfrac{1}{2}AD$, $AD = 2PN = 2 \cdot 5x = 10x$. $AD : BC = 10x : 4x = 5 : 2$.

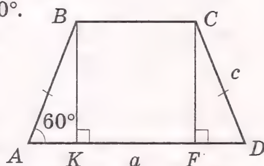
Відповідь: 5 : 2

432. Проведемо через точку C пряму $CF \parallel BD$ і продовжимо пряму AD до перетину з CF. Чотирикутник $BCFD$ — паралелограм ($BC \parallel DF$ як основи трапеції, $BD \parallel CF$ за побудовою). Значить, $CF = BD$, $DF = BC$ і $AF = AD + BC$.



ΔACF — прямокутний (якщо пряма перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, що вона перпендикулярна і другій прямій). Оскільки в рівнобічній трапеції діагоналі рівні, а $CF = BD$, то $CF = AC$, тобто ΔACF — рівнобедрений з основою AF. Значить, його висота CN є медіаною, а оскільки медіана прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, дорівнює її половині, то $CN = \frac{1}{2}AF = \frac{AD + BC}{2}$, тобто висота CN дорівнює середній лінії трапеції.

433. Проведемо $BK \perp AD$, $CF \perp AD$ — висоти трапеції.
У ΔABK $\angle ABK = 90° - \angle BAK = 90° - 60° = 30°$.



Тоді $AK = \frac{1}{2}AB = \frac{c}{2}$ (як катет, що лежить проти кута 30°).
$BK \parallel CF$ ($BK \perp AD$, $CF \perp AD$), $BK = CF$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AB = CD$, $\angle A = \angle D$ за умовою).

Тоді $KBCF$ — паралелограм. $BC = KF = AD - (AK + FD) = a - 2 \cdot \frac{c}{2} = a - c$.

Середня лінія: $\frac{AB + BC}{2} = \frac{a + a - c}{2} = \frac{2a - c}{2} = a - \frac{c}{2}$. *Відповідь*: $a - \frac{c}{2}$.

434. 1, 4.

435. $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $OB = \frac{OA \cdot BD}{AC} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4$.

436. $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $AC = \frac{OA \cdot BD}{OB} = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$.

437. За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$, звідки $DF = \frac{CE \cdot BD}{AC}$.

$DF = \frac{2 \cdot 5}{6} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$ (см). $BF = BD + DF = 5 + 1\frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}$ (см).

Відповідь: $6\frac{2}{3}$ см.

438. $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$; $AC = \frac{CE \cdot BD}{DF} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ (см).

$AE = AC + CE = 6 + 3 = 9$ (см). *Відповідь*: 9 см.

439. $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $OB = \frac{OA \cdot BD}{AC} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ (см); $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$;

$CE = \frac{AC \cdot DF}{BD} = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ (см).

Відповідь: $3\frac{3}{4}$ см, $1\frac{3}{5}$ см.

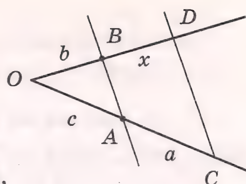
440. $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $OA = \frac{AC \cdot OB}{BD} = \frac{4 \cdot 5}{7} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$; $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$;

$DF = \frac{CE \cdot BD}{AC} = \frac{3 \cdot 7}{4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$.

Відповідь: $2\frac{6}{7}$; $5\frac{1}{4}$.

441. Побудуємо нерозгорнутий кут з вершиною O.

Запишемо рівність $x = \frac{ab}{c}$ у вигляді $\frac{a}{c} = \frac{x}{b}$.



На одній із сторін кута відкладемо відрізок $OA = c$ і $AC = a$, на другій стороні — $OB = b$. Проведемо пряму, паралельну AB. Через точку C проведемо пряму, паралельну AB, яка перетне сторону OB в точці D.

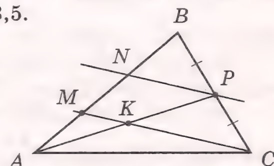
За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$; $x = \frac{ab}{c}$.

442. Див. № 441. $x = \frac{mn}{l}$; $\frac{m}{x} = \frac{l}{n}$.

443. Нехай $OB = x$, тоді $BD = 15 - x$. За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $\frac{4}{6} = \frac{x}{15 - x}$; $2(15 - x) = 3x$; $30 - 2x = 3x$; $5x = 30$; $x = 6$.
$OB = 6$; $BD = 15 - 6 = 9$. *Відповідь*: 6; 9.

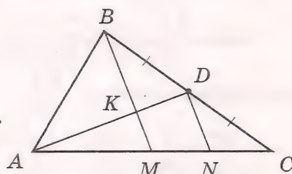
444. Нехай $OA = x$, тоді $AC = x + 1$. За узагальненою теоремою Фалеса $\frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD}$; $\frac{x}{5} = \frac{x+1}{7}$; $7x = 5(x+1)$; $7x = 5x + 5$; $2x = 5$; $x = 2,5$.
$OA = 2,5$; $Ac = 2,5 + 1 = 3,5$. *Відповідь*: 2,5; 3,5.

445. Відрізок CM перетинає медіану AP в точці K. Проведемо$PN \parallel CM$. Розглянемо кут ABC. $BP : BC = 1 : 1$. Тоді за узагальненою теоремою Фалеса $BN : NM = 1 : 1$, тобто N — середина BM. За умовою $AM : MB = 1 : 3$, значить, $AM : MN = 1 : 1,5$.

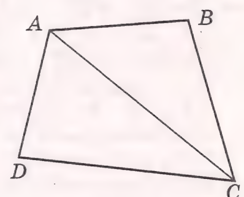


Розглянемо кут BAC. $AM : MN = AK : KP$, $AK : KP = 1 : 1,5$ або $AK : KP = 2 : 3$.
Відповідь: 2 : 3.

446. K — точка перетину відрізків AD і BM. Проведемо $DN \parallel BM$. Кут DAC: $AK : KD = AM : MN$, $AM : MN = 5 : 3$. Кут BCA: $CD : DB = 1 : 1$, $CN : NM = 1 : 1$. Тоді N — середина MC. $AM : MC = 5 : (3 + 3)$; $AM : MC = 5 : 6$.
Відповідь: 5 : 6.

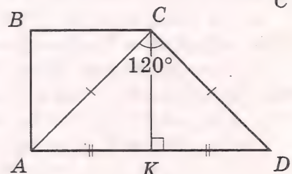


447. $P_{\Delta ABC} = 12$ см, $P_{\Delta ACD} = 14$ см, $AC = 5$ см.
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$,
$AB + BC = P_{\Delta ABC} - AC = 12 - 5 = 7$ (см).
$P_{\Delta ACD} = AD + CD + AC$,
$AD + CD = P_{\Delta ACD} - AC = 14 - 5 = 9$ (см).
$P_{ABCD} = AB + BC + AD + CD = 7 + 9 = 16$ (см).
Відповідь: 16 см.



448. Проведемо $CK \perp AD$. За умовою ΔACD рівнобедрений, $AC = CD$. Тоді CK — висота і медіана: $AK = KD$. $ABCK$ — прямокутник, $BC = AK$. Нехай $BC = x$, тоді$AD = 2AK = 2x$.

Середня лінія: $\frac{BC + AD}{2} = \frac{x + 2x}{2} = \frac{3x}{2}$.



У ΔCKD $\angle DCK = 120° - 90° = 30°$, тоді $KD = \frac{1}{2}CD$ (катет проти кута 30°), $CD = 2KD = 2x$. Відношення середньої лінії до більшої бічної сторони $\frac{3x}{2} : 2x = 3x : 4x = 3 : 4$. *Відповідь*: 3 : 4.

449. $\Delta ABC = \Delta MKL$. 1) $\angle A = \angle M$; 2) $\angle B = \angle K$; 3) $\angle C = \angle L$; 4) $MK = AB$; 5) $ML = AC$; 6) $KL = BC$.

450. Нехай сторони першого трикутника a, b і c, тоді його периметр $P_1 = a + b + c$. Сторони другого трикутника вдвічі більші: $2a$, $2b$ і $2c$. $P_2 = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2P_1$. *Відповідь*: у 2 рази.

451. 1) Так. Сума кутів трикутника 180°. Якщо два з трьох кутів рівні, то і треті кути однакові. 2) Ні. Сторони можуть бути різними.

452. Проведемо кола радіусом рівним стороні квадрата з кожної вершини квадрата. Точки перетину кіл — шукані; ще одна точка — точка перетину діагоналей квадрата. *Відповідь*: 9 точок.

453. $\Delta ABC \sim \Delta MNK$. 1) $\angle A = \angle M$; 2) $\angle B = \angle N$; 3) $\angle C = \angle K$.

454. $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, $\frac{AB}{KL} = 2$. 1) $\frac{AC}{KM} = 2$; 2) $\frac{BC}{LM} = 2$.

455. $\Delta MLP \sim \Delta PNK$. $\frac{ML}{PN} = \frac{MP}{PK}$; $\frac{MP}{PK} = \frac{LP}{NK}$; $\frac{LP}{NK} = \frac{ML}{PN}$.

456. $\Delta MNL \sim \Delta ABC$, $\angle M = 40°$, $\angle B = 80°$. $\angle A = \angle M = 40°$; $\angle N = \angle B = 80°$; $\angle L = \angle C = 180° - (40° + 80°) = 180° - 120° = 60°$.

457. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\angle A = 30°$, $\angle F = 90°$. $\angle D = \angle A = 30°$; $\angle C = \angle F = 90°$; $\angle B = \angle E = 180° - (30° + 90°) = 60°$.

458. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$. 1) $\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{4}$.

459. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, тоді $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. $\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{1}{2}$; $\frac{B_1C_1}{8} = \frac{1}{2}$; $B_1C_1 = \frac{8 \cdot 1}{2} = 4$. $\frac{C_1A_1}{CA} = \frac{1}{2}$; $\frac{C_1A_1}{6} = \frac{1}{2}$; $C_1A_1 = \frac{6 \cdot 1}{2} = 3$. *Відповідь*: 4; 3.

460. $\Delta KLM \sim \Delta K_1L_1M_1$; $\frac{K_1L_1}{KL} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. $\frac{K_1M_1}{KM} = \frac{1}{3}$; $\frac{K_1M_1}{9} = \frac{1}{3}$; $K_1M_1 = \frac{9 \cdot 1}{3} = 3$. $\frac{L_1M_1}{LM} = \frac{1}{3}$; $\frac{L_1M_1}{21} = \frac{1}{3}$; $L_1M_1 = \frac{21 \cdot 1}{3} = 7$. *Відповідь*: 3; 7.

461. Нехай $\Delta ABC \sim A_1B_1C_1$. Оскільки за умовою $AB : BC : AC = 7 : 8 : 9$, то і $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 7 : 8 : 9$. Позначимо $A_1B_1 = 7x$; $B_1C_1 = 8x$; $A_1C_1 = 9x$.
1) За умовою $A_1B_1 = 21$ см. $7x = 21$, $x = 3$. Отже, $B_1C_1 = 8 \cdot 3 = 24$ (см), $A_1C_1 = 9 \cdot 3 = 27$ (см).
Відповідь: 24 см, 27 см.
2) За умовою $A_1C_1 - B_1C_1 = 5$ см. $9x - 8x = 5$, $x = 5$. $A_1B_1 = 7 \cdot 5 = 35$ (см); $B_1C_1 = 8 \cdot 5 = 40$ (см); $A_1C_1 = 9 \cdot 5 = 45$ (см). *Відповідь*: 35 см, 40 см, 45 см.
3) За умовою $A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 = 48$ см. $7x + 8x + 9x = 48$; $24x = 48$; $x = 2$. $A_1B_1 = 7 \cdot 2 = 14$ (см); $B_1C_1 = 8 \cdot 2 = 16$ (см); $A_1C_1 = 9 \cdot 2 = 18$ (см). *Відповідь*: 14 см, 16 см, 18 см.

462. Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Оскільки за умовою $AB : BC : CA = 5 : 6 : 9$, то і $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 5 : 6 : 9$. Позначимо $A_1B_1 = 5x$; $B_1C_1 = 6x$; $C_1A_1 = 9x$.
1) За умовою $C_1A_1 = 18$ см, $9x = 18$, $x = 2$. $A_1B_1 = 5 \cdot 2 = 10$ (см); $B_1C_1 = 6 \cdot 2 = 12$ (см). *Відповідь*: 10 см, 12 см.

2) За умовою $B_1C_1 - A_1B_1 = 3$ см. $6x - 5x = 3$, $x = 3$. $A_1B_1 = 5 \cdot 3 = 15$ (см); $B_1C_1 = 6 \cdot 3 = 18$ (см); $C_1A_1 = 9 \cdot 3 = 27$ (см). *Відповідь*: 15 см, 18 см, 27 см.
3) За умовою $A_1B_1 + B_1C_1 + C_1A_1 = 100$ см. $5x + 6x + 9x = 100$; $20x = 100$; $x = 5$.

463. У рівносторонньому ΔABC $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$, $AB = BC = AC$, тобто $AB : BC : AC = 1 : 1 : 1$. У рівносторонньому $\Delta A_1B_1C_1$ $\angle A_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 60°$, $A_1B_1 = B_1C_1 = A_1C_1$, тобто $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 1 : 1 : 1$. Отже, $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за означенням, оскільки всі кути у трикутників рівні, а $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = AB : BC : AC$.
В § 13 було доведено, що відношення периметрів подібних трикутників дорівнює відношенню відповідних сторін. Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Оскільки за умовою $AB : BC : AC = 2 : 3 : 4$, то і $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 2 : 3 : 4$.
Позначимо $AB = 2x$, $BC = 3x$, $AC = 4x$. $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{2}{3}$, тоді $\frac{4x}{A_1C_1} = \frac{2}{3}$;

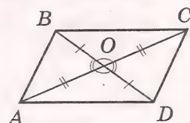
$A_1C_1 = \frac{4x \cdot 3}{2} = 6x$. За умовою $AC + A_1C_1 = 20$ см; $4x + 6x = 20$; $10x = 20$, $x = 2$.
$AB = 2 \cdot 2 = 4$ (см); $BC = 3 \cdot 2 = 6$ (см); $AC = 4 \cdot 2 = 8$ (см). $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$;

$\frac{4}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$; $A_1B_1 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ (см); $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{2}{3}$; $\frac{6}{B_1C_1} = \frac{2}{3}$; $B_1C_1 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ (см).
$A_1C_1 = 6 \cdot 2 = 12$ (см).
Відповідь: 4 см, 6 см, 8 см і 6 см, 9 см, 12 см.

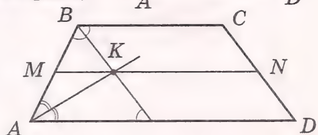
465. Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Оскільки за умовою $AB : BC : CA = 3 : 4 : 5$, то і $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 3 : 4 : 5$. Позначимо $AB = 3x$, $BC = 4x$, $AC = 5x$.
$\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{4}{3}$; $A_1B_1 = \frac{3x \cdot 3}{4} = 2,25x$. $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{4}{3}$; $B_1C_1 = \frac{4x \cdot 3}{4} = 3x$.

$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{4}{3}$; $A_1C_1 = \frac{5x \cdot 3}{4} = 3,75x$.
За умовою $AB + A_1B_1 = 21$ см; $3x + 2,25x = 21$; $5,25x = 21$; $x = 4$.
$AB = 3 \cdot 4 = 12$ (см), $BC = 4 \cdot 4 = 16$ (см); $AC = 5 \cdot 4 = 20$ (см).
$A_1B_1 = 2,25 \cdot 4 = 9$ (см); $B_1C_1 = 3 \cdot 4 = 12$ (см); $A_1C_1 = 3,75 \cdot 4 = 15$ (см).
Відповідь: 12 см, 16 см, 20 см і 9 см, 12 см, 15 см.

466. $\Delta BOC = \Delta DOA$ за двома сторонами і кутом між ними ($BO = OD$, $AO = OC$, $\angle BOC = \angle DOA$ як вертикальні). Аналогічно, $\Delta ABD = \Delta CDB$. $\Delta ABD = \Delta CDB$, $\Delta ABC = \Delta CDA$ за трьома сторонами (діагональ — спільна, $AB = CD$, $BC = AD$ як протилежні сторони).

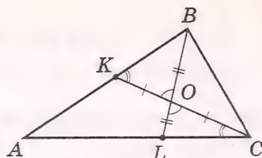


467. Нехай бісектриса кута ABC перетинає сторону AD у точці S. Тоді ΔABS — рівнобедрений з основою BS ($\angle CBS = \angle BSA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній BS, тоді $\angle ABS = \angle BSA$, $AB = AS$).



Значить, його бісектриса AK є також медіаною, тобто K — середина BS. Якщо MN — середня лінія трапеції, то $MN \parallel AD$. Оскільки M і K — середини сторін AB і BS, то MK — середня лінія ΔABS і $MK \parallel AS$. Оскільки через точку M можна провести лише одну пряму, паралельну даній, то точка K лежить на середній лінії трапеції.

468. $\angle AKL = \angle ABC$, $\angle ALK = \angle ACB$ як відповідні.



469. Припустимо, що точка O перетину відрізків BL і KC ділить кожний із них навпіл. Тоді $KO = OC$, $BO = OL$, $\angle KOB = \angle COL$ як вертикальні, $\Delta KOB = \Delta COL$ за двома сторонами і кутом між ними. З рівності трикутників випливає рівність відповідних кутів: $\angle BKO = \angle LCO$, але ці кути є внутрішніми різносторонніми при прямих AB і AC та січній KC. Тоді $AB \parallel AC$, що суперечить умові. Отже, наше припущення хибне. Точка перетину відрізків не може ділити кожний із них навпіл.
Відповідь: ні.

470. *Відповідь*: 2. **471.** *Відповідь*: 2. **472.** *Відповідь*: 2, 4.

473. 1) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.

$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за третьою ознакою. 2) $\angle A = \angle A_1 = 20°$,

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.

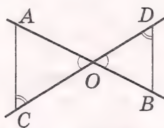
$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за другою ознакою. 3) $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (30° + 40°) = 110°$. $\angle A_1 = 180° - (\angle B_1 + \angle C_1) = 180° - (40° + 110°) = 30°$. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за першою ознакою.

474. 1) $\angle M = \angle M_1$; $\frac{MN}{M_1N_1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{MK}{M_1K_1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

$\Delta MNK \backsim \Delta M_1N_1K_1$ за двома сторонами і кутом між ними.
2) $\angle M_1 = 180° - (\angle N_1 + \angle K_1) = 180° - (40° + 50°) = 90°$. $\angle M = \angle M_1 = 90°$; $\angle N = \angle N_1 = 50°$. $\Delta MNK \backsim \Delta M_1N_1K_1$ за двома рівними кутами.

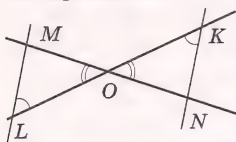
3) $\frac{MN}{M_1N_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{NK}{N_1K_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $\frac{MK}{M_1K_1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

$\Delta MNK \backsim \Delta M_1N_1K_1$ за трьома сторонами.

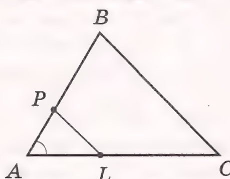


475. $\Delta AOC \backsim \Delta BOD$ за двома кутами: $\angle AOC = \angle BOD$ як вертикальні; $\angle ACO = \angle BDO$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AC і BD і січній CD.

476. $\Delta MOL \backsim \Delta NOK$ за двома кутами: $\angle MLO = \angle NKO$ за умовою, $\angle MOL = \angle KON$ як вертикальні.



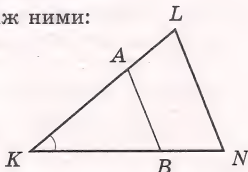
477. $\Delta APL \backsim \Delta ABC$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle A$ — спільний; $\frac{AB}{AP} = \frac{3}{1}$, $\frac{CA}{AL} = \frac{3}{1}$ за умовою.



478. $\Delta KAB \backsim \Delta KLN$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle K$ — спільний;

$KL : AK = KL : \frac{2}{3}KL = 3 : 2$;

$KN : KB = KN : \frac{2}{3}KN = 3 : 2$.



479. 1) $AB : BC : CA = 3 : 4 : 6$; $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 6 : 8 : 11$.
$AB : BC : CA \neq A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1$. *Відповідь*: ні.
2) $\angle A_1 = x$, $\angle B_1 = 2x$, $\angle C_1 = 3x$. $x + 2x + 3x = 180$, $6x = 180$, $x = 30$.
$\angle A_1 = 30°$, $\angle B_1 = 2 \cdot 30° = 60°$, $\angle C_1 = 3 \cdot 30° = 90°$. $\angle A = \angle A_1 = 30°$, $\angle B = \angle B_1 = 60°$. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома кутами.

480. 1) $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 8 : 6 : 14 = 4 : 3 : 7$.
$AB : BC : CA = A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 4 : 3 : 7$.
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за трьома сторонами.

482. На мал.136 $\angle BLK = BCA$, $\angle B$ — спільний. $\Delta ABC \sim \Delta KBL$ за двома кутами. На мал. 137 $\angle PMT = 180° - 110° = 70°$.
$\angle PMT = \angle HKN$, $PM : MT = HK : KN$. $\Delta PMT \sim \Delta HKN$ за двома сторонами і кутом між ними. На мал. 138 $\angle ABC = \angle FTC$, $\angle C$ — спільний. $\Delta ABC \sim \Delta FTC$ за двома кутами.

483. $\angle AOB = \angle COD$ як вертикальні; $\angle ABD = \angle BDC$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB і CD і січній BD.
$\Delta AOB \sim \Delta COD$ за двома кутами.

484. $\angle DOC = \angle AOB$ як вертикальні, $\angle CDO = \angle OBA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB і DC і січній BD.
Тоді $\Delta COD \sim \Delta AOB$ за двома кутами. У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні.

$$\frac{CD}{AB} = \frac{DO}{OB}; \quad OB = \frac{AB \cdot DO}{CD} = \frac{10 \cdot 4}{5} = 8 \text{ (см)}.$$

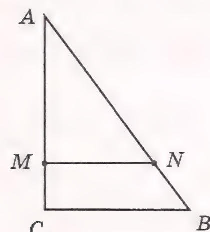
Відповідь: 8 см.

485. Рисунок як у № 484. $\angle DOC = \angle AOB$ як вертикальні, $\angle CDO = \angle OBA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB і DC і січній BD. Тоді $\Delta COD \sim \Delta AOB$ за двома кутами.
У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні.

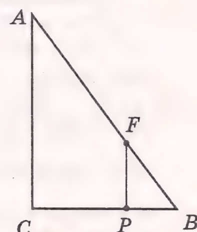
$$\frac{DO}{OB} = \frac{CD}{AB}; \quad AB = \frac{OB \cdot CD}{DO} = \frac{9 \cdot 2}{6} = 6 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 6 см.

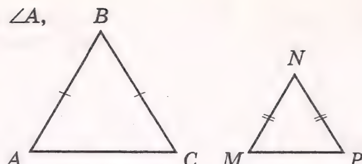
486. $\Delta ABC \sim \Delta ANM$ за двома сторонами і кутом між ними ($\angle A$ спільний, $\frac{AM}{AC} = \frac{3}{4}$; $\frac{AN}{AB} = \frac{3}{4}$; за умовою).
У подібних трикутників відповідні кути рівні $\angle AMN = \angle ACB = 90°$.



487. $\Delta ABC \sim FBP$ за двома сторонами і кутом між ними ($\angle B$ спільний, $BP = \frac{1}{3}BC$, $BF = \frac{1}{3}$. за умовою).
У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні.
$\frac{AB}{FB} = \frac{BC}{BP} = \frac{AC}{FP} = \frac{3}{1}$, звідки
$PF = \frac{1}{3}CA$.



488. $\angle A = \angle M$ за умовою. Оскільки $\angle C = \angle A$, $\angle P = \angle M$ за властивістю рівнобедреного трикутника, то $\angle P = \angle C$. $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ за двома кутами. $MN : MP = 5 : 2$, тому $AB : AC = 5 : 2$. Позначимо $AB = 5x$, $AC = 2x$.



Тоді $5x + 5x + 2x = 36$. $12x = 36$, $x = 3$. $AB = 5 \cdot 3 = 15$ (см), $AC = 2 \cdot 3 = 6$ (см). *Відповідь*: 15 см, 15 см. 6 см.

489. (Див. рис. до №488.) $\angle ABC = \angle MNP$, $\dfrac{AB}{BC} = 1$, $\dfrac{MN}{NP} = 1$,

отже $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ за двома сторонами і кутом між ними.

$\dfrac{MP}{MN} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{1}{2}$.

Нехай $AC = x$, тоді $AB = BC = 2x$, $x + 2x = 30$, $3x = 30$, $x = 10$. $AC = 10$ см, $AB = BC = 2 \cdot 10 = 20$ (см). *Відповідь*: 10 см, 20 см, 20 см.

490. На мал. 139 $\Delta AMN \sim \Delta BCM$ за двома кутами ($\angle AMN = \angle CMB$ як вертикальні, $\angle ANM = \angle BCM$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих ND і BC і січній NC). На мал. 140 $\Delta BKC \sim \Delta DCL$ за двома кутами ($\angle KCB = \angle CLD$ як відповідні при паралельних прямих BC і AL і січній KL, $\angle BKC = \angle LCD$ як відповідні при паралельних прямих AK і CD та січній KL). На мал. 141: 1) $\Delta BPF \sim \Delta CKF$ за двома кутами ($\angle PFB = \angle CFK$ як вертикальні, $\angle PBF = \angle FCK$ як внутрішні різносторонні при $AP \parallel CD$ і січній BC). 2) $\Delta FCK = LDK$ за двома кутами ($\angle FKC = \angle LKD$ як вертикальні, $\angle CFK = \angle KLD$ як внутрішні різносторонні при $DC \parallel AL$ і січній FL). 3) З доведеного в 1–2 випливає, що $\Delta BPT \sim \Delta CKT \sim \Delta DKL$.

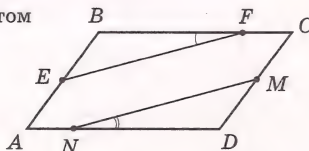
491. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні рівносторонні при паралельних прямих BC AD і січній AC. $\angle ABC = \angle ACD$ за умовою. Тоді $\Delta ABC \sim \Delta DCA$ за двома кутами. У подібних трикутників сторони пропорційні:

$\dfrac{BC}{CA} = \dfrac{CA}{AD}$, звідки $CA \cdot CA = BC \cdot AD$, $CA^2 = BC \cdot AD$.

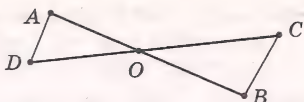
492. Нехай кути першого трикутника $2a$, $3a$ і $4a$. $2a + 3a + 4a = 180$, $9a = 180$, $a = 20$. $\angle 1 = 2 \cdot 20° = 40°$, $\angle 2 = 3 \cdot 20° = 60°$, $\angle 3 = 4 \cdot 20° = 80°$. Кути другого трикутника дорівнюють x, $x + 20°$, $x - 20°$. $x + x + 20 + x - 20 = 180$; $3x = 180$, $x = 60$. $\angle 1 = 60°$, $\angle 2 = 60° + 20° = 80°$, $\angle 3 = 60° - 20° = 40°$. Всі кути даних трикутників рівні, значить трикутники подібні. *Відповідь*: так.

493. Нехай кути першого трикутника дорівнюють a, $3a$ і $2a$. Тоді $a + 3a + 2a = 180$, $6a = 180$, $a = 30$. $\angle 1 = 30°$, $\angle 2 = 3 \cdot 30° = 90°$, $\angle 3 = 2 \cdot 30° = 60°$. У другого трикутника один кут 90°, менший із двох інших дорівнює x, другий — $2x$. $x + 2x = 90$, $3x = 90$, $x = 30$. Отже, два інші кути 30° і $2 \cdot 30° = 60°$. У даних трикутників всі кути рівні, значить, трикутники подібні. *Відповідь*: так.

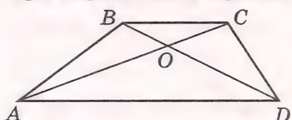
494. $\Delta EBF \sim \Delta MDN$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle B = \angle D$ як протилежні кути паралелограма, $\dfrac{EB}{BF} = \dfrac{DM}{DN}$ за умовою. З подібності трикутників $\angle BFE = \angle DNM$.



495. $\Delta AOD \sim \Delta BOC$ за двома сторонами і кутом між ними ($\angle AOD = \angle COB$ як вертикальні, $\frac{AO}{OB} = \frac{DO}{OC}$). У подібних трикутників відповідні кути рівні: $\angle BCO = \angle ADO$.



496. $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за двома кутами ($\angle BOC = \angle DOA$ як вертикальні, $\angle CBO = \angle ODA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній DB).



Середня лінія трапеції дорівнює $\frac{AD + BC}{2}$.

За умовою $\frac{AD + BC}{2} = 22$ см,

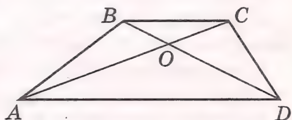
$AD + BC = 44$ см. Нехай $AD = x$ см, тоді $BC = (44 - x)$ см.

З подібності трикутників $\frac{DO}{OB} = \frac{DA}{CB}$. $\frac{7}{4} = \frac{x}{44 - x}$; $4x = 308 - 7x$;

$11x = 308$; $x = 28$. Отже, $AD = 28$ см, $BC = 44 - 28 = 16$ (см).

Відповідь: 16 см і 28 см.

497. $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за двома кутами ($\angle BOC = \angle DOA$ як вертикальні, $\angle CBO = ODA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній DB).



Нехай $BO = x$ см, тоді $OD = (x + 3)$ см.

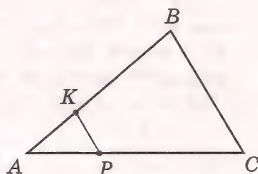
З подібності трикутників

$\frac{BO}{OD} = \frac{BC}{AD}$. $\frac{x}{x+3} = \frac{5}{11}$;

$11x = 5x + 15$; $6x = 15$; $x = 2{,}5$. $BO = 2{,}5$ см, $OD = 2{,}5 + 3 = 5{,}5$ (см).

Відповідь: 2,5 см, 5,5 см.

498. $\frac{CK}{CA} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$; $\frac{CP}{CB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

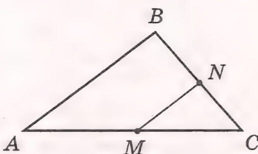


1) $\Delta CKP \sim \Delta CAB$ за двома сторонами і кутом між ними ($\frac{CK}{CA} = \frac{CP}{CB}$, $\angle C$ — спільний).

2) $AB \parallel KP$, оскільки $\angle CKP = \angle CAB$, а ці кути відповідні при прямих KP і AB і січній AC.

3) $\frac{PK}{BA} = \frac{1}{3}$; $PK = \frac{AB \cdot 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$ (см).

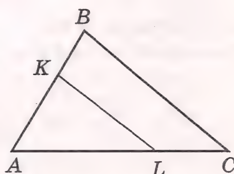
499. $\Delta MNC \sim \Delta ABC$ (лема). $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MC}$. Нехай $MC = x$ см, тоді $AC = MC + AM = (x + 2)$ см.



$\frac{10}{4} = \frac{x+2}{x}$; $10x = 4x + 8$; $6x = 8$;

$x = 1\frac{1}{3}$; $AC = 1\frac{1}{3} + 2 = 2\frac{1}{3}$ (см). *Відповідь*: $2\frac{1}{3}$ см.

500. $\Delta AKL \sim \Delta ABC$ (лема). $\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{KL}$. Нехай $AK = x$ см, тоді $AB = AK + KB = (x + 6)$ см.



$\frac{x+6}{x} = \frac{12}{9}$; $9(x + 6) = 12x$; $9x + 54 = 12x$;

$3x = 54$; $x = 24$. $AB = 24 + 6 = 30$ (см).

Відповідь: 30 см.

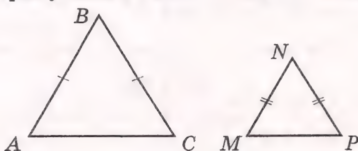
501. $\Delta ABC \sim \Delta BDC$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle C$ — спільний,

$\frac{AC}{CB} = \frac{9+16}{20} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$; $\frac{CB}{CD} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$.

502. $\Delta ABD \sim \Delta CBA$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle B$ — спільний,

$\frac{AB}{CB} = \frac{2}{1}$; $\frac{BD}{BA} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$.

503. За наслідком з ознаки подібності трикутників $\Delta ABC \sim \Delta MNP$. Слід розглянути два випадки.



1) $\frac{MN}{MP} = \frac{4}{7}$. Тоді і $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{7}$.

Нехай $AB = BC = 4x$, $AC = 7x$.

$AB + BC + AC = 90$ см;

$4x + 4x + 7x = 90$; $15x = 90$; $x = 6$.

$AB = BC = 4 \cdot 6 = 24$ (см), $AC = 7 \cdot 6 = 42$ (см).

Відповідь: 24 см, 24 см, 42 см.

2) $\frac{MN}{MP} = \frac{4}{7}$, тоді і $\frac{AC}{AB} = \frac{4}{7}$. Нехай $AB = BC = 7x$, $AC = 4x$.

$AB + BC + AC = 90$ см. $7x + 7x + 4x = 90$; $18x = 90$; $x = 5$.

$AB = BC = 7 \cdot 5 = 35$ (см), $AC = 4 \cdot 5 = 20$ (см).

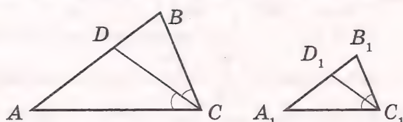
Відповідь: 35 см, 35 см, 20 см.

504. (Див. рис. до №488.) За наслідком з теореми про ознаки подібності трикутників $\Delta ABC \sim \Delta MNP$. Розглянемо два випадки.

1) $MN : MP = 5 : 8$, тоді $AB : AC = 5 : 8$. $AB = BC = 5x$, $AC = 8x$. За умовою $5x + 5x + 8x = 126$; $18x = 126$; $x = 7$. $AB = BC = 5 \cdot 7 = 35$ (см), $AC = 8 \cdot 7 = 56$ (см). *Відповідь*: 35 см, 35 см, 56 см.

2) $MP : MN = 5 : 8$, тоді $AC : AB = 5 : 8$. $AB = BC = 8x$, $AB = 5x$. За умовою $8x + 8x + 5x = 126$, $21x = 126$, $x = 6$. $AB = BC = 8 \cdot 6 = 48$ (см), $AC = 5 \cdot 6 = 30$ (см).

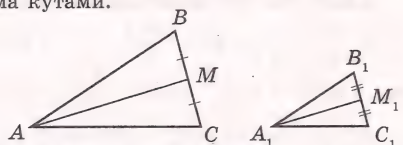
Відповідь: 48 см, 48 см, 30 см.



505. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, тоді $\angle C = \angle C_1$,

$\frac{1}{2}\angle C = \frac{1}{2}C_1$; $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$,

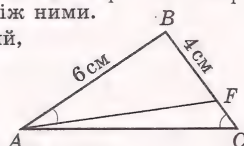
$\angle A = \angle A_1$. $\Delta ADC \sim \Delta ADC_1$ за двома кутами.



506. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, тоді $\angle C = \angle C_1$,

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}B_1C_1} = \frac{MC}{M_1C_1}.$$

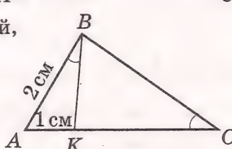
$\Delta AMC \sim \Delta A_1M_1C_1$ за двома сторонами і кутом між ними.



507. $\Delta BAF \sim \Delta BCA$ за двома кутами ($\angle B$ — спільний, $\angle BAF = \angle BCA$ за умовою).

$\frac{BF}{AB} = \frac{AB}{BC}$; $BC = \frac{AB \cdot AB}{BF}$; $BC = \frac{6 \cdot 6}{4} = 9$ (см).

Відповідь: 9 см.

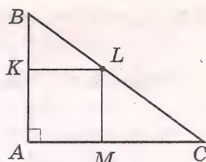


508. $\Delta ABC \sim \Delta AKB$ за двома кутами ($\angle A$ — спільний, $\angle ABK = \angle C$ за умовою).

$\frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AB}$; $AC = \frac{AB^2}{AK}$; $AC = \frac{2^2}{1} = 4$ (см).

$KC = AC - AK = 4 - 1 = 3$ (см). *Відповідь*: 3 см.

509. $AB = a$, $AC = b$. Нехай $AK = KL = LM = AM = x$.



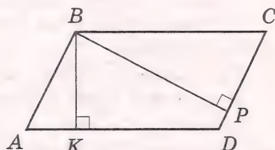
У ΔBKL $\angle BLK = 90° - \angle B$.
У ΔABC $\angle C = 90° - \angle B$. Отже, $\angle BLK = \angle C$, тоді за наслідком з теореми про ознаки подібності трикутників $\Delta BKL \backsim \Delta LMC$.

$\frac{BK}{KL} = \frac{LM}{MC}$; $\frac{a-x}{x} = \frac{x}{b-x}$; $(a - x)(b - x) = x^2$;

$ab - ax - bx + x^2 = x^2$; $ab = ac + bx$; $ab = (a + b)x$; $x = \frac{ab}{a+b}$.

Відповідь: $\frac{ab}{a+b}$ см.

510. В паралелограмі $ABCD$ $BK \perp AD$, $BP \perp CD$.

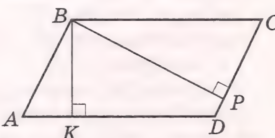


$BP : BK = 5 : 3$. За умовою $2(AB + BC) = 24$, $AB + BC = 12$. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = (12 - x)$ см. $\Delta ABK \backsim \Delta CBP$ ($\angle A = \angle P$).

$\frac{AB}{BC} = \frac{BK}{BP}$; $\frac{x}{12-x} = \frac{3}{5}$;

$5x = 36 - 3x$; $8x = 36$; $x = 4{,}5$. $AB = 4{,}5$ см, $BC = 12 - 4{,}5 = 7{,}5$ (см).
Відповідь: 4,5 см, 7,5 см.

511. У паралелограмі $ABCD$ $BK \perp AD$, $BP \perp CD$ — висоти. $BK = 4$ см, $BP = 8$ см. $\Delta ABK \backsim \Delta CBP$ за наслідком з ознаки подібності за двома кутами. Тоді $\frac{AB}{BK} = \frac{BC}{BP}$.

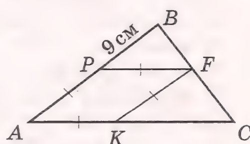


За умовою $2(AB + BC) = 30$ см. $AB + BC = 15$ см.

Якщо $AB = x$ см, то $BC = (15 - x)$ см. $\frac{x}{4} = \frac{15-x}{8}$; $8x = 60 - 4x$;

$12x = 60$; $x = 5$. $AB = 5$ см, $BC = 15 - 5 = 10$ (см).
Відповідь: 5 см, 10 см.

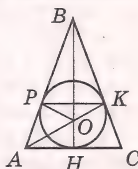
512. $\Delta PBF \backsim \Delta KFC$ за двома кутами ($\angle BPF = \angle A$, $\angle FKC = \angle A$ як відповідні, тоді $\angle BPF = \angle FKC$; $\angle BFP = \angle C$ як відповідні). $\frac{PB}{PF} = \frac{KF}{KC}$;



$PF \cdot KF = PB \cdot KC$; $PF^2 = 9 \cdot 4$; $PF = 6$ (см).
Відповідь: 6 см.

513. Нехай P і K — точки дотику вписаного кола з бічними сторонами AB і BC рівнобедреного ΔABC, H — точка дотику з основою. $\Delta APO = \Delta AHO$ за катетом і гіпотенузою (AO — спільна гіпотенуза, $PO = HO$ як радіуси).

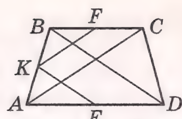
Тоді $AP = AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ (см),



$BP = AB - AP = 10 - 3 = 7$ (см).
Оскільки $BP = BK$, то $\Delta PBK \backsim \Delta ABC$ за кутом при вершині: $\frac{PK}{AC} = \frac{BP}{AB}$; $PK = \frac{AC \cdot BP}{AB} = \frac{6 \cdot 7}{10} = 4{,}2$ (см).
Відповідь: 4,2 см.

514. Середня лінія трикутника дорівнює половині сторони, якій вона паралельна. Якщо всі три середні лінії рівні, то всі сторони трикутника також рівні, а його кути дорівнюють по 60°.

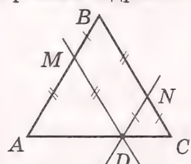
515. Проведемо діагоналі AC і BD трапеції $ABCD$. K — середина AB, F — середина BC за умовою.



Отже, KF — середня лінія ΔABC, $KF = \frac{1}{2}AC$.

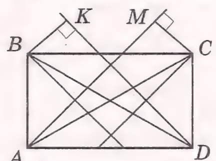
Аналогічно, KE — середня лінія ΔABD, $KE = \frac{1}{2}BD$. Оскільки в рівнобічній трапеції діагоналі рівні, то $KF = KE$ як половини рівних відрізків.

516. $MD \parallel DN$ за умовою. Тоді $\angle AMD = \angle B$ як відповідні при паралельних прямих MD і BC і січній AB. Аналогічно, $\angle DNC = \angle B$ як відповідні при паралельних прямих DN і AB і січній BC. Отже, $\angle AMD = \angle DNC$. Паралельні сторонам прямі MD і DN відтинають від ΔABC трикутники AMD і DNC, подібні йому.



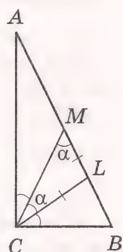
Тоді $\Delta AMD \sim \Delta DNC$ за кутом при вершині. $AM = MD$, $DN = NC$.
$P_{MBND} = MB + BN + ND + MD = MB + AM + BN + NC = AB + BC = 2a$ (см).
Відповідь: $2a$ см.

517. Оскільки бісектриси сусідніх кутів паралелограма перетинаються під прямим кутом, то при їх перетині утворюється прямокутник.
Проведемо з вершин B і C прямокутника $ABCD$ перпендикуляри BK і CM на бісектриси кутів D і A відповідно.



З рівності прямокутних трикутників AMC і DKB (за гіпотенузою і гострим кутом) випливає, що $MC = KB$. Довжини цих відрізків — це відстані між бісектрисами протилежних кутів прямокутника $ABCD$, тобто довжини сторін утвореного прямокутника. Отже, сторони утвореного прямокутника рівні, тоді це квадрат.

518. У ΔABC ($\angle C = 90°$) CM — медіана, CL — бісектриса.
Оскільки $CM = MB = AM$, то $CM \neq CL$.
Отже, у ΔCML $CL = ML$. Тоді $\angle CML = \angle MCL = \alpha$.
$\angle CLB = 2\alpha$ як зовнішній.
У ΔCAL $\angle ACL = 45°$, $\angle A = \angle ACM = 45° - \alpha$.
У ΔABC $\angle B = 90° - \angle A = 90° - (45° - \alpha) = 45° + \alpha$.
У ΔCLB $\angle LCB + \angle CLB + \angle B = 180°$;
$45° + 2\alpha + 45° + \alpha = 180°$; $3\alpha = 90°$; $\alpha = 30°$.
Тоді $\angle A = 45° - 30° = 15°$.
Відповідь: так, $15°$.



519. 1) MK; 2) PK.

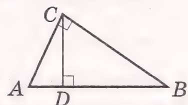
520. 2; 4.

521. 1) $NK^2 = PK \cdot KM$; 2) $NM^2 = PM \cdot KM$; 3) $PK \cdot PM = NP^2$; 4) $PK \cdot KM = NK^2$.

522. 1) $k^2 = 2 \cdot 8 = 16$; $16 = 4^2$; $k = 4$; 2) $k^2 = 27 \cdot 3 = 81$; $81 = 9^2$; $k = 9$.

523. 1) $k^2 = 16 \cdot 1 = 16$; $16 = 4^2$; $k = 4$; 2) $k^2 = 4 \cdot 9 = 36$; $36 = 6^2$; $k = 6$.

524. $CD^2 = AD \cdot DB$; $CD^2 = 9 \cdot 25$; $CD^2 = 225$;
$CD = 15$ см. ($15^2 = 225$)



525. У задачах 525–531 користуємось рис. до задачі 524.
$CD^2 = AB \cdot BD$; $CD^2 = 2 \cdot 8$; $CD^2 = 16$; $CD = 4$ см.
($4^2 = 16$)

526. $AC^2 = AB \cdot AD$; $AC^2 = 16 \cdot 4$; $AC^2 = 64$; $AC = 8$ см.

527. $BC^2 = AB \cdot BD$; $BC^2 = 25 \cdot 9$; $BC^2 = 225$; $BC = 15$ см.

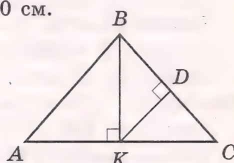
528. $BC^2 = AB \cdot BD$; $18^2 = AB \cdot 9$; $324 = AB \cdot 9$; $AB = 324 : 9$; $AB = 36$ см.

529. $AC^2 = AB \cdot AD$; $6^2 = 9 \cdot AD$; $36 = 9 \cdot AD$; $AD = 36 : 9$; $AD = 4$ см.

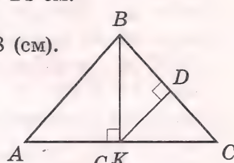
520. Нехай $AD = 4{,}5$ см, $BD = 8$ см. $AB = AD + DB = 8 + 4{,}5 = 12{,}5$ (см).
$AC^2 = AB \cdot AD$; $AC^2 = 12{,}5 \cdot 4{,}5$; $AC^2 = 56{,}25$; $AC = 7{,}5$ см.
$BC^2 = AB \cdot BD$; $BC^2 = 12{,}5 \cdot 8$; $BC^2 = 100$; $BC = 10$ см.
Відповідь: 7,5 см, 10 см.

531. $AB = 50$ см, $AD = 18$ см, тоді $BD = AB - AD = 50 - 18 = 32$ (см).
$AC^2 = AB \cdot AD$; $AC^2 = 50 \cdot 18$; $AC^2 = 900$; $AC = 30$ см.
$BC^2 = AB \cdot BD$; $BC^2 = 50 \cdot 32$; $BC^2 = 1600$; $BC = 40$ см.
Відповідь: 30 см, 40 см.

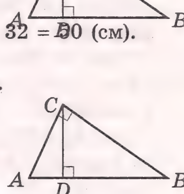
532. У ΔABC $AB = BC$, K — середина AC, $KD \perp BC$.
$CD = 1$ см, $BD = 8$ см.
$KC^2 = BC \cdot CD$; $KC^2 = (CD + BD) \cdot CD$;
$KC^2 = 9 \cdot 1$; $KC^2 = 9$; $KC = 3$ см.
$AC = 2KC = 6$ см; $BC = 9$ см.
$P_{\Delta ABC} = AC + 2BC = 6 + 2 \cdot 9 = 24$ (см). *Відповідь*: 24 см.



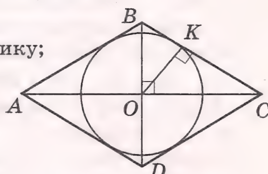
533. У ΔABC $AB = BC$, K — середина AC, $KD \perp BC$.
$BD = 6$ см, $DC = 2$ см. $BC = BD + DC = 6 + 2 = 8$ (см).
$KC^2 = BC \cdot DC$; $KC^2 = 8 \cdot 2$; $KC^2 = 16$; $KC = 4$ см.
$AC = 2KC = 2 \cdot 4 = 8$ см.
$P_{\Delta ABC} = AC + 2BC = 8 + 2 \cdot 8 = 24$ (см).
Відповідь: 24 см.



534. Нехай $AD = 9x$, $BD = 16x$.
$CD^2 = AD \cdot BD$; $24^2 = (9x)^2 \cdot (16x)^2$; $576 = 144x^2$;
$x^2 = 576 : 144$; $x^2 = 4$; $x = 2$ $(x > 0)$.
$AD = 9 \cdot 2 = 18$ (см); $BD = 16 \cdot 2 = 32$ (см); $AB = 18 + 32 = 50$ (см).
$AC^2 = AD \cdot AB$; $AC^2 = 18 \cdot 50$; $AC^2 = 900$; $AC = 30$ см.
$BC^2 = AB \cdot BD$; $BC^2 = 50 \cdot 32$; $BC^2 = 1600$; $BC = 40$ см.
Відповідь: 30 см, 40 см.

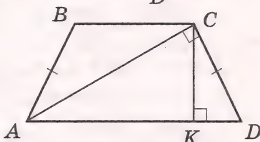


535. У ΔABC $(\angle C = 90°)$ $CD \perp AB$, $BD = 16$ см,
$AD : CD = 3 : 4$. Нехай $AD = 3x$ см, $CD = 4x$ см.
$CD^2 = AD \cdot BD$; $(4x)^2 = 3x \cdot 16$; $16x^2 = 48x$;
$x = 3$ $(x > 0,\ x \neq 0)$. $CD = 4 \cdot 3 = 12$ (см).
Відповідь: 12 см.



536. $OK \perp BC$ як радіус, проведений в точку дотику;
$\angle BOC = 90°$ за властивістю діагоналей ромба.
Тоді $OK^2 = BK \cdot KC$, $OK^2 = 1 \cdot 4$; $OK = 2$ см.
Відповідь: 2 см.

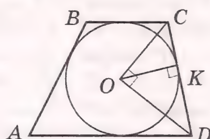
537. У трапеції $ABCD$ $AD \parallel BC$, $AD = 10$ см,
$BC = 8$ см; $AC \perp CD$. $CK \perp AD$ — висота,
тоді $KD = \dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{10 - 8}{2} = 1$ (см),
$AK = AD - KD = 10 - 1 = 9$ (см).
$CK^2 = AK \cdot KD$; $CK^2 = 9 \cdot 1$;
$CK^2 = 9$; $CK = 3$ см. *Відповідь*: 3 см.



538. (Див. рис. до 537.) У трапеції $ABCD$ $AD \parallel BC$, $AD = 13$ см, $BC = 5$ см,
$AC \perp CD$. $CK \perp AD$ — висота, тоді $KD = \dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{13 - 5}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ (см).
$AK = AD - KD = 13 - 4 = 9$ (см). $CK^2 = AK \cdot KD$; $CK^2 = 9 \cdot 4$; $CK^2 = 36$;
$CK = 6$ см. *Відповідь*: 6 см.

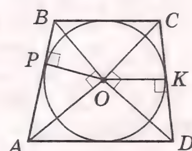
539. Центр вписаного в трапецію кола — це точка перетину бісектрис кутів трапеції: $\angle OCK = \frac{1}{2}\angle C$; $\angle ODK = \frac{1}{2}\angle D$;

$\angle OCK + \angle ODK = \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle D = \frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = \frac{1}{2}\cdot 180° = 90°$.



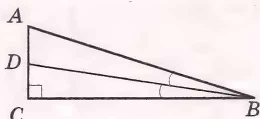
Тоді ΔCOD — прямокутний, $\angle COD = 90°$.
$OK \perp CD$ — радіус, проведений в точку дотику.
$OK^2 = CK \cdot KD$; $OK^2 = 4 \cdot 9$; $OK^2 = 36$; $OK = 6$ см.
Висота трапеції дорівнює двома радіусам вписаного кола: $h = 2OK = 2 \cdot 6 = 12$ (см).
Відповідь: 12 см.

540. $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), O — центр вписаного кола. $OP \perp AB$, $OK \perp CD$ — радіуси, проведені в точки дотику. $BP = 2$ см, $AP = 8$ см; $CK = 4$ см.



ΔAOB — прямокутний (доведення див. у № 539).
$OP^2 = AP \cdot PB$; $OP^2 = 2 \cdot 8$; $OP^2 = 16$; $OP = 4$ см.
$OK = OP$ як радіуси. $OK^2 = CK \cdot KD$; $4^2 = 4 \cdot KD$;
$KD = 16 : 4$; $KD = 4$ см.
$AB = AP + PB = 2 + 8 = 10$ (см), $CD = CK + KD = 4 + 4 = 8$ (см).
Оскільки в трапецію вписано коло, то сума її основ дорівнює сумі бічних сторін. Тоді $P_{ABCD} = 2(AB + CD) = 2 \cdot (10 + 8) = 36$ (см).
Відповідь: 36 см.

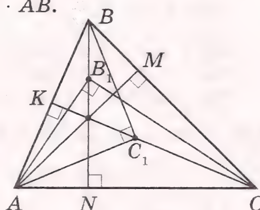
541. У ΔABC ($\angle C = 90°$) BD — бісектриса;



$\angle CBD = 18°$. Тоді $\angle B = 2\angle CBD = 2 \cdot 18° = 36°$.
$\angle A = 90° - \angle B = 90° - 36° = 54°$.
Відповідь: 36°, 54°.

542. Так, трикутники подібні за двома кутами.
У ΔABC $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B)$, $\angle A = 180° - (\angle B + \angle C)$.
У ΔKLM $\angle M = 18° - (\angle K + \angle L)$, $\angle K = 180° - (\angle L + \angle M)$.
За умовою $\angle A + \angle B = \angle K + \angle L$, тоді $\angle C = \angle M$; $\angle B + \angle C = \angle L + \angle M$, тоді $\angle A = \angle K$.

543. $ABCD$ — трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = CD$;
O — точка перетину діагоналей $\angle BAC = \angle CAD$.
Позначимо для зручності $\angle BAC = \angle CAD = \alpha$.
Тоді $\angle A = 2\alpha$. $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 2\alpha$.



$\angle BCA = \angle CAD = \alpha$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній AC.
У ΔCBO $\angle CBO = \angle BCO = \alpha$ (кути при основі рівнобедреного трикутника. $\angle BOC = 180° - (\angle CBO + \angle BCO) = 180° - 2\alpha$. Отже, $\angle ABC = \angle BOC$.

544. У ΔAB_1C $AB_1^2 = AN \cdot AC$. У ΔAC_1B $C_1A^2 = AK \cdot AB$.
$\Delta ABN \sim \Delta ACK$ за двома кутами ($\angle A$ — спільний, $\angle CKA = \angle BNA = 90°$).

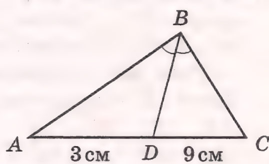
Тоді $\frac{AC}{AB} = \frac{AK}{AN}$, звідки $AC \cdot AN = AB \cdot AK$.

Отже, $AB_1^2 = AC_1^2$, а оскільки $AB_1 > 0$ і $AC_1 > 0$, то $AB_1 = AC_1$.

545. 2) $\frac{BC}{AB} = \frac{CP}{AP}$; 3) $\frac{AP}{CP} = \frac{BA}{BC}$; 4) $\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{PC}$.

546. $AP : PC = 1 : 2$, тоді $AB : BC = 1 : 2$, $4 : BC = 1 : 2$, $BC = 4 \cdot 2 = 8$ (см).
Відповідь: 8 см.

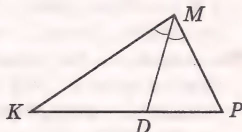
547. $AB ; BC = 1 : 2$, тоді $AP : PC = 1 : 2$, $7 : PC = 1 : 2$, $PC = 7 \cdot 2 = 14$ (см).
Відповідь: 14 см.



548. *Розв'язання.* $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Відповідь: $\frac{1}{3}$.

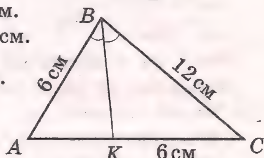
549. $\frac{LA}{AN} = \frac{ML}{MN} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. *Відповідь*: $\frac{1}{4}$.



550. $KM : MP = KD : DP$. Оскільки $MP < KM$, то $DP < KD$, тоді маємо $8 : 6 = KD : 3$;

$KD = \frac{8 \cdot 3}{6} = \frac{24}{6} = 4$ (см).

$KP = KD + DP = 4 + 3 = 7$ (см). *Відповідь*: 7 см.

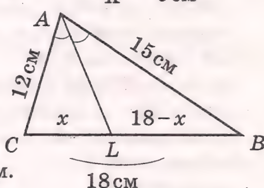


551. Оскільки $BC > AB$, то $KC > AK$, тоді $KC = 6$ см.

$\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{KC}$; $AK = \frac{AB \cdot KC}{BC}$; $AK = \frac{6 \cdot 6}{12} = 3$ (см).

$AC = AK + KC = 3 + 6 = 9$ (см).

Відповідь: 9 см.



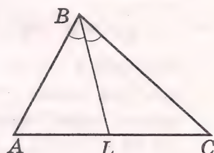
552. Нехай $CL = x$, тоді $BL = (18 - x)$ см.

$\frac{AC}{CL} = \frac{AB}{BL}$; $\frac{12}{x} = \frac{15}{18-x}$; $216 - 12x = 15x$;

$27x = 216$; $x = 8$.

Отже, $CL = 8$ см, $BL = 18 - 8 = 10$ (см).

Відповідь: 8 см, 10 см.



553. BL — бісектриса ΔABC. $AB = 8$ см, $BC = 6$ см. $AB > BC$, тоді $AL > LC$. Нехай $LC = x$ см, тоді

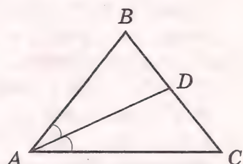
$AL = (x + 1)$ см. $\frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC}$; $\frac{8}{x+1} = \frac{6}{x}$;

$8x = 6x + 6$; $2x = 6$; $x = 3$.

Отже, $LC = 3$ см, $AL = 3 + 1 = 4$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 8 + 6 + (3 + 4) = 21$ (см).

Відповідь: 21 см.



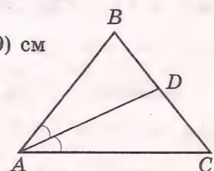
554. У ΔABC $AB = BC$, AD — бісектриса кута A. $AC = 18$ см, $DC = 12$ см. Нехай $BD = x$ см, тоді $AB = (x + 12)$ см. За властивістю бісектриси

$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$; $\frac{x+12}{x} = \frac{18}{12}$; $12x + 144 = 18x$;

$18x - 12x = 144$; $6x = 144$; $x = 24$.

Отже, $BD = 24$ см, $AB = BC = 24 + 12 = 36$ (см).

$P_{\Delta ABC} = 2AB + AC = 2 \cdot 36 + 18 = 90$ (см). *Відповідь*: 90 см.



555. У ΔABC $AB = BC$, AD — бісектриса.

$DC : BD = 2 : 5$. Нехай $AC = x$ см, тоді $AB = (x + 9)$ см

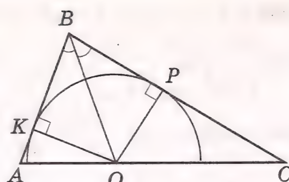
за умовою. $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$; $\frac{x+9}{x} = \frac{5}{2}$; $5x = 2x + 18$;

$3x = 18$; $x = 6$. $AC = 6$ см, $AB = 6 + 9 = 15$ (см).

$P_{\Delta ABC} = 2AB + AC = 2 \cdot 15 + 6 = 36$ (см).

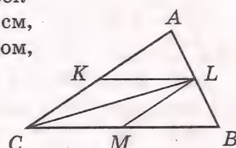
Відповідь: 36 см.

556. У ΔABC $AC = 24$ см, $AB = 15$ см, $BC = 21$ см. $OK \perp AB$, $OP \perp BC$ — радіуси вписаного півкола. $\Delta KOB = \Delta POB$ за катетом і гіпотенузою (BO — спільна гіпотенуза, $KO = PO$ як радіуси). З рівності трикутників $\angle KBO = \angle PBO$, BO — бісектриса кута B.
Нехай $AO = x$ см, тоді $CO = (24 - x)$ см.



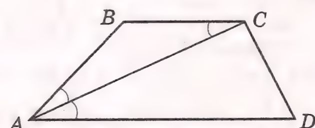
$\frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OC}$; $\frac{15}{x} = \frac{21}{24 - x}$; $15(24 - x) = 21x$; $360 - 15x = 21x$; $36x = 360$; $x = 10$. Отже, $AO = 10$ см, $CO = 24 - 10 = 14$ (см).
Відповідь: 10 см, 14 см.

557. Діагональ CL ромба, вписаного в ΔABC, є бісектрисою кута C. Тоді $AC : AL = BC : LB$. $AB = 20$ см, нехай $AL = x$ см, тоді $BL = (20 - x)$ см. Таким чином,



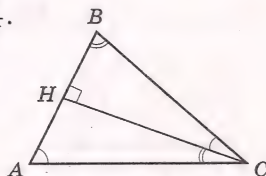
$\frac{18}{x} = \frac{12}{20 - x}$; $360 - 18x = 12x$; $30x = 360$; $x = 12$.
Отже, $AL = 12$ см, $LB = 20 - 12 = 8$ (см).
Відповідь: 12 см, 8 см.

558. Нехай діагональ AC трапеції $ABCD$ є бісектрисою кута A: $\angle BAC = \angle CAD$. $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній AC.



Якщо б AC була бісектрисою і для кута C, то $\angle ACD$ дорівнював би куту CAD і кут A дорівнював би куту C. Але це неможливо. Протилежні кути трапеції не рівні. Отже, бісектриса кута A не може бути бісектрисою кута C.
Відповідь: ні.

559. За умовою $CH^2 = AH \cdot BH$, звідки $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{BH}$.
Тоді $\Delta CHB \backsim \Delta AHC$ за двома сторонами і кутом між ними ($\angle CHB = \angle CHA = 90°$). У подібних трикутників відповідні кути рівні. $\angle HAC = \angle HCB$, $\angle HCA = \angle HBC$. Але у ΔAHC ($\angle AHC = 90°$) $\angle HAC + \angle HCA = 90°$.



Отже, $\angle C = \angle HCA + \angle HBC = 90°$. Отже, ΔABC — прямокутний ($\angle C = 90°$).

560. $\angle A + \angle B = 180°$.
1) $x + x + 20 = 180$; $2x = 160$; $x = 80$. $\angle A = 80°$, $\angle B = 80° + 20° = 100°$.
2) $x + 3x = 180$; $4x = 180$; $x = 45$. $\angle A = 45°$, $\angle B = 3 \cdot 45° = 135°$.
3) $7x + 5x = 180$; $12x = 180$; $x = 15$. $\angle A = 7 \cdot 15° = 105°$, $\angle B = 5 \cdot 15° = 75°$.
Відповідь: Корольов.

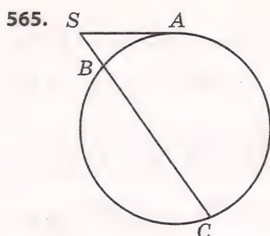
561. 2) $AT \cdot TB = CT \cdot TP$; 4) $CT \cdot DT = AT \cdot BT$.

562. 1) $TA^2 = TB \cdot BC$; 2) $TA^2 = TM \cdot TN$.

563. $AP \cdot PB = CP \cdot PD$, $CP = \frac{AP \cdot PB}{PD}$; $CP = \frac{9 \cdot 2}{4} = 4,5$ (см).
Відповідь: 4,5 см.

564. $MA \cdot AN = KA \cdot AL$, $AN = \frac{KA \cdot AL}{MA}$; $AN = \frac{6 \cdot 3}{4} = 4,5$ (см).
Відповідь: 4,5 см.

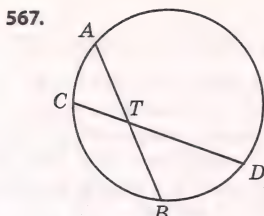
565.



$SA^2 = SB \cdot SC$; $SC = SA^2 : SB$;
$SC = 6^2 : 4 = 36 : 4 = 9$ (см).
$BC = SC - SB = 9 - 4 = 5$ (см).
Відповідь: 9 см, 5 см.

566. $MP^2 = MB \cdot MC$; $MB = MP^2 : MC$; $MB = 4^2 : 8 = 16 : 8 = 2$ (см).
$BC = MC - MB = 8 - 2 = 6$ (см).
Відповідь: 2 см, 6 см.

567.



$AB = AT + TB$,
$TB = AB - AT = 16 - 2 = 14$ (см).
$AT \cdot TB = CT \cdot TD$;

$$TD = \frac{AT \cdot TB}{CT};$$

$$TD = \frac{2 \cdot 14}{1} = 28 \text{ (см)}.$$

$CD = CT + TD = 1 + 28 = 29$ (см).
Відповідь: 29 см.

568. $CD = CA + AD$, $AD = CD - CA = 13 - 4 = 9$ (см). $CA \cdot AD = MA \cdot AN$,

$$AN = \frac{CA \cdot AD}{MA} = \frac{4 \cdot 9}{2} = 18 \text{ (см)}. \quad MN = MA + AN = 2 + 18 = 20 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 20 см.

569. За наслідком з теореми про пропорційність відрізків січної і дотичної

$SA \cdot SB = SC \cdot SD$, звідки $SD = \dfrac{SA \cdot SB}{SC}$. $SD = \dfrac{4 \cdot 16}{2} = 32$ (см).

$$R = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(SD - SC) = \frac{1}{2} \cdot (32 - 2) = 15 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 15 см.

570. $SA \cdot SB = SC \cdot SD$. Звідки $SD = \dfrac{SA \cdot SB}{SC}$. $SD = \dfrac{4 \cdot 9}{3} = 12$ (см).

$CD = SD - SC = 12 - 3 = 9$ (см).
Відповідь: 9 см.

571. $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1$ як прямокутні, у яких $\angle A$ — спільний.

Тоді $\dfrac{C_1B_1}{CB} = \dfrac{AB_1}{AB}$, $C_1B_1 = \dfrac{CB \cdot AB_1}{AB} = \dfrac{1,5 \cdot 6}{1} = 9$ (м).

Відповідь: 9 м.

572. $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1$ ($\angle AB_1C_1 = \angle ABC = 90°$, $\angle A$ — спільний).

Тоді $\dfrac{C_1B_1}{CB} = \dfrac{AB_1}{AB}$; $CB = \dfrac{C_1B_1 \cdot AB}{AB_1} = \dfrac{8 \cdot 2,5}{10} = 2$ (м).

Відповідь: 2 м.

573. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома кутами ($\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ за умовою).

Тоді $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$, звідки $AC = \dfrac{AB \cdot A_1C_1}{A_1B_1} = \dfrac{30 \cdot 0,07}{0,05} = 42$ (м).

Відповідь: 42 м.

574. За теоремою про пропорційність відрізків хорд $AE \cdot BE = CE \cdot DE$. За умовою $AE : BE = 1 : 3$. Нехай $AE = x$, $BE = 3x$, тоді $x \cdot 3x = (20 - 5) \cdot 5$; $3x^2 = 75$; $x^2 = 25$; $x = 5$. Отже, $AE = 5$ см, $BE = 3 \cdot 5 = 15$ (см).
$AB = AE + BE = 5 + 15 = 20$ (см).
Відповідь: 20 см.

575. За умовою $CM = 16$ см, $DM : MC = 1 : 4$. $DM : 16 = 1 : 4$; $DM = \frac{16}{4} = 4$ (см).
$AM = MB$, тому $AM \cdot MB = CM \cdot MD$; $AM^2 = 16 \cdot 4$; $AM^2 = 64$; $AM = 8$ см.
$AB = 2AM = 16$ см. *Відповідь*: 16 см.

576. За наслідком з теореми про пропорційність відрізків січної і дотичної:
$AB^2 = AO^2 - OC^2$; $3^2 = 5^2 - OC^2$; $OC^2 = 25 - 9$; $OC^2 = 16$; $OC = 4$ см;
$CD = 2OC = 2 \cdot 4 = 8$ (см). *Відповідь*: 8 см.

577. $AB^2 = AO^2 - OC^2$; $8^2 = 10^2 - OC^2$; $OC^2 = 100 - 64$; $OC^2 = 36$; $OC = 6$ см.
Відповідь: 6см.

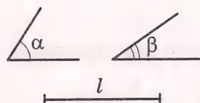
578. За наслідком з теореми про пропорційність відрізків хорд $CM \cdot MD = AO^2 - OM^2$.
Діаметр, перпендикулярний до хорди, проходить через її середину: $CM = DM = 4$ см.
$OM = AO - AM$. Тоді $CM \cdot DM = AO^2 - (AO - AM)^2$;
$4 \cdot 4 = \cancel{AO^2} - \cancel{AO^2} + 2AO \cdot 2 - 2^2$; $16 = 4AO - 4$;
$4AO = 20$; $AO = 5$ см.
Відповідь: 5 см.

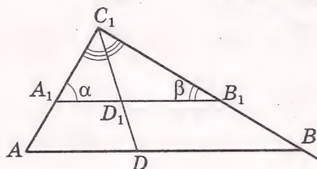
579. $AP \cdot PB = MP \cdot PN$. Оскільки $MN \perp AB$, то P — середина AB,
$AP = PB = 12$ см. $12 \cdot 12 = MP \cdot 18$; $144 = MP \cdot 18$; $MP = 144 : 18$; $MP = 8$ см.
$MN = MP + PN = 8 + 18 = 26$ (см).
Відповідь: 26 см.

580. Продовжимо радіус AO до діаметра AK, а перпендикуляр BC до хорди BD.
Оскільки $AK \perp BD$, то $BC = CD = 24$ см.
За умовою $AC : OC = 8 : 5$. Тоді $AC = 8x$, $OC = 5x$, $OK = AO = 8x + 5x = 13x$.
$KC \cdot AC = BC \cdot CD$; $8x \cdot 18x = 24^2$; $144x^2 = 576$;
$x^2 = 4$; $x = 2$. $AO = KO = 13 \cdot 2 = 26$ (см).
Відповідь: 26 см.

581. Скористаємось формулою, доведеною в зад. 1 § 17.
$AL^2 = AB \cdot AC - BL \cdot CL$.
Нехай $CL = x$ см, тоді $BL = (18 - x)$ см. За властивістю бісектриси
$\frac{AC}{CL} = \frac{AB}{BL}$; $\frac{15}{x} = \frac{12}{18 - x}$; $15(18 - x) = 12x$; $270 - 15x = 12x$; $27x = 270$;
$x = 10$. Отже, $CL = 10$ см, $BL = 18 - 10 = 8$ (см).
$AL^2 = 12 \cdot 15 - 8 \cdot 10 = 180 - 80 = 100$; $AL = 10$ см.
Відповідь: 10 см.

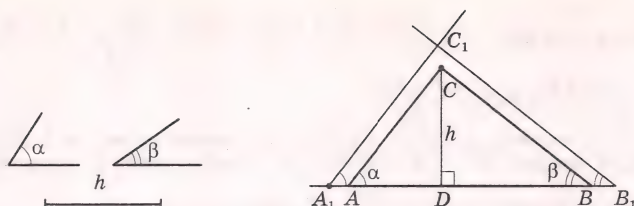
582. *Дано:*





План побудови.
1. Побудуємо довільний $\Delta A_1B_1C_1$, подібний даному, взявши довільний відрізок A_1B_1 і задані кути α і β.
2. Побудуємо бісектрису $C_1D_1 = l$.
3. Проведемо через точку D_1 пряму, паралельну A_1B_1 до перетину A_1C_1 в C_1B_1.
4. ΔABC_1 — шуканий.

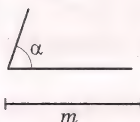
583.

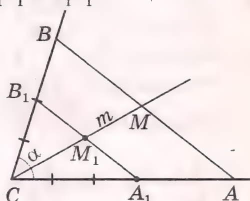


План побудови.

1. Побудуємо довільний $\Delta A_1B_1C_1$, подібний даному, взявши довільний відрізок A_1B_1 і задані кути α і β.
2. З довільної точки D відрізка A_1B_1 побудувати перпендикуляр до A_1B_1 і відкласти на ньому відрізок $DC = h$.
3. Через точку C провести прямі, паралельні A_1C_1 і B_1C_1.
4. ΔABC – шуканий.

584. *План побудови.*





1. Побудуємо кут C, рівний заданому.
2. На сторонах кута C відкласти відрізки A_1C і CB_1, які відносяться як 3 : 2. Для цього на одній стороні відкласти 3 рівних відрізка довільної довжини, а на другій — два таких відрізка.
3. Поділити відрізок A_1B_1 навпіл і провести промінь CM_1 (медіану ΔA_1B_1C).
4. На промені CM_1 відкласти відрізок $CM = m$.
5. Через точку M провести пряму, паралельну A_1B_1.
6. ΔABC — шуканий.

585. $\frac{PM}{ML} = \frac{PN}{NL}$; $NL = \frac{ML \cdot PN}{PM} = \frac{5 \cdot 6}{10} = 3$ (см).

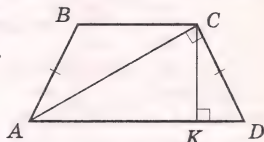
Відповідь: 3 см.

586. Сторони подібних трикутників пропорційні. Отже, сторони подібного трикутника теж відносяться як 3 : 4 : 6. Позначимо їх $3x$, $4x$, $6x$. Тоді $3x + 4x + 6x = 52$; $13x = 52$; $x = 4$.
Сторони трикутника: $3 \cdot 4 = 12$ (см), $4 \cdot 4 = 16$ (см), $6 \cdot 4 = 24$ (см).
Відповідь: 12 см, 16 см, 24 см.

587. За властивістю висоти, проведеної з вершини прямого кута прямокутного трикутника $CK^2 = AK \cdot KD$.

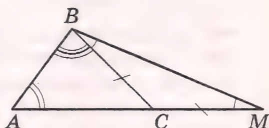
$$AK = \frac{AD + BC}{2} = \frac{a+b}{2}; \quad KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a-b}{2}.$$

$$CK^2 = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{a-b}{2} = \frac{a^2 - b^2}{4}.$$



Відповідь: $\frac{a^2 - b^2}{4}$.

588. $\angle BCM = \angle A + \angle B$ за властивістю зовнішнього кута трикутника. ΔBCM — рівнобедрений за побудовою ($BC = CM$).
Тому $\angle CBM = \angle BMC =$
$= \frac{180° - \angle BCM}{2} = \frac{180° - (\angle A + \angle B)}{2}$;



$\angle ABM = \angle B + \angle CBM = \angle B + \frac{180° - (\angle A + \angle B)}{2} = \frac{2\angle B + 180° - \angle A - \angle B}{2} =$

$= \frac{180° + \angle B - \angle A}{2} = 90° + \frac{\angle B - \angle A}{2}$.

Оскільки за умовою у ΔABC сторона AC найбільша, то і $\angle B$ — найбільший. Отже, $\angle B - \angle A > 0$. Таким чином, $\angle ABM$ не може бути ні гострим, ні тупим, бо $90° + \frac{\angle B - \angle A}{2} > 90°$.

Відповідь: 1) ні; 2) ні.

Домашня самостійна робота № 3

1. $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$; $\frac{3}{AC} = \frac{4}{12}$; $AC = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ (см). *Відповідь*: Б. 9 см.

2. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, $AB : DE = 2 : 3$, тоді $BC : EF = 2 : 3$, а $EF : BC = 3 : 2$. *Відповідь*: Г. 3 : 2.

3. *Відповідь*: В. **4.** *Відповідь*: А. $\Delta ABC \backsim \Delta ADL$.

5. Бісектриса CL ділить сторону AB на відрізки AL і BL. За властивістю бісектриси $\frac{AC}{AL} = \frac{BC}{BL}$. За умовою $AC < BC$, тому $AL < BL$, $BL = 3$ см.

$\frac{6}{AL} = \frac{9}{3}$; $AL = \frac{6 \cdot 3}{9} = 2$ (см). $AB = AL + BL = 2 + 3 = 5$ (см).

Відповідь: В. 5 см.

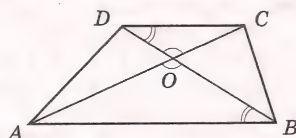
6. $12^2 = 8 \cdot x$, $x = 144 : 8 = 18$. *Відповідь*: Б. 18 см.

7. Нехай a, b і c — сторони подібного трикутника. Тоді $a : b : c = 3 : 4 : 5$. Нехай $a = 3x$, $b = 4x$, $c = 5x$. За умовою $4x + 5x = 72$; $9x = 72$; $x = 8$. $a = 3 \cdot 8 = 24$ (см).

Відповідь: Г. 24 см.

8. $\Delta AOB \backsim \Delta COD$ за двома кутами ($\angle CDB = \angle DBA$, $\angle DCA = \angle CAB$ як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і січних DB і AC відповідно).

Нехай $CD = x$ см, тоді $AB = (x + 4)$ см.



$\frac{AB}{DC} = \frac{AO}{OC}$; $\frac{x+4}{x} = \frac{8}{6}$; $6x + 24 = 8x$;

$2x = 24$; $x = 12$.

Отже, $CD = 12$ см, $AB = 12 + 4 = 16$ (см).

Відповідь: Б. 16 см.

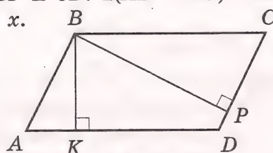
9. Пряма $KL \parallel BC$ відтинає від ΔABC трикутник AKL, подібний йому. Тоді $\frac{BC}{KL} = \frac{AB}{AK}$. Нехай $AB = x$ см, тоді $AK = (x - 4)$ см. $\frac{9}{6} = \frac{x}{x-4}$;

$9x - 36 = 6x$; $3x = 36$; $x = 12$. Отже, $AB = 12$ см.

Відповідь: А. 12 см.

10. Нехай $BK = 4$ см, $BP = 6$ см, де $BK \perp AD$, $BP \perp CD$. $2(AB + BC) = 30$ за умовою, $AB + BC = 15$. $AB = x$, $BC = 15 - x$.

$\Delta ABK \backsim \Delta CBP$ ($\angle AKB = \angle BPC = 90°$, $\angle A = \angle C$ як протилежні кути паралелограма).

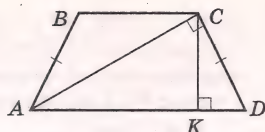


$\frac{AB}{BC} = \frac{BK}{BP}$; $\frac{x}{15 - x} = \frac{4}{6}$;

$6x = 60 - 4x$; $10x = 60$; $x = 6$. $AB = 6$ см, $BC = 15 - 6 = 9$ (см).

Відповідь: В. 9 см.

11. В трапеції $ABCD$ $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AC \perp CD$. $CK \perp AB$ — висота трапеції, $CK = 6$ см, $KD = 3$ см.



За властивістю висоти, проведеної до гіпотенузи у ΔACD ($\angle C = 90°$).

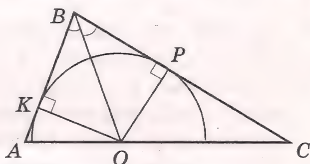
$CK^2 = AK \cdot KD$; $AK = CK^2 : KD = 36 : 3 = 12$ (см).

$AD = AK + AD = 12 + 3 = 15$ (см).

$KD = \dfrac{AD - BC}{2}$; $2KD = AD - BC$; $BC = AD - 2KD$; $BC = 15 - 2 \cdot 3 = 9$ (см).

Відповідь: В. 9 см.

12. У ΔABC $AC = 15$ см, $AB = 8$ см, $BC = 12$ см. $OK \perp AB$, $OP \perp BC$ — радіуси вписаного півкола. $\Delta KOB = \Delta POB$ за катетом і гіпотенузою (BO — спільна гіпотенуза, $KO = PO$ як радіуси). З рівності трикутників $\angle KBO = \angle PBO$, BO — бісектриса кута B.



Нехай $AO = x$ см, тоді $CO = (15 - x)$ см.

$\dfrac{AB}{AO} = \dfrac{BC}{OC}$; $\dfrac{8}{x} = \dfrac{12}{15 - x}$; $8(15 - x) = 12x$;

$120 - 8x = 12x$; $20x = 120$; $x = 6$.

Отже, $AO = 6$ см, $CO = 15 - 6 = 9$ (см).

Відповідь: А, 6 см і 9 см.

Завдання для перевірки знань до §§ 12–17

1. $\Delta ABC \sim \Delta LMN$. У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні.

$\dfrac{AB}{LM} = \dfrac{AC}{LN}$, тоді $\dfrac{AC}{LN} = 3$.

2. $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{1}{2}$. Отже, відповідні сторони трикутників пропорційні. Тоді $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за трьома сторонами.

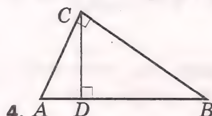
3. За узагальненою теоремою Фалеса

$\dfrac{OK}{KM} = \dfrac{OL}{LN}$; $\dfrac{2}{KM} = \dfrac{3}{6}$;

$KM = \dfrac{2 \cdot 6}{3} = 4$ (см).

Відповідь: 4 см.

4.



$AC^2 = AD \cdot BD$; $AD^2 = 25 \cdot 4$; $AD^2 = 100$;

$AD = 10$ см.

Відповідь: 10 см.

5. AL — бісектриса ΔABC, $AB = 8$ см, $AC = 10$ см.

Оскільки $AB < AC$, то $BL < LC$, $BL = 4$ см.

$\dfrac{AB}{BL} = \dfrac{AC}{LC}$; $LC = \dfrac{BL \cdot AC}{AB}$; $LC = \dfrac{4 \cdot 10}{8} = 5$ (см).

$BC = BL + LC = 4 + 5 = 9$ (см).

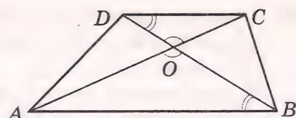
Відповідь: 9 см.

6. $\Delta ABC \sim \Delta LBK$ за двома кутами; $\angle B$ — спільний, $\angle BKL = \angle BCA$ за умовою.

7. Нехай a, b і c — сторони подібного трикутника. Оскільки сторони подібних трикутників пропорційні, то $a : b : c = 5 : 6 : 7$. Позначимо $a = 5x$, $b = 6x$, $c = 7x$. За умовою $5x + 7x = 24$ см, звідки $12x = 24$ см, $x = 2$ см. Тоді $a = 5 \cdot 2 = 10$ (см), $b = 6 \cdot 2 = 12$ (см), $c = 7 \cdot 2 = 14$ (см).

Відповідь: 10 см, 12 см, 14 см.

8. $\Delta AOB \backsim \Delta COD$ за двома кутами ($\angle CDO = \angle OBA$, $\angle DCO = \angle OAB$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB і CD і січних BD і AC відповідно).

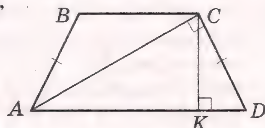


Тоді $\dfrac{AO}{CO} = \dfrac{AB}{CD}$. Нехай $CD = x$ см, тоді $AB = (20 - x)$ см.

$\dfrac{6}{4} = \dfrac{20 - x}{x}$; $6x = 4(20 - x)$; $6x = 80 - 4x$; $10x = 80$; $x = 8$.

Отже, $CD = 8$ см, $AB = 20 - 8 = 12$ (см). *Відповідь*: 8 см, 12 см.

9. У трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AB = CD$, $AC \perp CD$, $AD = 10$ см, $BC = 6$ см; $CK \perp AD$ — висота.



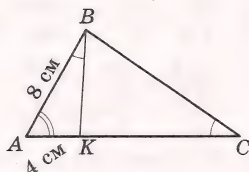
$KD = \dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{10 - 6}{2} = 4 : 2 = 2$ (см),

$AK = 10 - 2 = 8$ (см). $CK^2 = AK \cdot KD$;

$CK^2 = 8 \cdot 2$; $CK^2 = 16$; $CK = 4$ см. *Відповідь*: 4 см.

10. Якщо у двох рівнобедрених трикутників кути при вершині рівні, то вони подібні, а їх сторони пропорційні. Нехай a см — основа, а b см — бічна сторона трикутника з периметром 56 см. $a + 2b = 56$. Оскільки у подібних трикутників сторони пропорційні, то $a : b = 2 : 3$ або $b : a = 2 : 3$.
I випадок. $a : b = 2 : 3$. Тоді $a = 2x$, $b = 3x$. $2x + 2 \cdot 3x = 56$; $2x + 6x = 56$; $8x = 56$; $x = 7$. $a = 2 \cdot 7 = 14$ (см); $b = 3 \cdot 7 = 21$ (см).
II випадок. $b : a = 2 : 3$. Тоді $b = 2x$, $a = 3x$. $3x + 2 \cdot 2x = 56$; $3x + 4x = 56$; $7x = 56$; $x = 8$. $a = 2 \cdot 8 = 16$ (см); $b = 3 \cdot 8 = 24$ (см).
Відповідь: 12 см і 21 см або 16 см і 24 см.

11. $\Delta ABC \backsim \Delta AKB$ за двома кутами ($\angle A$ — спільний, $\angle ABK = \angle ACB$ за побудовою).



Тоді $\dfrac{AB}{AK} = \dfrac{AC}{AB}$.

$AB = AB^2 : AK = 8^2 : 4 = 64 : 4 = 16$ (см).

$KC = AC - AK = 16 - 4 = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

Вправи для повторення до розділу 2

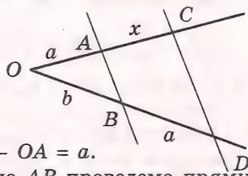
589. 1) $MK : NL = 2 : 3$; 2) $OK : OM = 7 : 5$.

590. За узагальненою теоремою Фалеса $\dfrac{OM}{MK} = \dfrac{ON}{NL}$.

За умовою $ON = MK$, тоді $\dfrac{OM}{ON} = \dfrac{ON}{NL}$, звідки $ON^2 = OM \cdot NL$;

$ON^2 = 4 \cdot 9$; $ON^2 = 36$; $ON = 6$ ($ON > 0$). *Відповідь*: 6.

591. Побудуємо нерозгорнутий кут з вершиною O. Запишемо задану рівність



$x = \dfrac{a^2}{b}$ у такому вигляді: $\dfrac{a}{x} = \dfrac{b}{a}$.

На одній із сторін кута відкладаємо відрізок $OB = b$ і відрізок $BD = a$, а на другій стороні — $OA = a$. Проведемо пряму AB. Через точку D паралельно AB проведемо пряму, яка перетне сторону OA у точці C. За узагальненою теоремою Фалеса

$\dfrac{OB}{BD} = \dfrac{OA}{AC}$; $\dfrac{b}{a} = \dfrac{a}{x}$; $x = \dfrac{a^2}{b}$.

592. Проведемо пряму $EN \parallel AD$. $AE : EC = 2 : 1$ за умовою, тоді за узагальненою теоремою Фалеса $DN : NC = 2 : 1$. $BD : DC = 3 : 2$;

$BD : DN = 3 : \left(2 \cdot \frac{2}{3}\right) = 9 : 4$. Тоді $BK : KE = 9 : 4$.

Відповідь: 9 : 4.

593. $\Delta ABC \sim \Delta KLM$. 1) $\frac{AB}{AC} = \frac{KL}{KM}$; 2) $\frac{BC}{AC} = \frac{LM}{KM}$.

594. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$. $\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{3}{2}$; $\frac{B_1C_1}{6} = \frac{3}{2}$; $B_1C_1 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ (см).

$\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{3}{2}$; $\frac{18}{AC} = \frac{3}{2}$; $AC = \frac{18 \cdot 2}{3} = 12$ (см).

Відповідь: 9 см, 12 см.

595. Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Оскільки за умовою $AB : BC : CA = 2 : 5 : 6$, то і $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 2 : 5 : 6$. Позначимо $A_1B_1 = 2x$, $B_1C_1 = 5x$, $C_1A_1 = 6x$.
1) За умовою $B_1C_1 = 20$ см; $5x = 20$, $x = 4$. $A_1B_1 = 2 \cdot 4 = 8$ (см), $C_1A_1 = 6 \cdot 4 = 24$ (см). $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 8 + 24 + 20 = 52$ (см). *Відповідь*: 52 см.
2) За умовою $A_1B_1 + C_1A_1 = 40$ см. $2x + 6x = 40$, $8x = 40$, $x = 5$. $A_1B_1 = 2 \cdot 5 = 10$ (см), $B_1C_1 = 5 \cdot 5 = 25$ (см), $C_1A_1 = 6 \cdot 5 = 30$ (см). $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 10 + 25 + 30 = 65$ (см). *Відповідь*: 65 см.

596. У ΔABC M — середина AB, N — середина BC.

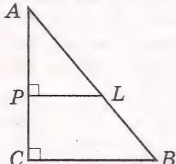
Тоді MN — середня лінія, $MN = \frac{1}{2}AC$.

У трикутниках ABC і MBN $\angle B$ — спільний, $\angle BMN = \angle BAC$, $\angle BNM = \angle BCA$ як відповідні ($MN \parallel AC$). $MB = \frac{1}{2}AB$, $NB = \frac{1}{2}BC$, $MN = \frac{1}{2}AC$.

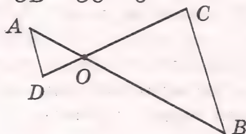
Отже, $\Delta ABC \sim \Delta MBN$ за означенням, бо їх відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні.

597. 2, 3.

598. $\Delta APL \sim \Delta ACB$ за гострим кутом (наслідок з теореми про ознаку подібності за двома кутами), оскільки $\angle A$ — спільний.



599. $\Delta AOD \sim \Delta BOC$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle AOD = \angle BOC$ як вертикальні, $\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{3}$.

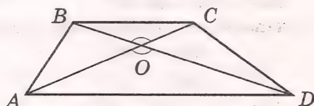


600. $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle BOC = \angle DOA$ як вертикальні, $\frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA} = \frac{2}{3}$ за умовою.

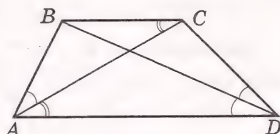
Тоді $\frac{BC}{AD} = \frac{2}{3}$, звідки

$AD = \frac{3BC}{2} = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.



601. $\Delta KLM \sim \Delta K_1L_1M_1$ за двома сторонами і кутом між ними: $\angle K = \angle K_1$,
$\frac{KL}{KL_1} = \frac{KM}{KM_1} = \frac{2,5}{1} = \frac{5}{2}$. $\frac{LM}{L_1M_1} = \frac{5}{2}$; $LM = \frac{5L_1M_1}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ (см).
Відповідь: 10 см.



602. 1) У трикутниках ACB і DAC $\angle BAC = \angle ADC$ за умовою, $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній AC.
2) У подібних трикутників відповідні сторони пропорційні. $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AD}$; $AC^2 = BC \cdot AD$.

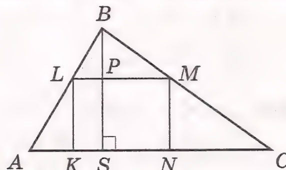
603. За умовою $AC \cdot CM = BC \cdot CN$, звідки $\frac{AC}{BC} = \frac{CN}{CM}$.
Тоді $\Delta ABC \sim \Delta NMC$ за двома сторонами і кутом між ними ($\angle C$ — спільний).

604. $\Delta ABC \sim \Delta BKC$ за двома кутами ($\angle C$ — спільний, $\angle BKC = \angle ABC$ за умовою).
Значить, $\frac{BC}{AC} = \frac{KC}{BC}$; $BC^2 = AC \cdot KC$;
$BC^2 = (16 + 9) \cdot 9$; $BC^2 = 25 \cdot 9$;
$BC = 15$ (см). *Відповідь*: 15 см.

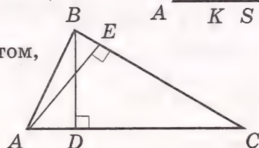
605. $\angle BNM = \angle BCA$ як відповідні при паралельних прямих MN і AC і січній BC.
$\angle BMN = \angle A$ як відповідні ($MN \parallel AC$, AB — січна), $\angle A = \angle NKC$ як відповідні ($NK \parallel AB$, AC — січна), тоді $\angle BMN = \angle NKC$.
$\Delta MBN \sim \Delta KNC$ за двома кутами.
Звідки $\frac{MN}{KC} = \frac{BM}{NK}$, $MN \cdot NK = BM \cdot KC$.

606. За умовою $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, значить,
$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.
$\angle BAI = \frac{1}{2}\angle A$, $\angle B_1A_1I_1 = \frac{1}{2}\angle A_1$,
тоді $\angle BAI = \angle B_1A_1I_1$.
Аналогічно, $\angle ABI = \angle A_1B_1I_1$. $\Delta AIB \sim \Delta A_1I_1B_1$ за двома кутами.

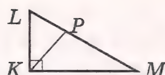
607. $LM \parallel KN$, отже, $LM \parallel AC$. Пряма LM, паралельна стороні AC, відтинає від ΔABC подібний йому ΔLBM. Проведемо $BS \perp AC$ — висоту ΔABC, тоді BP — висота ΔLBM. $LPSK$ — прямокутник, $PS = LK = 10$ см. Нехай $BS = x$ см, тоді $BP = (x - 10)$ см.
Отже, $\Delta ABC \sim \Delta LBM$, тоді
$\frac{AC}{LM} = \frac{BS}{BP}$; $\frac{24}{16} = \frac{x}{x-10}$; $24x - 240 = 16x$;
$24x - 16x = 240$; $8x = 240$; $x = 30$.
Отже, $BS = 30$ см.
Відповідь: 30 см.



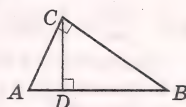
608. $\Delta AEC \sim \Delta BDC$ за гострим кутом,
звідки $\frac{DC}{EC} = \frac{BC}{AC}$,
$DC \cdot AC = EC \cdot BC$.



609. LP — проекція катета KL, PM — проекція катета KM на гіпотенузу LM.



610. У ΔACB ($\angle C = 90°$) $CD \perp AB$; $AD = 1$ см, $DB = 8$ см.

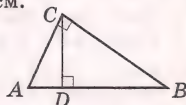


$AD < DB$, AD — проекція катета AC на гіпотенузу, значить, катет AC менший. $AC^2 = AD \cdot AB$;

$AC^2 = 1 \cdot (1 + 8)$; $AC^2 = 9$; $AC = 3$ см.

Відповідь: 3 см.

611. У ΔABC ($\angle C = 90°$) $CD \perp AB$, $CD = 24$ см, $AD = 18$ см. $CD^2 = AD \cdot DB$; $24^2 = 18 \cdot DB$; $576 = 18 \cdot DB$; $DB = 576 : 18$; $DB = 32$ см.



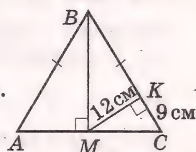
$AB = AD + DB = 18 + 32 = 50$ (см).

$AC^2 = AD \cdot AB = 18 \cdot 50 = 900$; $AC = 30$ см.

$BC^2 = DB \cdot AB = 32 \cdot 50 = 1600$; $AC = 40$ см.

Відповідь: 32 см, 30 см, 40 см.

612. У ΔABC $AB = BC$. BM — бісектриса, проведена до основи, значить, BM — висота. $MK \perp BC$, тоді $MK^2 = BK \cdot KC$; $12^2 = BK \cdot 9$, звідки $BK = 144 : 9 = 16$ (см).



$BC = BK + KC = 16 + 9 = 25$ (см). $BM^2 = BK \cdot BC$;

$BM^2 = 16 \cdot 25$; $BM^2 = 400$; $BM = 20$ см.

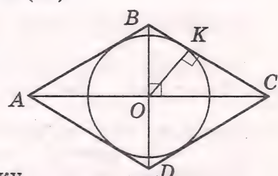
$MC^2 = KC \cdot BC$; $MC^2 = 9 \cdot 25$; $MC^2 = 225$; $MC = 15$ см.

$AC = 2MC = 2 \cdot 15 = 30$ (см).

$P_{\Delta ABC} = AC + 2BC = 30 + 2 \cdot 25 = 30 + 50 = 80$ (см).

Відповідь: 20 см, 80 см.

613. BM — висота, опущена на гіпотенузу AC з вершини прямого кута B ΔABC.



$AM : MC = 9 : 16$, $BM = 12$ см.

Нехай $AM = 9x$, $MC = 16x$. $BM^2 = AM \cdot MC$;

$12^2 = 9x \cdot 16x$; $144 = 144x^2$; $x^2 = 1$; $x = 1$.

Отже, $AM = 9$ см, $MC = 16$ см, $AC = AM + MC = 9$ см $+ 16$ см $= 25$ см.

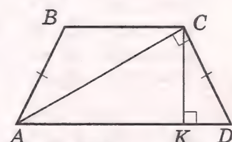
$AB^2 = AM \cdot AC$; $AB^2 = 9 \cdot 25 = 225$; $AB = 15$ см.

$BC^2 = MC \cdot AC$; $BC^2 = 16 \cdot 25 = 400$; $BC = 20$ см.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (15 + 20) = 2 \cdot 35 = 70$ (см).

Відповідь: 70 см.

614. $ABCD$ — ромб, центр вписаного кола O — точка перетину діагоналей ромба. $AC \perp BD$,



$BO = \frac{1}{2}BD$, $CO = \frac{1}{2}AC$ за властивістю діагоналей ромба.

$OK \perp BC$ — радіус, проведений в точку дотику.

$BK = 3{,}6$ см, $KC = 6{,}4$ см, $BC = BK + KC = 3{,}6 + 6{,}4 = 10$ (см).

$OB^2 = BK \cdot BC$; $OB^2 = 3{,}6 \cdot 10 = 36$; $OB = 6$ см. $BD = 2OB = 2 \cdot 6 = 12$ (см).

$OC^2 = KC \cdot BC$; $OC^2 = 6{,}4 \cdot 10 = 64$; $OC = 8$ см. $AC = 2 \cdot OC = 2 \cdot 8 = 16$ (см).

Відповідь: 8 см, 16 см.

615. $ABCD$ — трапеція, $AD \parallel BC$, $AC \perp BC$. $CK \perp AD$ — висота, $CK = 9$ см. Середня лінія трапеції дорівнює півсумі основ $\frac{AD + BC}{2}$. $AK = \frac{AD + BC}{2}$ (ключова задача 214).

B C A K D

Тоді AK дорівнює середній лінії: $AK = 9$ см. $CK^2 = AK \cdot KD$,

$KD = \frac{CK^2}{AK} = \frac{36}{9} = 4$ (см).

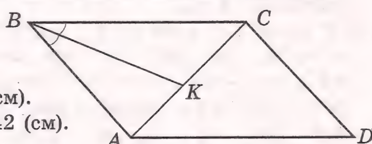
$AD = AK + KD = 9 + 4 = 13$ (см). $\frac{AD + BC}{2} = 9$; $13 + BC = 18$; $BC = 5$ см.

Відповідь: 13 см, 5 см.

616. $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{3}$. 617. $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$; $\frac{AB}{20} = \frac{3}{5}$; $AB = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

618. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = (x + 9)$ см. За властивістю бісектриси



$\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{KC}$; $\frac{x}{4} = \frac{x+9}{10}$;

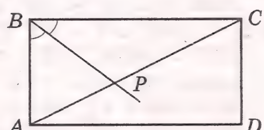
$10x = 4x + 36$; $6x = 36$; $x = 6$.

Отже, $AB = 6$ см, $BC = 6 + 9 = 15$ (см).

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (6 + 15) = 42$ (см).

Відповідь: 42 см.

619. $ABCD$ — прямокутник. $P_{ABCD} = 60$ см,



тоді $AB + BC = \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ (см).

Нехай $AB = x$ см, то $BC = (30 - x)$ см.

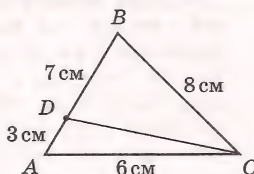
AC — діагональ, BP — бісектриса кута B.

$AP : PC = 7 : 8$. За властивістю бісектриси $\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{PC}$; $\frac{x}{7} = \frac{30 - x}{8}$;

$8x = 7(30 - x)$; $8x = 210 - 7x$; $15x = 210$; $x = 14$.

Отже, $AB = 14$ см, $BC = 30 - 14 = 16$ (см). *Відповідь*: 14 см, 16 см.

620. Якби відрізок CD був бісектрисою кута C, то виконувалась би рівність



$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$. Нехай $AD = x$ см, тоді

$BD = (3 + 7 - x) = (10 - x)$ см.

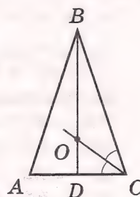
$\frac{6}{8} = \frac{x}{10 - x}$; $60 - 6x = 8x$; $14x = 60$; $x = 4\frac{2}{7}$.

Отже, якщо CD — бісектриса, то $AD = 4\frac{2}{7}$.

За умовою $AD = 3$ см, тоді $\angle ACD < \frac{1}{2}\angle C$, отже, $\angle ACD < \angle BCD$.

Відповідь: $\angle ACD < \angle BCD$.

621. Центр кола, вписаного в трикутник — це точка перетину



бісектрис. Тоді за властивістю бісектриси CO $\frac{CB}{CD} = \frac{BO}{OD}$.

За умовою $\frac{BO}{OD} = \frac{4}{1}$, тоді $\frac{CB}{CD} = \frac{4}{1}$.

Нехай $CD = x$ см, тоді $CB = 4x$ см.

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 4x + 4x + 2 \cdot x = 10x$.

За умовою $10x = 90$, звідки $x = 9$.

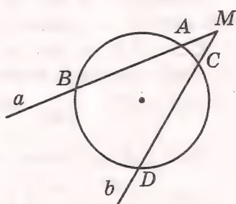
Отже, $DC = 9$ см, $AC = 2 \cdot 9 = 18$ (см).

$BC = AB = 4 \cdot 9 = 36$ (см).

Відповідь: 18 см, 36 см, 36 см.

622. $CS \cdot DS = AS \cdot SB = 4 \cdot 1 = 4$.

623. $MA \cdot MB = MC \cdot MD$; $28 = 4 \cdot MD$;



$MD = 28 : 4 = 7$.

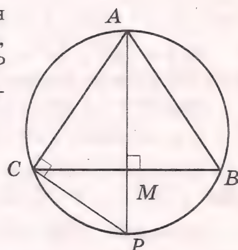
$CD = MD - MC = 7 - 4 = 3$.

Відповідь: 7; 3.

624. $AM^2 = AK \cdot AP$, звідки $AK = AM^2 : AP$; $AK = 8^2 : 16 = 64 : 16 = 4$ (см).
$PK = AP - AK = 16 - 4 = 12$ (см).
Відповідь: 12 см.

625. $AM^2 = AK \cdot AP$. За умовою $AP : AK = 4 : 1$, тоді $AK = x$, $AP = 4x$.
$10^2 = x \cdot 4x$; $100 = 4x^2$; $x^2 = 25$; $x = 5$. Отже, $AK = 5$ см,
$AP = 4 \cdot 5 = 20$ (см), $KP = AP - AK = 20 - 5 = 15$ (см).
Відповідь: 5 см, 20 см, 15 см.

626. У ΔACP $\angle C = 90°$ як вписаний кут, що спирається на діаметр. У ΔABC ($AB = AC$) AM — медіана, а значить, і висота. Отже, $AM \perp CB$. З ΔACP за властивістю висоти, опущеної з вершини прямого кута, $CM^2 = AM \cdot MP$.



$$MP = CM^2 : AM = 4^2 : 6 = 16 : 6 = 2\frac{2}{3} \text{ (см)}.$$

$$AP = AM + MP = 6 + 2\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3} \text{ (см)}.$$

Відповідь: $8\frac{2}{3}$ см.

627. $BL^2 = AB \cdot BC - AL \cdot CL$ *Відповідь*: задача 1 § 17).

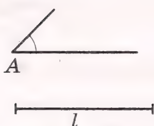
За властивістю бісектриси кута трикутника $\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC} = \frac{4}{5}$.

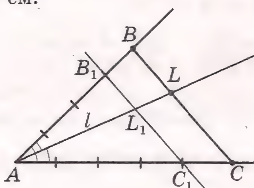
Нехай $AB = 4x$, $BC = 5x$. $5^2 = 4x \cdot 5x = 4 \cdot 5$; $25 = 20x^2 - 20$; $45 = 20x^2$;

$x^2 = \frac{45}{20}$; $x^2 = \frac{9}{4}$; $x = \frac{3}{2}$; $x = 1{,}5$.

$AB = 4 \cdot 1{,}5 = 6$ (см), $BC = 5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ (см).
Відповідь: 6 см, 7,5 см.

628. *Дано:*





План побудови.
1. Побудувати кут A.
2. На сторонах кута A відкласти відрізки AC_1 і AB_1 такі, що $AC_1 : AB_1 = 4 : 3$. Для цього на одній стороні кута відкласти 4 рівних відрізки (AC_1), на другій — 3 таких же відрізки (AB_1).
3. Поділити кут A навпіл і провести бісектрису AL_1.
4. на промені AL_1 відкласти відрізок $AL = l$.
5. Через точку L провести пряму BC, паралельну B_1C_1.
6. ΔABC — шуканий.

629. 2, 4, 6.

630. 1) $EF^2 = EP^2 + PF^2$; 2) $EP^2 = EF^2 - PF^2$.

631. $c^2 = a^2 + b^2$, $c = \sqrt{^2 + b^2}$.

1) $c^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, $c = \sqrt{100} = 10$ (см);

2) $c = \sqrt{12^2 + 35^2} = \sqrt{144 + 1225} = \sqrt{1369} = 37$ (см).

632. 1) $c=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$ (см);

2) $c=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}=17$ (см).

633. $a=\sqrt{c^2-b^2}$, $b=\sqrt{c^2-a^2}$.

1) $a=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{(17-8)(17+8)}=\sqrt{9\cdot 25}=3\cdot 5=15$ (см);

2) $b=\sqrt{26^2-10^2}=\sqrt{(26-10)(26+10)}=\sqrt{16\cdot 36}=4\cdot 6=24$ (см).

634. 1) $a=\sqrt{25^2-7^2}=\sqrt{(25+7)(25-7)}=\sqrt{32\cdot 18}=\sqrt{576}=24$ (см);

2) $b=\sqrt{41^2-40^2}=\sqrt{(41+40)(41-40)}=\sqrt{81\cdot 1}=9\cdot 1=9$ (см).

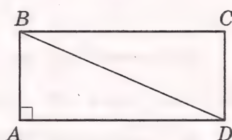
635. Найбільша сторона прямокутного трикутника — це гіпотенуза, c = 7 см. Нехай b = 5 см. Тоді

$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{(7-5)(7+5)}=\sqrt{2\cdot 12}=\sqrt{24}=\sqrt{4\cdot 6}=2\sqrt{6}$ (см).

Відповідь: $2\sqrt{6}$ см.

636. a = 2 см, b = 3 см. $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{13}$ см.



637. У прямокутнику $ABCD$ $AB = CD$ = 6 см, $BC = AD$ = 8 см. $BD^2 = AB^2 + AD^2$;

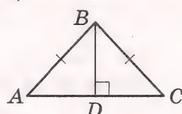
$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=$

$=\sqrt{100}=10$ (см). *Відповідь*: 10 см.

638. (Див. рис. до №637.) У прямокутнику $ABCD$ BD = 13 см, AB = 12 см.

$AD=\sqrt{BD^2-AB^2}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$ (см).

Відповідь: 5 см.



639. У ΔABC $AB = BC$ = 15 см, $BD \perp AC$, BD = 12 см. Висота BD у рівнобедреному трикутнику є медіаною, отже, $AD = CD$. З ΔABD

$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{225-144}=\sqrt{81}=9$ (см).

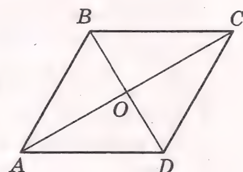
$AC = AD \cdot CD = 2 \cdot 9 = 18$ (см). *Відповідь*: 18 см.

640. (Див. рис. до №639.) У ΔABC $AB = BC$, AC = 16 см, $BD \perp AC$, BD = 15 см. Висота BD у прямокутному трикутнику є медіаною:

$AD=DC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\cdot 16=8$ (см). З ΔABC $AB^2 = AD^2 + BD^2$;

$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}=17$ (см).

Відповідь: 17 см.



641. У ромбі $ABCD$ AC = 70 см, BD = 24 см. Діагоналі ромба перпендикулярні і точкою перетину O діляться навпіл.

У ΔAOB ($\angle O = 90°$) $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\cdot 70=35$ (см),

$BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\cdot 24=12$ (см).

$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{35^2+12^2}=\sqrt{1225+144}=\sqrt{1369}=37$ (см).

Відповідь: 37 см.

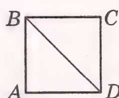
642. (Див. рис. до №641.) У ромбі $ABCD$ AB = 13 см, AC = 10 см. Діагоналі ромба перпендикулярні і точкою перетину O діляться навпіл.

У ΔAOB ($\angle O = 90°$) $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\cdot 10=5$ (см),

$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).

$BD = 2BO = 2 \cdot 12 = 24$ (см).

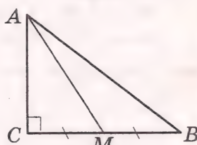
Відповідь: 24 см.



643. Нехай сторона квадрата a.

Тоді $a^2 + a^2 = BD^2$; $2a^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2$; $2a^2 = 18$; $a^2 = 9$; $a = 3$.

Сторона квадрата 3 см. *Відповідь*: 3 см.



644. У ΔABC $\angle C = 90°$, $AC = 7$ см, $BC = 8$ см.

AM — медіана.

Тоді $CM = BM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ (см).

У ΔAMC $\angle C = 90°$,

$AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{65}$ см.

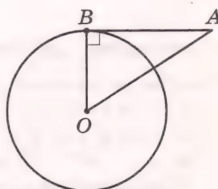
645. (Див. рис. до №644.) У ΔABC $\angle C = 90°$, $CB = 6$ см, $AC = 9$ см.

AM — медіана, значить, $CM = MB = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ (см).

У ΔAMC $AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} =$

$= \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} = \sqrt{9 \cdot 10} = 3\sqrt{10}$ (см).

Відповідь: $3\sqrt{10}$ см.

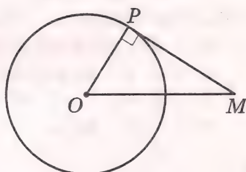


646. AB — дотична до кола. $OB \perp AB$ як радіус, проведений в точку дотику.

$AO^2 = OB^2 + AB^2$;

$AO = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{53}$ см.



647. PM — дотична до кола, $OP \perp PM$ — радіус, проведений в точку дотику.

$PM = \sqrt{OM^2 - OP^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{(6-3)(6+3)} =$

$= \sqrt{3 \cdot 9} = 3\sqrt{3}$ (см).

Відповідь: $3\sqrt{3}$ см.

648. 1) $25^2 = 625$; $15^2 + 20^2 = 225^2 + 400^2 = 625$. $25^2 = 20^2 + 15^2$.

Відповідь: так.

2) $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$; $6^2 = 36$. $4^2 + 5^2 \neq 6^2$.

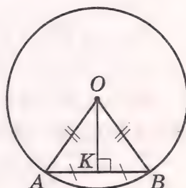
Відповідь: ні.

649. 1) $5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 63$; $9^2 = 81$; $5^2 + 6^2 \neq 9^2$.

Відповідь: ні.

2) $16^2 + 30^2 = 256 + 900 = 1156$; $34^2 = 1156$; $16^2 + 30^2 = 34^2$.

Відповідь: так.



650. $OA = OB = 13$ см — радіус, $AB = 10$ см — хорда.

$OK \perp AB$ — відстань від центра кола до хорди.

У ΔAOB $(OA = OB)$ OK — висота і медіана,

$AK = KB = 10$ см : 2 = 5 см.

У ΔAOK $OK = \sqrt{AO^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} =$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

651. $AB = 16$ см — хорда, $OK \perp AB$, $OK = 6$ см — відстань від центра кола до хорди AB. $OA = OB$ — радіуси кола. У ΔAOB OK — висота і медіана.



$$AK = BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ (см)}.$$

У ΔAOK

$$AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 10 см.

652. *І випадок.* $a = 5$ см і $b = 6$ см — катети, c — гіпотенуза.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61} \text{ (см)}.$$

ІІ випадок. $a = 5$ см — катет, $c = 6$ см — гіпотенузу, b — катет.

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11} \text{ (см)}.$$

Відповідь: $\sqrt{61}$ см або $\sqrt{11}$ см.

653. *І випадок.* $a = 5$ см і $b = 2$ см — катети, c — гіпотенуза,

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} \text{ (см)}.$$

ІІ випадок. $a = 2$ см — катет, $c = 5$ см — гіпотенуза, b — катет.

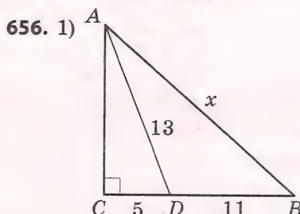
$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} \text{ (см)}.$$

Відповідь: $\sqrt{29}$ см або $\sqrt{21}$ см.

654. Нехай катети $a = 7x$ см, $b = 24x$ см, гіпотенуза $c = 50$ см.
$a^2 + b^2 = c^2$; $(7x)^2 + (24x)^2 = 50^2$; $49x^2 + 576x^2 = 2500$; $625x^2 = 2500$;
$x^2 = 4$; $x = 2$. $a = 7 \cdot 2 = 14$ (см); $b = 24 \cdot 2 = 48$ (см).
$P_\Delta = a + b + c = 14 + 48 + 50 = 112$ (см).
Відповідь: 112 см.

655. Нехай катет $a = 8x$ см, гіпотенуза $c = 17x$ см, катет $b = 30$ см.
$a^2 + b^2 = c^2$; $(8x)^2 + 30^2 = (17x)^2$; $64x^2 + 900 = 289x^2$; $225x^2 = 900$;
$x^2 = 4$; $x = 2$. $a = 8 \cdot 2 = 16$ (см); $c = 17 \cdot 2 = 34$ (см).
$P_\Delta = a + b + c = 16 + 30 + 34 = 80$ (см).
Відповідь: 80 см.

656. 1)



ΔACD:

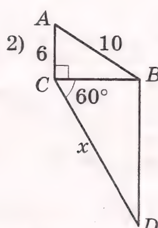
$AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} =$
$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12;$

$BC = CD + BD = 5 + 11 = 16.$

$x = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} =$
$= \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20.$

Відповідь: 20.

2)

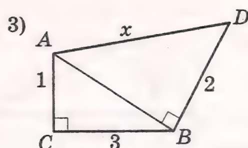


ΔABC:

$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} =$
$= \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8.$

ΔBCD: $\angle D = 90° - \angle BCD =$
$= 90° - 60° = 30°.$
$x = 2BC = 2 \cdot 8 = 16.$
Відповідь: 16.

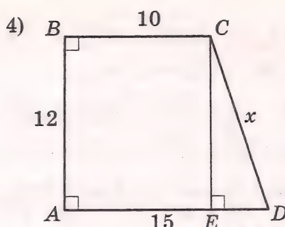
3)



ΔABC: $AB^2 = AC^2 + BC^2 =$
$= 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$
ΔABD:
$x = \sqrt{AB^2 + BD^2} =$
$= \sqrt{10 + 2^2} = \sqrt{14}.$

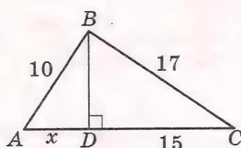
Відповідь: $\sqrt{14}$.

4)



Проведемо $CE \perp AD$, $ABCE$ — прямокутник ($BC \parallel AE$, $AB \parallel CE$, $\angle A = 90°$).
Тоді $CE = AB = 12$, $AE = BC = 10$.
$DE = AD - AE = 15 - 10 = 5$.
ΔCED: $x = \sqrt{CE^2 + ED^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} =$
$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$
Відповідь: 13.

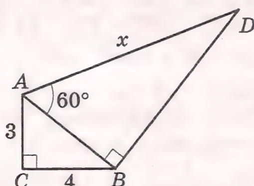
657. 1)



ΔBCD: $BD^2 = BC^2 - CD^2 =$
$= 17^2 - 15^2 = (17 - 15)(17 + 15) =$
$= 2 \cdot 32 = 64.$
ΔABD: $x = \sqrt{AB^2 - BD^2} =$
$= \sqrt{10^2 - 64} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6.$

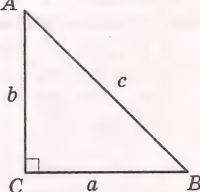
Відповідь: 6.

2)



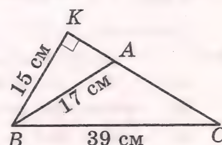
ΔABC: $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} =$
$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$
ΔABD: $\angle D = 90° - \angle A = 90° - 60° = 30°.$
$AD = 2AB = 2 \cdot 5 = 10.$
Відповідь: 10.

658. $AC = 6$ см. Нехай $AB = x$ см, тоді $BC = (x - 2)$ см.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
$x^2 = (x - 2)^2 + 6^2$; $x^2 = x^2 - 4x + 4 + 36$;
$4x = 40$; $x = 10$. $AB = 10$ см; $BC = 10 - 2 = 8$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 6 + 10 + 8 = 24$ (см).
Відповідь: 24 см.



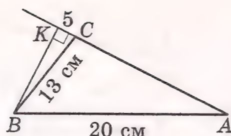
659. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 658).
$AC = 5$ см, $BC = x$ см, $AB = (x + 1)$ см.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
$(x + 1)^2 = 5^2 + x^2$;
$x^2 + 2x + 1 = 25 + x^2$; $2x = 24$; $x = 12$. $BC = 12$ см; $AB = 12 + 1 = 13$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 5 + 12 + 13 = 30$ (см).
Відповідь: 30 см.

660. У ΔAKB $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} =$
$= \sqrt{(17 - 15)(17 + 15)} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64} = 8$ (см).
У ΔBCK $KC = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} =$
$= \sqrt{(39 - 15)(39 + 15)} = \sqrt{24 \cdot 54} = \sqrt{4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 9} = 2 \cdot 6 \cdot 3 = 36$ (см).
$AC = KC - AK = 36 - 8 = 28$ (см). *Відповідь*: 28 см.



661. У ΔBCK $BK = \sqrt{BC^2 - KC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} =$

$= \sqrt{69 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).

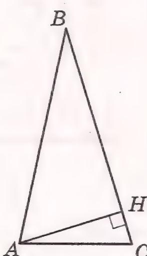


У ΔABK $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} =$

$= \sqrt{(20-12)(20+12)} = \sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{8 \cdot 8 \cdot 4} = 8 \cdot 2 = 16$ (см).

$AC = AK - KC = 16 - 5 = 11$ (см). *Відповідь*: 11 см.

662. У ΔABC $AB = BC$, $AH \perp BC$, $AH = 5$ см; $BH = 12$ см.



У ΔABH $AB =$

$= \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ (см).

$BC = AB = 13$ см, $CH = BC - HB = 13 - 12 = 1$ (см).

У ΔAHC $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{26}$ см.

663. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 662).

У ΔABC $AB = BC$, $AH \perp BC$, $BH = 24$ см, $HC = 1$ см.

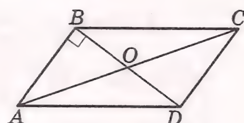
У ΔABH $AB = BC = BH + HC = 24 + 1 = 25$ (см).

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25^2 - 24^2 = (25 - 24)(25 + 24) = 1 \cdot 49 = 49.$

У ΔAHC $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$ (см).

Відповідь: $5\sqrt{2}$ см.

664. $ABCD$ — паралелограм, $BD \perp AB$, $BD = 8$ см, $AC = 10$ см.



$AO = CO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см).

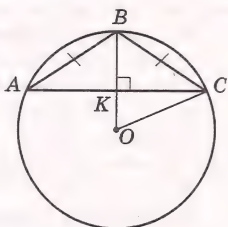
$BO = DO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ (см).

У ΔABO $AB = \sqrt{AO^2 - BO^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ (см).

У ΔABD $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73}$ (см).

Відповідь: 3 см, $\sqrt{73}$ см.

665. O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC, $\angle B$ — тупий, тому центр O знаходиться поза трикутником. $OB = OC = 37$ см, $AC = 70$ см. $OB \perp AC$, $AK = KC$.



У ΔOKC $OK = \sqrt{OC^2 - KC^2} = \sqrt{37^2 - 35^2} =$

$= \sqrt{(37-35)(37+35)} = \sqrt{2 \cdot 72} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 36} =$

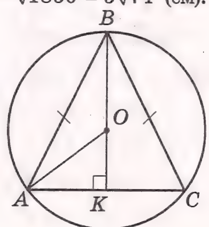
$= 2 \cdot 6 = 12$ (см).

$BK = OB - OK = 37 - 12 = 25$ (см).

У ΔBCK $BC = \sqrt{BK^2 + KC^2} = \sqrt{25^2 + 35^2} = \sqrt{625 + 1225} = \sqrt{1850} = 5\sqrt{74}$ (см).

Відповідь: $5\sqrt{74}$ см.

666. O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC, $\angle B$ — гострий, тому точка O лежить на висоті BK, проведеній до основи трикутника. $BK = 18$ см, $AO = OB = 13$ см.



У ΔAOK ($\angle K = 90°$) $AK^2 = AO^2 - OK^2$.

$OK = BK - BO = 18 - 13 = 5$ см.

Тоді $AK^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144.$

У ΔABK ($\angle K = 90°$)

$AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{144 + 18^2} = \sqrt{468} = \sqrt{36 \cdot 13} = 6\sqrt{13}$ (см).

Відповідь: $6\sqrt{13}$ см.

667. Подамо число 13 у вигляді суми двох квадратів:

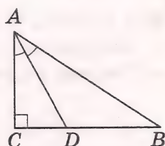
$13 = 9 + 4$, $\left(\sqrt{13}\right)^2 = 3^2 + 2^2$.

Таким чином, відрізок $\sqrt{13}$ см — це гіпотенуза прямокутного трикутника з катетами 3 см і 2 см.

668. Подамо число 10 у вигляді суми двох квадратів: $10 = 9 + 1$; $10 = 3^2 + 1^2$.

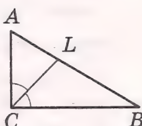
Таким чином, $\left(\sqrt{10}\right)^2 = 3^2 + 1^2$, тобто відрізок довжиною $\sqrt{10}$ — це гіпотенуза прямокутного трикутника з катетами 3 і 1.

669. Бісектриса AD ділить катет BC на відрізки $CD = 10$ см і $DB = 26$ см, тоді $AC : AB = 10 : 26 = 5 : 13$. Нехай $AC = 5x$ см, $AB = 13x$ см.



За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
$BC = CD + BD = 10 + 26 = 36$ (см).
$(13x)^2 = (5x)^2 + 36^2$; $169x^2 = 25x^2 + 1296$;
$144x^2 = 1296$; $x^2 = 9$; $x = 3$. Отже,
$AC = 5 \cdot 3 = 15$ (см); $AB = 13 \cdot 3 = 39$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 15 + 39 + 36 = 90$ (см). *Відповідь*: 90 см.

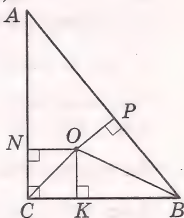
670. У ΔABC $\angle C = 90°$; CL — бісектриса кута C. $AL = 15$ см, $LB = 20$ см, $AB = AL + LB = 15 + 20 = 35$ (см).



За властивістю бісектриси $\dfrac{AC}{CB} = \dfrac{AL}{LB} = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$.

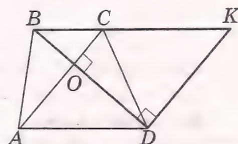
Позначимо $AC = 3x$ см, $CB = 4x$ см.
Тоді $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $35^2 = (3x)^2 + (4x)^2$; $1225 = 9x^2 + 16x^2$; $25x^2 = 1225$; $x^2 = 49$; $x = 7$. $AC = 3 \cdot 7 = 21$ (см); $CB = 4 \cdot 7 = 28$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 35 + 21 + 28 = 84$ (см). *Відповідь*: 84 см.

671. ΔABC — прямокутний, $\angle C = 90°$. Центр вписаного кола O — точка перетину бісектрис кутів трикутника, $OK \perp BC$ — радіус вписаного кола, проведений в точку дотику. $CK = 2$ см, $BK = 10$ см.
$OK = ON = OP$.



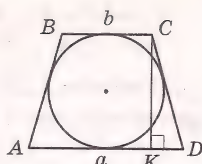
$\Delta NOC = \Delta KOC$ за гіпотенузою і гострим кутом.
Тоді $CN = CK = 2$ см. Аналогічно $PB = BK = 10$ см,
$AP = AN = x$ см, $AC = (x + 2)$ см, $AB = (x + 10)$ см.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(x + 10)^2 = (x + 2)^2 + (10 + 2)^2$;
$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 4x + 4 + 144$; $20x - 4x = 148 - 100$; $16x = 48$; $x = 3$.
$AP = AN = 3$ см; $AC = 3 + 2 = 5$ (см); $AB = 3 + 10 = 13$ (см).
$P_{\Delta ABC} = AC + BC + AB = 5 + 12 + 13 = 30$ (см).
Відповідь: 30 см.

672. $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $BD \perp AC$, $BD = 8$ см, $AC = 6$ см. Продовжимо BC і проведемо $DK \parallel AC$. Оскільки $ACKD$ — паралелограм, то $DK = AC = 6$ см. $BD \perp DK$, оскільки $BD \perp AC$ а $AC \parallel DK$. ΔBDK — прямокутний. $BK^2 = BD^2 + DK^2$.



$BK = \sqrt{BD^2 + DK^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ (см). $BK = BC + AD$, тоді середня лінія дорівнює BK, тобто 5 см. *Відповідь*: 5 см.

673. $ABCD$ — трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = a$, $BC = b$. $CK \perp AD$ — висота трапеції. Оскільки в трапецію вписано коло, то $AB + CD = AD + BC$, $2CD = a + b$, $CD = \frac{a+b}{2}$. $KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a-b}{2}$ (див. опорна задача № 214).

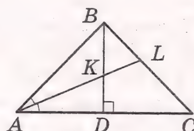


У ΔCKD

$$CK = \sqrt{CD^2 - KD^2} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4ab}{4}} = \sqrt{ab}.$$

674. У ΔABC $AB = BC$, $AB : AC = 5 : 8$; $BD \perp AC$ — висота, AL — бісектриса.



Висота BD, проведена до основи, є медіаною.

$AD = DC$. Тоді $AB : AD = \frac{5}{4}$.

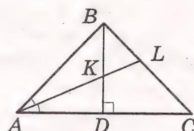
За властивістю бісектриси трикутника $\frac{AB}{AD} = \frac{BK}{KD}$.

Оскільки $AB > AD$, то і $BK > KD$.

Нехай $KD = x$ см, тоді $BK = (x + 3)$ см. $\frac{5}{4} = \frac{x+3}{x}$; $5x = 4x + 12$; $x = 12$.

$KD = 12$ см, $BK = 12 + 3 = 15$ (см), $BD = BK + KD = 15 + 12 = 27$ см.
У ΔABD $AB^2 = BD^2 + AD^2$. $AB = 5y$, $AD = 4y$. $(5y)^2 = 27^2 + (4y)^2$;
$25y^2 = 729 + 16y^2$; $9y^2 = 729$; $y^2 = 81$; $y = 9$. $AB = 5 \cdot 9 = 45$ (см),
$AD = 4 \cdot 9 = 36$ (см); $AC = 2 \cdot AD = 2 \cdot 36 = 72$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 45 + 45 + 72 = 162$ (см). *Відповідь*: 162 см.

675. У ΔABC $AB = BC$, $AB = AC - 5$ см.
$BD \perp AC$ — висота, AL — бісектриса кута A.



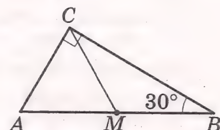
У ΔABD $BD \perp AD$, $AD = \frac{1}{2}AC$ (висота є медіаною).

Оскільки $AB > AD$, то $BK > KD$, тоді
$BK : KD = 5 : 3$. Нехай $AC = x$ см, тоді $AB = (x - 5)$ см, $AD = 0{,}5x$ см.

За властивістю бісектриси $AB : AD = BK : KD$, $\frac{x-5}{0{,}5x} = \frac{5}{3}$; $3x - 15 = 2{,}5x$;

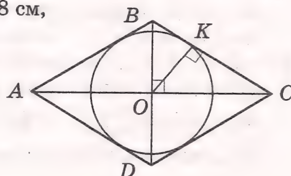
$0{,}5x = 15$; $x = 30$. Отже, $AC = 30$ см, $AB = 30 - 5 = 25$ (см).
$P_{\Delta ABC} = AC + 2AB = 30 + 2 \cdot 25 = 80$ (см).
Відповідь: 80 см.

676. У ΔABC ($\angle C = 90°$) $CM = \frac{1}{2}AB = AM = BM$,



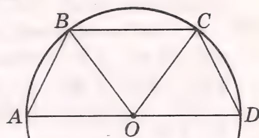
$AC = \frac{1}{2}AB = AM = BM$ як катет, що лежить проти кута 30°. За умовою $AC + AM + BM = 18$ см,
$3AC = 18$ см, $AC = 6$ см. $CM = AC = 6$ см.
Відповідь: 6 см.

677. $ABCD$ — ромб, O — точка перетину його діагоналей і центр вписаного кола.
$OK \perp BC$ — радіус, проведений в точку дотику. $OK = 3$ см, $KC = 9$ см.



З ΔOKC $OC^2 = OK^2 + KC^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$.
З ΔBOC $OC^2 = BC \cdot KC$, $BC = OC^2 : KC = 90 : 9 = 10$ (см).
$P_{ABCD} = 4 \cdot BC = 4 \cdot 10 = 40$ (см). *Відповідь*: 40 см.

678. $ABCD$ — трапеція, вписана в півколо. AD — діаметр кола. Проведемо BO і CO — радіуси кола. Тоді $AO = BO = CO = OD = BC$ як радіуси кола, $BC = \frac{1}{2}AD$ за умовою, ΔBOC — рівносторонній, всі його кути дорівнюють по 60°.

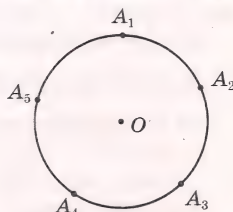


$\angle BOA = \angle COD$ як внутрішні різносторонні з кутами CBO і BCO відповідно. Тоді в рівнобедрених трикутниках ABO і DOC решта кутів також дорівнюють 60°. Отже, у трапеції $ABCD$ $\angle A = \angle D = 60°$, $\angle B = \angle C = 2 \cdot 60° = 120°$. *Відповідь*: 60°, 120°.

679. Вказівка. Проведіть пряму m. Позначте на ній довільну точку M. Побудуйте пряму, перпендикулярну прямій m, яка проходить через точку M. На побудованій прямій від точки M відкладіть відрізок MA заданої довжини.

681. Вказівка. Двічі виконайте побудову, як у № 679. Отримаємо дві точки, віддалені від даної прямої m на відстань 2 см. Пряма n, проведена через ці дві точки, паралельна прямій m і відділена від неї на відстань 2 см.

682. Так, можна. Якщо п'ять точок розмістити на колі на однаковій відстані одна від одної, а шосту точку — в центр цього кола. Будь-який трикутник, вершинами якого є точки A_1, ..., A_5 є рівнобедреним, бо дві його сторони — рівні хорди. Трикутник, одна з вершин якого, — центр кола O, є рівнобедреним, оскільки дві його сторони — це радіуси кола.



683. 1) BM; 2) M; 3) BP; 4) P; 5) PM.

684.

685. $BM < BP$.

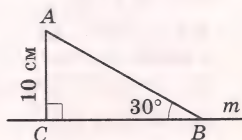
686. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 684). $PK = 5$ см, $PM = 13$ см.
$KM = \sqrt{PM^2 - PK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).
Відповідь: 12 см.

687. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 684). $PK = 6$ см, $KM = 8$ см.
$PM = \sqrt{PK^2 + KM^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ (см).
Відповідь: 10 см.

688. Оскільки рівні похилі мають рівні проекції, то проекція другої похилої теж дорівнює 6 см, а відстань між основами похилих — 6 + 6 = 12 (см). *Відповідь*: 12 см.

689. Якщо з однієї точки до прямої провести дві рівні похилі, то їх проекції також рівні. Проекція кожної похилої 10 см : 2 = 5 см. *Відповідь*: 5 см.

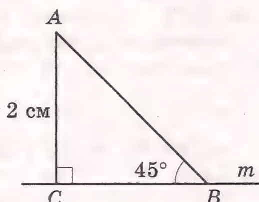
690. $AC \perp m$ — відстань від точки A до прямої m. $AC = 10$ см. AB — похила, $\angle ABC = 30°$. За властивістю катета, що лежить проти кута 30° $AC = \frac{1}{2}AB$.



$AB = 2AC = 2 \cdot 10$ см $= 20$ см. З ΔABC

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{(20-10)(20+10)} = \sqrt{10 \cdot 30} = 10\sqrt{3} \text{ (см).}$$

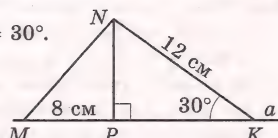
Відповідь: $10\sqrt{3}$ см.



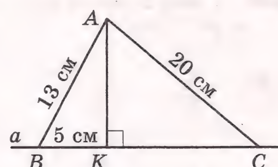
691. $AC \perp m$ — відстань від точки A до прямої m. $AC = 2$ см. AB — похила, $\angle ABC = 45°$.
Тоді $\angle BAC = 90° - \angle ABC = 90° - 45° = 45°$.
ΔABC — рівнобедрений, $BC = AC = 2$ см.
З ΔABC

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2} \text{ (см).}$$

Відповідь: 2 см, $2\sqrt{2}$ см.



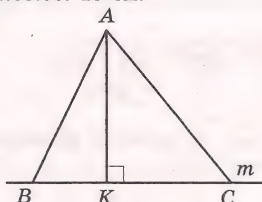
692. MN і MP — похилі, проведені з точки M до прямої a, $MN = 13$ см. Проведемо $MK \perp a$ — перпендикуляр. $NK = 5$ см — проекція похилої NK, KP — проекція похилої MP, $\angle MPK = 45°$.
З ΔMNK $MK = \sqrt{MN^2 - NK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} =$
$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).
У ΔMKP $\angle PMK = 90° - 45° = 45°$.
Тоді ΔMPK — рівнобедрений, $MK = KP = 12$ см. *Відповідь*: 12 см.



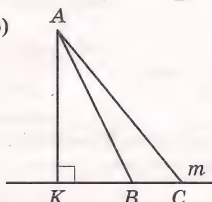
693. NM і NK — похилі, $NK = 12$ см. $NP \perp a$. $MP = 8$ см — проекція похилої NM, $\angle NKP = 30°$.
З ΔNKP $NP = \frac{1}{2} NK = \frac{1}{2} \cdot 12$ см $= 6$ см
(за властивістю катета, що лежить проти кута 30°).
З ΔMNP $MN = \sqrt{NP^2 + MP^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ (см).
Відповідь: 10 см.

694. $AB = 13$ см, $AC = 20$ см — похилі, $AK \perp a$.
З ΔABK $AK^2 = AB^2 - BK^2 = 13^2 - 5^2 =$
$= 169 - 25 = 144$.
З ΔACK $KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{20^2 - 144} =$
$= \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ (см).
Відповідь: 16 см.

695. а)



б)



$AK \perp m$ — перпендикуляр, $AK = 24$ см. $AB = 25$ см і $AC = 26$ см — похилі. З ΔABK

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = 7 \text{ (см).}$$

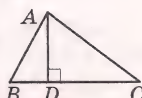
З ΔAKC

$$KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{(26-24)(26+24)} = \sqrt{2 \cdot 50} =$$
$$= \sqrt{100} = 10 \text{ (см).}$$

I випадок. Точки B і C лежать по різні сторони від K.
$BC = BK + KC = 7 + 10 = 17$ (см).
II випадок. Точки B і C лежать по один бік від K.
$BC = CK - BK = 10 - 7 = 3$ (см).
Відповідь: 17 см або 3 см.

696. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 695).
$AK \perp m$, $AK = 8$ см — відстань від точки A до прямої m.
$AB = 10$ см, $AC = 17$ см — похилі.
З ΔABK $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ (см).
З ΔAKC
$KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см).
I випадок. $BC = BK + KC = 6 + 15 = 21$ (см).
II випадок. $BC = KC - BK = 15 - 6 = 9$ (см).
Відповідь: 21 см або 9 см.

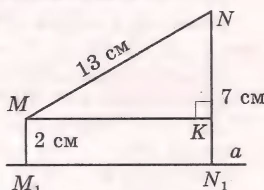
697. $AB = 5$ см, $AC = 8$ см — похилі, $AD \perp BC$, $BD = 3$ см.



З ΔABD $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (см).
З ΔACD: катет $AD = 4$ см дорівнює половині гіпотенузи, $AC = 8$ см, значить, $\angle ACD = 30°$.
Відповідь: 30°.

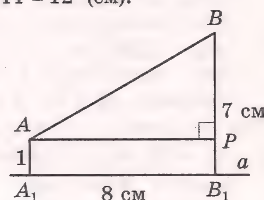
698. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 697).
$AB = 41$ см і AC — похилі, $AD \perp BC$. $BD = 9$ см, $CD = 40$ см — проекції похилих. З ΔABD
$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{(41-9)(41+9)} = \sqrt{32 \cdot 50} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25} =$
$= 4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$ (см).
У ΔACD $AD = CD$, тоді ΔACD — прямокутний і рівнобедрений, $\angle ACD = 45°$. *Відповідь*: 45°.

699. $MM_1 \perp a$, $NN_1 \perp a$, $MM_1 = 2$ см, $NN_1 = 7$ см, $MN = 13$ см. Проведемо $MK \perp NN_1$.
M_1MKN_1 — прямокутник ($MM_1 \parallel KN_1$, $MK \parallel M_1N_1$, $\angle MKN_1 = 90°$). $M_1N_1 = MK$, $KN_1 = MM_1 = 2$ см.
З ΔMNK $NK = NN_1 - KN_1 = 7$ см $- 2$ см $=$ $= 5$ см.



$MK = \sqrt{MN^2 - NK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).
$M_1N_1 = MK = 12$ см. *Відповідь*: 12 см.

700. $AA_1 \perp a$, $BB_1 \perp a$ — перпендикуляри.
$A_1B_1 = 8$ см, $AA_1 = 1$ см, $BB_1 = 7$ см.
Проведемо $A_1P \perp BB_1$.
Чотирикутник A_1APB_1 — прямокутник ($AA_1 \parallel PB_1$, $AP \parallel A_1B_1$, $\angle A_1 = 90°$).
Отже, $AA_1 = B_1P = 1$ см, $AP = A_1B_1 = 8$ см.
У ΔABP $BP = BB_1 - PB_1 = 7 - 1 = 6$ (см).



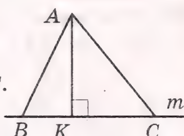
$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ (см).
Відповідь: 10 см.

701. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 697).
$AB = 10$ см, $AC = 14$ см — похилі, $AD \perp BC$ — відстань від точки A до прямої BC. BD — проекція AB, CD — проекція AC. $AB < AC$, тому $BD < CD$. Нехай $BD = x$ см, тоді $CD = (x + 8)$ см.
З ΔABD $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 10^2 - x^2 = 100 - x^2$.

З ΔACD $AD^2 = AC^2 - CD^2 = 14^2 - (x + 8)^2 = 196 - x^2 - 16x - 64 = 132 - x^2 - 16x$. Звідси $100 - x^2 = 132 - x^2 - 16x$; $16x = 32$; $x = 2$.
$BD = 2$ см, $CD = 2 + 8 = 10$ (см).

$AD = \sqrt{100 - 2^2} = \sqrt{100 - 4} = \sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot 6} = 4\sqrt{6}$ (см).

Відповідь: 2 см, 10 см, $4\sqrt{6}$ см.

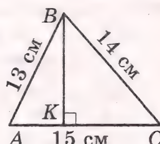


702. AB і AC — похилі, $AC > AB$, $AC - AB = 2$ см.
$AK \perp m$ — відстань від точки A до прямої m.
$BK = 1$ см — проекція AB, $KC = 5$ см — проекція AC.
Нехай $AB = x$ см, тоді $AC = (x + 2)$ см.
З ΔABK $AK^2 = AB^2 - BK^2 = x^2 - 1$.
З ΔACK $AK^2 = AC^2 - CK^2 = (x + 2)^2 - 5^2 = x^2 + 4x + 4 - 25 = x^2 + 4x - 21$.
Ліві частини рівностей однакові, тоді і праві частини рівні.
$x^2 - 1 = x^2 + 4x - 21$; $4x = 20$; $x = 5$. $AB = 5$ см, $AC = 5 + 2 = 7$ (см).

$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{5^2 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ (см).

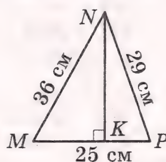
Відповідь: 5 см, 7 см, $2\sqrt{6}$ см.

703. У ΔABC $AB = 13$ см, $BC = 14$ см, $AC = 15$ см. Проведемо $BK \perp AC$ — перпендикуляр, проведений з вершини B до більшої сторони AC. AK — проекція сторони AB, CK — проекція сторони CB на сторону AC. Нехай $AK = x$ см, тоді $CK = (15 - x)$ см.



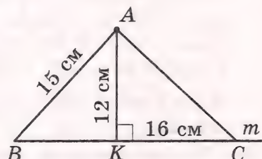
З ΔABK $BK^2 = AB^2 - AK^2 = 13^2 - x^2 = 169 - x^2$.
З ΔBCK $BK^2 = BC^2 - CK^2 = 14^2 - (15 - x)^2 = 196 - 225 + 30x - x^2 = -29 + 30x - x^2$.
Ліві частини рівностей однакові, тоді і праві частини рівні.
$169 - x^2 = -29 + 30x - x^2$; $30x = 198$; $x = 6,6$.
Отже, $AK = 6,6$ см, $CK = 15 - 6,6 = 8,4$ (см). *Відповідь*: 6,6 см, 8,4 см.

704. У ΔMNP $MN = 36$ см, $NP = 29$ см, $MP = 25$ см.
Проведемо $NK \perp MP$ — перпендикуляр, проведений з вершини N до меншої сторони MP. MK — проекція сторони MN, KP — проекція сторони NP на сторону MP.



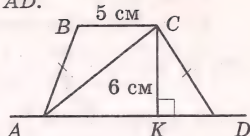
Нехай $MK = x$ см, тоді $PK = (25 - x)$ см.
З ΔMNK $NK^2 = MN^2 - MK^2 = 36^2 - x^2 = 1296 - x^2$.
З ΔNPK $NK^2 = NP^2 - PK^2 = 29^2 - (25 - x)^2 = 841 - 625 + 50x - x^2 = 50x - x^2 + 216$.
Ліві частини рівностей однакові, тоді і праві частини рівні. $1296 - x^2 = 50x - x^2 + 216$; $50x = 1296 - 216$; $50x = 1080$; $x = 21,6$. Отже, $MK = 21,6$ см, $PK = 25 - 21,6 = 3,4$ (см).
Відповідь: 21,6 см, 3,4 см.

705. AB і AM — похилі до прямої m, $AB = 15$ см.
$AK \perp m$, $AK = 12$ см, $KC = 16$ см.



З ΔABK $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9$ (см).
З ΔAKC $AC = \sqrt{AK^2 + KC^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ (см).
$BC = BK + KC = 9 + 16 = 25$ (см).
У ΔABC $AB^2 = 15^2 = 225$; $AC^2 = 20^2 = 400$; $BC^2 = 25^2 = 625$. $625 = 225 + 400$.
Отже, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Тоді за оберненою теоремою Піфагора $\angle A = 90°$.
Відповідь: 90°.

706. $ABCD$ — трапеція, $AB = CD$, $CK = 6$ см, $CK \perp AD$. $BC = 5$ см, $AD = 11$ см.



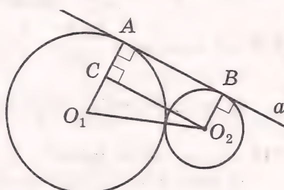
$AK = \dfrac{BC + AD}{2}$ (див. задачу № 214);

$AK = \dfrac{5+11}{2} = \dfrac{16}{2} = 8$ (см).

З ΔACK ($\angle K = 90°$) $AC = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ (см).

Відповідь: 10 см.

707. $O_1A \perp a$, $O_2B \perp a$ — радіуси, проведені в точки дотику. O_1O_2 — відрізок, що з'єднує центри кіл. Проведемо $O_2C \perp O_1A$. $CABO_2$ — прямокутник ($AB \parallel CO_2$, $AC \parallel BO_2$, $AC \perp AB$), тоді $CO_2 = AB$, $O_2B = CA$, тому $O_1C = O_1A - AC = 4 - 1 = 3$ (см). З ΔO_1CO_2 ($\angle C = 90°$)



$CO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - CO_1^2} = \sqrt{(1+4)^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

708. 1) У ΔKBL $\dfrac{KL}{BL} = \dfrac{3}{4}$; у ΔABC $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{2\cdot 3}{2\cdot 4} = \dfrac{3}{4}$. Отже, $\dfrac{KL}{BL} = \dfrac{AC}{BC}$.

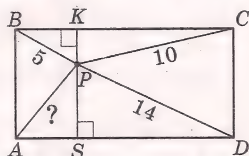
2) У ΔKBL $KB = \sqrt{KL^2 + LB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+6} = \sqrt{25} = 5$. $\dfrac{KL}{KB} = \dfrac{3}{5}$.
У ΔABC $AB = 2KB = 2 \cdot 5 = 10$ см; $AC = 2KL = 2 \cdot 3 = 6$.
$\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$. $\dfrac{KL}{KB} = \dfrac{AC}{AB}$.

3) У ΔKBL $\dfrac{BL}{KB} = \dfrac{4}{5}$; у ΔABC $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$. $\dfrac{BL}{KB} = \dfrac{BC}{AB}$.

709. 1) $1^2 = 1$, $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$; $2^2 = 4$. Оскільки $4 = 1 + 3$, тобто $2^2 = 1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$, то трикутник прямокутний. Найбільша сторона — гіпотенуза, вона дорівнює 2 см. Один з катетів вдвічі менший — 1 см. Значить, у трикутнику один з гострих кутів 30°, тоді другий – 60°.
Відповідь: 90°, 30°, 60°.

2) $1^2 = 1$; $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$. Маємо: $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 1^2 + 1^2$. Тоді трикутник прямокутний. Його катети рівні по 1 см. Отже, гострі кути трикутника дорівнюють по 45°.
Відповідь: 90°, 45°, 45°.

710. $ABCD$ — прямокутник. $PB = 5$, $PC = 10$, $PD = 14$. Проведемо $PK \perp BC$ і $PS \perp AD$. Через точку P можна провести тільки один спільний перпендикуляр до паралельних прямих BC і AD. Тоді $ABKS$ — прямокутник.



Нехай $AD = BC = b$, $BK = AS = x$, тоді $KC = SD = b - x$.
З ΔBKP $KP^2 = BP^2 - BK^2 = 5^2 - x^2 = 25 - x^2$.
З ΔPKC $KP^2 = PC^2 - KC^2 = 10^2 - (b-x)^2 = 100 - b^2 + 2bx - x^2 = -b^2 + 2bx - x^2$.
Ліві частини рівностей однакові, значить, і праві частини рівні.
$25 - x^2 = 100 - b^2 + 2bx - x^2$; $b^2 - 2bx - 75 = 0$. (1)
З ΔAPS $PS^2 = AP^2 - AS^2 = AP^2 - x^2$.
З ΔPSD $PS^2 = PD^2 - SD^2 = 14^2 - (b-x)^2 = 196 - b^2 + 2bx - x^2$;
$AP^2 - x^2 = 196 - b^2 + 2bx - x^2$; $AP^2 + b^2 - 2bx - 196 = 0$. (2)

З (1) і (2): $b^2 - 2bx - 75 = AP^2 + b^2 - 2bx - 196$; $AP^2 = 196 - 75$; $AP^2 = 121$; $AP = 11$. *Відповідь*: 11 ярдів.

711. 1) $\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; 2) $\cos\angle B = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$;

3) $\text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$; 4) $\cos\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;

5) $\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; 6) $\text{tg}\,\angle B = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

712. 1) $\cos\angle M = \frac{MK}{MN} = \frac{4}{5}$; 2) $\sin\angle N = \frac{MK}{MN} = \frac{4}{5}$; 3) $\text{tg}\,\angle M = \frac{KN}{MK} = \frac{3}{4}$;

4) $\sin\angle M = \frac{KN}{MN} = \frac{3}{5}$; 5) $\cos\angle N = \frac{KN}{MN} = \frac{3}{5}$; 6) $\text{tg}\,\angle N = \frac{MK}{KN} = \frac{4}{3}$.

713. 1) $\cos 18° = 0{,}9511$; 2) $\sin 40° = 0{,}6428$; 3) $\text{tg}\,13° = 0{,}2309$;
4) $\cos 12°10' = 0{,}9775$; 5) $\sin 67°30' = 0{,}9239$; 6) $\text{tg}\,81°48' = 6{,}9395$.

714. 1) $\sin 58° = 0{,}9929$; 2) $\cos 32° = 0{,}8480$; 3) $\text{tg}\,78° = 4{,}7046$;
4) $\sin 14°42' = 0{,}2538$; 5) $\cos 49°30' = 0{,}6494$; 6) $\text{tg}\,15°12' = 0{,}2717$.

715. 1) $\sin 30° + \text{tg}\,45° = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$; 2) $\cos 30° \cdot \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$.

716. 1) $\text{tg}\,45° - \cos 60° = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; 2) $\sin 45° : \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$.

717. У № 717–724 скористайтесь рис. 190 підручника.

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ (см).

$\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$; $\cos\angle = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$.

718. $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ (см).

$\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{25}$; $\cos\angle B = \frac{BC}{AB} = \frac{24}{25}$.

719. 1) $\text{tg}\,\angle B = \frac{AC}{BC}$; $\text{tg}\,\beta = \frac{AC}{a}$; $AC = a\,\text{tg}\,\beta$;

2) $\cos\angle A = \frac{AC}{AB}$; $\cos\alpha = \frac{b}{AB}$; $AB = \frac{b}{\cos\alpha}$.

720. 1) $\text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AC}$; $\text{tg}\,\alpha = \frac{BC}{b}$; $BC = b\,\text{tg}\,\alpha$;

2) $\cos\angle B = \frac{BC}{AB}$; $\cos\beta = \frac{a}{AB}$; $AB = \frac{a}{\cos\beta}$.

721. 1) $\cos\angle A = \frac{AC}{AB}$; $AB = \frac{AC}{\cos\angle A} = 5 : \frac{1}{4} = 5 \cdot 4 = 20$ (см);

2) $\sin\angle A = \frac{BC}{AB}$; $AB = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{3}{0,6} = 5$ (см);

3) $\sin\angle B = \frac{AB}{AC}$; $AC = AB\sin\angle B = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$ (см);

4) $\cos\angle B = \frac{BC}{AB}$; $BC = AB\cos\angle B = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$ (см);

5) $\text{tg}\,\angle B = \frac{AC}{BC}$; $AC = BC\,\text{tg}\,\angle B = 10 \cdot 0{,}5 = 5$ (см).

722. 1) $\cos\angle B=\frac{BC}{AB}$; $AB=\frac{BC}{\cos\angle B}=8:\frac{1}{2}=8\cdot 2=16$ (см);

2) $\sin\angle B=\frac{AC}{AB}$; $AB=\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{10}{0,25}=40$ (см);

3) $\sin\angle A=\frac{BC}{AB}$; $BC=AB\sin\angle A=6\cdot\frac{1}{3}=2$ (см);

4) $\cos\angle A=\frac{AC}{AB}$; $AC=AB\cos\angle A=20\cdot 0,4=8$ (см);

5) $\operatorname{tg}\angle A=\frac{BC}{AC}$; $BC=AC\operatorname{tg}\angle A=12\cdot\frac{3}{4}=9$ (см).

723. 1) $\cos\angle A=\frac{AC}{AB}$; $AB=\frac{AC}{\cos\angle A}=\frac{4\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{3}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}\cdot 2}{\sqrt{3}}=8$ (см);

2) $\sin\angle B=\frac{AC}{AB}$; $AC=AB\sin\angle B=5\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ=5\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=5$ (см).

724. 1) $\cos\angle B=\frac{BC}{AB}$; $AB=\frac{BC}{\cos\angle B}=\frac{6\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=6\sqrt{3}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{6\sqrt{3}\cdot 2}{\sqrt{33}}=12$ (см);

2) $\sin\angle A=\frac{BC}{AB}$; $BC=AB\sin\angle A=10\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ=10\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=10$ (см).

725. 1) $\sin\alpha=0{,}4226$; $\alpha=25^\circ$; 2) $\cos\alpha=0{,}8192$; $\alpha=35^\circ$;
3) $\operatorname{tg}\alpha=0{,}2679$; $\alpha=14^\circ$; 4) $\sin\alpha=0{,}8231$; $\alpha=55^\circ24'$;
5) $\cos\alpha=0{,}9373$; $\alpha=20^\circ24'$; 6) $\operatorname{tg}\alpha=0{,}6924$; $\alpha=34^\circ42'$.

726. 1) $\cos\beta=0{,}1908$; $\beta=79^\circ$; 2) $\sin\beta=0{,}8387$; $\beta=57^\circ$;
3) $\cos\beta=0{,}7265$; $\alpha=36^\circ$; 4) $\cos\beta=0{,}5493$; $\beta=56^\circ39'$;
5) $\sin\beta=0{,}3518$; $\beta=20^\circ36'$; 6) $\operatorname{tg}\beta=1{,}1792$; $\beta=49^\circ42'$.

727. 1) $\sin\angle A=\frac{BC}{AB}$; $AB=BC:\sin\angle A=5:\sin 42^\circ\approx 5:0,6691\approx 7,47$ (см);

2) $\cos\angle B=\frac{BC}{AB}$; $BC=AB\cos\angle B=10\cdot\cos 37^\circ\approx 10\cdot 0,7986\approx 7,99$ (см);

3) $\operatorname{tg}\angle A=\frac{BC}{AC}$; $BC=AC\operatorname{tg}\angle A=4\cdot\operatorname{tg}82^\circ\approx 4\cdot 7,1154\approx 28,46$ (см).

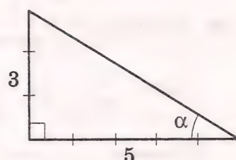
728. 1) $\cos\angle A=\frac{AC}{AB}$; $AC=AB\cos\angle A=8\cos 15^\circ\approx 8\cdot 0,9659\approx 7,73$ (см);

2) $\sin\angle A=\frac{BC}{AB}$; $AB=\frac{BC}{\sin\angle A}=\frac{9}{\sin 43^\circ}\approx\frac{9}{0,6820}\approx 13,20$ (см);

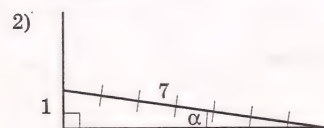
3) $\operatorname{tg}\angle B=\frac{AC}{BC}$; $BC=\frac{AC}{\operatorname{tg}\angle B}=\frac{5}{\operatorname{tg}29^\circ}\approx\frac{5}{0,5543}\approx 9,02$ (см).

729. 1) Побудуємо прямокутний трикутник, у якого відношення катетів дорівнює $\frac{3}{5}$.

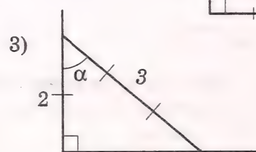
Кут, протилежний першому катету — шуканий.



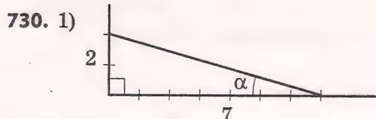
2)



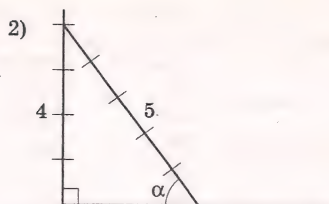
3)



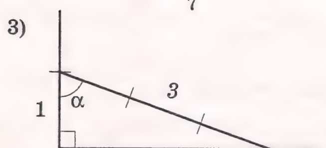
730. 1)

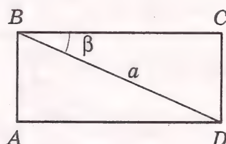


2)

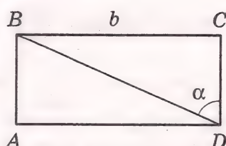


3)



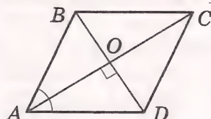


731. З ΔBCD $BC = BC \cos\beta = a \cos\beta$;
$CD = BD \sin\beta = a \sin\beta$.
$P_{ABCD} = 2(BC + CD) = 2(a \cos\beta + a \sin\beta) =$
$= 2a(\cos\beta + \sin\beta)$.
Відповідь: $2a(\cos\beta + \sin\beta)$.



732. З ΔBCD $\operatorname{tg}\angle BDC = \dfrac{BC}{CD}$; $CD = \dfrac{BC}{\operatorname{tg}\alpha} = \dfrac{b}{\operatorname{tg}\alpha}$.

$S_{ABCD} = BC \cdot CD = b \cdot \dfrac{b}{\operatorname{tg}\alpha} = \dfrac{b^2}{\operatorname{tg}\alpha}$. *Відповідь*: $\dfrac{b^2}{\operatorname{tg}\alpha}$.



733. В ромбі $ABCD$ $\angle A = 42°$; $BD = 6$ см.
За властивістю діагоналей ромба $AC \perp BD$,
$\angle BAO = \angle DAO = 42° : 2 = 21°$,

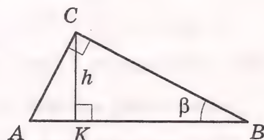
$BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{2} \cdot 6 = 3$ (см).

З ΔAOB $AO = \dfrac{BO}{\operatorname{tg}\angle BAO} = \dfrac{3}{\operatorname{tg}21°} \approx \dfrac{3}{0,3839} \approx 7,8145$ (см).

$AC = 2AO = 2 \cdot 7,8145 = 15,63$ (см).
Відповідь: 15,63 см.

734. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 733).
В ромб $ABCD$ $\angle A = 78°$, $AB = BC = CD = AD = 8$ см. За властивістю діагоналей ромба $AC \perp BD$, $\angle BAO = \angle DAO = 78° : 2 = 39$, $AO = \dfrac{1}{2}AC$.

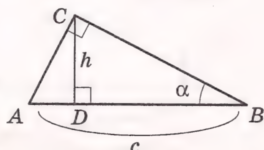
З ΔAOB $\cos\angle BAO = AO : AB$;
$AO = AB \cdot \cos\angle BAO = 8 \cdot \cos 39° \approx 8 \cdot 0,7771 \approx 6,22$ (см).
$AC = 2 \cdot 6,22 = 12,44$ (см).
Відповідь: 12,44 см.



736. З ΔCKB $CB = \dfrac{CK}{\sin\beta} = \dfrac{h}{\sin\beta}$. З ΔABC

$\cos\beta = \dfrac{BC}{AB}$; $AB = \dfrac{BC}{\cos\beta} = \dfrac{h}{\sin\beta\cos\beta}$.

Відповідь: $\dfrac{h}{\sin\beta\cos\beta}$.



735. З ΔABC ($\angle C = 90°$) $BC = AB\ \alpha \cos\angle B = c \cos\alpha$.
З ΔCBD $CD = BC \sin\alpha = c \sin\alpha \cos\alpha$.
Відповідь: $c \sin\alpha \cos\alpha$.

737. Якщо відношення гіпотенузи до катета дорівнює 8 : 5, то синус одного з гострих кутів дорівнює $\sin\angle A = \frac{5}{8} \approx 0,625$. Тоді $\angle A \approx 39°$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 39° = 51°$. *Відповідь*: 39°, 51°.

738. За умовою тангенс одного з гострих кутів дорівнює: $\operatorname{tg}\angle A = \frac{9}{5} = 1,8$.

$\angle A = 61°$, $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 61° = 29°$. *Відповідь*: 61°, 29°.

739. Див. мал. 190 підручника.

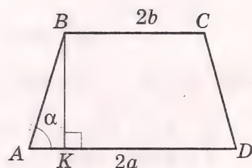
а) за умовою $\cos\angle B = 0,8 = \frac{4}{5}$, тобто $\frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$. Позначимо $BC = 4x$, $AB = 5x$. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(5x)^2 = 6^2 + (4x)^2$; $25x^2 = 36 + 16x^2$; $25x^2 - 16x^2 = 36$; $9x^2 = 36$; $x^2 = 4$; $x = 2$.
Отже, $BC = 4 \cdot 2 = 8$ (см), $AB = 5 \cdot 2 = 10$ (см).
Відповідь: 8 см, 10 см.

б) За умовою $\operatorname{tg}\angle A = \frac{5}{12}$, тобто $\frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$. Позначимо $BC = 5x$, $AC = 12x$.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $13^2 = (12x)^2 + (5x)^2$;
$169 = 144x^2 + 25x^2$; $169x^2 = 169$; $x^2 = 1$; $x = 1$.
$BC = 5 \cdot 1 = 5$ (см), $AC = 12 \cdot 1 = 12$ (см).
Відповідь: 12 см, 5 см.

740. а) За умовою $\sin\angle A = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, тобто $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$.
$BC = 3x$, $AB = 5x$. Тоді $AB^2 = BC^2 + AC^2$; $(5x)^2 = (3x)^2 + 4^2$;
$25x^2 - 9x^2 = 16$; $16x^2 = 16$; $x^2 = 1$; $x = 1$. $BC = 3 \cdot 1 = 3$ (см),
$AB = 5 \cdot 1 = 5$ (см).
Відповідь: 5 см, 3 см.

б) За умовою $\operatorname{tg}\angle B = \frac{8}{15}$, тобто $\frac{AC}{BC} = \frac{8}{15}$.
Нехай $AC = 8x$, $BC = 15x$, тоді $AB^2 = BC^2 + AC^2$; $34^2 = (15x)^2 + (8x)^2$;
$1156 = 225x^2 + 64x^2$; $289x^2 = 1156$; $x^2 = 4$; $x = 2$. $AC = 8 \cdot 2 = 16$ (см),
$BC = 15 \cdot 2 = 30$ (см).
Відповідь: 16 см, 30 см.

741. $AK = \frac{AD - BC}{2} = \frac{2a - 2b}{2} = a - b$. $\cos\angle A = \frac{AK}{AB}$;



$AB = \frac{AK}{\cos\angle A} = \frac{a-b}{\cos\alpha}$.

Відповідь: $\frac{a-b}{\cos\alpha}$.

742. З ΔABC $BC = \frac{AC}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{b}{\operatorname{tg}\beta}$. З ΔBCK $BK = BC\sin\gamma = \frac{b}{\operatorname{tg}\beta}\cdot\sin\gamma = \frac{b\sin\gamma}{\operatorname{tg}\beta}$;

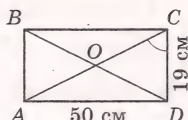
$CK = BC\cos\gamma = \frac{b}{\operatorname{tg}\beta}\cdot\cos\gamma = \frac{b\cos\gamma}{\operatorname{tg}\beta}$. *Відповідь*: $\frac{b}{\operatorname{tg}\beta}$; $\frac{b\sin\gamma}{\operatorname{tg}\beta}$; $\frac{b\cos\gamma}{\operatorname{tg}\beta}$.

743. З ΔBCK $BC = \frac{BK}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin\alpha}$.

З ΔABC $AC = BC\operatorname{tg}\beta = \frac{a\operatorname{tg}\beta}{\sin\alpha}$; $AB = \frac{BC}{\cos\beta} = \frac{a}{\sin\alpha\cos\beta}$.

Відповідь: $\frac{a}{\sin\alpha}$; $\frac{a\operatorname{tg}\beta}{\sin\alpha}$; $\frac{a}{\sin\alpha\cos\beta}$.

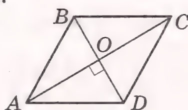
744. З ΔACD $\operatorname{tg}\angle ACD = \dfrac{AD}{CD} = \dfrac{50}{19} \approx 2,632.$ $\angle ACD \approx = 69°12'$.



ΔCOD — рівнобедрений ($CO = DO$), тоді
$\angle ODC = \angle ACD = 69°12'$.
$\angle COD = 180° - 2 \cdot 69°12' = 180° - 138°24' = 41°36'$.
Відповідь: 41°36′.

745. $ABCD$ — ромб, $AC = 12$ см, $BD = 10$ см.

$AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}\cdot 12 = 6$ (см); $BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{2}\cdot 10 = 5$ (см).

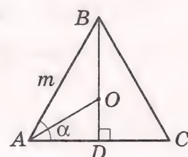


У ΔAOB $\angle O = 90°$ (за властивістю діагоналей).

$\angle BAO = \dfrac{1}{2}\angle A$. $\operatorname{tg}\angle BAO = \dfrac{BO}{AO} = \dfrac{5}{6} \approx 0,8333.$

$\angle BAO \approx = 39°48'$. $\angle A = 2\angle BAO = 2 \cdot 39°48' = 79°36'$.
$\angle C = \angle A = 79°36'$. $\angle B = \angle D = 180° - 79°36' = 100°24'$.
Відповідь: 79°36′, 100°24′.

746. Центр O кола, вписаного в ΔABC лежить в точці перетину бісектрис кутів. AO — бісектриса кута A, BD — бісектриса, висота і медіана, проведена з вершини B. З ΔABD $AD = AB\cos\alpha = m\cos\alpha$. З ΔAOD

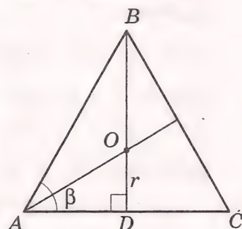


$\angle OAD = \dfrac{\alpha}{2}$, OD — радіус вписаного кола.

$OD = AD\cdot\operatorname{tg}\angle OAD = m\cos\alpha\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$. *Відповідь*: $m\cos\alpha\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$.

747. ΔABC — рівнобедрений, $\angle A = \angle C = \beta$. Центр O вписаного кола лежить в точці перетину бісектрис. Бісектриса BD є висотою і медіаною. $OD = r$ — радіус вписаного кола.

З ΔAOD $\operatorname{tg}\angle OAD = \dfrac{OD}{AD}$, $AD = \dfrac{OD}{\operatorname{tg}\angle OAD} = \dfrac{r}{\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}}$.



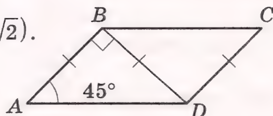
З ΔABD $AB = \dfrac{AD}{\cos\angle A} = \dfrac{r}{\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\cos\beta}$.

Відповідь: $\dfrac{r}{\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\cos\beta}$.

748. $ABCD$ — паралелограм. $\angle A = \angle C = 45°$. $\angle CBD : \angle ABD = 1 : 2$.
$\angle ABC = 180° - \angle A = 180° - 45° = 135°$. Позначимо $\angle CBD = x$, $\angle ABD = 2x$.
$x + 2x = 135$; $3x = 135$; $x = 45$. Отже, $\angle CBD = 45°$, $\angle ABD = 45° \cdot 2 = 90°$.
У ΔABD $\angle BDA = \angle BAD = 45°$, тоді $AB = BD$;

$AD = \dfrac{AB}{\cos 45°} = AB : \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}AB.$

$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2\left(AB + \sqrt{2}AB\right) = 2AB\left(1 + \sqrt{2}\right).$

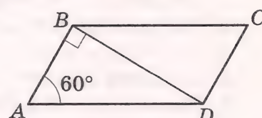


За умовою $2AB\left(1+\sqrt{2}\right) = 20$;
$2AB\left(1+\sqrt{2}\right) = 20$; $AB\cdot\left(1+\sqrt{2}\right) = 10$;

$AB = \dfrac{10}{1+\sqrt{2}} = \dfrac{10\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)} = \dfrac{10\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1} = 10\left(\sqrt{2}-1\right)$ (см).

$BD = AB = 10\left(\sqrt{2}-1\right)$ (см). *Відповідь*: $10\left(\sqrt{2}-1\right)$ см.

749. $ABCD$ — паралелограм, $\angle A = \angle C = 60°$, BD — діагональ. $\angle CBD : \angle ABD = 1 : 3$. $\angle ABC = 180° - \angle A = 180° - 60° = 120°$. $\angle CBD = x$, $\angle ABD = 3x$. $x + 3x = 120$; $4x = 120$; $x = 30$. Отже, $\angle CBD = 30°$, $\angle ABD = 3 \cdot 30° = 90°$. У ΔABD $\angle ADB = 90° - 60° = 30°$.



Тоді $AB = \frac{1}{2}AD$ як катет, що лежить проти кута 30°.

$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(AB + 2AB) = 6AB$.

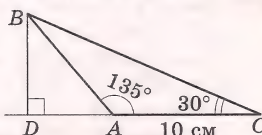
За умовою $6AB = 24$ см; $AB = 4$ см.

З ΔABD $BD = AB \cdot \text{tg}\,\angle A = 4 \cdot \text{tg}\,60° = 4\sqrt{3}$ (см). *Відповідь*: $4\sqrt{3}$ см.

750. $BD \perp AC$ — висота тупокутного трикутника ABC.

У ΔABD $\angle BAD = 180° - \angle BAC = 180° - 135° = 45°$ (суміжні кути).

Тоді ΔABD — рівнобедрений: $BD = AD$.



Нехай $AD = x$ см, тоді $CD = (x + 10)$ см.

З ΔBCD $BD = CD \cdot \text{tg}\,\angle C =$

$= (x+10)\cdot \text{tg}\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+10)$ (см).

З ΔABD $BD = AD \cdot \text{tg}\,\angle A = x\,\text{tg}\,45° = x$ (см).

$\frac{\sqrt{3}}{3}(x+10) = x$; $\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{10\sqrt{3}}{3} = x$; $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)x = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $\frac{(3-\sqrt{3})x}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$;

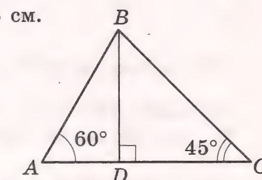
$(3-\sqrt{3})x = 10\sqrt{3}$;

$$x = \frac{10\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} = \frac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{10(\sqrt{3}+1)}{3-1} = 5(\sqrt{3}+1) \text{ (см).}$$

Відповідь: $5(\sqrt{3}+1)$ см.

751. У ΔABC $\angle A = 60°$, $\angle C = 45°$, $BD \perp AC$, $AC = 8$ см.

У ΔBDC $\angle CBD = 90° - \angle C = 90° - 45° = 45°$, тоді $BD = CD$. Нехай $CD = x$ см, тоді $AD = (8 - x)$ см. З ΔABD



$BD = AD\,\text{tg}\,\angle A = (8-x)\,\text{tg}\,60° = (8-x)\sqrt{3}$ (см).

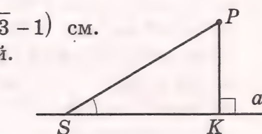
З ΔBCD $BD = CD = x$ см. Отже, $(8-x)\sqrt{3} = x$;

$8\sqrt{3} - \sqrt{3}x = x$; $x + \sqrt{3}x = 8\sqrt{3}$; $x(1+\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$;

$$x = \frac{8\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}; \quad x = \frac{8\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \frac{8\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 4\sqrt{3}(\sqrt{3}-1).$$

Отже, $BD = 4\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ см. *Відповідь*: $4\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ см.

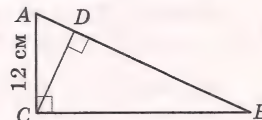
752. PS — похила, $PK \perp a$. ΔPKS — прямокутний.



За умовою $PK = \frac{1}{2}PS$, тоді $\angle S = 30°$.

Відповідь: 30°.

753. У ΔABC $\angle C = 90°$, $AC = 12$ см. Проведемо $CD \perp AB$. Тоді $AD = 7{,}2$ см — проекція катета AC на гіпотенузу AB. За властивістю катета $AC^2 = AD \cdot AB$;

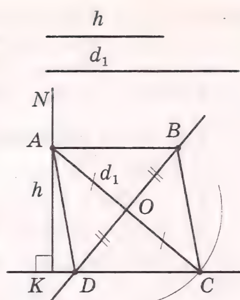


$AB = AC^2 : AC = 12^2 : 7{,}2 = 20$ (см).

З ΔABC $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{400-144} = \sqrt{256} = 16$ (см).

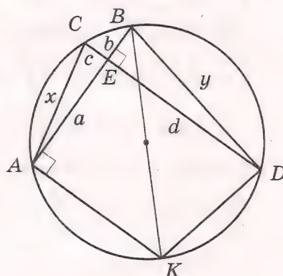
$P_{\Delta ABC} = 12 + 20 + 16 = 48$ (см). *Відповідь*: 48 см.

754. *План побудови.*



1. Накреслити пряму m і через її довільну точку K провести перпендикулярну пряму n.
2. На прямій n відкласти відрізок $KA = h$.
3. Побудувати коло з центром A радіусом d_1. Точка перетину кола з прямою m — C.
4. Поділити відрізок AC навпіл (точка O).
5. Через точку O провести пряму, перпендикулярну AC. D — точка перетину цієї прямої з прямою m.
6. Відкласти $OB = OD$.
7. $ABCD$ — шуканий ромб.

755. Нехай a, b, c і d — дані відрізки хорд AB і CD. Нехай $AC = x$, $BD = y$. Тоді за теоремою Піфагора для ΔAED: $x^2 = a^2 + c^2$. (1)



Для ΔBEC: $y^2 = b^2 + d^2$. (2)

Проведемо $AK \parallel CD$. Тоді $BK = 2R$ — діаметр (оскільки $AK \parallel CD$, а $AB \perp CD$, то $AB \perp AK$). $ACDK$ — рівнобічна трапеція, оскільки в коло можна вписати тільки рівнобічну трапецію і $AC = KD = x$. $\angle BDK = 90°$ (спирається на діаметр).

Тоді за теоремою Піфагора для ΔBDK:

$BD^2 + KD^2 = BK^2$; $x^2 + y^2 = (2R)^2$; $a^2 + c^2 + b^2 + d^2 = 4R^2$; тобто $AE^2 + BE^2 + CE^2 + DE^2 = 4R^2$.

756. 1) $\angle B = 90° - \angle A$, $\angle B = 90° - 30° = 60°$; $BC = AB\sin\angle A = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ (см);

$$AC = AB\cos\angle A = 10 \cdot \cos 60° = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

Відповідь: 60°, 5 см, $5\sqrt{3}$ см.

2) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 45° = 45°$.

$$AC = AB\sin\angle B = 8 \cdot \sin 45° = 8\frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (дм)}. \quad BC = AC = 4\sqrt{2} \text{ (дм)}.$$

Відповідь: 45°, $4\sqrt{2}$ дм, $4\sqrt{2}$ дм.

3) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 18° = 72°$.

$BC = AB \sin \angle A = 15 \cdot \sin 18° \approx 15 \cdot 0{,}309 \approx = 4{,}64$ (см);

$AC = AB \cos \angle A = 15 \cdot \cos 18° \approx 15 \cdot 0{,}9511 \approx 14{,}27$ (см).

Відповідь: 72°, 4,64 см, 14,27 см.

4) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 73° = 17°$.

$AC = AB \sin \angle B = 12 \cdot \sin 73° \approx 12 \cdot 0{,}9613 \approx 11{,}54$ (дм);

$BC = AB \cos 73° \approx = 12 \cdot 0{,}2924 \approx 3{,}51$ (дм).

Відповідь: 17°, 11,54 дм, 3,51 дм.

757. 1) $\angle A = 90° - \angle A = 90° - 45° = 45°$.

$$BC = AB\sin\angle A = 6 \cdot \sin 45° = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (дм)};$$

$$AC = AB\cos\angle A = BC = 3\sqrt{2} \text{ (дм)}.$$

Відповідь: 45°, $3\sqrt{2}$ дм, $3\sqrt{2}$ дм.

2) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 60° = 30°$. $BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\cdot 14 = 7$ (см).

$AC = AB\sin\angle B = 14\sin 60° = 14\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$ (см).

Відповідь: 30°, 7 см, $7\sqrt{3}$ см.

3) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 82° = 8°$.

$BC = AB\sin\angle A = 8\sin 82° \approx 8\cdot 0{,}9903 \approx 7{,}92$ (дм);

$AC = AB\cos\angle A = 8\cos 82° \approx 8\cdot 0{,}1392 \approx 1{,}11$ (дм).

Відповідь: 8°, 7,92 дм, 1,11 дм.

4) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 25° = 65°$.

$AC = AB\sin\angle B = 3\sin 25° \approx 3\cdot 0{,}4226 \approx 1{,}27$ (см);

$BC = AB\cos\angle B = 3\cos 25° \approx 3\cdot 0{,}9063 \approx 2{,}72$ (см).

Відповідь: 65°, 1,27 см, 2,72 см.

758. 1) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 30° = 60°$. $BC = \frac{AC}{\operatorname{tg}\angle B} = \frac{8}{\operatorname{tg}30°} = 8 : \frac{1}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$ (см);

$AB = \frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{8}{\sin 30°} = 8 : \frac{1}{2} = 16$ (см).

Відповідь: 60°, $8\sqrt{3}$ см, 16 см.

2) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 24° = 66°$.

$BC = AC\operatorname{tg}\angle A = 13\cdot\operatorname{tg}24° \approx 13\cdot 0{,}4452 \approx 5{,}79$ (см);

$AB = \frac{AC}{\cos\angle A} = \frac{13}{\cos 24°} \approx \frac{13}{0{,}9135} \approx 14{,}23$ (см).

Відповідь: 66°, 5,79 см, 14,23 см.

3) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 42° = 48°$.

$AC = \frac{BC}{\operatorname{tg}\angle A} = \frac{6}{\operatorname{tg}42°} \approx \frac{6}{0{,}9004} \approx 6{,}66$ (дм);

$AB = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{6}{\sin 42°} \approx \frac{6}{0{,}6691} \approx 8{,}97$ (дм).

Відповідь: 48°, 6,66 дм, 8,97 дм.

4) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 45° = 45°$. $AC = BC = 5$ см.

$AB = \frac{BC}{\cos\angle B} = \frac{BC}{\cos 45°} = 5 : \frac{1}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$ (см).

Відповідь: 45°, 5 см, $5\sqrt{2}$ см.

759. 1) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 60° = 30°$. $AB = 2AC = 2\cdot 15 = 30$ (см).

$BC = AC\operatorname{tg}\angle A = 15\operatorname{tg}60° \approx 15\cdot 1{,}732 \approx 25{,}98$ (см).

Відповідь: 30°, 30 см, 25,98 см.

2) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 12° = 78°$.

$BC = \frac{AC}{\operatorname{tg}\angle B} = \frac{6}{\operatorname{tg}12°} \approx \frac{6}{0{,}2126} \approx 28{,}22$ (дм).

$AB = \frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{6}{\sin 12°} \approx \frac{6}{0{,}2079} \approx 28{,}86$ (дм).

Відповідь: 78°, 28,22 дм, 28,86 дм.

3) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 71° = 19°$.

$AC = BC\operatorname{tg}\angle B = 8\cdot\operatorname{tg}71° \approx 8\cdot 2{,}904 \approx 23{,}23$ (см).

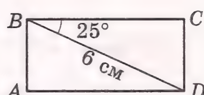
$AB = BC : \cos\angle B = \frac{BC}{\cos 71°} \approx \frac{8}{0{,}3256} \approx 24{,}57$ (см).

Відповідь: 19°, 23,23 см, 24,57 см.

4) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 45° = 45°$. $AC = BC = 10$ дм.

$$AB = \frac{BC}{\sin \angle A} = 10 : \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ (дм)}.$$

Відповідь: 45°, 10 дм, $10\sqrt{2}$ дм.



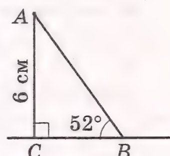
760. З $\triangle BCD$ $\angle BDC = 90° - \angle CBD = 90° - 25° = 65°$.

$BC = BD \cos \angle CBD =$

$= 6 \cos 25° \approx 6 \cdot 0{,}9063 \approx 5{,}44$ (см).

$CD = BD \sin \angle CBD = 6 \sin 25° \approx 6 \cdot 0{,}4226 \approx 2{,}54$ (см).

Відповідь: 65°, 5,44 см, 2,54 см.



761. $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 52° = 38°$.

$$BC = \frac{C}{\operatorname{tg} \angle B} = \frac{6}{\operatorname{tg} 52°} \approx \frac{6}{1,2799} \approx 4,69 \text{ (см)}.$$

$$AB = \frac{AC}{\sin \angle B} = \frac{6}{\sin 52°} \approx \frac{6}{0,7880} \approx 7,61 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 38°, 4,69 см, 7,61 см.

762. $AC = BC \cdot \operatorname{tg} \angle B = 40 \cdot \operatorname{tg} 27° \approx 40 \cdot 0{,}5095 \approx 20{,}38$ (см).

Відповідь: 20,38 см.

763. $$AB = \frac{BC}{\cos \angle B} = \frac{80}{\cos 57°} \approx \frac{80}{0,5446} \approx 146,90 \text{ (м)}.$$

Відповідь: 146,90 м.

764. 1) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$ (см).

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$; $\angle A = 60°$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 60° = 30°$.

Відповідь: 8 см, 60°, 30°.

2) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$ (дм).

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{15}{8} = 1,875$; $\angle A = 61°56'$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 61°56' = 28°4'$.

Відповідь: 17 дм, 61°56', 28°4'.

3) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ (см).

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{9}{3} = 3$; $\angle A = 71°34'$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 71°34' = 18°26'$.

Відповідь: $3\sqrt{10}$ см, 71°34', 18°26'.

4) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(7m)^2 + (24m)^2} = \sqrt{49m^2 + 576m^2} = \sqrt{625m^2} =$

$= 25m$ (дм). $\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{24m}{7m} \approx 3,429$; $\angle A = 73°51'$. $\angle B = 16°9'$.

Відповідь: $25m$ дм, 73°51', 16°9'.

765. 1) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$ (см).

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{2}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$; $\angle A = 60°$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 60° = 30°$.

Відповідь: 4 см, 60°, 30°.

2) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ (см).

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4} = 0,75$; $\angle A = 36°52'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 36°52' = 53°8'$.

Відповідь: 10 см, 36°52', 53°8'.

3) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$ дм $\approx$ 5,39 (дм).

$\text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{2} = 2,5$; $\angle A = 68°12'$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 68°12' = 21°48'$.

Відповідь: 5,39 дм, 68°12′, 21°48′.

4) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(9k)^2 + (40k)^2} = \sqrt{81k^2 + 1600k^2} = \sqrt{1681k^2} =$

$= 41k$ (дм). $\text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{40k}{9k} \approx 4,444$;

$\angle A = 77°19'$. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 77°19' = 12°41'$.

Відповідь: $41k$ дм, 77°19′, 12°41′.

766. 1) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 27} = \sqrt{9} = 3$ (см).

$\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$; $\angle B = 60°$. $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 60° = 30°$.

Відповідь: 3 см, 60°, 30°.

2) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{65^2 - 16^2} = \sqrt{(65-16)(65+16)} = \sqrt{49 \cdot 81} = 7 \cdot 9 =$

$= 63$ (дм). $\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{16}{65} \approx 0,2462$; $\angle A \approx 14°15'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 14°15' = 75°45'$. *Відповідь*: 63 дм, 14°15′, 75°45′.

3) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{49 - 16} = \sqrt{33} \approx 5,74$ (дм).

$\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{7} \approx 0,5714$; $\angle B \approx 34°51'$. $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 34°51' = 55°9'$.

Відповідь: 5,74 дм, 34°51′, 55°9′.

4) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(13a)^2 - (5a)^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = \sqrt{144a^2} = 12a$ (см).

$\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{5a}{13a} \approx 0,3846$; $\angle A \approx 22°37'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 22°37' = 67°23'$.

Відповідь: $12a$ см, 22°37′, 67°23′.

767. 1) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 - 32} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (см).

$\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\angle B = 45°$. $\angle A = 45°$. *Відповідь*: $4\sqrt{2}$ см, 45°, 45°.

2) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{(37-12)(37+12)} = \sqrt{25 \cdot 49} = 5 \cdot 7 =$

$= 35$ (дм). $\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{37} \approx 0,3243$; $\angle A \approx 18°55'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 18°55' = 71°5'$.

Відповідь: 35 дм, 18°55′, 71°5′.

3) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51} \approx 7,14$ (см).

$\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{10} = 0,7$; $\angle B = 44°30'$. $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 44°30' = 45°30'$.

Відповідь: 7,14 см, 44°30′, 45°30′.

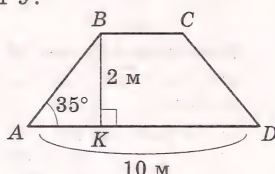
4) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(61b)^2 - (60b)^2} = \sqrt{(61b - 60b)(61b + 60b)} = \sqrt{b \cdot 121b} =$

$= 11b$ (дм). $\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{60b}{61b} \approx 0,9836$; $\angle A \approx 79°36'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 79°36' = 10°24'$. *Відповідь*: $11b$ дм, 79°36′, 10°24′.

768. $\text{tg}\,\alpha = 5 : 2,6 \approx 1,923$. $\alpha \approx 62°32'$. *Відповідь*: 62°32′.

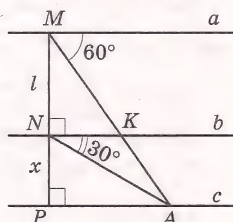
769. $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{10}{500} = 0,02$. $\alpha = 1°9'$. *Відповідь*: 1°9′.



770. З ΔABK $\text{tg}\,\angle A = \dfrac{BK}{AK}$;

$$AK = \frac{BK}{\text{tg}\,\angle A} = \frac{2}{\text{tg}\,35°} \approx \frac{2}{0,7002} \approx 2,856 \text{ (м)}.$$

$BC = AD - 2AK = 10 - 2 \cdot 2,856 \approx 4,29$ (м).
Відповідь: ≈4,29 м.



771. $a \parallel b \parallel c$. Тоді $\angle MAP = 60°$ (внутрішні різносторонні). $\angle KNA = \angle NAP = 30°$ (внутрішні різносторонні); $\angle NAK = \angle KAP - \angle NAP = 60° - 30° = 30°$. Тоді ΔNKA — рівнобедрений, $NK = KA$. З ΔMNK: $\angle NMK = 90° - 60° = 30°$.

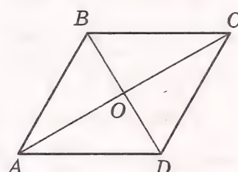
$$NM = l,\ \ NK = MN\,\text{tg}\,30° = \frac{l\sqrt{3}}{3};$$

$$MK = \frac{MN}{\cos 30°} = \frac{2l}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}l}{3}.$$

Тоді $AK = \dfrac{2\sqrt{3}l}{3}$; $AM = MK + AK = \dfrac{\sqrt{3}l}{3} + \dfrac{2\sqrt{3}l}{3} = \dfrac{3\sqrt{3}l}{3} = \sqrt{3}l.$

З ΔAMP $MP = AM\cos 30° = \sqrt{3} \cdot l \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3}{2}l.$ $NP = MP - MN = \dfrac{3}{2}l - l = \dfrac{1}{2}l.$

Відповідь: $\dfrac{1}{2}l.$

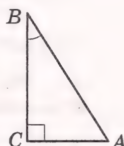


772. $BD = 16$ см, $AC = 30$ см. $BD \perp AC$,

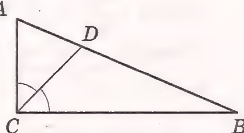
$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ (см)};$$

$AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2} \cdot 30 = 15$ (см) (властивості діагоналей ромба).

З ΔAOB $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$ (см).
Відповідь: 17 см.



773. $\sin\angle B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{5}$. Нехай $AC = 3x$, $AB = 5x$.
Тоді за теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;
$(5x)^2 = (3x)^2 + 12^2$; $25x^2 = 9x^2 + 144$; $16x^2 = 144$; $x^2 = 9$;
$x = 3$. Отже, $AC = 3 \cdot 3 = 9$ (см), $AB = 5 \cdot 3 = 15$ (см).
$P_{\Delta ABC} = 12 + 9 + 15 = 36$ (см).
Відповідь: 36 см.



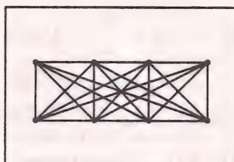
774. За властивістю бісектриси кута трикутника

$$AC : CB = \frac{AD}{DB} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}.$$

Нехай $AC = 3x$ см, а $CB = 4x$ см.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;
$(30 + 40)^2 = (3x)^2 + (4x)^2$; $4900 = 9x^2 + 16x^2$;
$4900 = 25x^2$; $x^2 = 196$; $x = 14$. $AC = 3 \cdot 4 = 42$ (см). *Відповідь*: 42 см.

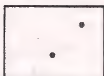
775. 1) Найменшу кількість прямих отримаємо, якщо проколи зробили так, що вони лежать на прямій, паралельній стороні прямокутника. В цьому випадку після розгортання ми отримаємо 8 точок, розміщених у два ряди.

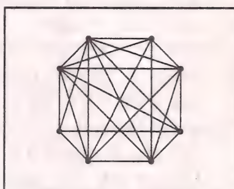




З'єднавши кожну точку першого ряду з кожною точкою другого ряду, отримаємо $4 \cdot 4 = 16$ прямих. І ще дві прямі проходять через кожну з четвірок точок. *Відповідь*: 18 прямих.

Якщо проколи не лежать на прямій, паралельній стороні многокутника, то на розгорнутому аркуші проколи утворюють опуклий восьмикутник. Кожна з 8 точок утворює пару, через яку проведено пряму, з кожною з решти семи точок.





Всього $7 \cdot 8 = 56$ пар. Оскільки порядок в парі не суттєвий, то пари, наприклад, 1-а і 3-я та 3-я і 1-а точки — це та сама пара. Таким чином, найбільша можлива кількість прямих $56 : 2 = 28$. *Відповідь*: 28.

Домашня самостійна робота № 4

1. $c = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ (см). *Відповідь*: В. 25 см.

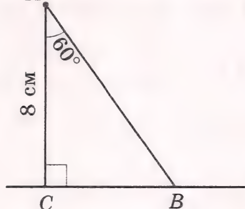
2. $a = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9$ (см). *Відповідь*: Б. 9 см.

3. $\sin \angle B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{12}{13}$. *Відповідь*: А. $\dfrac{12}{13}$.

4. Див. задачу № 772. $12 : 2 = 6$ (см); $16 : 2 = 8$ (см).

$a = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ (см). *Відповідь*: Б. 10 см.

5.



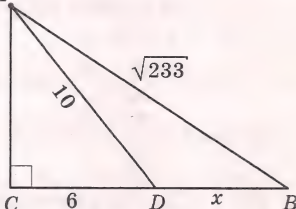
$AB = \dfrac{AC}{\cos \angle A} = \dfrac{8}{\cos 60^\circ} = 8 : \dfrac{1}{2} = 16$ (см).

Відповідь: 16 см.

6. $AB = \dfrac{AC}{\cos \angle A} = \dfrac{8}{\cos 50^\circ} \approx \dfrac{8}{0,6428} \approx$

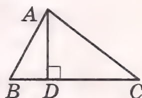
$\approx 12,4$ (см). *Відповідь*: В. 12,4 см.

7.



З ΔACD $AC^2 = AD^2 - CD^2 =$
$= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$.
З ΔABC $BC = x + 6$.
$AB^2 = AC^2 + BC^2$;
$233 = 64 + (x + 6)^2$;
$(x + 6)^2 = 169$; $x + 6 = 13$;
$x = 7$. *Відповідь*: Б. 7.

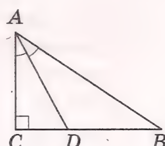
8. $AC - AB = 1$ см; $CD = 7$ см, $BD = 4$ см.



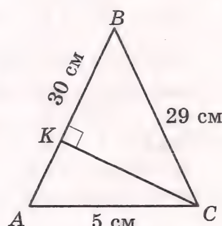
Нехай $AB = x$ см, $AC = (x + 1)$ см.
З ΔABD $AD^2 = AB^2 - BD^2 = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$.
З ΔACD $AD^2 = AC^2 - CD^2 = (x + 1)^2 - 7^2 =$
$= x^2 + 2x + 1 - 49 = x^2 + 2x - 48$.
$x^2 - 16 = x^2 + 2x - 48$; $2x = 48 - 16$; $2x = 32$; $x = 16$. *Відповідь*: Б. 16 см.

9. $\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} = 0,75 = \frac{3}{4}$, тобто $\frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$. Тоді $BC = 3x$, $AC = 4x$.

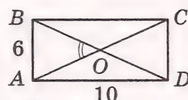
$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $20^2 = (4x)^2 + (3x)^2$; $400 = 16x^2 + 9x^2$; $25x^2 = 400$; $x^2 = 16$; $x = 4$.
$AC = 4 \cdot 4 = 16$ (см), $BC = 3 \cdot 4 = 12$ (см). $P_{\Delta ABC} = 20 + 16 + 12 = 48$ (см).
Відповідь: Г. 48 см.



10. AD — бісектриса кута A прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90°$), $CD = 10$ см, $BD = 26$ см.
Тоді $AB : AC = BD : DC$; $AB : AC = 26 : 10$;
$AB : AC = 13 : 5$. $AB = 13x$; $AC = 5x$;
$BC = CD + BD = 10 + 26 = 36$ (см).
$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(13x)^2 = (5x)^2 + 36^2$;
$169x^2 - 25x^2 = 1296$; $144x^2 = 1296$; $x^2 = 9$; $x = 3$.
$AB = 13 \cdot 3 = 39$ (см). *Відповідь*: В. 39 см.



11. У ΔABC $AB = 30$ см, $BC = 29$ см, $AC = 5$ см.
$CK \perp AB$. Тоді AK — проекція сторони AC на AB.
Нехай $AK = x$ см, тоді $AB = (30 - x)$ см.
З ΔAKC $KC^2 = AC^2 - AK^2 = 5^2 - x^2 = 25 - x^2$.
З ΔBCK $KC^2 = BC^2 - BK^2 = 29^2 - (30 - x)^2 =$
$= 841 - 900 + 60x - x^2 = -59 + 60x - x^2$.
$25 - x^2 = -59 + 60x - x^2$; $60x = 84$; $x = 1,4$.
Відповідь: А. 1,4 см.



12. З ΔABD $\operatorname{tg} \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{10}{6} \approx 1,667$; $\angle ABD \approx 59°$.
ΔAOB — рівнобедрений ($OB = OA$ як половини рівних діагоналей).
$\angle AOB = 180° - 2\angle ABD = 180° - 2 \cdot 59° = 180° - 118° = 62°$.
Відповідь: В. 62°.

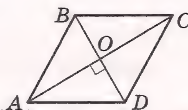
Завдання для перевірки знань до §§ 18–21

1. $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} = 26$ (см). *Відповідь*: 26 см.
2. 1) AT; 2) AF; 3) TF.
3. 1) $\sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$; 2) $\cos \angle B = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$;

3) $\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75$; 4) $\sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5} = 0,8$.

4. В ромбі $ABCD$ $AB = BC = CD = AD = 25$ см,
$BD = 14$ см. За властивістю діагоналей ромба $BD \perp AC$,

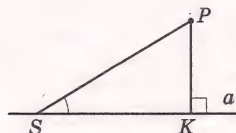
$BO = \frac{1}{2}BD$; $AO = \frac{1}{2}AC$.



З ΔAOB $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$ (см).

$AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$ (см).
$AC = 2AO = 2 \cdot 24 = 48$ (см). *Відповідь*: 48 см.

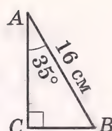
5. $PK \perp a$, $PK = 6$ см; $\angle PSK = 30°$.



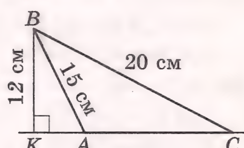
З ΔPSK $PS = \frac{PK}{\sin \angle S} = \frac{6}{0,5} = 12$ (см).

$SK = PS \cos \angle S = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (см).

Відповідь: 12 см, $6\sqrt{3}$ см.

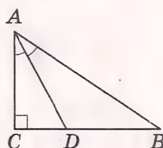


6. $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 35° = 55°$.
$AC = AB \cos \angle A = 16 \cdot \cos 35 \approx 16 \cdot 0{,}8192 \approx 13{,}11$ (см).
$BC = AB \sin \angle A = 16 \cdot \sin 35° \approx 16 \cdot 0{,}5736 \approx 9{,}18$ (см).
Відповідь: 55°, 13,11 см, 9,18 см.

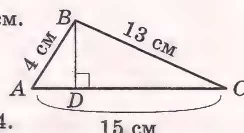


7. З $\triangle ABK$ $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} =$ $= 9$ (см). Нехай $AC = x$ см, тоді $CK = (x + 9)$ см.
З $\triangle KBC$ $BC^2 = BK^2 + CK^2$; $20^2 = 12^2 + (x + 9)^2$;
$400 - 144 = (x + 9)^2$; $256 = (x + 9)^2$;
$x + 9 = 16$; $x = 7$. Отже, $AC = 7$ см.
Відповідь: 7 см.

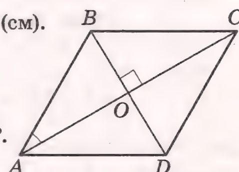
8. $\sin \angle A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{5}{13}$. Тоді $BC = 5x$, $AB = 13x$. За теоремою Піфагора
$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(13x)^2 = 24^2 + (5x)^2$; $169x^2 = 576 + 25x^2$; $169x^2 - 25x^2 = 576$;
$144x^2 = 576$; $x^2 = 4$; $x = 2$. $BC = 5 \cdot 2 = 10$ (см); $AB = 13 \cdot 2 = 26$ (см).
$P_{\triangle ABC} = 24 + 10 + 26 = 60$ (см). *Відповідь*: 60 см.



9. У $\triangle ABC$ $\angle C = 90°$; AD — бісектриса.
$CD = 6$ см, $DB = 10$ см, $CB = CD + BD = 16$ см.
Оскільки $AC : AB = CD : DB$, то
$AC : AB = 6 : 10 = 3 : 5$. Тоді $AC = 3x$, $AB = 5c$.
$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(5x)^2 = (3x)^2 + 16^2$;
$25x^2 - 9x^2 = 256$; $16x^2 = 256$; $x^2 = 16$; $x = 4$.
$AC = 3 \cdot 4 = 12$ (см); $AB = 5 \cdot 4 = 20$ (см).
Відповідь: 16 см, 12 см. 20 см.



10. $BD \perp AC$. Нехай $AD = x$ см, тоді $CD = (15 - x)$ см.
З $\triangle ABD$ $BD^2 = AB^2 - AD^2 = 4^2 - x^2 = 16 - x^2$.
З $\triangle BCD$ $BD^2 = BC^2 - CD^2 = 13^2 - (15 - x)^2 =$
$= 169 - 225 + 30x - x^2$;
$16 - x^2 = 169 - 225 + 30x - x^2$; $30x = 72$; $x = 2{,}4$.
Отже, $AD = 2{,}4$ см, $CD = 15 - 2{,}4 = 12{,}6$ (см).
Відповідь: 2,4 см, 12,6 см.

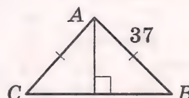


11. $ABCD$ — ромб. $AC \perp BD$, $AC = 12$ см, $BD = 6$ см.
$AO = \dfrac{1}{2} AC = \dfrac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см); $BO = \dfrac{1}{2} BD = \dfrac{1}{2} \cdot 6 = 3$ (см).
З $\triangle AOB$ $\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BO}{AO} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$; $\angle BAO \approx 26°30'$.
$\angle BAD = 2\angle BAO = 2 \cdot 26°30' = 53°$. $\angle C = \angle A = 53°$.
$\angle B = \angle D = 180° - 53° = 127°$.
Відповідь: 53°, 127°.

Вправи на повторення розділу 3

776. 1) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{11^2 + 60^2} = \sqrt{121 + 3600} = \sqrt{3721} = 61$ (см);
2) $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{25} = 5$ (см);
3) $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25 - 24)(25 + 24)} = \sqrt{49} = 7$ (см).

777. $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{2 \cdot 25} = 5\sqrt{2}$ (см).



778. Висота AK в $\triangle ABC$ ($AC = AB$) є медіаною.
$CK = BK = \dfrac{1}{2} BC = \dfrac{1}{2} \cdot 24 = 12$ (см).

З ΔABK $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{(37-12)(37+12)} =$

$= \sqrt{25 \cdot 49} = 5 \cdot 7 = 35$ (см). *Відповідь*: 35 см.

779. 1) $5^2 = 25$; $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; $5^2 = 3^2 + 4^2$. *Відповідь*: так.

1) $10^2 = 100$; $6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$; $10^2 \neq 6^2 + 7^2$. *Відповідь*: ні.

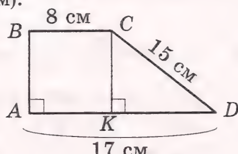
790. Нехай a і b — сторони, d — діагональ прямокутника. $S_{пр} = ab$; $ab = 12$; $3b = 12$; $b = 4$. $d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ (см).

Відповідь: 5 см.

781. $AO = OC = 3$ см як радіуси. З ΔAOB $OB = OC + BC = 3 + 2 = 5$ (см).

$AB = \sqrt{OB^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (см).

Відповідь: 4 см.



782. $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), $BC = 8$ см, $AD = 17$ см; $AB \perp AD$, $CD = 15$ см.

Проведемо $CK \perp AD$, тоді $ABCK$ — прямокутник. $AK = BC = 8$ см, $CK = AB$.

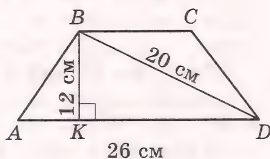
$KD = AD - AK = 17 - 8 = 9$ (см).

З ΔCDK $CK = \sqrt{CD^2 - KD^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15-9)(15+9)} = \sqrt{6 \cdot 24} =$

$= \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 4} = 6 \cdot 2 = 12$ (см).

$P_{ABCD} = 12 + 8 + 15 + 17 = 52$ (см).

Відповідь: 52 см.



783. З ΔBDK $KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} =$

$= \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ (см).

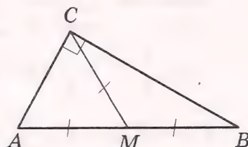
$AK = AD - KD = 26 - 16 = 10$ (см).

З ΔABK $AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{10^2 + 12^2} =$

$= \sqrt{100 + 144} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}$ (см). $KD = \dfrac{AD + BC}{2}$;

$2KD = AD + BC$; $BC = 2KD - AD = 2 \cdot 16 - 26 = 32 - 26 = 6$ (см).

Відповідь: 6 см, $2\sqrt{61}$ см.



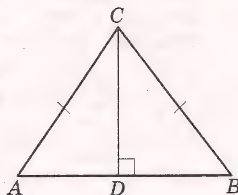
784. У ΔABC ($\angle C = 90°$) CM — медіана, тоді M — середина AB, центр описаного кола, $AM = BM = CM = 15$ см. Нехай $AC = 3x$ см, $BC = 4x$ см.

$AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(2 \cdot 15)^2 = (3x)^2 + (4x)^2$;

$900 = 9x^2 + 16x^2$; $25x^2 = 900$; $x^2 = 36$; $x = 6$.

$AC = 3 \cdot 6 = 18$ (см); $BC = 4 \cdot 6 = 24$ (см).

$P_{\Delta ABC} = 30 + 18 + 24 = 72$ (см). *Відповідь*: 72 см.



785. У ΔABC $AB = BC$, $BD \perp AC$, $BD = 8$ см;

$AB : AC = 5 : 6$, тоді $AB = BC = 5x$, $AC = 6x$.

$AD = \dfrac{1}{2} AC = 6x : 2 = 3x$.

З ΔABD $AB^2 = BD^2 + AD^2$; $(5x)^2 = 8^2 + (3x)^2$;

$25x^2 = 64 + 9x^2$; $25x^2 - 9x^2 = 64$; $16x^2 = 64$;

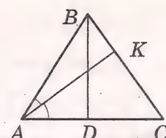
$x^2 = 4$; $x = 2$. $AB = BC = 5 \cdot 2 = 10$ (см);

$AC = 6 \cdot 2 = 12$ (см).

$P_{\Delta ABC} = 2 \cdot 10 + 12 = 32$ (см).

Відповідь: 32 см.

786. У ΔABC $AB = BC$, $BD \perp AC$, AK — бісектриса, $BK = 50$ см, $KC = 80$ см. За властивістю бісектриси кута



$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC} = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$, тобто $AB = BC = 5x$ см,

$AC = 8x$ см. $BC = BK + KC = 50 + 80 = 130$ (см).

$5x = 130$; $x = 26$. $DC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 26 = 104$ (см).

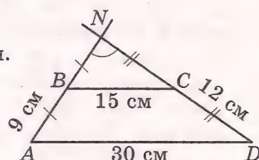
З ΔBDC

$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{130^2 - 104^2} = \sqrt{(130-104)(130+104)} = \sqrt{26 \cdot 234} =$

$= \sqrt{26 \cdot 26 \cdot 9} = 26 \cdot 3 = 78$ (см).

Відповідь: 78 см.

787. У ΔABC $AB = \sqrt{2}$ см, $BC = 2$ см, $AK = KB = 1$ см. Проведемо $KD \perp AB$. У рівнобедреному ΔABK KD — висота і медіана. $DB = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (см).



$\cos\angle DBK = \frac{DB}{BK} = \frac{\sqrt{2}}{2} : 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, звідси $\angle DBK = 45°$.

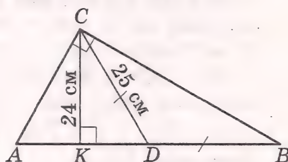
$\angle A = \angle DBK = 45°$, тоді $\angle AKB = 90°$. З ΔBCK $\cos\angle CBK = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{2}$;

$\angle CBK = 60°$. $\angle ABC = 45° + 60° = 105°$. *Відповідь*: 105°.

788. $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), $AB = 9$ см, $BC = 15$ см, $CD = 12$ см, $AD = 30$ см.

N — точка перетину продовжень бічних сторін.

За умовою $BC \parallel AD$, $BC = \frac{1}{2}AD$, тоді BC — середня лінія ΔAND.



$AN = 2AB = 2 \cdot 9 = 18$ (см).

$DN = 2CD = 2 \cdot 12 = 24$ (см). $AN^2 = 18^2 = 324$; $DN^2 = 24^2 = 576$;

$AN^2 + DN^2 = 324 + 576 = 900$. $AD^2 = 30^2 = 900$. Отже, $AD^2 = AN^2 + DN^2$.

За теоремою, оберненою теоремі Піфагора, у ΔAND $\angle N = 90°$.

Відповідь: 90°.

789. З ΔCDK $KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} =$

$= \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = 7$ (см).

$KB = KD + DB = 7 + 25 = 32$ (см) (середина гіпотенузи рівновіддалена від вершин трикутника).

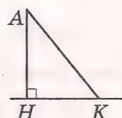
З ΔBCK $BC = \sqrt{CK^2 + BK^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{576 + 1024} = \sqrt{1600} = 40$ (см).

З ΔABC $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = \sqrt{(50-40)(50+40)} = \sqrt{10 \cdot 90} =$

$= \sqrt{900} = 30$ (см). $P_{\Delta ABC} = 50 + 30 + 40 = 120$ (см).

Відповідь: 120 см.

790. $AK = 5$ см, $HK = 4$ см. $AH \perp HK$ — відстань від точки A до прямої.



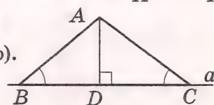
$AH = \sqrt{AK^2 - HK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ (см).

Відповідь: 3 см.

791. $\Delta ABD = \Delta ACD$ за катетом і гострим кутом (AD — спільний катет, $\angle ABD = \angle ACD$ за умовою).

Тоді $BD = CD = 8 : 2 = 4$ (см).

Відповідь: 4 см.

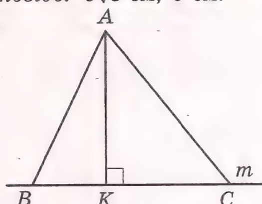


792. $AK \perp a$, AB — похила, $\angle ABK = 60°$, $AB = 12$ см.

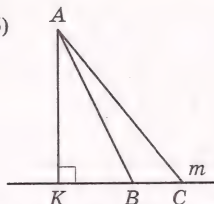
$$AK = AB\sin 60° = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (см)}. \quad BK = AB\cos 60° = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $6\sqrt{3}$ см, 6 см.

793. а)



б)



$AK \perp m$, $AK = 4$ см — відстань від точки A до прямої m. $AB = 5$ см, $\angle ACK = 45°$.

З ΔABK $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$ (см).

З ΔACK $CK = AK = 4$ см (ΔACK — прямокутний з гострим кутом 45°).

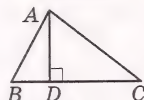
I випадок. $BC = BK + KC = 3 + 4 = 7$ (см).

II випадок. $BC = KC - BK = 4 - 3 = 1$ (см).

Відповідь: 7 см або 1 см.

794. $AD \perp BC$ — відстань від точки A до прямої BC. AB і AC — похилі.

$AB : AC = 13 : 15$. $BD = 10$ см, $CD = 18$ см.



Нехай $AB = 13x$, $AC = 15x$.

З ΔABD $AD^2 = AB^2 - BD^2 = (13x)^2 - 10^2 = 169x^2 - 100$.

З ΔACD $AD^2 = AC^2 - CD^2 = (15x)^2 - 18^2 = 225x^2 - 324$.

$169x^2 - 100 = 225x^2 - 324$; $225x^2 - 169x^2 = 324 - 100$; $56x^2 = 224$;

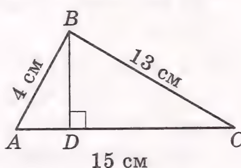
$x^2 = 4$; $x = 2$. $AB = 13 \cdot 2 = 26$ (см); $AC = 15 \cdot 2 = 30$ (см);

$$AD = \sqrt{169 \cdot 2^2 - 100} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 26 см, 30 см, 24 см.

795. Менша сторона — це висота, проведена до більшої сторони: $BD \perp AC$.

Нехай $AD = x$ см, тоді $CD = (15 - x)$ см.



З ΔABD $BD^2 = AB^2 - AD^2 = 4^2 - x^2 = 16 - x^2$.

З ΔBCD $BD^2 = BC^2 - CD^2 = 13^2 - (15 - x)^2 =$

$= 169 - 225 + 30x - x^2 = -56 + 30x - x^2$.

$16 - x^2 = -56 + 30x - x^2$; $30x = 72$; $x = 2{,}4$.

$$BD = \sqrt{16 - 2{,}4^2} = \sqrt{16 - 5{,}76} = \sqrt{10{,}24} = 3{,}2 \text{ (см)}.$$

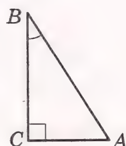
Відповідь: 3,2 см.

796. 1) Ні, $\sin\angle A = \frac{5}{13}$; 2) так; 3) ні, $\operatorname{tg}\angle A = \frac{5}{12}$; 4) так; 5) ні, $\cos\angle B = \frac{5}{13}$; 6) так.

797. $PN = \sqrt{MN^2 - MP^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{49} = 7$ (см).

$$\sin\angle M = \frac{PN}{MN} = \frac{7}{25}; \quad \cos\angle M = \frac{PM}{MN} = \frac{24}{25}; \quad \operatorname{tg}\angle M = \frac{PN}{MP} = \frac{7}{24}.$$

798. Знайдемо гіпотенузу:



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 \text{ (см)}.$$

1) $\sin\angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{17}$; 2) $\cos\angle B = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$;

3) $\operatorname{tg}\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{8}$; 4) $\operatorname{tg}\angle B = \frac{C}{BC} = \frac{8}{15}$.

799. Діагональ прямокутника — це діаметр описаного кола: $BD = 2R$.

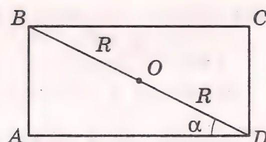
З ΔABD $AB = BD \sin \alpha = 2R \sin \alpha$;

$AD = BD \cos \alpha = 2R \cos \alpha$.

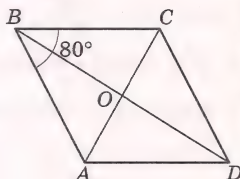
$P_{ABCD} = 2(2R \sin \alpha + 2R \cos \alpha) =$

$= 4R(\sin \alpha + \cos \alpha)$.

Відповідь: $4R(\sin \alpha + \cos \alpha)$.



800. Діагоналі ромба перпендикулярні, точкою перетину діляться навпіл і є бісектрисами кутів ромба.



У ΔAOB $AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см),

$\angle ABO = \dfrac{1}{2}\angle B = 40°$.

З ΔAOB $AB = \dfrac{AO}{\sin 40°} \approx \dfrac{5}{0,6428} \approx 7,78$ (см).

$P_{ABCD} = 4AB = 4 \cdot 7,78 = 31,11$ (см).

Відповідь: 31,11 см.

801. 1) З ΔACK $CK = AC \sin \angle A = b \sin \alpha$. $AK = AC \cos \angle A = b \cos \alpha$.

2) З ΔABC $AB = \dfrac{AC}{\cos\alpha} = \dfrac{b}{\cos\alpha}$.

$BK = AB - AK = \dfrac{b}{\cos\alpha} - b\cos\alpha = \dfrac{b(1-\cos^2\alpha)}{\cos\alpha}$. Або розглянути ΔCKB.

$\angle B = 90° - \alpha$, тоді $\angle KCB = \alpha$. З ΔCKB $\operatorname{tg}\angle KCB = \dfrac{KB}{CK}$;

$KB = CK \operatorname{tg} \alpha = b \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha$. *Відповідь*: $b \sin \alpha$, $b \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

802. У ΔABC $AB = BC$, $\sin \angle A = \sin \angle C = 0,96$;

$AC = 28$ см. $BD \perp AC$ — висота і медіана,

$AD = AC : 2 = 28 : 2 = 14$ (см).

$\sin\angle A = \dfrac{BD}{AB} = 0,96 = \dfrac{96}{100} = \dfrac{24}{25}$.

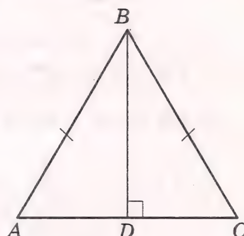
Отже, $BD : AB = 24 : 25$. $BD = 24x$ см,

$AB = 25x$ см.

З ΔABD $AB^2 = BD^2 + AD^2$; $(25x)^2 = (24x)^2 + 14^2$;

$625x^2 = 576x^2 + 196$; $49x^2 = 196$; $x^2 = 4$; $x = 2$.

$AB = 25 \cdot 2 = 50$ (см). *Відповідь*: 50 см.



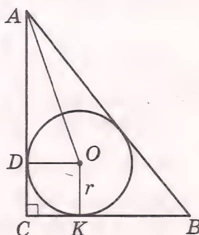
803. Центр кола, вписаного в трикутник, лежить в точці перетину бісектрис кутів трикутника: AO — бісектриса кута A, $\angle CAO = \angle BAO = \dfrac{\beta}{2}$.

$OD \perp AC$, $OK \perp BC$ — радіуси кола. $CDOK$ — прямокутник, $CD = r$.

З ΔAOD $AD = \dfrac{OD}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}} = \dfrac{r}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}$;

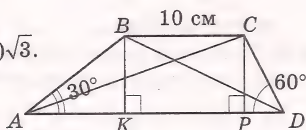
$$AC + CD = \frac{r}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}} + r = r\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}\right).$$

Відповідь: $r\left(1 + \dfrac{1}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}\right)$.



804. $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $AD = 14$ см, $BC = 10$ см. $\angle A = 30°$, $\angle D = 60°$. Проведемо $BK \perp AD$ і $CP \perp AD$ — висоти, $BK = CP$. $KP = BC = 10$ см ($KBCP$ — прямокутник). Тоді $AK + PD = 14 - 10 = 4$ (см).
Нехай $AK = x$ см, тоді $PD = (4 - x)$ см.

З $\triangle ABK$ $BK = AK \operatorname{tg} \angle A = x \operatorname{tg} 30° = x \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



З CPD $CP = PD \operatorname{tg} \angle D = (4 - x) \operatorname{tg} 60° = (4 - x)\sqrt{3}$.

$BK = CP$, $\dfrac{x\sqrt{3}}{3} = (4 - x)\sqrt{3}$;

$x\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 3\sqrt{3}x$; $4\sqrt{3}x = 12\sqrt{3}$; $x = 3$.

Отже, $AK = 3$ см, $PD = 1$ см. $BK = 3 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ (см).

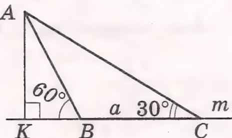
З $\triangle ACP$ $AP = AK + KP = 3 + 10 = 13$ (см).

$AC = \sqrt{AP^2 + PC^2} = \sqrt{13^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{169 + 3} = \sqrt{172} = 2\sqrt{43}$ (см).
З $\triangle KBD$

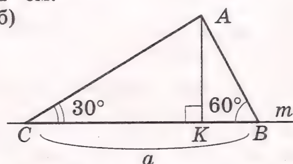
$BD = \sqrt{BK^2 + KD^2} = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + (10 + 1)^2} = \sqrt{3 + 121} = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{3}$ см, $2\sqrt{43}$ см, $2\sqrt{31}$ см.

805. а)



б)



$AK \perp a$ — відстань від точки A до прямої m.

а) $KB = x$ см, $KC = (x + a)$ см. З $\triangle ABK$ $AK = KB \operatorname{tg} 60° = x\sqrt{3}$ (см).

З $\triangle ACK$ $AK = KC \operatorname{tg} 30° = (x + a) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (см).

$x\sqrt{3} = (x + a) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $x\sqrt{3} = \dfrac{x\sqrt{3}}{3} + \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $3\sqrt{3}x = \sqrt{3}x + \sqrt{3}a$; $2\sqrt{3}x = \sqrt{3}a$;

$x = \dfrac{a}{2}$. Отже, $AK = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

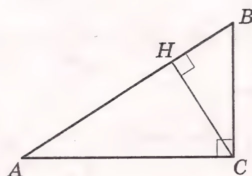
б) $KB = x$ см, $KC = (a - x)$ см. З $\triangle ABK$ $AK = KB \operatorname{tg} 60° = \sqrt{3}x$ (см).

З $\triangle ACK$ $AK = KC \operatorname{tg} 30° = (a - x) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (см).

$x\sqrt{3} = (a - x) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $3\sqrt{3}x = \sqrt{3}a - \sqrt{3}x$; $4\sqrt{3}x = \sqrt{3}a$; $x = \dfrac{a}{4}$.

Отже, $AK = \dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. *Відповідь*: $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ або $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

806. Проведемо висоту CH до гіпотенузи.



З $\triangle ABC$ $AC = AB \cdot \cos \angle A$, $BC = AB \cdot \cos \angle B$.

З $\triangle ACH$ $\cos \angle A = \dfrac{AH}{AC}$; $AH = AC \cdot \cos \angle A$.

Тоді $AH = (AB \cdot \cos \angle A) \cdot \cos \angle A = AB \cdot \cos^2 \angle A$.
З $\triangle BCH$ $BH = BC \cdot \cos \angle B = AB \cdot \cos^2 \angle B$.

$AB = AH + BH$. $AB = AB \cdot \cos^2 \angle A + AB \cdot \cos^2 \angle B$.

$AB = AB(\cos^2 \angle A + \cos^2 \angle B)$; $\cos^2 \angle A + \cos^2 \angle B = 1$. Зауважимо, що у ΔABC $\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$ і $\cos\angle B = \dfrac{BC}{AB}$, тому $\cos^2 \angle A + \sin^2 \angle A = 1$.

807. 1) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 19° = 71°$.

$BC = AC \sin \angle A = 7 \sin 19° \approx 7 \cdot 0{,}3256 \approx 2{,}28$ (см).

$AC = AB \cos \angle A = 7 \cos 19° \approx 7 \cdot 0{,}9455 \approx 6{,}62$ (см).

2) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 48° = 42°$.

$BC = AB \cos \angle B = 20 \cos 48° \approx 20 \cdot 0{,}6691 \approx 13{,}38$ (см).

$AC = AB \sin \angle B = 20 \sin 48° \approx 20 \cdot 0{,}7431 \approx 14{,}86$ (см).

3) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 57° = 33°$. $AB = \dfrac{BC}{\cos\angle B} = \dfrac{5}{\cos 57°} \approx \dfrac{5}{0{,}5446} \approx 9{,}18$ (см).

$AC = BC \operatorname{tg} \angle B = 5 \cdot \operatorname{tg} 57° \approx 5 \cdot 1{,}5399 \approx 7{,}70$ (см).

4) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 32° = 58°$.

$$BC = \frac{AC}{\operatorname{tg}\angle B} = \frac{18}{\operatorname{tg} 32°} \approx \frac{18}{0.6249} \approx 28{,}80 \text{ (дм).}$$

$$AB = \frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{18}{\sin 32°} \approx \frac{18}{0{,}5299} \approx 33{,}97 \text{ (дм).}$$

808. 1) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$ (см).

$\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{12}{9} \approx 1{,}333$; $\angle A \approx 53°8'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 36°52'$.

2) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} \approx 8{,}6$ (дм).

$\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{5}{7} \approx 0{,}7143$; $\angle A \approx 35°32'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 54°28'$.

3) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{1156 - 900} = \sqrt{256} = 16$ (см).

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{30}{34} \approx 0{,}8824$; $\angle A \approx 61°56'$.

$\angle B = 90° - \angle A = 28°4'$.

4) $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{(8-7)(8+7)} = \sqrt{15} \approx 3{,}87$ (дм).

$\sin\angle B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{7}{8} = 0{,}875$; $\angle B = \approx 61°3'$.

$\angle A = 90° - \angle B = 28°57'$.

809. Позначимо основу перпендикуляра, проведеного з точки C на AB, буквою H. Нехай $AH = x$ м, тоді $HB = (a - x)$ м. З ΔACH $CH = l = AH \operatorname{tg} \alpha = x \operatorname{tg} \alpha$. З ΔCBH $CH = l = HB \operatorname{tg} \beta = (a - x) \operatorname{tg} \beta$.
$x \operatorname{tg} \alpha = (a - x) \operatorname{tg} \beta$; $x \operatorname{tg} \alpha = a \operatorname{tg} \beta - x \operatorname{tg} \beta$; $x(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) = a \operatorname{tg} \beta$;

$$x = \frac{a \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}. \quad CH = l = \frac{a \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{a \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}.$$

820. 1) $n = 12$; $180° \cdot (12 - 2) = 180° \cdot 10 = 1800°$;

2) $n = 18$; $180° \cdot (18 - 2) = 180° \cdot 16 = 2880°$.

821. 1) $n = 7$; $180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 900°$;

2) $n = 22$; $180° \cdot (22 - 2) = 180° \cdot 20 = 3600°$.

822. $n = 9$; $180° \cdot (9 - 2) = 180° \cdot 7 = 1260°$ — сума кутів. $1260° : 9 = 140°$ — градусна міра кожного кута. *Відповідь*: 140°.

823. $n = 6$; $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$. $720° : 6 = 120°$. *Відповідь*: 120°.

824. Так. Сума кутів опуклого п'ятикутника $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$. Якщо кути рівні, то градусна міра кожного кута $540° : 5 = 108°$.
Відповідь: так.

825. Так, оскільки сума кутів будь-якого опуклого п'ятикутника дорівнює $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$.

826. Сума кутів п'ятикутника $180° \cdot (5 - 2) = 540°$. Якщо 110° — це найменший кут, то решта кутів більші за 110°, а їх сума більша за $110° \cdot 5 = 550°$. Але це неможливо. *Відповідь*: ні.

827. Якщо 115° — це найбільший кут, тоді решта кутів шестикутника менші від 115°, а їх сума менша від $115° \cdot 6 = 690°$. Але сума кутів опуклого шестикутника дорівнює $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$. *Відповідь*: ні.

828. Сума кутів шестикутника дорівнює $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$.
Позначимо кути шестикутника $3x$, $4x$, $5x$, $5x$, $6x$ і $7x$. Тоді
$3x + 4x + 5x + 5x + 6x + 7x = 720$; $30x = 720$; $x = 24$. $\angle 1 = 3 \cdot 24° = 72°$;
$\angle 2 = 4 \cdot 24° = 96°$; $\angle 3 = \angle 4 = 5 \cdot 24° = 120°$; $\angle 6 = 6 \cdot 24° = 144°$;
$\angle 7 = 7 \cdot 24° = 168°$. *Відповідь*: 72°, 96°, 120°, 120°, 144°, 168°.

829. Сума кутів: $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$.
За умовою $\angle 1 = x$, $\angle 2 = x + 10$, $\angle 3 = x + 20$, $\angle 4 = x + 30$, $\angle 5 = x + 40$.
$x + x + 10 + x + 20 + x + 30 + x + 40 = 540$; $5x + 100 = 540$;
$5x = 440$; $x = 88$.
$\angle 1 = 88°$; $\angle 2 = 88° + 10° = 98°$; $\angle 3 = \angle 2 + 10° = 98° + 10° = 108°$;
$\angle 4 = \angle 3 + 10° = 108° + 10° = 118°$; $\angle 5 = \angle 4 + 10° = 118° + 10° = 128°$.
Відповідь: 88°, 98°, 108°, 118°, 128°.

830. Позначимо кількість сторін многокутника n.
1) Тоді $180°(n - 2) = 1080$; $n - 2 = 6$; $n = 8$. Кількість діагоналей
$\frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} = \frac{40}{2} = 20$. *Відповідь*: 8, 20.
2) $180°(n - 2) = 2100°$; $n - 2 = 11\frac{2}{3}$; $n = 13\frac{2}{3}$. Але число сторін не може бути дробовим, отже, такий многокутник не існує. *Відповідь*: ні.

831. Позначимо кількість вершин многокутника n.
1) $180°(n - 2) = 2500°$; $n - 2 = 13\frac{8}{9}$; $n = 15\frac{8}{9}$. Але кількість вершин не може бути дробовою. Отже, такий многокутник не існує.
2) $180°(n - 2) = 1260°$; $(n - 2) = 7$; $n = 9$.
Число діагоналей $\frac{9 \cdot (9 - 3)}{2} = \frac{9 \cdot 6}{2} = 27$. *Відповідь*: 9, 27.

832. $360° : 30° = 12$. *Відповідь*: 12 сторін.

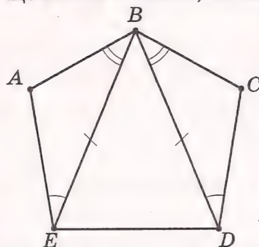
833. $360° : 90° = 4$. *Відповідь*: прямокутник.

834. Кількість діагоналей $\frac{n(n - 3)}{2}$, де n — кількість сторін.
$\frac{n(n - 3)}{2} = n$; $n^2 - 3n = 2n$; $n^2 - 5n = 0$; $n(n - 5) = 0$;
$n = 0$ — не задовольняє умові; $n - 5 = 0$; $n = 5$.
Відповідь: так, п'ятикутник.

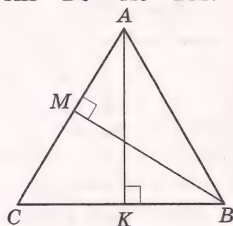
835. Сума внутрішніх кутів $180°(n - 2)$, сума зовнішніх — 360°.
За умовою $180°(n - 2) = 5 \cdot 360°$; $n - 2 = 10$; $n = 12$. *Відповідь*: 12.

836. Сума внутрішніх кутів $180°(n - 2)$, сума зовнішніх — 360°. За умовою $180°(n - 2) = 360° + 1980°$; $180°(n - 2) = 2340°$; $n - 2 = 13$; $n = 15$.
Відповідь: 15.

837. $\Delta ABE = \Delta CBD$ за стороною і прилеглими кутами ($BE = BD$, $\angle AEB = \angle CDB$, $\angle ABE = \angle CBD$ за умовою).
Тоді $AB = BC$, $AE = CD$. Очевидно, що $ABDE = CBED$, їх периметри рівні.



838. $\Delta ACK \sim \Delta BCM$ за двома кутами($\angle C$ — спільний, $\angle AKC = \angle BMC = 90°$).
$\frac{AC}{BC} = \frac{AK}{BM}$, звідси
$AK \cdot BC = AC \cdot BM$.



839. Якщо навколо трапеції описане коло, то сума її основ дорівнює сумі бічних сторін і дорівнює половині периметра $\frac{P}{2}$ см. Середня лінія дорівнює півсумі основ, тобто $\frac{P}{4}$ см. *Відповідь:* $\frac{P}{4}$ см.

840. $S = ab$.
1) $5 \cdot 9 = 45$ (см²); 2) $2{,}1 \cdot 0{,}8 = 1{,}68$ (дм²);
3) 7 см · 1 дм = 7 см · 10 см = 70 (см²);
4) 4,1 дм · 0,32 м = 4,1 дм · 3,2 дм = 13,12 (дм²).

841. $S = a^2$.
1) $S = 7^2 = 49$ (см²);
2) $S = 29^2 = 841$ (мм²);
3) $S = 4{,}5^2 = 20{,}25$ (мм²);
4) $S = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$ (м²).

842. Розіб'ємо всі точки кола на пари діаметрально протилежних точок і в кожній парі одну точку віднесемо до першої множини, а іншу — до другої. Оскільки гіпотенуза будь-якого вписаного прямокутного трикутника є діаметром кола, то вершини гострих кутів трикутника належатимуть до різних множин.

Площа прямокутника

834. $S = a^2$. 1) $S = 2^2 = 4$ (см²); 2) $S = 4^2 = 16$ (дм²); 3) $S = 12^2 = 144$ (см²); 4) $S = 3^2 = 9$ (м²).

844. 1) $S = 5^2 = 25$ (см²); 2) $S = 7^2 = 49$ (дм²); 3) $S = 9^2 = 81$ (см²); 4) $S = 6^2 = 36$ (м²).

845. $S = ab$. 1) $S = 5 \cdot 9 = 45$ (см²); 2) $S = 12 \cdot 4 = 48$ (дм²).

846. 1) $S = 7 \cdot 6 = 42$ (см²); 2) $S = 10 \cdot 5 = 50$ (дм²).

847. $S = ab$, звідки $a = \frac{S}{b} = \frac{12}{4} = 3$ (см).

848. $S = ab$, звідки $a = \frac{S}{b} = \frac{20}{5} = 4$ (см).

850. 1) $a^2 = 4$ см²; $a = 2$ см; 2) $a^2 = 25$ дм²; $a = 5$ дм.

851. 1) $a^2 = 9$ дм²; $a = 3$ дм; 2) $a^2 = 100$ см²; $a = 10$ см.

852. $S = 110 \cdot 70 = 7700$ м². 7799 м² < 10 000 м²; 7700 м² < 1 га.

853. $S_{кв} = 4^2 = 16$ (см²); $S_{пр} = S_{кв} = 16$ см². $S_{пр} = ab$, $a = 2$ см, $b = \frac{S_{пр}}{a} = \frac{16}{2} = 8$ (см).

Відповідь: 8 см.

854. $S_{кв} = 8^2 = 64$ (см²); $S_{пр} = S_{кв} = 64$ см². $S_{пр} = ab$, $a = 4$ см, $b = \frac{S_{пр}}{a} = \frac{64}{4} = 16$ (см).

Відповідь: 16 см.

855. Нехай a і b — сторони прямокутника, d — його діагональ, $a = 12$ см, $d = 13$ см.

$d^2 = a^2 + b^2$; $b = \sqrt{d^2 - a^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = 5$ (см).

$S_{пр} = ab = 12 \cdot 5 = 60$ (см²).

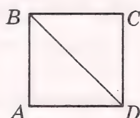
Відповідь: 60 см².

856. Нехай a і b — сторони прямокутника, а d — його діагональ.

$d^2 = a^2 + b^2$; $17^2 = 8^2 + b^2$; $b^2 = 17^2 - 8^2$;

$b = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см). $S_{пр} = ab = 8 \cdot 15 = 120$ (см²).

Відповідь: 120 см².



857. $S_{ABCD} = AB^2$. З ΔABD $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2AB^2$;

$AB^2 = \frac{BD^2}{2}$; $AB = \sqrt{\frac{BD^2}{2}} = \frac{BD}{\sqrt{2}}$ (см).

1) $AB = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$ (см). $S_{ABCD} = \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 16 \cdot 2 = 32$ (см²).

Відповідь: 32 см².

2) $AB = \frac{d}{\sqrt{2}}$ (см). $S_{ABCD} = \left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{d^2}{2}$ (см²). *Відповідь*: $\frac{d^2}{2}$ см².

858. Малюнок і пояснення див. № 857.

$AB = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$ (см); $S_{ABCD} = 4^2 = 16$ (см²). *Відповідь*: 16 см².

859. Нехай одна сторона прямокутника x см, а друга — $(x + 5)$ см. Тоді його периметр $2(x + x + 5)$, що за умовою дорівнює 26 см:

$2(2x + 5) = 26$; $2x + 5 = 13$; $2x = 8$; $x = 4$. Отже, сторони прямокутника дорівнюють 4 см і $4 + 5 = 9$ (см).

$S_{пр} = 4 \cdot 9 = 36$ (см). Площа квадрата $S_{кв} = S_{пр} = 36$ см². Сторона квадрата $a = \sqrt{36} = 6$ (см). *Відповідь*: 6 см.

860. Нехай менша сторона прямокутника дорівнює x см, тоді його більша сторона — $(x + 15)$ см, а периметр

$P_{пр} = 2(x + x + 15) = 2(2x + 15) = 4x + 30$ (см).

За умовою $4x + 30 = 50$; $4x = 20$; $x = 5$.

Отже, сторони прямокутника дорівнюють 5 см і $5 + 15 = 20$ см.

$S_{пр} = 5 \cdot 20 = 100$ (см²). За умовою $S_{кв} = S_{пр}$, $a^2 = 100$,

$a = \sqrt{100} = 10$ $(a > 0)$, де a — сторона квадрата. *Відповідь*: 10 см.

861. Нехай a і b — сторони прямокутника, $S = ab$.

1) Якщо одну із сторін збільшити вдвічі, то $S_1 = 2a \cdot b = 2(ab) = 2S$. Площа збільшиться вдвічі.

2) Якщо одну із сторін зменшити втричі, то $S_1 = \left(\frac{a}{3}\right) \cdot b = \frac{ab}{3} = \frac{1}{3}ab = \frac{1}{3}S$. Площа зменшиться втричі.

3) Якщо кожну сторону збільшити в 4 рази, то $S_1 = 4a \cdot 4b = 4 \cdot 4 \cdot ab = 16ab = 16S$. Площа збільшиться в 16 разів.

4) Якщо одну сторону збільшити вдвічі, а другу — у 5 разів, то $S_1 = 2a \cdot 5b = 2 \cdot 5 \cdot ab = 10ab = 10S$. Площа збільшиться в 10 разів.

5) Якщо одну сторону збільшити у 12 разів, а другу — зменшити вдвічі, то $S_1 = 12a \cdot \frac{b}{2} = \frac{12}{2} \cdot ab = 6ab = 6S$. Площа збільшиться в 6 разів.

862. Площа квадрата дорівнює $S = a^2$.

1) Якщо сторону збільшити у 5 разів, то $S_1 = (5a)^2 = 25a^2 = 25S$. Площа збільшиться у 25 разів.

2) Якщо сторону зменшити втричі, то $S_1 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9} = \frac{1}{9}S$.

Площа зменшиться в 9 разів.

863. Ні, не можуть. Якщо $a^2 = b^2$, то $a = b$ ($a > 0$, $b >$).

864. 1) Так, можуть. Наприклад, площу 24 см² можуть мати прямокутники зі сторонами 1 см і 24 см, 2 см в 12 см, 3 см і 8 см, 4 см і 6 см тощо.

2) Ні, див пункт 1.

3) Так.

865. $S_1 = 15^2 = 225$ (см²); $S_2 = 17^2 = 289$ (см²). $S_3 = S_2 - S_1 = 289 - 225 = 64$ (см²). $a = \sqrt{64} = 8$ см ($a > 0$). *Відповідь*: 8 см.

866. $S_1 = 8^2 = 64$ (дм²); $S_2 = 6^2 = 36$ (дм²). $S_3 = S_1 + S_2 = 64 + 36 = 100$ (дм²). $a = \sqrt{100} = 10$ (дм) ($a > 0$).

Відповідь: 10 дм.

867. $S_1 = 8 \cdot 6{,}5 = 52$ (м²) — площа прямокутника. $S_2 = (0{,}5)^2 = 0{,}25$ (м²) — площа квадрата. 52 : 0,25 = 208 — кількість квадратів.

Відповідь: 208.

868. Якщо квадрат описаний навколо кола, то його сторона дорівнює діаметру кола: $2r$. Тоді $S_{кв} = (2r)^2 = 4r^2$. *Відповідь*: $4r^2$.

869. Нехай одна сторона прямокутника $3x$ см, тоді друга його сторона — $4x$ см. Площа прямокутника $3x \cdot 4x$, що за умовою дорівнює 108 см². $3x \cdot 4x = 108$; $12x^2 = 108$; $x^2 = 9$; $x = 3$ ($x > 0$).

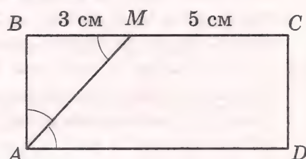
Отже, сторони прямокутника $3 \cdot 3 = 9$ (см) і $4 \cdot 3 = 12$ (см).

Відповідь: 9 см, 12 см.

870. Нехай одна сторона прямокутника x см, тоді друга — $1{,}5x$ см. Площа прямокутника $x \cdot 1{,}5x$ або 24 см² за умовою. $x \cdot 1{,}5x = 24$; $1{,}5x^2 = 24$; $x^2 = 16$; $x = 4$ ($x > 0$). Перша сторона 4 см, друга — $1{,}5 \cdot 4 = 6$ (см). $P_{пр} = 2 \cdot (4 + 6) = 2 \cdot 10 = 20$ (см). *Відповідь*: 20 см.

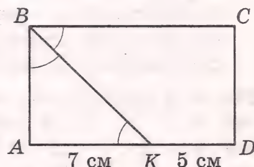
871. $\angle BMA = \angle MAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній AM. Але $\angle BAM = \angle MAD$ за умовою. Тоді $\angle BAM = \angle BMA$, у ΔABM $AB = BM = 3$ см, $BC = BM + MC = 3 + 5 = 8$ (см). $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 3 \cdot 8 = 24$ (см²).

Відповідь: 24 см².

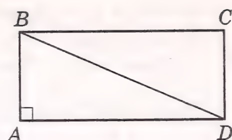


872. $\angle BKA = \angle CBK$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній BK. Але $\angle KBC = \angle ABK$ за умовою. Тоді $\angle ABK = \angle BKA$, $AB = AK = 7$ см (ΔABK — рівнобедрений). $AD = AK + KD = 7 + 5 = 12$ (см). $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 7 \cdot 12 = 84$ (см²).

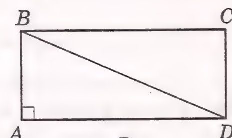
Відповідь: 84 см².



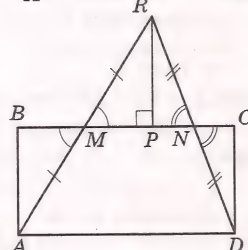
873. Нехай $AB = x$ см, $AD = (x + 3)$ см, $BD = 15$ см.
З ΔABD $BD^2 = AB^2 + AD^2$; $x^2 + (x + 3)^2 = 15^2$;
$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$; $2x^2 + 6x + 9 = 225$;
$2x^2 + 6x - 216 = 0$; $x^2 + 3x - 108 = 0$;
$x_1 = -12$, $x_2 = 9$.
Число −12 не задовольняє умові задачі.
Отже, $AB = 9$ см, $AD = 9 + 3 = 12$ (см). $S_{ABCD} = 9 \cdot 12 = 108$ (см²).
Відповідь: 108 см².



874. Нехай $AB = 7$ см, $AD = x$ см, $BD = (x + 1)$ см.
З ΔABD $BD^2 = AB^2 + AD^2$. $(x + 1)^2 = 7^2 + x^2$;
$x^2 + 2x + 1 = 49 + x^2$; $2x = 48$; $x = 24$.
Отже, $AD = 24$ см. $S_{ABCD} = 7 \cdot 24 = 168$ (см²).
Відповідь: 168 см².



875. $BC \parallel AD$, M — середина AK за умовою. Тоді за теоремою Фалеса N — середина KD. Проведемо $KP \perp BC$. $\Delta ABM = \Delta KPM$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AM = KM$ за умовою, $\angle BMA = \angle KMP$ як вертикальні). $\Delta DCN = \Delta KPN$ за гіпотенузою і гострим кутом ($KN = ND$, $\angle KNP = \angle DNC$ як вертикальні).
$S_{ABCD} = S_{\Delta ABM} + S_{AMND} + S_{\Delta DCN}$;
$S_{\Delta AKD} = S_{\Delta MKP} + S_{AMND} + S_{\Delta KNP}$.
Оскільки $S_{\Delta ABM} = S_{\Delta KPM}$, $S_{\Delta DCN} = S_{\Delta KNP}$,
то $S_{ABCD} = S_{\Delta AKD}$.



876. $S_1 = a_1^2$; $S_2 = a_2^2$. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{a_1^2}{a_2^2} = 5$. $\left(\dfrac{a_1}{a_2}\right)^2 = 5$; $\dfrac{a_1}{a_2} = \sqrt{5}$. $P_1 = 4a_1$, $P_2 = 4a_2$.

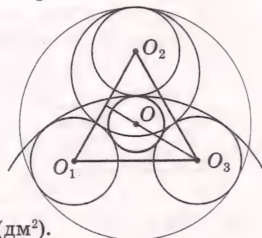
$\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{4a_1}{4a_2} = \dfrac{a_1}{a_2} = \sqrt{5}$. *Відповідь*: $\sqrt{5}$.

877. $P_1 = 4a_1$, $P_2 = 4a_2$. $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{4a_1}{4a_2} = \dfrac{a_1}{a_2} = 3$. $\dfrac{a_1^2}{a_2^2} = 3^2 = 9$.
Відповідь: 9.

878. Так, оскільки вираз $180°(n - 2)$ приймає при кожному натуральному значенні n єдине значення.

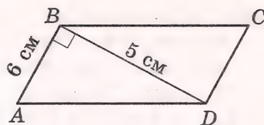
879. Припустимо, що ми змогли описати коло навколо паралелограма $ABCD$, всі кути якого непрямі. Це означає, що всі вершини паралелограма належать колу. Тоді, наприклад, кут ABC є вписаним, що спирається на діаметр AC, тобто $\angle ABC = 90°$. Це суперечить умові. Припущення хибне. Коло не можна описати навколо паралелограма.

881. 8 кіл: коло з центром у точці перетину бісектрис кутів трикутника, що дотикається трьох кіл зовнішньо; коло з тим же центром, що дотикається всіх трьох кіл внутрішньо; три кола, що дотикаються одного з даних кіл внутрішньо, а двох інших — зовнішньо; три кола, що дотикаються одного з даних кіл зовнішньо, а двох інших — внутрішньо.



882. 1) $S = ah = 5 \cdot 7 = 35$ (см²); 2) $S = 8 \cdot 4 = 32$ (дм²).
883. 1) $S = 6 \cdot 3 = 18$ (см²); 2) $S = 5 \cdot 9 = 45$ (дм²).
884. $S = ah_a$, $h_a = S : a = 24 : 6 = 4$ (см).
885. $S = ah_a$, $a = S : h_a = 18 : 3 = 6$ (дм).

886. $AB = a = 6$ см, $BD = h_a = 5$ см.
$S = ah_a = 6 \cdot 5 = 30$ (см^2). *Відповідь*: 30 см^2.



887. *Розв'язання* (див. рис. до №886).
$a = 8$ см, $h_a = 5$ см. $S = ah_a = 8 \cdot 5 = 40$ (см^2).
Відповідь: 40 см^2.

888. 1) $a = 4{,}5$ см, $h_a = 2$ см. $S = 4{,}5 \cdot 2 = 9$ (см^2).
2) $a = 1{,}5$ см, $h_a = 2{,}5$ см, $S = 1{,}5 \cdot 2{,}5 = 3{,}75$ (см^2).

889. 1) $a = 3$ см, $h_a = 2{,}5$ см. $S = 3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ (см^2).
2) $a = 4$ см, $h_a = 1{,}5$ см. $S = 4 \cdot 1{,}5 = 6$ (см^2).

890. Нехай a і b — сторони паралелограма. $a = 6$ см, $h_b = 4$ см. $S = b \cdot h_b = 36$ см^2, звідси $b = S : h_b = 36 : 4 = 9$ (см). $P = 2(a + b) = 2 \cdot (6 + 9) = 30$ (см).
Відповідь: 30 см.

891. Нехай a і b — сторони паралелограма. $S = ah_a$ або 48 см^2 за умовою. $ah_a = 48$; $a \cdot 4 = 48$; $a = 48 : 4$; $a = 12$ (см). Тоді $b = 8$ см.
$P = 2 \cdot (12 + 8) = 2 \cdot 20 = 40$ (см). *Відповідь*: 40 см.

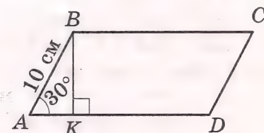
892. Нехай $a = 4$ см, $b = 5$ см. Оскільки $a < b$, то $h_a = 3$ см.
$S = ah_a = 4 \cdot 3 = 12$ (см^2). Але $S = bh_b$, звідки $h_b = S : b = 12 : 5 = 2{,}4$ (см).
Відповідь: 2,4 см.

893. Нехай $a = 8$ см, $h_a = 6$ см, $h_b = 4{,}8$ см. $S = ah_a = 8 \cdot 6 = 48$ (см^2).

$S = bh_b$, звідки $b = \frac{S}{h_b} = \frac{48}{4{,}8} = 10$ (см). *Відповідь*: 10 см.

894. В паралелограмі $ABCD$ $AD = BC = 12$ см, $AB = CD = 10$ см, $\angle A = 30°$. Нехай $BK \perp AC$.

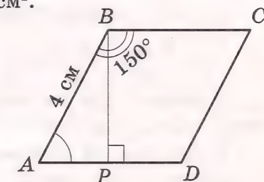
З $\triangle ABK$ $BK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см) як катет, що лежить проти кута 30°.
$S = AD \cdot BK = 12 \cdot 5 = 60$ (см^2). *Відповідь*: 60 см^2.



895. В ромбі $ABCD$ $AB = BC = CD = AD = 4$ см,
$\angle B = \angle D = 150°$, тоді
$\angle A = \angle C = 180° - 150° = 30°$. $BP \perp AD$.

З $\triangle ABP$ $BP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ (см).

$S = AD \cdot BP = 4 \cdot 2 = 8$ (см^2).
Відповідь: 8 см^2.



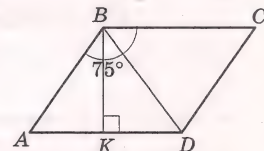
896. Нехай $a = x$ см, тоді $h_a = 3x$ см. $S = ah_a = x \cdot 3x$. За умовою $x \cdot 3x = 12$. $3x^2 = 12$; $x^2 = 4$; $x = 2$ ($x > 0$). $h_a = 3 \cdot 2 = 6$ (см). *Відповідь*: 6 см.

897. Нехай $h_a = x$ см, $a = 5x$ см. $S = ah_a = x \cdot 5x$, за умовою — 45 см^2.
$x \cdot 5x = 45$; $5x^2 = 45$; $x^2 = 9$; $x = 3$ ($x > 0$). $a = 5 \cdot 3 = 15$ (см).
Відповідь: 15 см.

898. У ромбі $ABCD$ $4AB = P$ см.

Тоді $AB = BC = CD = AD = \frac{P}{4}$.

У $\triangle ABD$ $\angle ABD = 75°$, тоді $\angle ADB = 75°$,
$\angle A = 180° - 2 \cdot 75° = 30°$.
Проведемо $BK \perp AD$ — висоту ромба.



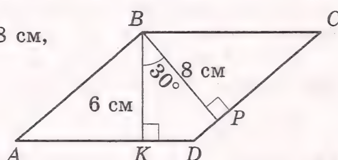
У $\triangle ABK$ $BK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{4} = \frac{P}{8}$ (см). $S_{ABCD} = BK \cdot AD = \frac{P}{8} \cdot \frac{P}{4} = \frac{P^2}{32}$ (см^2).

Відповідь: $\frac{P^2}{32}$ см^2.

899. Нехай $a = 8$ см, $b = 12$ см, $h_a = x$ см, тоді $h_b = (15 - x)$ см.
$S_1 = ah_a = 8x$ (см²); $S_2 = bh_b = 12(15 - x)$ (см²). $S_1 = S_2$, $8x = 12(15 - x)$; $8x = 180 - 12x$; $20x = 180$; $x = 9$. Отже, $h_a = 9$ см. $S = 8 \cdot 9 = 72$ (см²).
Відповідь: 72 см².

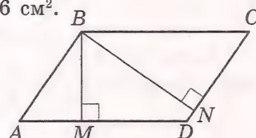
900. $h_a = 2$ см, $h_b = 3$ см, $a = x$ см, $b = (10 - x)$ см. $S_1 = ah_a = x \cdot 2 = 2x$ (см²); $S_2 = bh_b = (10 - x) \cdot 3$ (см²). $2x = 3(10 - x)$; $2x = 30 - 3x$; $5x = 30$; $x = 6$. $S = 2 \cdot 6 = 12$ (см²). *Відповідь*: 12 см².

901. $BK \perp AD$, $BK = 6$ см; $BP \perp CD$, $BP = 8$ см, $\angle KBP = 30°$.



У чотирикутнику $KBPD$
$\angle K + \angle B + \angle P + \angle D = 360°$;
$90° + 30° + 90° + \angle D = 360°$;
$\angle D = 150°$.
Тоді $\angle A = \angle C = 180° - \angle D = 180° - 150° = 30°$.
З ΔABK $AB = 2BK = 2 \cdot 6 = 12$ (см). $CD = AB = 12$ см.
$S_{ABCD} = CD \cdot BP = 12 \cdot 8 = 96$ (см²). *Відповідь*: 96 см².

902. У паралелограмі $ABCD$ $AB = CD = 5$ см, $AD = BC = 8$ см. $BM \perp AD$ і $BN \perp CD$ — висоти. $S_{ABCD} = AD \cdot BM = CD \cdot BN$ $(BM < BN)$. Оскільки в прямокутних трикутниках ABM і CBN $AB > BM$ і $BC > BN$ (як гіпотенуза, що більша за катет), то $BM < 5$ см, $BN < 8$ см.



$AD \cdot BM < 8 \cdot 5$, $AD \cdot BM < 40$. *Відповідь*: 1) ні; 2) ні; 3) так.

903. Задача має два розв'язки.
1) $a = 9$ см, $b = 12$ см, $h_a = 6$ см. $a \cdot h_a = b \cdot h_b$;

$$h_b = \frac{a \cdot h_a}{b} = \frac{9 \cdot 6}{12} = \frac{54}{12} = 4,5 \text{ (см)}.$$

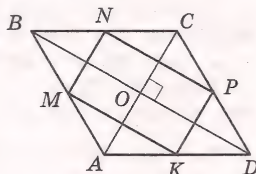
2) $a = 9$ см, $b = 12$ см, $h_a = 6$ см. $a \cdot h_a = b \cdot h_b$;

$$h_a = \frac{b \cdot h_b}{a} = \frac{12 \cdot 6}{9} = \frac{72}{9} = 8 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 4,5 см або 8 см.

904. Сума кутів першого многокутника $180°(n_1 - 2)$, тобто — $180°(n_2 - 2)$. Їх різниця за умовою дорівнює 540°.
$180°(n_1 - 2) - 180°(n_2 - 2) = 540°$.
$(n_1 - 2) - (n_2 - 2) = 3$; $n_2 - 2 - n_2 + 2 = 3$; $n_1 - n_2 = 3$.
Відповідь: на 3 вершини.

905. $ABCD$ — ромб, M, N, P, K — середини його сторін. $BD \perp AC$ як діагоналі ромба, $BD = 10$ см, $AC = 6$ см.
У ΔABC MN — середня лінія, $MN \parallel AC$,



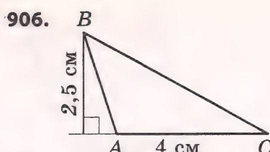
$$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \text{ (см)}.$$

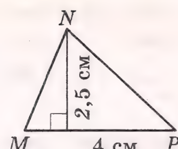
У ΔACD PK — середня лінія, $PK \parallel AC$, $PK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ см.

Тоді $MN \parallel PK$, $MN = PK$. $MNPK$ — паралелограм.

У ΔBCD NP — середня лінія, $NP \parallel BD$, $NP = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см).

$MN \parallel AC$, $NP \parallel BD$, $AC \perp BD$, тоді $MN \perp NP$. $MNPK$ — прямокутник.
$S_{MNPK} = MN \cdot NP = 3 \cdot 5 = 15$ (см²). *Відповідь*: 15 см².

906. 



906. Нехай сторони прямокутника дорівнюють x і $2x$. $P = 2(x + 2x)$, $S = x \cdot 2x$. За умовою $P = S$. $2(x + 2x) = x \cdot 2x$; $6x = 2x^2$; $3x = x^2$; $x = 3$. Тоді сторони прямокутника 3 і 6. $S = 3 \cdot 6 = 18$. *Відповідь*: 18.

908. $S_\Delta = \frac{1}{2}ah$. 1) $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$ (см^2); 2) $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7{,}5$ (дм^2).

909. 1) $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ (дм^2); 2) $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1 = 3{,}5$ (см^2).

910. 1) $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ (см^2); 2) $S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 = 22{,}5$ (дм^2).

911. 1) $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15$ (см^2); 2) $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 = 10{,}5$ (дм^2).

912. $S_\Delta = 36$ дм^2; $h_a = 8$ дм; $\frac{1}{2}ah_a = S_\Delta$; $\frac{1}{2}a \cdot 8 = 36$; $4a = 36$; $a = 9$ (дм).

Відповідь: 9 дм.

913. $S_\Delta = 20$ см^2; $a = 8$ см. $S_\Delta = \frac{1}{2}ah_a$; $20 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h_a$; $20 = 4 \cdot h_a$; $h_a = 5$ (см).

Відповідь: 5 см.

914. 1) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ (см^2); 2) $S_{\Delta MKL} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2{,}5 = 2{,}5$ (см^2).

915. 1) $S_{\Delta DEF} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 4 = 5$ (см^2); 2) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ (см^2).

916. Дано ΔABC: $AB = BC = 5$ см; $BD \perp AC$, $BD = 3$ см.
$AD = CD$ за властивістю висоти.
З ΔABD $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} =$
$= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (см). $AD = \frac{1}{2}AC = 4$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = 4 \cdot 3 = 12$ (см^2).

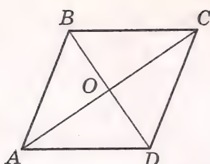
Відповідь: 12 см^2.

917. Нехай a і b — катети, c — гіпотенуза. $a = 7$ см, $c = 25$ см.
$a^2 + b^2 = c^2$; $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{(25-7)(25+7)} = \sqrt{18 \cdot 32} =$
$= \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16} = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ (см). $S_\Delta = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 24 = 84$ (см^2).

Відповідь: 84 см^2.

918. Нехай a і a — катети, $c = 8$ см — гіпотенуза, $a^2 + a^2 = c^2$; $2a^2 = 8^2$;
$2a^2 = 64$; $a^2 = 32$. $S_\Delta = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \cdot 32 = 16$ (см^2). *Відповідь*: 16 см^2.

919. Висота h рівнобедреного прямокутного трикутника є медіаною, а медіана дорівнює половині гіпотенузи c: $c = 2h$. $S_\Delta = \frac{1}{2}h \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 36$ (см^2).
Відповідь: 36 см^2.



920. $ABCD$ — ромб, AC і BD — діагоналі.

1) $AC = 10$ см, $BD = 8$ см.

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}AC \cdot BO + \frac{1}{2}DO \cdot AC =$$

$$= \frac{1}{2}AC(BO + DO) = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40 \ (\text{см}^2).$$

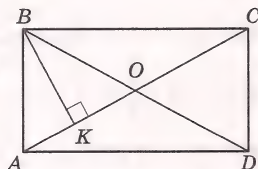
Відповідь: 40 см².

2) $AC = d_1$, $BD = d_2$.

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}AC \cdot BO + \frac{1}{2}DO \cdot AC = \frac{1}{2}AC(BO + DO) =$$

$$= \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}d_1d_2.$$ *Відповідь*: $\frac{1}{2}d_1d_2$.

921. $S_р = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$ (см²).



922. $AC = BD = 10$ см як діагоналі прямокутника.
$BK \perp AC$ — відстань від вершини B до прямої AC, $BK = 3$ см.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15 \ (\text{см}^2).$$

$\Delta ABC = \Delta CDA$ за двома катетами. $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2 \cdot 15 = 30$ (см²).
Відповідь: 15 см², 30 см².

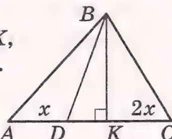
923. Нехай сторона трикутника a, а висота, проведена до неї — h_a.

За умовою $h_a = x$ см, $a = 2x$ см. $S_\Delta = \frac{1}{2}ah$; $16 = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x$; $x^2 = 16$;
$x = 4$ $(x > 0)$. $a = 2 \cdot 4 = 8$ (см).
Відповідь: 8 см.

924. Нехай сторона трикутника $a = x$ см, тоді висота, проведена до неї, —

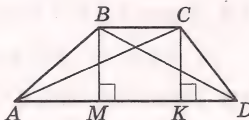
$h_a = 4x$ см. $S_\Delta = \frac{1}{2}ah_a$; $18 = \frac{1}{2}x \cdot 4x$; $2x^2 = 18$; $x^2 = 9$; $x = 3$ $(x > 0)$.

$h_a = 4 \cdot 3 = 12$ (см). *Відповідь*: 12 см.



925. Трикутники ABD і DBC мають ту же саму висоту BK, проведену до прямої AC, яка містить сторони AD і DC.
Тоді площі трикутників відносяться як ці сторони.
$S_{\Delta ABD} : S_{\Delta DBC} = 1 : 2$,
$S_{\Delta DBC} = 2S_{\Delta ABD}$. Оскільки $S_{\Delta ABD} + S_{\Delta DBC} = S_{\Delta ABC} = 12$ см²,
то $S_{\Delta ABD} + 2S_{\Delta ABD} = 12$; $S_{\Delta ABD} = 4$ (см²). $S_{\Delta DBC} = 2 \cdot 4 = 8$ (см²).
Відповідь: 4 см², 8 см².

926. Див. № 925.
Висоти трикутників ACK і CKB рівні, тому $S_{\Delta ACK} : S_{\Delta CKB} = AK : KL = 1 : 3$,
тобто $S_{\Delta CKB} = 3S_{\Delta ACK}$. $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ACK} + S_{\Delta CKB} = S_{\Delta ACK} + 3S_{\Delta ACK} = 4S_{\Delta ACK}$.
За умовою $4S_{\Delta ACK} = 20$; $S_{\Delta ACK} = 5$ см². $S_{\Delta CBK} = 3 \cdot 5 = 15$ (см²).
Відповідь: 5 см², 15 см².

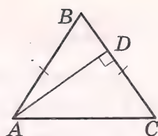


927. $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}AD \cdot CK$, де $CK \perp AD$.

$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot BM$, де $BM \perp AD$.

Але $CK = BM$ як відстані між паралельними прямими AD і BC.
Отже, $S_{\Delta ACD} = S_{\Delta ABD}$.

928. У ΔABC $AB = BC$, $AD \perp BC$, $BD = 4$ см, $DC = 1$ см.



$BC = AB = BD + DC = 4 + 1 = 5$ (см).

З ΔABD $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} =$

$= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ (см) ($AD > 0$).

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7,5$ (см^2). *Відповідь*: 7,5 см^2.

929. *Розв'язання* (див. рис. до завдання 928).

У ΔABC $AB = BC$, $AD \perp BC$, $CD = 4$ см, $BD = 6$ см.

$BC = AB = BD + DC = 6 + 4 = 10$ (см).

З ΔABD $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ (см) ($AD > 0$).

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40$ (см^2). *Відповідь*: 40 см^2.

930. Катети трикутника $a = 6$ см, $b = 8$ см. c — гіпотенуза, h_c — висота, проведена до гіпотенузи. За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2$,

$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ (см). $S_\Delta = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (см^2).

$S_\Delta = \frac{1}{2} ch_c$, звідки $h_c = \frac{2S_\Delta}{c} = \frac{2 \cdot 24}{10} = 4,8$ (см). *Відповідь*: 4,8 см.

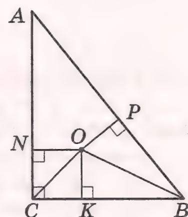
931. Катети трикутника $a = 7$ см, $b = 24$ см. c — гіпотенуза, h_c — висота, проведена до гіпотенузи.

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ (см).

$S_\Delta = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 24 = 84$ (см^2).

$S_\Delta = \frac{1}{2} ch_c$, звідки $h_c = \frac{2S_\Delta}{c} = \frac{2 \cdot 84}{25} = 6,72$ (см). *Відповідь*: 6,72 см.

932. У ΔABC ($\angle C = 90°$) N, P і K — точки дотику вписаного кола. $AP = 9$ см, $BP = 6$ см.



$ON \perp AC$, $OP \perp AB$, $OK \perp BC$ — радіуси вписаного кола. $AN = AP = 9$ см, $BK = BP = 6$ см як відрізки дотичних до кола, проведених з однієї точки.

$CNOK$ — квадрат, $CN = CK = x$ см.

Тоді $AC = (x + 9)$ см, $BC = (x + 6)$ см.

За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

$AB = AP + PB = 9 + 6 = 15$ (см).

$15^2 = (x + 9)^2 + (x + 6)^2$; $225 = x^2 + 18x + 81 + x^2 + 12x + 36$;

$2x^2 + 30x - 108 = 0$; $x^2 + 12x - 54 = 0$; $x_1 = 3$, $x_2 = -18$ — не задовольняє умові $x > 0$. Отже, $AB = 3 + 9 = 12$ (см), $BC = 3 + 6 = 9$ (см).

$S_\Delta = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = 54$ (см^2). *Відповідь*: 54 см^2.

933. (Див. рис. до завдання 932). У ΔABC ($\angle C = 90°$) N, P і K — точки дотику вписаного кола. $AN = 5$ см, $NC = 3$ см. $ON \perp AC$, $PO \perp AB$, $OK \perp BC$ — радіуси вписаного кола. $AP = AN = 5$ см, $BK = NC = 3$ см як відрізки дотичних до кола, проведених з однієї точки. $AC = AN + CN = 5 + 3 = 8$ (см). $CNOK$ — квадрат ($PK \perp CB$, $AC \perp BC$, тому $PK \parallel AC$; $ON \perp AC$, $BC \perp AC$, тому $ON \parallel BC$. $CNOK$ — паралелограм з прямим кутом і рівними сусідніми сторонами, тобто квадрат. Нехай $KB = PB = x$ см.

Тоді $AB = (x + 5)$ см, $BC = (x + 3)$ см. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$. $(x + 5)^2 = (x + 3)^2 + 8^2$; $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 6x + 9 + 64$; $10x - 6x = 73 - 25$; $4x = 48$; $x = 12$.

Отже, $BC = 3 + 12 = 15$ (см). $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60$ (см^2).

Відповідь: 60 см^2.

934. Площа трикутника $S_{\Delta} = \frac{1}{2} a h_a$. Нехай, наприклад, $a = 4$ см, тоді $h_a < 6$ см, оскільки висота менша за сторону, якщо вони виходять з однієї вершини, а $S_{\Delta} < \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ (см).

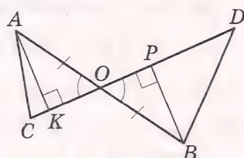
Якщо дані сторони — катети прямокутного трикутника, то

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ (см^2). *Відповідь*: 1) так; 2) так; 3) ні.

935. Проведемо $AK \perp OC$, $BP \perp OD$ — висоти трикутників AOC і BOD. $\Delta AOK = \Delta BOP$ за гіпотенузою і гострим кутом ($AO = BO$ за умовою, $\angle AOK = \angle BOP$ як вертикальні). З рівності трикутників випливає, що $AK = BP$.

$S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2} CO \cdot AK$; $S_{\Delta BOD} = \frac{1}{2} OD \cdot BP$;

$$\frac{S_{\Delta AOC}}{S_{\Delta BOD}} = \frac{\frac{1}{2} CO \cdot AK}{\frac{1}{2} OD \cdot BP} = \frac{CO}{OD} = 1 : 2.$$ *Відповідь*: 1 : 2.



936. Розв'язання:

MN — середня лінія ΔABC, $MN \parallel BC$, $MN = \frac{1}{2} BC$. Проведемо $AP \perp BC$.

Оскільки $MN \parallel BC$, то за теоремою Фалеса K — середина AP.

Отже, $BC = 2MN$, $AP = 2AK$. $$\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} MN \cdot AK}{\frac{1}{2} BC \cdot AP} = \frac{MN \cdot AK}{2MN \cdot 2AK} - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}.$$

Відповідь: 1 : 4.

937. Сторона квадрата дорівнює діаметру вписаного кола: $2 \cdot 3 = 6$ (см).

$P_{кв} = 4 \cdot 6 = 12$ (см); $S_{кв} = 6^2 = 36$ (см^2). *Відповідь*: 24 см, 36 см^2.

938. $ABCD$ — прямокутник, AP — бісектриса кута A, BD — діагональ, K — точка їх перетину. $BK : KD = 1 : 2$. $\angle BPA = \angle PAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC і січній AP. Тоді у ΔABP $\angle BAP = \angle BPA$, $AB = BP$. $\Delta BKP \sim \Delta DKA$ за двома кутами ($\angle BPK = \angle KAD$, $\angle BKP = \angle AKD$ як вертикальні).

B P C R A D

$BK : KD = 1 : 2$ за умовою, тоді $BP : AD = 1 : 2$.

Нехай $AB = x$ см, тоді $AD = 2x$ см. $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(x + 2x) = 6x$.

За умовою $6x = 48$ см, звідки $x = 8$ см. Отже, $AB = 8$ см, $AD = 2 \cdot 8 = 16$ см.

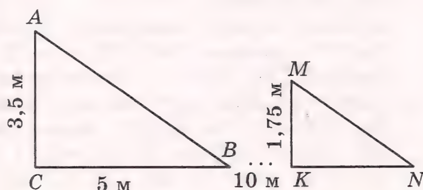
$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 8 \cdot 16 = 128$ (см^2).

Відповідь: 128 см^2.

940. Об'єкт і його тінь — це катети двох подібних трикутників. Знайдемо довжину тіні чоловіка.

$\frac{AC}{CB} = \frac{MK}{KN}$; $\frac{3,5}{5} = \frac{1,75}{KN}$;

$KN = \frac{5 \cdot 1,75}{3,5} = 2,5$ (м).



Щоб повністю потрапити в тінь, Олександр Семенович повинен переміститися в бік стіни на 10 м + 2,5 см = 12,5 м. Кількість кроків 12,5 м : 0,5 = 25. *Відповідь*: 25 кроків.

941. 1) $S = \frac{5+7}{2} \cdot 4 = 24$ (см²); 2) $S = \frac{9+1}{2} \cdot 5 = 25$ (см²).

942. 1) $S = \frac{9+3}{2} \cdot 2 = 12$ (см²); 2) $S = \frac{3+7}{2} \cdot 6 = 30$ (см²).

943. $S = 4 \cdot 5 = 20$ (см²).

944. $S = 6 \cdot 3 = 18$ (см²).

945. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, звідки $h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 40}{7+13} = \frac{2 \cdot 40}{20} = 4$ (см).
Відповідь: 4 см.

946. $S = 36$ см², $a = 8$ см, $b = 10$ см. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, $h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 36}{8+10} = 4$ (см).
Відповідь: 4 см.

947. $h = 6$ см, $S = 24$ см². $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, $a + b = \frac{2S}{h} = \frac{2 \cdot 24}{6} = 8$ (см).
Відповідь: 8 см.

948. $h = 8$ см, $S = 40$ см².

Середня лінія $\frac{a+b}{2}$. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$; $\frac{a+b}{2} = \frac{S}{h} = \frac{40}{8} = 5$ (см²).

Відповідь: 5 см².

949. $S = 63$ см²; $a = 5$ см, $h = 7$ см.

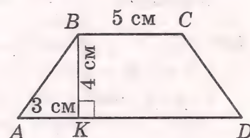
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$; $a + b = \frac{2S}{h}$; $b = \frac{2S}{h} - a = \frac{2 \cdot 63}{7} - 5 = 13$ (см).

Відповідь: 13 см.

950. $a = 17$ см, $h = 3$ см, $S = 33$ см².

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$; $a + b = \frac{2S}{h}$; $b = \frac{2S}{h} - a = \frac{2 \cdot 33}{3} - 17 = 5$ (см).

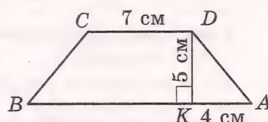
Відповідь: 5 см.



951. $KD = BC + AK = 5 + 3 = 8$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = \frac{3+8+5}{2} \cdot 4 = 32$ (см²).

Відповідь: 32 см².



952. $BK = CD + AK = 7 + 4 = 11$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DK = \frac{11+4+7}{2} \cdot 5 = 55$ (см²).

Відповідь: 55 см².

953. $S_{ABCD} = 30$ см², $P_{ABCD} = 28$ см; $AB = 3$ см.
$AB \perp AD$, отже, AB — висота трапеції.



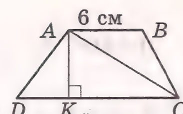
$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB$, звідки

$AD + BC = \frac{2S_{ABCD}}{AB} = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20$ (см). $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$;
$CD = P_{ABCD} - (AB + BC + AD) = 28 - (3 + 20) = 5$ (см).
Відповідь: 5 см.

954. Нехай a і b — основи трапеції, h — її висота, c — бічна сторона, $c = 5$ см.
$P_{тр} = 2c + a + b$; $a + b = P_{тр} - 2c = 32 - 2 \cdot 5 = 22$ (см).

$S_{тр} = \frac{a+b}{2} \cdot h$, звідки $h = \frac{2S_{тр}}{a+b} = \frac{2 \cdot 44}{22} = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

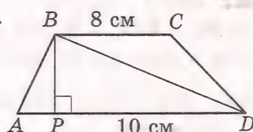
955. $ABCD$ — трапеція, $AB \parallel CD$. $AK \perp CD$, $AK = 8$ см — висота трапеції, $AB = 6$ см.



$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} CD \cdot AK$, $CD = \frac{2S_{\Delta ADC}}{AK}$; $CD = \frac{2 \cdot 40}{8} = 10$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot AK = \frac{6 + 10}{2} \cdot 8 = 8 \cdot 8 = 64$ (см²). *Відповідь*: 64 см².

956. $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} BP \cdot AD$, $BP = \frac{2S_{\Delta ABD}}{AD} = \frac{2 \cdot 25}{10} = 5$ (см).



$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BP = \frac{10 + 8}{2} \cdot 5 = 45$ (см²).

Відповідь: 45 см².

957. a і b — основи трапеції, h — її висота.

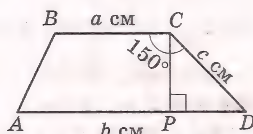
$S_{\text{тр}} = \frac{a + b}{2} \cdot h$, $a + b = \frac{2S_{\text{тр}}}{h} = \frac{2 \cdot 36}{6} = 12$ (см).

$a : b = 1 : 3$, тоді $a = x$ см, $b = 3x$ см. $x + 3x = 12$; $4x = 12$; $x = 3$. $a = 3$ см, $b = 3 \cdot 3 = 9$ (см). *Відповідь*: 3 см, 9 см.

958. $a : b = 1 : 4$, $h = 4$ см; $S = 50$ см². $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$; $a + b = \frac{2S}{h} = \frac{2 \cdot 50}{4} = 25$ (см).

$a = x$ см, $b = 4x$ см; $x + 4x = 25$; $5x = 25$; $x = 5$. $a = 5$ см, $b = 4 \cdot 5 = 20$ (см). *Відповідь*: 5 см, 20 см.

959. $\angle D = 180° - \angle C = 180° - 150° = 30°$.

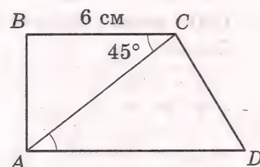


Тоді $CP = h = \frac{1}{2} CD = \frac{c}{2}$ (см) (як катет, що лежить проти кута 30°).

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot h = \frac{a + b}{2} \cdot \frac{c}{2} = \frac{(a + b)c}{4}$ (см²).

Відповідь: $\frac{(a + b)c}{4}$ см².

960. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $BC = 6$ см. $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle C = 135°$, $\angle BCA = 45°$.



У ΔABC ($\angle B = 90°$) $\angle BCA = 45°$, тоді $\angle BAC = 45°$, $AB = BC = 6$ см.

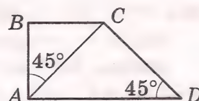
$\angle BCA = \angle CAD = 45°$ як внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих AD і BC і січній AC.

У ΔACD $\angle ACD = \angle BCD - \angle BCA = 135° - 45° = 90°$. Тоді $\angle D = 45°$, $AC = CD$.

З ΔABC $AC = \frac{AB}{\sin 45°} = 6 : \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{12}{\sqrt{2}}$ (см), $CD = AC = \frac{12}{\sqrt{2}}$ (см).

$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot BC + \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12}{\sqrt{2}} = 18 + 36 =$
$= 54$ (см²). *Відповідь*: 54 см².

961. $ABCD$ — трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = 4$ см, $\angle A = \angle B = 90°$, $\angle BAC = 45°$, $\angle D = 45°$.



ΔABC — рівнобедрений, $AB = CB = 4$ см ($\angle A = 45°$, $\angle B = 90° - 45° = 45°$).

$\angle BCA = \angle CAD = 45°$ (як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD і січній AC).

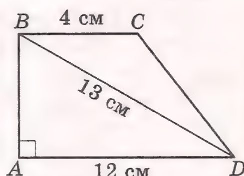
Тоді $\angle ACD = 90°$. ΔACD — рівнобедрений, $AC = CD$.

З ΔABC $AC = \dfrac{AB}{\cos 45°} = \dfrac{4 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \dfrac{8}{\sqrt{2}}$ (см). $CD = AC = \dfrac{8}{\sqrt{2}}$ см.

$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ACD} = \dfrac{1}{2} AB \cdot BC + \dfrac{1}{2} AC \cdot CD = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{8}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{8}{\sqrt{2}} = 8 + 16 =$

$= 24$ (см²). *Відповідь*: 24 см².

962. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AC$, $\angle A = \angle B = 90°$, $BC = 4$ см, $AD = 12$ см, $BD = 13$ см.



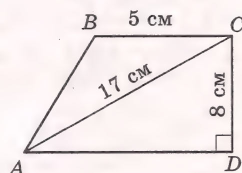
З ΔABD $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} =$

$= \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{25} = 5$ (см) — висота трапеції.

$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot AB = \dfrac{4 + 12}{2} \cdot 5 = 40$ (см²).

Відповідь: 40 см².

963. $ABCD$ — трапеція, $\angle C = \angle D = 90°$, $BC = 5$ см, $AC = 17$ см.



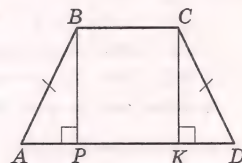
З ΔACD $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} =$

$= \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ (см).

$S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot CD = \dfrac{5 + 15}{2} \cdot 8 = 80$ (см²).

Відповідь: 40 см².

964. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD = 25$ см, $BC = 38$ см, $AD = 52$ см.



$BP \perp AD$ і $CK \perp AD$ — висоти трапеції.

$AP = KD = \dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{52 - 38}{2} = 7$ (см)

(див. опорна задача № 214).

З ΔABP

$BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{(25-7)(25+7)} = \sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16} =$
$= 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ (см).

$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BP = \dfrac{52 + 38}{2} \cdot 24 = 1080$ (см²). *Відповідь*: 1080 см².

965. Рис. див. № 964.

$ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD = 13$ см, $AD = 18$ см, $BP = CK = 12$ см.

З ΔABD $AP = \sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ (см).

$KD = AP = 5$ см, $PK = BC = AD - 2AP = 18 - 2 \cdot 5 = 8$ (см).

$S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot BP = \dfrac{8 + 18}{2} \cdot 12 = 156$ (см²). *Відповідь*: 156 см².

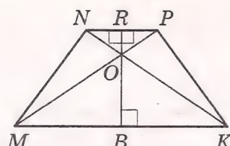
966. Рис. див. № 964.

$ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $BC = 6$ см, $AB = CD = 5$ см, $BP \perp AD$ — висота, $BP = 3$ см.

З ΔABD $AP = \sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (см).

$AD = AP + PK + KD = AP + BC + AP = 4 + 6 + 4 = 14$ (см).

$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BP = \dfrac{14 + 6}{2} \cdot 3 = 30$ (см²). *Відповідь*: 30 см².



967. $MNPK$ — трапеція, $NP \parallel MK$, $NP = 10$ см. Діагоналі NK і MR перетинаються в точці O. Проведемо $OR \perp NP$ і $OB \perp MK$, $O \in RB$.
$OR = 2$ см, $OB = 3$ см,
$RB = OR + OB = 2 + 3 = 5$ (см) — висота трапеції.
$\Delta NOP \sim \Delta MOK$ за двома кутами ($\angle NOP = \angle MOK$ як вертикальні, $\angle NPM = \angle PMK$ як внутрішні різносторонні при $NP \parallel MK$ і січній MP).

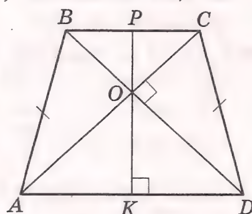
Тоді $\dfrac{NP}{MK} = \dfrac{OR}{OB}$; $MK = \dfrac{NP \cdot OB}{OR} = \dfrac{10 \cdot 3}{2} = 15$ (см).

$S_{\Delta MNPK} = \dfrac{NP + MK}{2} \cdot RB = \dfrac{10 + 15}{2} \cdot 5 = 62,5$ (см^2). *Відповідь*: 62,5 см^2.

968. (Рис. див. № 967.) $MNPK$ — трапеція, $NP \parallel MK$, $MK = 18$ см. Діагоналі NK і MP перетинаються в точці O.
Проведемо $OK \perp NP$ і $OB \perp MK$, $O \in KB$. $OK = 5$ см, $OB = 6$ см,
$KB = 5 + 6 = 11$ (см) — висота трапеції.
$\Delta NOP \sim \Delta MOK$ за двома кутами ($\angle NOP = \angle MOK$ як вертикальні, $\angle NPM = \angle PMK$ як внутрішні різносторонні при $NP \parallel MK$ і січній MP).

Тоді $\dfrac{NP}{MK} = \dfrac{OK}{OB}$; $NP = \dfrac{MK \cdot OK}{OB} = \dfrac{18 \cdot 5}{6} = 15$ (см).

$S_{\Delta MNPK} = \dfrac{MK + NP}{2} \cdot KB = \dfrac{18 + 15}{2} \cdot 11 = 181,5$ (см^2). *Відповідь*: 181,5 см^2.



969. Проведемо висоту $PK = h$ через точку перетину діагоналей O. Прямокутні трикутники AOD і BOC — рівнобедрені (з основами AD і BC). Тому їх висоти OP і OK є також медіанами. Тоді за властивістю медіани, проведеної до гіпотенузи $OK = \dfrac{1}{2}AD$, $OP = \dfrac{1}{2}BC$.

$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot PK = \left(\dfrac{AD}{2} + \dfrac{BC}{2}\right) \cdot PK = (OK + OP) \cdot PK = PK \cdot PK =$
$= PK^2 = h^2$. *Відповідь*: h^2.

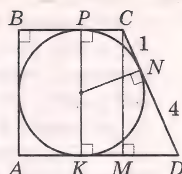
970. (Рис. див. № 969.) Проведемо висоту PK через точку перетину діагоналей O. Прямокутні трикутники AOD і BOC — рівнобедрені з основами AD і BC. Тоді їх висоти OK і OP є також медіанами. За властивістю медіани, проведеної до гіпотенузи,

$OK = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см); $OP = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2} \cdot 4 = 2$ (см).

$PK = OK + OP = 5 + 2 = 7$ (см). $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot PK = \dfrac{10 + 4}{2} \cdot 7 = 49$ (см^2).
Відповідь: 49 см^2.

971. $ABCD$ — трапеція ($BC \parallel AD$), $\angle A = \angle B = 90°$. Проведемо висоти PK (через центр вписаного кола) і CM. $ON \perp CD$ — радіус, проведений в точку дотику, $CN = 1$ см, $ND = 4$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки до кола, $CN = PC = 1$ см, $KD = ND =$ $= 4$ см. $PCMK$ — прямокутник ($PK \parallel CM$, $PK = CM$, $\angle K = 90°$), тоді $KM = PC = 1$ см. $MD = KD - KM = 4 - 1 = 3$ (см).
З ΔCMK $CM = \sqrt{CD^2 - MD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (см).

$PK = CM = 4$ см, $ON = \frac{1}{2} PK = 2$ см (як радіуси).



$AK = BP = 2$ см. $BC = BP + PC = 2 + 1 = 3$ (см);
$AD = 2 + 4 = 6$ (см).

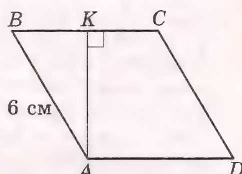
$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CM = \frac{3+6}{2} \cdot 4 = 18$ (см^2).

Відповідь: 18 см^2.

972. $180° \cdot (17 - 2) = 180° \cdot 15 = 2700°$.

973. 1) $4{,}6 \cdot 3{,}4 = 15{,}64$ (м^2) — площа кімнати;
2) 20 см = 0,2 м; $(0{,}2\ \text{м})^2 = 0{,}04$ м^2 — площа однієї плитки;
3) $15{,}64 : 0{,}04 = 391$ (шт.).
Відповідь: 391 шт.

974. $ABCD$ — ромб, $AB = BC = CD = AD = 6$ см.

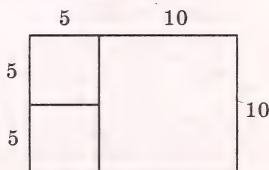


$\angle A = \angle B + 120°$. Нехай $\angle B = x$, тоді
$\angle A = x + 120°$. $x + x + 120 = 180$; $2x = 60$;
$x = 30$. Отже, $\angle B = 30°$. Тоді висота

$AK = \frac{1}{2} AB = 3$ см (як катет, що лежить проти кута 30°). $S_{ABCD} = BC \cdot AK = 6 \cdot 3 = 18$ (см^2).

Відповідь: 18 см^2.

975. Квадрати не можуть бути однаковими, бо $150 : 2 = 50$, не існує цілого числа, квадрат якого дорівнює 50.



$150 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$. Існує єдиний спосіб подати число 150 у вигляді суми трьох квадратів:
$150 = 25 + 25 + 100 = 5^2 + 5^2 + 10^2$. $P = 2 \cdot (10 + 15) = 2 \cdot 25 = 50$ (см).
Відповідь: 50 см.

Домашня самостійна робота № 5

1. *Відповідь*: Б. мал. 248.

2. $S = 7 \cdot 4 = 28$ (см^2). *Відповідь*: В. 28 см^2.

3. $S = 8 \cdot 5 = 40$ (см^2). *Відповідь*: А. 40 см^2.

4. $180° \cdot (10 - 2) = 180° \cdot 8 = 1440°$. *Відповідь*: Г. 1440°.

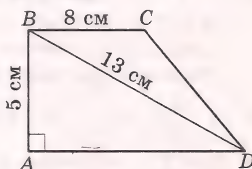
5. $S = \frac{1}{2} a h_a$; $a = \frac{2S}{h_a} = \frac{2 \cdot 24}{6} = 8$ (см). *Відповідь*: В. 8 см.

6. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$; $a + b = \frac{2S}{h}$; $a = \frac{2S}{h} - b$; $a = \frac{2 \cdot 28}{4} - 5 = 9$ (см).

Відповідь: Г. 9 см.

7. $S = 16 \cdot 9{,}5 = 152$ (дм^2); $0{,}5^2 = 0{,}25$ (дм^2); $152 : 0{,}25 = 608$.
Відповідь: Б. 608.

8. З ΔABD $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} =$
$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (см).

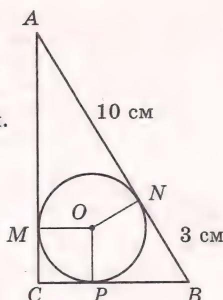


$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = \frac{12+8}{2} \cdot 5 = 50$ (см^2).

Відповідь: А, 50см^2.

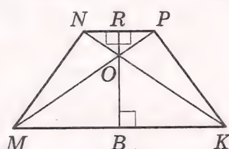
9. $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 = 40$ (см^2). *Відповідь*: В. 40 см^2.

10. У ΔABC $\angle C = 90°$; M, N і P — точки дотику сторін трикутника і вписаного кола. $OM \perp AC$, $ON \perp AB$, $OP \perp CB$. $AN = 10$ см, $BN = 3$ см. За властивістю дотичних до кола, проведених з однієї точки, $AM = AN = 10$ см, $BP = BN = 3$ см, $CM = CP = x$ см. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $(10 + 3)^2 = (x + 10)^2 + (x + 3)^2$; $169 = x^2 + 20x + 100 + x^2 + 6x + 9$; $2x^2 + 26x - 60 = 0$; $x^2 + 13x - 30 = 0$; $x_1 = 2$, $x_2 = -15$ — не задовольняє умові. Отже, $AC = 10 + 2 = 12$ (см); $BC = 2 + 3 = 5$ (см).



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30$ (см²). *Відповідь*: Г. 30 см².

11. У трапеції $MNPR$ ($NP \parallel MR$) $MR = 12$ см. Через точку O перетину діагоналей проведемо висоту KB. $OK = 2$ см, $OB = 3$ см. $\Delta NOP \sim \Delta ROM$ за двома кутами ($\angle NOP = \angle MOR$ як вертикальні, $\angle NPM = \angle PMR$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих NP і MR і січній MP). З подібності трикутників випливає:



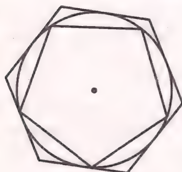
$\frac{NP}{MR} = \frac{OK}{OB}$; $\frac{NP}{12} = \frac{2}{3}$; $NP = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8$ (см).

$S_{MNPK} = \frac{NP + MR}{2} \cdot KB = \frac{8 + 12}{2} \cdot (2 + 3) = 50$ (см²). *Відповідь*: Б. 50 см².

12. Нехай $a = 12$ см, $b = 9$ см — сторони паралелограма, $h_a = x$ см, $h_b = (7 - x)$ см — висоти. $S_1 = ah_a = 12x$ (см²); $S_2 = bh_b = 9(7 - x)$ см². $S_1 = S_2$, тоді $12x = 9(7 - x)$; $12x = 63 - 9x$; $21x = 63$; $x = 3$. Отже, $h_a = 3$ см. $S = 12 \cdot 3 = 36$ (см²). *Відповідь*: В. 36 см².

Завдання для перевірки знань до §§22–26

1.



2. $S = 6 \cdot 9 = 54$ (см²). **3.** $S = 7 \cdot 4 = 28$ (см²).

4. $180°(n - 2) = 180° \cdot (15 - 2) = 180° \cdot 13 = 2340°$.

5. $S_\Delta = \frac{1}{2} ah_a$; $h_a = \frac{2S_\Delta}{a} = \frac{2 \cdot 30}{12} = 5$ (см).

Відповідь: 5 см.

6. $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$; $a + b = \frac{2S}{h}$; $a = \frac{2S}{h} - b$;

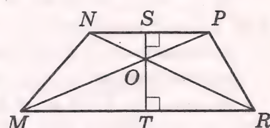
$a = \frac{2 \cdot 35}{7} - 8 = 2$ (см). *Відповідь*: 2 см.

7. 1) $12 \cdot 7{,}5 = 90$ (дм²) — площа прямокутника;
2) $0{,}5^2 = 0{,}25$ (дм²) — площа квадрата;
3) $90 : 0{,}25 = 360$ (кв.) — кількість квадратів.
Відповідь: 360 квадратів.

8. $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 36$ (см²).

9. $MNPK$ — трапеція ($NP \parallel MK$), O — точка перетину діагоналей, $NP = 12$ см. Проведемо через точку O висоту ST, $ST \perp NP$, $ST \perp MK$. $OS = 3$ см, $OT = 5$ см — відстані від точки O до основ. $\Delta NOP \sim \Delta KOM$ за двома кутами ($\angle NOP = \angle KOM$ як вертикальні, $\angle NPM = \angle PMK$

як внутрішні різносторонні при паралельних прямих NP і MK та січній MP). У подібних трикутниках відповідні сторони і висоти пропорційні.



$\frac{NP}{MK} = \frac{OS}{OT}$; $\frac{12}{MK} = \frac{3}{5}$; $MK = \frac{12 \cdot 5}{3} = 20$ (см).

$ST = SO + OT = 3 + 5 = 8$ (см).

$S_{MNPK} = \frac{NP + MK}{2} \cdot ST = \frac{12 + 20}{2} \cdot 8 = 128$ (см^2).

Відповідь: 128 см^2.

10. Площа квадрата дорівнює квадрату його сторони. $S_1 = a_1^2$; $S_2 = a_2^2$.

$\frac{a_1^2}{a_2^2} = 7$; $\frac{a_1}{a_2} = \sqrt{7}$. $P_1 = 4a_1$; $P_2 = 4a_2$. $\frac{P_1}{P_2} = \frac{4a_1}{4a_2} = \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{7}$. *Відповідь*: $\sqrt{7}$.

11. $h_a = 5$ см, $h_b = 6$ см – висоти паралелограма. $a + b = 22$ см — сума відповідних сторін. $b = (22 - a)$ см. $S_1 = ah_a = 5a$; $S_2 = bh_b = (22 - a) \cdot 6$. $S_1 = S_2$; $5a = (22 - a) \cdot 6$; $5a = 132 - 6a$; $11a = 132$; $a = 12$; $b = 22 - 12 = 10$. $S = 12 \cdot 5 = 60$ (см^2). *Відповідь*: 60 см^2.

Вправи для повторення розділу 4

978. Якщо зовнішні кути п'ятикутника рівні, то і суміжні з ним внутрішні кути теж рівні. $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$ — сума всіх кутів п'ятикутника. $540° : 5 = 108°$ — внутрішній кут. *Відповідь*: 108°.

979. $\frac{n(n-3)}{2}$ — кількість діагоналей n-кутника.

Якщо $n = 8$, то $\frac{8 \cdot (8-3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$. *Відповідь*: 20.

980. Сума всіх внутрішніх кутів многокутника дорівнює $180°(n - 2)$ або $135° \cdot n$ за умовою. $180(n - 2) = 135n$; $180n - 135n = 360$; $45n = 360$; $n = 8$.
Відповідь: 8.

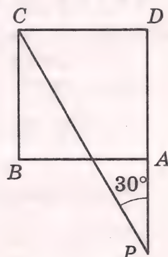
981. Сума внутрішніх кутів опуклого n-кутника дорівнює $180°(n - 2) = 180°n - 360°$. Якщо кількість сторін збільшити на дві, то сума дорівнюватиме $180°(n + 2 - 2) = 180°n$, тобто збільшиться на 360°.
Відповідь: збільшиться на 360°.

982. $180°(n - 2) = 180°n - 360°$ — сума кутів n-кутника.
$180°(n - 1 - 2) = 180°n - 180° \cdot 3 = 180°n - 540°$ — сума кутів $(n - 1)$-кутника. За умовою $180°n - 360° = k(180°n - 540°)$

$k = \frac{180°n - 360°}{180°n - 540°}$; $k = \frac{180°(n-2)}{180°(n-3)}$; $k = \frac{n-2}{n-3}$; k приймає натуральне значення, якщо $n - 3 = 1$, тобто при $n = 4$. Тоді $k = 2$. *Відповідь*: 2.

983. $S_{кв} = 6^2 = 36$ (см^2); $S_{пр} = 4 \cdot 9 = 36$ (см^2). $S_{кв} = S_{пр}$.

984. 1) $12 = 3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 = 1 \cdot 12$; 2) $9 = 3^2$.
Значить, можна накреслити прямокутник зі сторонами 3 і 4, 2 і 5 або 1 і 12 та квадрат зі стороною 3 см.



985. У $\triangle CPD$ $\angle D = 90°$, $CP = 10$ см, $\angle CPD = 30°$.

Тоді $CD = \frac{1}{2}CP = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (см) як катет, що лежить проти кута 30°. $S_{ABCD} = CD^2 = 5^2 = 25$ (см^2).
Відповідь: 25 см^2.

986. 1) $P = 4a$, де a — сторона квадрата. $a = \frac{P}{4}$ см.

$S = a^2 = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \frac{P^2}{16}$ (см^2). *Відповідь*: $\frac{P^2}{16}$ см^2.

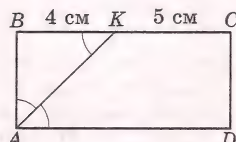
2) $S_{кв} = a^2$; $a = \sqrt{S_{кв}}$. $P = 4a = 4\sqrt{S_{кв}}$. *Відповідь*: $4\sqrt{S}$.

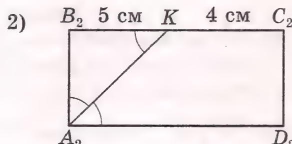
3) $S_{кв} = P_{кв}$; $a^2 = 4a$; $a = 4$. *Відповідь*: 4.

987. Площа квадрата зі стороною $(a + b)$ дорівнює $(a + b)^2$. Інакше, квадрат складається з двох квадратів і двох прямокутників. Тоді його площа дорівнює сумі площ частин: $a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Отже, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

988. 1) $2,4 \cdot 3,6 = 8,64$ (м²) — площа стіни;
2) 30 см · 20 см = 0,3 м · 0,2 м = 0,06 м² — площа однієї плитки;
3) $8,64 : 0,04 = 114$.
Відповідь: 114.

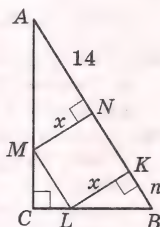
989. AK — бісектриса кута A прямокутника $ABCD$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AK. Але $\angle KAD = \angle BAK$, тоді ΔABK — рівнобедрений з основою AK, $AB = BK$.





Можливі два випадки.
1) $AB = BK = 4$ см, $KC = 5$ см.
$BC = 4 + 5 = 9$ см.
$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4 \cdot 9 = 36$ (см²).
2) $AB = BK = 5$ см, $KC = 4$ см.
S_{ABCD} $AB \cdot BC = 5 \cdot 9 = 45$ (см²).
Відповідь: 36 см² або 45 см².

990. Позначимо сторону квадрата x.
ΔAMN і ΔLBK — прямокутні.
$\angle AMN = 90° - \angle A$, $\angle B = 90° - \angle A$.
Тоді $\Delta AMN \sim \Delta LBK$ за двома кутами, тому
$\frac{AN}{MN} = \frac{LK}{KB}$; $\frac{m}{x} = \frac{x}{n}$; $x^2 = mn$.
$S_{MNKL} = x^2$, отже, $S_{MNKL} = nm$.
Відповідь: nm.

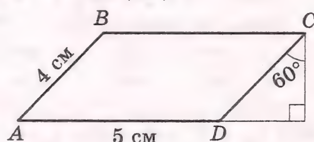


991. $S = 4 \cdot 2 = 8$ (см²). **992.** $S = AB \cdot h_{BC} = 4 \cdot 3 = 12$ (см²).

993. $CD = AB = 4$ см як протилежні сторони.

З ΔCDE $CE = CD\cos 60° = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ (см).

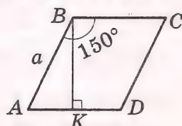
$S_{ABCD} = AD \cdot CE = 5 \cdot 2 = 10$ (см²).
Відповідь: 10 см².



994. $S = ah_a = bh_b$.
1) $ah_a = 6 \cdot 4 = 24$ (см²); $bh_b = 8 \cdot 3 = 24$ (см²). *Відповідь*: так.
2) $9 \cdot 4 \neq 6 \cdot 2$; $9 \cdot 2 \neq 6 \cdot 4$. *Відповідь*: ні.

995. Нехай сторони квадрата і ромба дорівнюють a см. Площа квадрата $S_1 = a^2$ см². В ромбі $ABCD$ $\angle A = 180° - \angle B = 180° - 150° = 30°$. $BK \perp AD$.

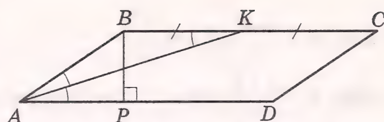
З ΔABK $BK = AB \cdot \sin\angle A = a\sin 30° = \frac{a}{2}$ (см).



Площа ромба $S_2 = AD \cdot BK = a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$. $S_1 : S_2 = a^2 : \left(\frac{a^2}{2}\right) = 2$.

Відповідь: площа квадрата у 2 рази більша.

996. $ABCD$ — паралелограм, $\angle A = 30°$, AK — бісектриса кута A, $BK = KC$. $\angle BKA = \angle KAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній AK.

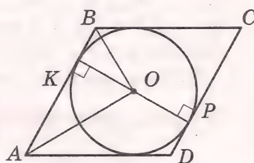


Але $\angle BAK = \angle KAD$ за умовою. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$. ΔABK — рівнобедрений з основою AK, $AB = BK$. За умовою $BK = KC$, тоді $BC = 2AB$. $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(AB + 2AB) = 2 \cdot 3AB = 6AB$. За умовою $6AB = 24$ см, $AB = 4$ см. $BC = 2AB = 2 \cdot 4 = 8$ см). $BP \perp AD$ — висота паралелограма.

З ΔABP $\sin\angle A = \dfrac{BP}{AB}$; $BP = AB \cdot \sin\angle A = 4\sin 30° = 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 2$ (см).

$S_{ABCD} = AD \cdot BP = BC \cdot BP = 8 \cdot 2 = 16$ (см²). *Відповідь*: 16 см².

997. $ABCD$ — ромб. KP — висота, K і P — точки дотику вписаного кола. $KO = OP = 8$ см. $KP = 2 \cdot 8 = 16$ (см). У ΔAOB $\angle O = 90°$ (діагоналі перпендикулярні). За умовою $AK : KB = 1 : 4$, тоді $AK = x$ см, $KB = 4x$ см. $OK^2 = AK \cdot KB$; $8^2 = x \cdot 4x$; $4x^2 = 64$; $x^2 = 16$; $x = 4$ $(x > 0)$. $AK = 4$ см, $KB = 4 \cdot 4 = 16$ (см). $AB = AK + KB = 4 + 16 = 20$ (см).



$S_{ABCD} = AB \cdot KP = 20 \cdot 16 = 320$ (см²). *Відповідь*: 320 см².

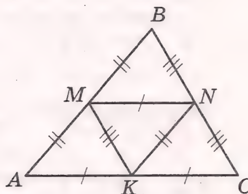
998. $S = \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ (см²).

999. Нехай $a = 6$ см, $b = 9$ см, $h_b = 4$ см $(b > a)$. $S_\Delta = \dfrac{1}{2} bh_b = \dfrac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4 = 18$ (см²);

$S_\Delta = \dfrac{1}{2} ah_a$; $h_a = \dfrac{2S_\Delta}{a} = \dfrac{2 \cdot 18}{6} = 6$ (см).

Відповідь: 6 см.

1000. $\angle BCD = 180° - \angle BCA = 180° - 135° = 45°$ (як зовнішній кут). Тоді ΔBCD — рівнобедрений, $BD = CD = 3$ см.



$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot BD = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ (см²).

Відповідь: 6 см².

1001. В ΔABC MN, NK, MK — середні лінії.

Тоді $MN = \dfrac{1}{2} AC = AK = KC$;

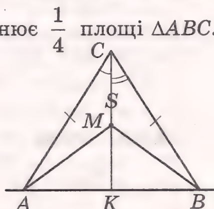
$NK = \dfrac{1}{2} AB = AM = BM$; $MK = \dfrac{1}{2} BC = BN = CN$.

Тоді $\Delta AMK = \Delta MBN = \Delta KNC = \Delta NKM$ за трьома сторонами.

Оскільки площа трикутника ABC дорівнює сумі площ цих чотирьох рівних трикутників, то площа кожного з них дорівнює $\dfrac{1}{4}$ площі ΔABC.

1002. У ΔABC $AC = BC$. Медіана CK є бісектрисою кута C: $\angle ACM = \angle BCM$. Тоді $\Delta AMC = \Delta BMC$ за двома сторонами і кутом між ними (CM — спільна сторона).

Оскільки рівні фігури мають рівні площі, то $S_{\Delta AMC} = S_{\Delta BMC}$.



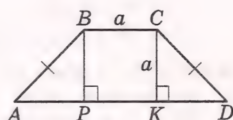
1003. $S = \frac{4+2}{2} \cdot 3 = 9$ (см²).

1004. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ — площа трапеції, $\frac{a+b}{2}$ — її середня лінія m.

Тоді $S = mh$, звідки $h = \frac{S}{m} = \frac{32}{8} = 4$ (см). *Відповідь*: 4 см.

1005. 1) $S_{ABCD} = \frac{1+3}{2} \cdot 2,5 = 5$ (см²); 2) $S_{MNKP} = \frac{2+3}{2} \cdot 3 = 7,5$ (см²);

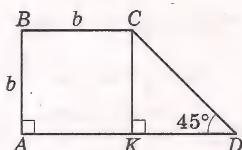
3) $S_{EFGH} = \frac{1,5+3}{2} \cdot 2 = 4,5$ (см²).



1006. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$.
$BP \perp AD$, $CK \perp AD$ — висоти,
$BC = BP = CK = a$ см.
Оскільки $AP = KD$, то $AP + KD = PK$.
$PBCK$ — прямокутник ($PB \parallel CK$, $PB = CK$, $BP \perp PK$). Тоді $PK = a$ см,
значить, $AP = KD = \frac{1}{2}PK = \frac{a}{2}$ (см). $AD = \frac{a}{2} + a + \frac{a}{2} = 2a$ (см).

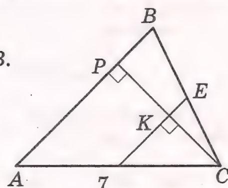
$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK = \frac{a+2a}{2} \cdot a = \frac{3a^2}{a}$ (см²). *Відповідь*: $\frac{3a^2}{a}$ см².

1007. $ABCD$ — трапеція, $AB \perp AD$, $CK \perp AD$ — висота.
$AB = BC = b$ см, $\angle D = 45°$.
$CK = AB = b$ см. ΔCKD — прямокутний і рівнобедрений ($\angle D = 45°$), тоді $KD = CK = b$ см.
$AK = BC = b$ см ($ABCK$ — квадрат).



$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB = \frac{b+2b}{2} \cdot b = \frac{3b^2}{2}$ (см²).

Відповідь: $\frac{3b^2}{2}$ см².



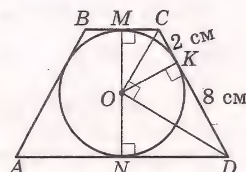
1008. EF — середня лінія ΔABC, $EF \parallel AB$, $EF = \frac{1}{2}AB$.

Тоді $AB = 2EF$. $\Delta FEC \sim \Delta ABC$, тоді її відповідні елементи (сторони, висоти тощо) пропорційні.

$\frac{CF}{AC} = \frac{CE}{BC} = \frac{FE}{AB} = \frac{CK}{CP} = \frac{1}{2}$, тоді $KP = CK$.

$S_{\Delta FEC} = \frac{1}{2}EF \cdot CK$; $S_{ABEF} = \frac{EF + AB}{2} \cdot PK = \frac{EF + 2EF}{2} \cdot CK = \frac{3}{2}EF \cdot CK$.

$\frac{S_{ABEF}}{S_{\Delta FEC}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot EF \cdot CK}{\frac{1}{2} \cdot EF \cdot CK} = \frac{3}{1}$. *Відповідь*: у 3 рази.



1009. Проведемо через центр вписаного кола висоту MN. $OK \perp CD$ — радіус, проведений в точку дотику. $CK = 2$ см, $KD = 8$ см.
За властивістю відрізків дотичних, проведених з однієї точки, $CK = MC = 2$ см, $ND = KD = 8$ см.
M — середина BC, N — середина AD,
$BC = 2 \cdot MC = 2 \cdot 2 = 4$ (см),
$AD = 2 \cdot ND = 2 \cdot 8 = 16$ (см).

ΔCOD— прямокутний, оскільки

$$\angle OCD + \angle ODC = \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle D = \frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = \frac{1}{2}\cdot 180° = 90°.$$

$OK^2 = CK \cdot KD$; $OK = \sqrt{2\cdot 8} = \sqrt{16} = 4$ (см). $MN = 2OK = 2 \cdot 4 = 8$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2}\cdot MN = \frac{4+16}{2}\cdot 8 = 80$ (см^2). *Відповідь*: 80 см^2.

Завдання для перевірки знань за курс геометрії 8 класу

1. $P = 2 \cdot (4 + 9) = 26$ (см).

2. $ABCD$ — ромб, $\angle A = 46°$. $\angle C = \angle A = 46°$ як протилежні.
$\angle B = \angle D = 180° - \angle A = 180° - 46° = 134°$ як сусідні.
Відповідь: 46°, 134°, 134°.

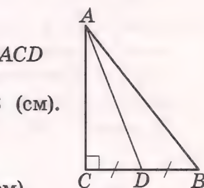
3. $S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5 = 20$ (см^2).

4. Нехай одна з основ трапеції дорівнює x см, тоді друга — $(x + 4)$ см. Середня лінія дорівнює півсумі основ. Тоді $\frac{x + x + 4}{2} = 12$; $2x + 4 = 24$; $2x = 20$; $x = 10$. Отже, одна основа трапеції дорівнює 10 см, друга — $10 + 4 = 14$ (см). *Відповідь*: 10 см, 14 см.

5. $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Тоді $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $A_1B_1 = \frac{AB\cdot A_1C_1}{AC} = \frac{4\cdot 9}{6} = 6$ (см);

$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; $BC = \frac{B_1C_1\cdot AC}{A_1C_1} = \frac{12\cdot 6}{9} = 8$ (см). *Відповідь*: 6 см, 8 см.

6. У ΔABC ($\angle C = 90°$), $AC = 12$ см, $BC = 10$ см.



AD — медіана. $CD = BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\cdot 10 = 5$ (см). З ΔACD

$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ (см).

Відповідь: 13 см.

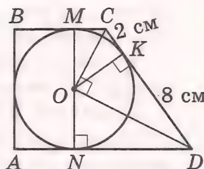
7. За теоремою Піфагора

$BC = \sqrt{AB^2 = AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ (см).

$\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = 0,8$; $\angle A \approx 53°$; $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 53° = 37°$.

8. $2x$ см, $3x$ см — сторони прямокутника. $S = 2x \cdot 3x = 6x^2$.
За умовою $6x^2 = 96$; $x^2 = 16$; $x = 4$ ($x > 0$). $2 \cdot 4 = 8$ (см); $3 \cdot 4 = 12$ (см).
Відповідь: 8 см, 12 см.

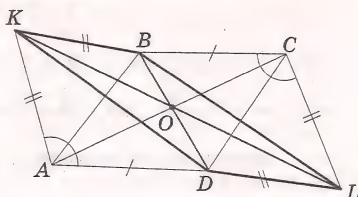
9. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, $AB \perp BC$, $AB \perp AD$.
$OK \perp CD$ — радіус, проведений в точку дотику. $CK = 2$ см, $KD = 8$ см. Проведемо висоту MN через центр кола. $CM = CK = 2$ см; $ND = KD = 8$ см (за властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки).



У ΔCOD $\angle COD = 90°$ (кут між бісектрисами кутів C і D, сума яких 180°).
$OK^2 = CK \cdot KD$; $OK = \sqrt{2\cdot 8} = \sqrt{16} = 4$ (см) ($OK > 0$).
$MN = 2OK = 2 \cdot 4 = 8$ (см). $AN = OK = 4$ см.
Тоді $BC = BM + MC = 4 + 2 = 6$ (см). $AD = AN + ND = 4 + 8 = 12$ (см).

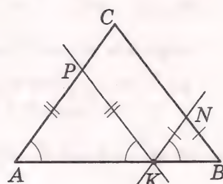
$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2}\cdot MN = \frac{6+12}{2}\cdot 8 = 72$ (см^2). *Відповідь*: 72 см^2.

1010. Розглянемо чотирикутник $KBLD$. $\Delta BCL = \Delta DAK$ за двома сторонами і кутом між ними: $BC = AD$ як протилежні сторони паралелограма, $CL = AK = AB = CD$ за побудовою; $\angle BCL = \angle BCD + 60°$, $\angle KAD = \angle BAD + 60°$, а $\angle BCD = \angle BAD$ як протилежні.



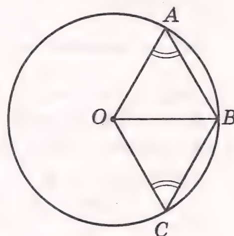
З рівності трикутників $BL = KD$. $KB = DL$ як сторони рівних рівносторонніх трикутників. Отже, $KBLD$ — паралелограм (протилежні сторони попарно рівні). Тоді діагоналі BD і KL перетинаються в точці, що є серединою кожної з них, значить, KL проходить через середину діагоналі BD, а це і є точка перетину діагоналей паралелограм $ABCD$.

1011. У ΔABC $AC = BC$, $\angle A = \angle B$, $K \in AB$, $PK \parallel BC$, $KN \parallel AC$.



$\angle PKA = \angle B$ як відповідні при паралельних прямих PK і BC та січній AB. Тоді в ΔAPK $\angle A = \angle PKA$, тому $AP = PK$.
$\angle NKB = \angle A$ як відповідні при паралельних прямих NK і AC і січній AB.
Тоді в ΔKNB $\angle NKB = \angle B$, тому $NK = NB$.
$P_{PCNK} = PC + CN + NK + PK = PC + AP + CN + NB = AC + BC$.
Таким чином, периметр не залежить від положення точки K.

1012. $AO = BO = CO$ як радіуси. $AO = BC$ як протилежні сторони паралелограма. Тоді $BO = CO = BC$, ΔOBC — рівносторонній. $\angle C = 60°$, $\angle A = \angle C = 60°$ як протилежні. $\angle B = \angle O = 180° - 60° = 120°$.
Відповідь: 60°, 120°.



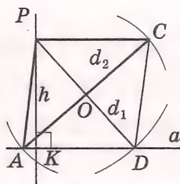
1013.

Дано:

h

d_1

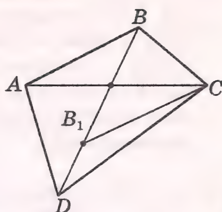
d_2



Нехай нам дано висоту h і діагоналі d_1 і d_2.
План побудови:
1. Накреслити пряму a, вибрати на ній довільну точку K і побудувати пряму KP, перпендикулярну a.
2. На прямій KP відкласти відрізок $KB = h$.
3. Накреслити коло з центром B і радіусом, рівним d_1. Коло перетне пряму a в точці D.
4. Поділити відрізок BD навпіл (точка O).
5. Поділити відрізок d_2 навпіл.
6. Побудувати коло з центром O і радіусом $\frac{d_2}{2}$.
A — точка перетину кола з прямою a.
7. На промені AO відкласти відрізок $AC = d_2$.
8. $ABCD$ — шуканий паралелограм.

1014. Розглянемо два випадки.

1) Точка O — середина однієї діагоналі і не є серединою іншої діагоналі. Нехай $AO = OC$, $BO < OD$. Позначимо на відрізку OD точку B_1 так, що $OB_1 = OB$.



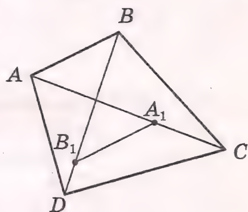
Оскільки $\Delta ABO = \Delta CB_1O$ (за двома сторонами і кутом між ними: $AO = CO$. $BO = B_1O$, $\angle AOB = \angle COB_1$ як вертикальні), то $AB = CB_1$.

За умовою $P_{\Delta ABO} = P_{\Delta CDO}$, або $AB + AO + OB = OB_1 + B_1D + DC + CO$.

Звідси, враховуючи, що $AO = OC$ і $OB = OB_1$, отримаємо, що $AB = B_1D + DC$ або $CB_1 = B_1D + DC$.

Але в ΔCB_1D $CB_1 < B_1D + DC$. Отримали суперечність, значить, перший випадок неможливий.

2) Точка O не є серединою жодної з діагоналей. Нехай $AO < OC$, $BO < OD$.



Позначимо точки A_1 і B_1 на відрізках OC і OD так, що $OA_1 = OA$, $OB_1 = OB$ і розглянемо ΔOA_1B_1.

Оскільки $\Delta AOB = \Delta A_1OB_1$, то $AB = A_1B_1$.

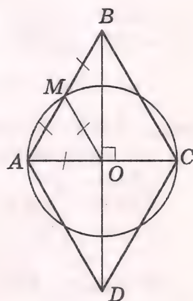
За умовою $P_{\Delta ABO} = P_{\Delta CDO}$ або $AB + AO + OB = OB_1 + B_1D + DC + CA_1 + A_1O$.

Звідки, враховуючи рівності $OA_1 = OA$ і $OB = OB_1$, отримаємо $AB = B_1D + DC + CA_1$ або $A_1B_1 = B_1D + DC + CA_1$. Але в чотирикутнику A_1B_1DC $A_1B_1 < B_1D + DC + CA_1$. Отримали суперечність, значить, випадок 2 також не може бути.

Отже, $AO = OC$, $BO = OD$, тому $ABCD$ — паралелограм. А з умови $P_{\Delta AOB} = P_{\Delta COB}$ випливає, що $AB = BC$, тобто сусідні сторони паралелограма рівні. Тоді $ABCD$ — ромб.

Відповідь: ромб.

1015. За умовою M — середина AB, ΔAOB — прямокутний ($AC \perp BD$), медіана OM дорівнює половині гіпотенузи AB: $OM = AM$.

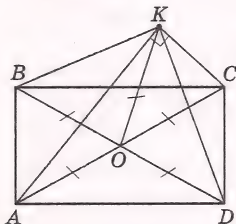


Але $OM = OA$ як радіуси, тоді $OM = AM = OA$.

У ΔAOM $\angle MOA = 60°$.

Діагональ AC є бісектрисою кута BAD і $\angle BAD = 2\angle BAO = 2 \cdot 60° = 120°$.

Відповідь: 120°.



1016. За умовою $\angle AKC = 90°$.

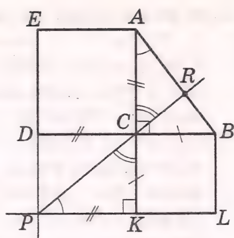
Тоді в ΔAKC KO — медіана,

$$KO = \frac{1}{2}AC.$$

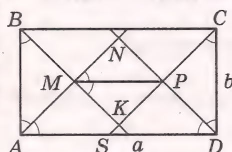
Оскільки діагоналі прямокутника рівні, а точка O — середина кожної з них, то в ΔBKD KO — медіана і $KO = BO = OD$. Це означає, що $\angle BKD = 90°$.

Відповідь: 90°.

1017. $\Delta PKC = \Delta ACB$ за двома катетами ($PK = AC$, $CK = BC$ за побудовою).
Звідси $\angle CPK = \angle BAC$.
$\angle PCK = \angle ACR$ як вертикальні.
$\Delta PCK \backsim \Delta ACR$ за двома кутами.
Тоді $\angle ARC = \angle PKC = 90°$.
Відповідь: 90°.



1018. ΔAND — рівнобедрений, оскільки $\angle NAD = \angle NDA = 45°$. Тому $AN = ND$.

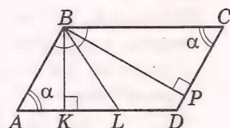


$\Delta ABM = \Delta DPC$ за стороною і прилеглими кутами ($AB = CD = b$, $\angle MBA = \angle BAM = \angle PCD = \angle CDP = 45°$).
Звідси $AM = PD$. Тоді $MN = NP$.
Аналогічно $MK = KP$. $\angle NMK = 90°$ як вертикальний до кута BMD.
Отже, $MNPK$ — квадрат. $\angle NMP = 45°$, $\angle NMP = \angle MAD$, а ці кути є відповідними при прямих MP і AD і січній AM.
Тоді $MP \parallel AD$. Аналогічно можна довести, що $AN \parallel KC$.
$AMPS$ — паралелограм. $MP = AS = AD - DS = a - b$ (ΔSCD — прямокутний і рівнобедрений, $SD = CD = b$). $NK = MP = a - b$.
Відповідь: $a - b$.

1019. Нехай $\angle A = \angle C = \alpha$. Тоді $\angle B = \angle D = 180° - \alpha$.

$$\angle ABL = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}(180° - \alpha) = 90° - \frac{\alpha}{2}.$$

З ΔABK $\angle ABK = 90° - \alpha$. Тоді

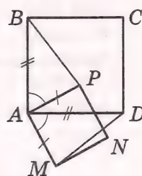


$$\angle KBL = \angle ABL - \angle ABK = 90° - \frac{\alpha}{2} - (90° - \alpha) - 90° - \frac{\alpha}{2} - 90° + \alpha = \frac{\alpha}{2}.$$

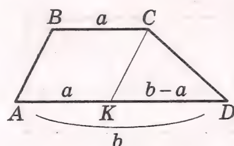
$\angle KBP = 360° - (\angle BKD + \angle D + \angle BPD) = 360° - (90° + 180° - \alpha + 90°) =$
$= 360° - (360° - \alpha) = \alpha$.

Тоді $\angle PBL = \alpha - \angle KBL = \alpha - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$. Отже, $\angle KBL = \angle PBL = \frac{\alpha}{2}$.

1020. Розглянемо трикутники ABP і ADM. $AB = AD$, $AP = AM$ як сторони квадратів.
$\angle BAP = 90° - \angle PAD$, $\angle DAM = 90° - \angle PAD$, тоді $\angle BAP = \angle DAM$.
Отже, $\Delta ABP = \Delta ADM$ за двома сторонами і кутом між ними. Значить, $AP = DM$.
Відповідь: $AP = DM$.



1021. $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$. Нехай $BC = a$, $AD = b$. Проведемо $CK \parallel AB$. $ABCK$ — паралелограм, $CK = AB$. У ΔKCD за нерівністю трикутника $KC + CD > KD$.
Оскільки $AK = BC = a$, то $KD = b - a$.
Тоді $KC + CD > b - a$, $AB + CD > b - a$.



1022. Оскільки існує точка, рівновіддалена від усіх прямих, що містять сторони трапеції, то в неї можна вписати коло. Тоді сума

основ трапеції дорівнює сумі бічних сторін. Середня лінія дорівнює півсумі основ (бічних сторін). Тоді $\frac{a+b}{2}=10$ см, $a + b = 20$ см; $P = 2(a + b) = 2 \cdot 20 = 40$ (см).

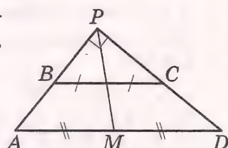
Відповідь: 40 см.

1023. Точка, рівновіддалена від усіх вершин трапеції, — це центр описаного кола. Якщо навколо трапеції можна описати коло, то вона є рівнобічною, і сума протилежних кутів дорівнює 180°.

Отже, якщо один з кутів 40°, то другий кут при тій же основі теж дорівнює 40°. Два інші кути дорівнюють 180° − 40° = 140°.

Відповідь: 140°, 40°, 140°.

1024. Продовжимо бічні сторони трапеції до їх перетину у точці P. За умовою у ΔAPD $\angle A + \angle D = 90°$, тоді $\angle P = 90°$. PM — медіана, проведена з вершини прямого кута.



$$PM = \frac{1}{2}AD = AM = MD = \frac{a}{2}.$$

$\Delta BPC \sim \Delta APD$ за гострим кутом ($\angle PAD = \angle PBC$ як відповідні при $BC \parallel AD$ і січній AP). Отже, $\frac{BC}{AD} = \frac{PK}{PM}$.

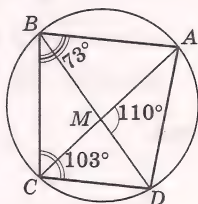
Позначимо $KM = x$, тоді $PK = \frac{a}{2} - x$. $\frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{2} - x}{\frac{a}{2}}$; $\frac{ab}{2} = \frac{a^2}{2} - ax$;

$$ax = \frac{a^2 - ab}{2};\quad x = \frac{a-b}{2}.$$ Отже, $KM = \frac{a-b}{2}$.

Відповідь: $\frac{a-b}{2}$.

1025. Кут, вершина якого лежить всередині кола, вимірюється півсумою двох дуг, одна з яких міститься між його сторонами, а інша — між продовженням стороні. $\cup BAD = 2 \cdot \angle BCD = 2 \cdot 103° = 206°$.
$\cup ADC = 2\angle ABC = 2 \cdot 73° = 146°$.

Шуканий кут ACD вимірюється половиною дуги, на яку він спирається:

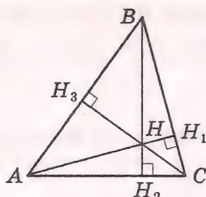


$\angle ACD = \frac{\cup AD}{2}$. $\angle AMB = 180° - \angle AMD = 180° - 110° = 70°$.

Але $\angle AMB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2}$. Визначимо дугу $\cup AD$: $\cup AD = \cup BAD - \cup AB$ або $\cup AD = \cup ADC - \cup CD$. Додамо ці рівності:
$2\cup AD = \cup ADC + \cup BAD - (\cup AB + \cup CD)$, але $\cup AB + \cup CD = 70° \cdot 2 = 140°$, а $\cup ADC + \cup BAC = 206° + 146° = 352°$. Тоді $2\cup AD = 352° - 140° = 212°$, $\cup AD = 106°$. $\angle ACD = \frac{1}{2}\cup AD = \frac{1}{2} \cdot 106° = 53°$.

Відповідь: 53°.

1026.

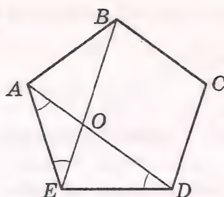


Навколо чотирикутника можна описати коло тоді і тільки тоді, коли сума двох його протилежних кутів (а значить, а двох інших) дорівнює 180°. Наприклад, у чотирикутнику AH_3HH_2

$\angle H_3 + \angle H_2 = 90° + 90° = 180°$.

Відповідь: A, H_3, H, H_2; H_3, B, H_1, H; H_1, C, H_2, H; A, H_3, H_1, C; B, H_3, H_2, C; B, H_1, H_2, A.

1027.

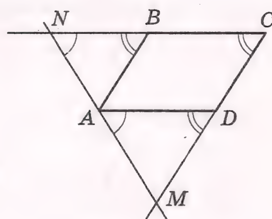


$\triangle ABE = \triangle EDA$ за двома сторонами і кутом між ними ($AB = AE = DE$, $\angle A = \angle E$ за умовою). Тоді $\angle DAE = \angle BEA$.

У $\triangle AED$ $AE = DE$, тому $\angle DAE = \angle ADE$.

$\triangle AED \sim \triangle AOE$ за двома кутами.

1028. $\angle BNA = \angle DAM$ як відповідні при паралельних прямих NC і AD і січній NM.



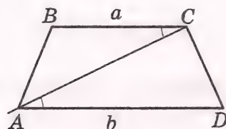
$\angle NBA = \angle BCD$ ($AB \parallel CD$, BC — січна);

$\angle ADM = \angle BCD$ ($BC \parallel AD$, CM — січна) як відповідні. Тоді $\angle NBA = \angle ADM$.

$\triangle NBA \sim \triangle ADM$ за двома сторонами.

Тому $\dfrac{BN}{DA} = \dfrac{BA}{DM}$, звідки $BN \cdot DM = DA \cdot AB$.

1029. $\triangle CBA \sim \triangle ACD$ за умовою.

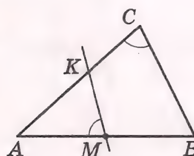


Значить, $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{AC}{AD}$; $AC^2 = BC \cdot AD$;

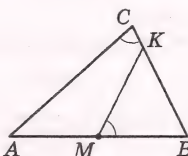
$AC = \sqrt{BC \cdot AD} = \sqrt{ab}$.

Відповідь: $\sqrt{ab}$.

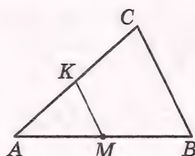
1030.



а)



б)



в)

Нехай AB — найбільша сторона трикутника. Можливі три випадки.

а) MK перетинає сторону AC. $\triangle AKM \sim \triangle ABC$.

$$AM = \frac{1}{2}AB;\quad \frac{AK}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{KM}{BC};\quad AK = \frac{AB \cdot AM}{2};\quad KM = \frac{AM \cdot BC}{AC};$$

б) MK перетинає сторону BC. $\triangle ABC \sim \triangle KBM$.

$$\frac{KB}{AB} = \frac{KM}{AC} = \frac{BM}{BC};\quad BM = \frac{1}{2}AB;\quad KB = \frac{BM \cdot AB}{BC};\quad KM = \frac{AC \cdot BM}{BC};$$

в) $KM \parallel BC$ (або $BM \parallel AC$). Тоді KM — середня лінія ΔABC, і у трикутнику, що відтинається, сторони дорівнюють половині сторін даного трикутника.

1) $AB = 56$ см, $AC = 49$ см, $BC = 42$ см.

а) $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 56 = 28$ (см). $AK = \frac{56 \cdot 28}{49} = 32$ (см);

$KM = \frac{8 \cdot 42}{49} = 24$ (см).

Найменша сторона $KM = 24$ см.

б) $BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 56 = 28$ (см). $KB = \frac{28 \cdot 56}{42} = 37\frac{1}{3}$ (см);

$KM = \frac{49 \cdot 28}{42} = 32\frac{2}{3}$ (см). Найменша сторона $BM = 28$ см.

в) $BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 56 = 28$ (см). $AK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 49 = 24,5$ (см);

$KM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 42 = 21$ (см). Найменша сторона $KM = 21$ см.

Відповідь: 24 см, 28 см або 21 см.

2) $AB = 63$ см, $AC = 49$ см, $BC = 42$ см.

а) $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 63 = 31,5$ (см). $AK = \frac{63 \cdot 31,5}{49} = 40,5$ (см);

$KM = \frac{31,5 \cdot 42}{49} = 27$ (см). Найменша сторона 27 см.

б) $BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 63 = 31,5$ (см). $KB = \frac{31,5 \cdot 63}{42} = 47,25$ (см) — неможливо, $BK < CB$. Отже, такого випадку при заданих довжинах сторін не може бути.

в) $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 63 = 21,5$ (см). $AK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 49 = 24,5$ (см);

$KM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 42 = 21$ (см). Найменша сторона 21 см.

Відповідь: 21 см або 27 см.

3) $AB = 70$ см, $AC = 49$ см, $BC = 42$ см.

а) $AM = \frac{1}{2}AB = 35$ см. $AK = \frac{70 \cdot 35}{49} = 50$ (см); $KM = \frac{35 \cdot 42}{70} = 21$ (см).

Найменша сторона 21 см.

б) $BM = \frac{1}{2}AB = 35$ см. $KB = \frac{35 \cdot 70}{42} = 58\frac{1}{3}$ (см) — неможливо, бо $KB < BC$.

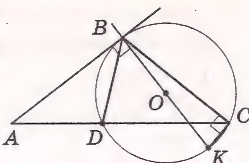
Отже, при заданих значеннях сторін такого випадку бути не може.

в) $AM = \frac{1}{2}AB = 35$ см. $AK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 49 = 24,5$ (см);

$KM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 42 = 21$ (см). Найменша сторона 21 см.

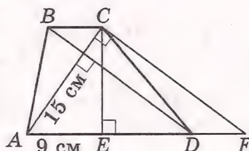
Відповідь: 21 см.

1031. Побудуємо коло, що проходить через точки B і C і при цьому дотикається до прямої AB в точці B. Діаметр перпендикулярний до прямої AB в точці B. Побудуємо перпендикуляр до AB. Коло проходить через точку C, тоді вписаний кут з вершиною C спирається на діаметр і дорівнює 90°.



Будуємо перпендикуляр до BC в точці C. Два перпендикуляри перетинаються в точці K. BK — діаметр кола. Середина BK — центр кола. Коло перетинає сторону AC в точці D. Отже, AB — дотична до кола, AC — січна, що перетинає коло в точках D і C. Тоді за теоремою про пропорційність відрізків січної і дотичної $AB^2 = AD \cdot AC$.

1032. Проведемо через вершину меншої основи пряму, паралельну діагоналі: $CF \parallel BD$. Чотирикутник $BCFD$ — паралелограм, оскільки його протилежні сторони лежать на паралельних прямих ($CF \parallel BD$ за побудовою, $BC \parallel AD$ як основи).



Значить, $DF = BC$, $CF = BD$. Оскільки діагоналі трапеції перпендикулярні, то $CF \perp AC$ (якщо пряма перпендикулярна одній з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і другій).

Проведемо $CE \perp AF$ — висоти трапеції. $AE = 9$ см — проекція катета AC на гіпотенузу.

З ΔACE $CE^2 = AC^2 - AE^2$; $CE^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$.

З ΔACF $CE^2 = AE \cdot EF$, тоді $EF = CE^2 : AE = 144 + 9 = 16$ (см).

$AF = AE + EF = 9 + 16 = 25$ (см).

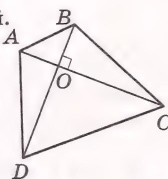
$AF = AD + DF$ — сума основ трапеції ($DF = BC$).

Середня лінія трикутника ACF дорівнює

$\frac{1}{2}AF = \frac{1}{2}(AD + DF) = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2} \cdot 25 = 12,5$ (см) — середня лінія трапеції.

Відповідь: 12,5 см.

1033. За умовою $AC \perp BD$, O — точка перетину діагоналей.



З ΔAOB $AB^2 = AO^2 + BO^2$. З ΔCOD $CD^2 = CO^2 + DO^2$.

Додамо ці рівності:

$AB^2 + CD^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$ (1).

З ΔAOD $AD^2 = AO^2 + DO^2$. З ΔBOC $BC^2 = BO^2 + CO^2$.

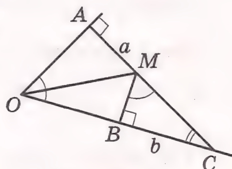
Додамо ці рівності:

$AD^2 + BC^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$ (2).

Праві частини рівності (1) і (2) рівні, значить, ліві також рівні:

$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$.

1034. Нехай MA і MB — перпендикуляри, проведені до сторін кута — відстані до них від точки M. Продовжимо AM до перетину з OB у точці C. $\Delta AOC \sim \Delta BMC$ ($\angle C$ — спільний кут), трикутники прямокутні. Тоді $\frac{AO}{BM} = \frac{AC}{BC}$; $\angle CMB = \angle COA = 60°$.



З ΔBMC $BC = BM \operatorname{tg} 60° = b\sqrt{3}$. $MC = 2BM = 2b$ ($\angle C = 90° - 60° = 30°$).

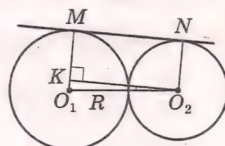
$AC = AM + MC = a + 2b$. Отже, $AO = \frac{BM \cdot AC}{BC} = \frac{b \cdot (a+2b)}{b\sqrt{3}} = \frac{a+2b}{\sqrt{3}}$.

З ΔAOM $OM = \sqrt{AM^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + \frac{(a+2b)^2}{(\sqrt{3})^2}} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2+4ab+4b^2}{3}} =$

$= \sqrt{\frac{3a^2 + a^2 + 4ab + 4b^2}{3}} = 2\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}}$.

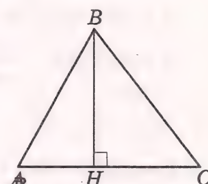
Відповідь: $2\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}}$.

1035. Нехай R і r — радіуси даних кіл, $R > r$. Радіуси O_1M і O_2N, проведені в точки дотику, перпендикулярні дотичній, а отже, паралельні. Проведемо відрізок, паралельний MN з центра меншого кола до радіуса більшої — O_2K. $KMNO_2$ — прямокутник ($KM \parallel NO_2$, $MN \parallel KO_2$, $O_2N \perp MN$). Тоді $O_2K = MN$.

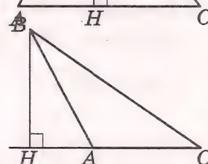


З ΔO_1KO_2 $O_2K^2 = MN^2 = O_1O_2^2 - O_1K^2 = (R + r)^2 - (R - r)^2 =$
$= R^2 + 2Rr + r^2 - R^2 + 2Rr - r^2 = 4Rr = 2R \cdot 2r = Dd$.

1036. З ΔABH $BH^2 = AB^2 - AH^2$. З ΔCBH $BH^2 = BC^2 - CH^2 =$
$= BC^2 - (AC - AH)^2 = BC^2 - AC^2 + 2AC \cdot AH - AH^2$.
Ліві частини рівностей однакові, тому $AB^2 - AH^2 =$
$= BC^2 - AC^2 + 2AC \cdot AH - AH^2$;

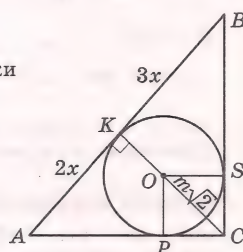


$BC^2 = AB^2 - \cancel{AH^2} + AC^2 - 2AC \cdot AH + \cancel{AH^2}$;
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH$.
2) З ΔABH $BH^2 = AB^2 - AH^2$.
З ΔBCH $BH^2 = BC^2 - (AH + AC)^2 =$
$= BC^2 - AH^2 - 2AH \cdot AC - AC^2$.
$AB^2 - AH^2 = BC^2 - AH^2 - 2AH \cdot AC - AC^2$;



$BC^2 = AB^2 - \cancel{AH^2} + \cancel{AH^2} + 2AH \cdot AC + AC^2$;
$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AC \cdot AH$.

1037. Точка K ділить гіпотенузу AB так, що $AK : KB = 2 : 3$. Тоді $AK = 2x$, $BK = 3x$.
Проведемо $OS \perp BC$ і $OP \perp AC$ — радіуси в точки дотику кола з катетами.
$POSC$ — квадрат, $OC = m\sqrt{2}$ — його діагональ.
Тоді $PC = SC = m$.
За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки, $AP = AK = 2x$, $BS = BK = 3x$.
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;
$(2x + 3x)^2 = (2x + m)^2 + (3x + m)^2$;



$25x^2 = 4x^2 + 4xm + m^2 + 9x^2 + 6xm + m^2$; $12x^2 - 10xm - 2m^2 = 0$;
$6x^2 - 5xm - m^2 = 0$; $D = (-5m)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-m) = 25m^2 + 24m^2 = 49m^2$;

$x_1 = \frac{5m + \sqrt{49m^2}}{12} = \frac{5m + 7m}{12} = m$; $x_2 = \frac{5m - \sqrt{49m^2}}{12} < 0$ — не задовольняє умові. Отже, $AB = 5m$; $AC = 2m + m = 3m$; $BC = 3m + m = 4m$.
$P_{\Delta ABC} = 5m + 3m + 4m = 12m$. *Відповідь*: $12m$.

1038. $(c+h)^2-(a+b)^2=c^2+2ch+h^2-a^2-2ab-b^2$. За умовою $c^2=a^2+b^2$.

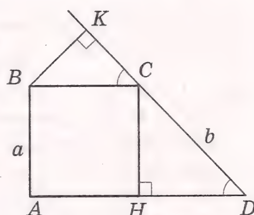
Маємо: $(c+h)^2-(a+b)^2=\cancel{a^2}+\cancel{b^2}+2ch+h^2-\cancel{a^2}-2ab-\cancel{b^2}=2ch+h^2-2ab$.

Площу трикутника можна обчислити двома способами:

$S=\frac{1}{2}ab$ або $S=\frac{1}{2}ch$. Тоді $ab=ch$.

Отже, $(c+h)^2-(a+b)^2=h^2$, звідки $(c+h)^2=h^2+(a+b)^2$. За оберненою теоремою Піфагора це означає, що трикутник прямокутний, $c+h$ — його гіпотенуза, h і $a+b$ — катети.

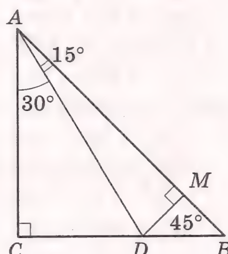
1039. Проведемо $CH\perp AD$. $ABCH$ — прямокутник, тому $CH=AB=a$. $\Delta BKC\sim\Delta CHD$ ($\angle BKC=\angle CHD=90°$), $\angle KCB=\angle CDH$ як відповідні при паралельних прямих BC і AD та січній CD. З подібності трикутників випливає, що



$\frac{BK}{BC}=\frac{CH}{CD}$, звідки $BK=\frac{CH\cdot BC}{CD}$. $BK=\frac{ac}{b}$.

Відповідь: $\frac{ac}{b}$.

1040. 1) ΔABC — прямокутний рівнобедрений, $\angle A=\angle B=45°$. Проведемо AD так, що $\angle CAD=30°$, тоді $\angle BAD=15°$. Нехай $AC=BC=a$.



З ΔABC $AB=BC:\sin 45°=a\sqrt{2}$.

З ΔACD $AD=\frac{AC}{\cos 30°}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$; $CD=\frac{AC}{\operatorname{tg} 30°}=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

$$BD=BC-CD=a-\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}-a}{\sqrt{3}}=\frac{a\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}}.$$

Проведемо $DM\perp AB$.

Оскільки $\angle B=45°$, то ΔDMB — рівнобедрений, $DM=MB$.

$$DM=MB=BD\cdot\sin 45°=\frac{a\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{3}}.$$

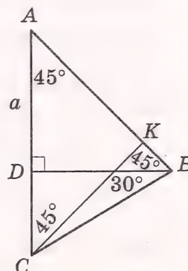
$$AM=AB-MB=a\sqrt{2}-\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{3}}.$$

З ΔAMD

$$\sin 15°=DM:AD=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{3}}:\frac{2a}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot 2a}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}.$$

Відповідь: $\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}$.

2) ΔABD — прямокутний рівнобедрений, $\angle A=\angle B=45°$. В ΔBDC $\angle DBC=30°$, тоді $\angle ABC=75°$. Нехай $AD=BD=a$.



З ΔBCD $CD=BD\cdot\operatorname{tg} 30°=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$AC=AD+DC=a+\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{3a+a\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}a\left(\sqrt{3}+1\right)}{3};$$

$BC = 2DC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ (за властивістю катета проти кута 30°).

З ΔACK $CK = AC\cos 45° = \dfrac{\sqrt{3}a\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}a\left(\sqrt{3}+1\right)}{6}$.

З ΔBKC $\sin 45° = \dfrac{CK}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}a\left(\sqrt{3}+1\right)}{6}\cdot\dfrac{3}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{4}$.

Відповідь: $\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{4}$.

1041. Кількість діагоналей n-кутника дорівнює $\dfrac{n(n-3)}{2}$, де n — натуральне.

1) $\dfrac{n(n-3)}{2} = 20$; $n^2 - 3n - 40 = 0$; $n_1 = -5$ — не задовольняє умові; $n_2 = 8$.

Відповідь: так, восьмикутник.

2) $\dfrac{n(n-3)}{2} = 21$; $n^2 - 3n - 42 = 0$; $D = 9 + 4 \cdot 42 = 177$.

Рівняння не має натуральних розв'язків.

Відповідь: не існує.

1042. $140° \cdot 5 = 700°$ — сума даних 5-ти кутів.

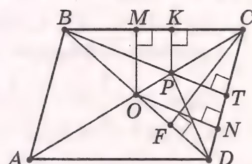
$n = 6$, $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$; $720° - 700° = 20°$;

$n = 7$, $180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 901°$; $900° - 700° = 200°$.

Отже, у шестикутника шостий кут 20° — гострий.

При $n = 7$ сума решти двох кутів дорівнює 200°. Тоді серед них обов'язково є тупий кут. *Відповідь*: $n = 6$.

1043. P — довільна точка діагоналі AC паралелограма $ABCD$. $PK \perp BC$, $PT \perp CD$ — відстані від точки P до суміжних сторін. Розглянемо трикутники BOC і COD. Нехай $CF \perp OD$ — спільна висота трикутників BOC і COD.



$S_{\Delta BOC} = \dfrac{1}{2}BO\cdot CF$; $S_{\Delta COD} = \dfrac{1}{2}OD\cdot CF$. Оскільки $BO = OD$ за властивістю діагоналей паралелограма, то $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta COD}$.

Інакше $S_{\Delta BOC} = \dfrac{1}{2}MO\cdot BC$; $S_{\Delta COD} = \dfrac{1}{2}ON\cdot CD$, де $OM \perp ON$ — відповідні висоти трикутників, проведені до сторін паралелограма. Оскільки площі рівні, то $MO \cdot BC = ON \cdot CD$, звідки $\dfrac{MO}{ON} = \dfrac{CD}{BC}$.

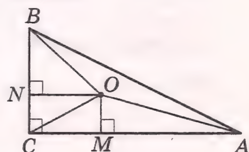
$\Delta MOC \sim \Delta KPC$, $\Delta NOC \sim \Delta TPC$ (прямокутні трикутники зі спільним гострим кутом). З подібності трикутників випливає пропорційність відповідних сторін: $\dfrac{MO}{ON} = \dfrac{KP}{PT}$. Тоді $\dfrac{KP}{PT} = \dfrac{CD}{BC}$. Що і треба було довести.

1044. Проведемо перпендикуляри OM і ON до прямих AC і BC.

Нехай площа трикутника ABC дорівнює S.

За умовою $S_{\Delta AOC} = \dfrac{1}{3}S$

або $\dfrac{1}{2}OM\cdot AC = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot BC$.



Звідси випливає, що $OM = \frac{1}{3}BC$.

Аналогічно доводимо, що $ON = \frac{1}{2}AC$.

$CM = \frac{1}{3}AC$, тому $AM = AC - CM = \frac{2}{3}AC$. Аналогічно, $BN = \frac{2}{3}BC$.

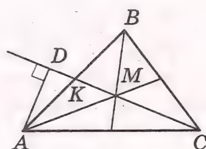
За теоремою Піфагора: з ΔAOM $OA^2 = OM^2 + MA^2 = \frac{1}{9}BC^2 + \frac{4}{9}AC^2$;

з ΔBON $OB^2 = ON^2 + NB^2 = \frac{1}{9}AC^2 + \frac{4}{9}BC^2$;

з ΔCOM $OC^2 = OM^2 + MC^2 = \frac{1}{9}BC^2 + \frac{1}{9}AC^2$.

З цих рівностей випливає, що $OA^2 + OB^2 = 5 \cdot OC^2$.

1045. Доведемо, що площа кожного з шести трикутників, на які медіани розбивають трикутник ABC, дорівнює $\frac{1}{6}$ площі ΔABC.



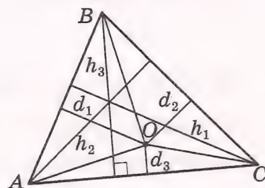
Розглянемо ΔABM. Опустимо з вершини A перпендикуляр AD на пряму CK.

Тоді $S_{\Delta AKM} = \frac{1}{2}MK \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}KC \cdot AD = \frac{1}{3}S_{\Delta AKC}$ (за властивістю медіани $CM : MK = 2 : 1$). Оскільки медіана ділить ΔABC на два трикутники з рівними площами, то $S_{\Delta AKC} = S_{\Delta BKC}$,

$S_{\Delta AKM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6}S_{\Delta ABC}$. Тоді $S_{\Delta ABM} = 2S_{\Delta AMK} = 2 \cdot \frac{1}{6}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}$.

Відповідь: у 3 рази.

1046. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot h_1 = \frac{1}{2}BC \cdot h_2 = \frac{1}{2}AC \cdot h_3$.



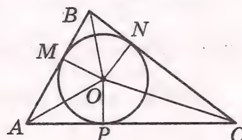
$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta APB} + S_{\Delta BPC} + S_{\Delta APC} =$
$= \frac{1}{2}AB \cdot d_1 + \frac{1}{2}BC \cdot d_2 + \frac{1}{2}AC \cdot d_3$.

Враховуючи ці рівності, маємо:

$$1 = \frac{AB \cdot d_1 + BC \cdot d_2 + AC \cdot d_3}{2S} =$$

$$= \frac{AB \cdot d_1}{2S} + \frac{BC \cdot d_2}{2S} + \frac{AC \cdot d_3}{2S} = \frac{AB \cdot d_1}{AB \cdot h_1} + \frac{BC \cdot d_2}{BC \cdot h_2} + \frac{AC \cdot d_3}{AC \cdot h_3} = \frac{d_1}{h_1} + \frac{d_2}{h_2} + \frac{d_3}{h_3}.$$

1047. Точка перетину бісектрис кутів трикутника O є центром вписаного кола. $OM \perp AB$, $ON \perp BC$, $OP \perp AC$ — відстані від точки O до сторін трикутника.



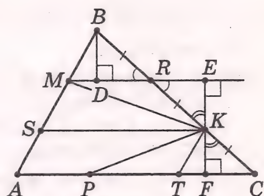
$OM = ON = OP = 3$ см як радіуси вписаного кола.

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOC} + S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2}AC \cdot OP + \frac{1}{2}AB \cdot OM + \frac{1}{2}BC \cdot ON =$

$= \frac{1}{2} OP \cdot (AB + BC + AC) = \frac{1}{2} \cdot OP.$ $P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 36 = 54$ (см²).

Відповідь: 54 см².

1048. Поділимо кожну сторону трикутника ABC на три рівних частини і позначимо точки M, K і P так, що $AM : MB = BK : KC = CP : AP = 2 : 1$.



Проведемо MR ($BR = RK$) і висоти трикутників MBR і MTK: $BD \perp MR$, $KE \perp MR$. $\Delta BDR = \Delta KER$ за гіпотенузою і гострим кутом ($BR = RK$, $\angle BRD = \angle ERK$ як вертикальні). Тоді $BD = KE$.

$S_{\Delta MBR} = \frac{1}{2} MR \cdot BD$; $S_{\Delta MRK} = \frac{1}{2} MR \cdot EK$, тому $S_{\Delta MBR} = S_{\Delta MRK}$.

Проведемо KT ($PT = CT$) і $KF \perp AC$ — висоту трикутників PKT і TKC. $\Delta REK = \Delta CFK$ за гіпотенузою і гострим кутом ($RK = KC$, $\angle RKE = \angle CKF$ як вертикальні). Тоді $KF = EK$. Отже, $KF = KE = BD$. $S_{\Delta PKT} = \frac{1}{2} PT \cdot KF$; $S_{\Delta TKC} = \frac{1}{2} TC \cdot KT$. Оскільки $PT = TC = \frac{1}{3} AC$, то $S_{\Delta PKT} = S_{\Delta TKC}$.

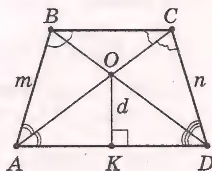
$\Delta MBR \sim \Delta SBK \sim \Delta ABC$ за двома сторонами і кутом B між ними. Тоді $BD = KE = KF = \frac{1}{3} h$ (h — висота ΔABC, проведена до сторони AC),

$MR = PT = TC = \frac{1}{3} AC$. $S_{\Delta MBR} = S_{\Delta MRK} = S_{\Delta PKT} = S_{\Delta TKC} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} AC \cdot \frac{1}{3} h = \frac{1}{18} AC \cdot h = \frac{1}{9} S.$ $S_{AMKP} = S - 4 \cdot \frac{1}{9} S = \frac{5}{9} S.$

Відповідь: $\frac{5}{9} S$.

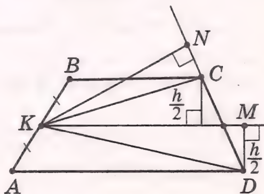
1049. Точка перетину O всіх бісектрис трапеції $ABCD$ — це центр вписаного кола, тоді $OK \perp AD$ — радіус цього кола, $OK = d$, а висота трапеції дорівнює $2d$. Оскільки в трапецію вписано коло, то сума основ дорівнює сумі бічних сторін $m + n$.



$S_{ABCD} = \frac{m + n}{2} \cdot 2d = (m + n)d.$

Відповідь: $(m + n)d$.

1050. Проведемо відрізок KM паралельно основам трапеції. Оскільки K — середина AB, то M — середина CD, KM — середня лінія трапеції. Вона ділить висоту трапеції h навпіл, значить, висоти трикутників KCM і KMD, проведені до сторони KM, дорівнюють $\frac{h}{2}$.



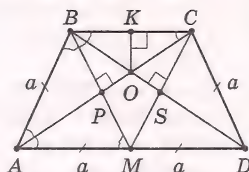
$S_{\Delta KCD} = S_{\Delta KCM} + S_{\Delta KMD} = \frac{1}{2} KM \cdot \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \cdot KM \cdot \frac{h}{2} =$

$= \frac{1}{2} KM \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD + BC}{2} \cdot h = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$

$$S_{ABCD} = 2S_{\Delta KCD} = 2(S_{\Delta KND} - S_{\Delta KNC}) = 2\left(\frac{1}{2}KN \cdot ND - \frac{1}{2}KN \cdot NC\right) =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2}(d \cdot (c + NC) - d \cdot NC) = dc + d \cdot NC - d \cdot NC = dc.$$

Відповідь: dc.



1051. В трапеції $ABCD$ $AB = BC = CD = a$. M — середина основи AD. O — точка перетину діагоналей і точка перетину висот трикутника BMC. У ΔABC $\angle BAC = \angle BCA$ (кути при основі). $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AC. Отже, AC — бісектриса кута A, але діагональ AC містить висоту CP ($CP \perp BM$). Отже, в ΔABM $AB = AM = a$. $MD = AM = a$. $ABCM$ — ромб ($BM \perp AC$), тоді $MC = AB = a$. Аналогічно, $BM = CD = a$. Отже, $\Delta ABM = \Delta BMC = \Delta CMD$ — рівносторонні.

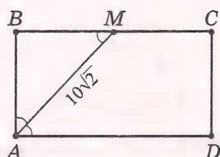
Площа кожного дорівнює $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. $S_{ABCD} = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Відповідь: $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Готуємось до ЗНО

1. $\angle MON = 60°$, тому $\cup MN = 60°$. $\angle MDN = \frac{1}{2}\cup MN = 30°$. *Відповідь*: Б.

2. Сторона квадрата дорівнює $2 + 6 = 8$ (см). $P = 4 \cdot 8 = 32$ (см). *Відповідь*: В.



3. $ABCD$ — прямокутник, $AM = 10\sqrt{2}$ см — бісектриса кута A; $BC = 24$ см. $\angle BMA = \angle MAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AM. Але за умовою $\angle BAM = \angle MAD$, тоді $\angle BAM = \angle BMA$, $AB = BM$.

З ΔABM $AB^2 + BM^2 = AM^2$; $2AB^2 = \left(10\sqrt{2}\right)^2$; $AB^2 = 100$; $AB = 10$ см.

Радіус кола, описаного навколо прямокутника, дорівнює половині його діагоналі. З ΔABC

$$\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + 24^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 + 576} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{676} = \sqrt{2} \cdot 26 = 13 \text{ (см)}.$$ *Відповідь*: 13 см.

4. Пряма, паралельна стороні трикутника, відтинає від нього трикутник, подібний даному.

$\Delta ABC \backsim \Delta MNC$. Значить, $\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{MC} = \frac{AC}{NC}$; $\frac{31}{NM} = \frac{15}{5} = \frac{6}{NC}$.

Відношення периметрів також дорівнює відношенню сторін:

$$\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta NMC}} = \frac{15}{5}; \quad P_{\Delta MNC} = \frac{(31 + 15 + 26) \cdot 5}{15} = \frac{72}{3} = 24 \text{ (см)}.$$

Відповідь: Б.

5. $KLMN$ — квадрат, значить, $KL \parallel AC$ і $\Delta ABC \sim \Delta KBL$. Сторони і висоти подібних трикутників пропорційні. Нехай сторона квадрата x, висота ΔABC — h. $\frac{KL}{AC} = \frac{h_{\Delta KBL}}{h}$; $\frac{x}{10} = \frac{6-x}{6}$; $6x = 10(6 - x)$; $6x = 60 - 10x$; $16x = 60$; $P_{кв} = 4x$, тоді $P_{кв} = 15$ (см).

6. *Відповідь*: Д.

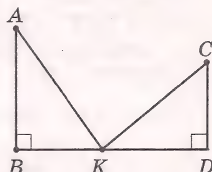
7. У ΔABD K — середина AB, $KM \parallel AD$, тоді за теоремою Фалеса M — середина BD. KM — середня лінія.

$KM = \frac{1}{2}AD$, $AD = 2KM = 2 \cdot 5{,}5 = 11$ (см). У ΔBCD ML — середня лінія, $ML = \frac{1}{2}BC$. $BC = 2ML = 2 \cdot 3 = 6$ (см). Проведемо $CH \perp AD$, $CH = AB = 12$ см. З ΔCDH $CD = \sqrt{CH^2 + HD^2}$.

$HD = AD - BC = 11 - 6 = 5$ (см). $CD = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ (см).

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 12 + 6 + 13 + 11 = 42$ (см).

Відповідь: 42 см.



8. $AB = 40$, $CD = 30$ — вежі, K — колодязь.

$BD = 50$. Нехай $BK = x$, тоді $KD = 50 - x$.

За умовою $AK = KC$ (птахи подолали ці відстані за однаковий час з однаковою швидкістю).

З ΔABK $AK^2 = AB^2 + BK^2$; $AK^2 = 40^2 + x^2$.

З ΔKCD $KC^2 = CD^2 + KD^2$; $KC^2 = 30^2 + (50 - x)^2$.

$AK^2 = KC^2$; $40^2 + x^2 = 30^2 + (50 - x)^2$;

$1600 + x^2 = 900 + 2500 - 100x + x^2$; $100x = 900 - 1600 + 2500$;

$100x = 1800$; $x = 18$. $BK = 18$ футів.

Відповідь: 18 футів.

9. Помічаємо, що у трикутниках AOB і DOC площі зафарбованих і не зафарбованих частин рівні.

Враховуючи, що діагоналі прямокутника ділять його на 4 рівновеликих трикутника, і що $S_{\Delta AOB} = 12$ см², маємо: $S_{ABCD} = 4 \cdot 12 = 48$ (см²).

Відповідь: Д.

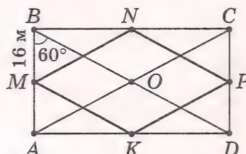
10. За умовою $P_{\Delta ABK} = 12$ см, тоді $AB = BK = AK = 12 : 3 = 4$ (см).

$P_{ABCD} = 20$ см, $BC + CD + AD = P_{ABCD} - AB = 20 - 4 = 16$ (см).

$P_{AKBCD} = AK + BK + BC + CD + AD = 4 + 4 + 16 = 24$ (см).

Відповідь: 24 см.

11. З ΔABD $BD = 2AB = 2 \cdot 16 = 32$ (м) (за властивістю катета, що лежить проти кута 30°).



У ΔABD MK — середня лінія, $MK = \frac{1}{2}BD$, $MK \parallel BD$.

У ΔBCD NP — середня лінія, $NP = \frac{1}{2}BD$, $NP \parallel BD$.

Отже, $MK = NP$, $MK \parallel NP$. Тоді $MNPK$ — паралелограм. Аналогічно, $MN = KP = \frac{1}{2}AC$, $MN \parallel KP$.

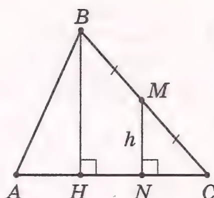
Оскільки $AC = BD$, то $MN = NP = KP = MK$, тобто $MNPK$ — ромб.

$NK = AB = 16$ см. $MP = AD$. З ΔABD $AD = AB \cdot \operatorname{tg} 60° = 16\sqrt{3}$ (м).

$$S_{MNPK} = \frac{1}{2} NK \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16\sqrt{3} = 128\sqrt{3} \ \ (\text{м}^2).$$

$$\frac{S}{\sqrt{3}} = \frac{128\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 128 \ \ (\text{м}^2).$$

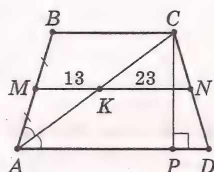
Відповідь: 128 м².



12. Проведемо $BH \perp AC$, тоді $BH \parallel MN$.
M — середина BC, тоді N — середина HC.
MN — середня лінія ΔBCH, тоді $BH = 2MN = 2d$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC$; $\frac{1}{2} \cdot 2d \cdot 24 = 96$; $24d = 96$; $d = 4$.

Відповідь: 4 см.



13. У ΔABC $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$ і січній AC. Але $\angle CAD = \angle BAC$ за умовою, тому $\angle BAC = \angle BCA$, ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$.
У ΔABC MK — середня лінія,
$BC = 2MK = 26$ см. Аналогічно,
у ΔACD $AD = 2KN = 46$ см.
$AB = CD = BC = 26$ см. Проведемо $CP \perp AD$.

$$PD = \frac{1}{2}(AD - BC) = \frac{1}{2} \cdot (46 - 26) = 10 \ \ (\text{см}).$$

$$CP = \sqrt{CD^2 - PD^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{(26-10)(26+10)} = \sqrt{16 \cdot 36} = 4 \cdot 6 = 24 \text{ (см)}.$$

$S_{ABCD} = MN \cdot CP = 36 \cdot 24 = 864$ (см²).
Відповідь: 864 см².

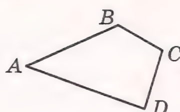
РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ГЕОМЕТРІЯ

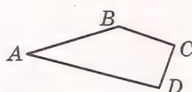
**Єршова А. П., Голобородько В. В.,
Крижановський О. Ф., Єршов С. В.**



11. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $AB = 5$ см; $BC = 5 + 2 = 7$ см; $CD = 7 + 2 = 9$ см; $AD = 9 + 2 = 11$ см.
$P = AB + BC + CD + AD = 5 + 7 + 9 + 11 = 32$ см.
Відповідь: 32 см.

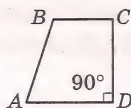


12. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник, периметр його $P = 20$ см, $AB = 0,4 \cdot 20 = 8$ см, $BC = CD = AD = x > 0$ за умовою.
Маємо рівняння $x + x + x + 8 = 20$; $3x = 12$; $x = 4$.
$BC = CD = AD = 4$ см; $AB = 8$ см.
Відповідь: 4 см; 4 см; 4 см; 8 см.



13. Нехай $\angle A = 80°$; $\angle B = 100°$; $\angle C = \angle D = x$ за умовою.
Так як $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, то маємо $80 + 100 + x + x = 360$; $2x = 180$; $x = 90$. $\angle C = \angle D = 90°$.
Відповідь: найбільший кут 100°.

14. За умовою $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$, $\angle A + \angle B = 160°$, то $\angle A = \angle B = 80°$, $\angle C + \angle D = 360° - 160° = 200°$; $\angle C = \angle D = 100°$.
Відповідь: 80°; 80°; 100°; 100°.

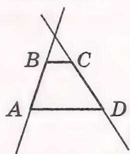


15. За умовою $\angle A > 90°$, $\angle B > 90°$, $\angle C > 90°$, то $\angle A + \angle B + \angle C > 270°$, так як $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, то $\angle D < 90°$. Доведено.

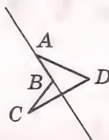
16. Нехай $ABCD$ — чотирикутник. $\angle A + \angle B + \angle C = 270°$ за умовою, то $\angle D = 90°$, $AD \perp CD$. Доведено.

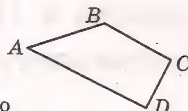
17. а) Чотирикутник $ABCD$ не може бути опуклим;

б) так;



в) ні.





18. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $P = 3$ дм; $AB = x$, $x > 0$; $BC = (x + 2)$; $CD = (x + 3)$; $AD = (x + 5)$ см. Так як $P = AB + BC + CD + AD$, то $x + x + 2 + x + 3 + x + 5 = 30$ (3 дм = 30 см); $4x + 10 = 30$; $4x = 20$; $x = 5$. Отже, $AB = 5$ см; $BC = 7$ см; $CD = 8$ см; $AD = 10$ см.
Відповідь: 5 см; 7 см; 8 см; 10 см.

19. Нехай сторона $AB = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності; $BC = 4k$; $CD = 5k$; $AD = 6k$, то за умовою $AB + AD = 18$ см, маємо рівняння $3k + 6k = 18$; $9k = 18$; $k = 18 : 9$; $k = 2$.
Сторони чотирикутника дорівнюють: $AB = 3 \cdot 2 = 6$ см; $BC = 4 \cdot 2 = 8$ см; $CD = 5 \cdot 2 = 10$ см; $AD = 6 \cdot 2 = 12$ см. $P = 6 + 8 + 10 + 12 = 36$ см.
Відповідь: 36 см.

20. Нехай $\angle A = x$, $x > 0$; $\angle B = 2x$; $\angle C = x + 20$; $\angle D = x + 40$, то маємо рівняння $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$; $x + 2x + (x + 20) + (x + 40) = 360$; $5x + 60 = 360$; $5x = 300$; $x = 300 : 5$; $x = 60°$. $\angle A = 60°$; $\angle B = 2 \cdot 60° = 120°$; $\angle C = 60° + 20° = 80°$; $\angle D = 60° + 40° = 100°$.
Відповідь: 60°; 80°; 100°; 120°.

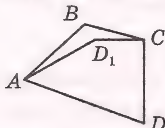
21. Нехай $\angle A + \angle B + \angle C = 240°$; $\angle B + \angle C + \angle D = 260°$; $\angle A + \angle C + \angle D = 280°$, то $\angle D - \angle A = 20°$; $\angle D - \angle B = 40°$; $\angle C = 280° - \angle A - \angle D$;

$\angle C = 280° - \angle D + 20° - \angle D$; $\angle C = 300° - 2\angle D$.
Так як $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, то $\angle D - 20° + \angle D - 40° + \angle D + 300° - 2\angle D = 360°$; $\angle D = 360° - 240°$; $\angle D = 120°$; $\angle A = \angle D - 20° = 100°$; $\angle B = \angle D - 40° = 80°$; $\angle C = 300° - 2\angle D = 60°$. *Відповідь*: 60°.

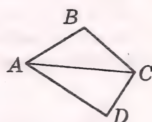
22. Нехай $\angle A < 90°$ — гострий, то $\angle B + \angle C + \angle D = 360° - \angle A$; $\angle B + \angle C + \angle D > 270°$. Нехай кути $\angle B$; $\angle C$; $\angle D$ — гострі, тоді будемо мати, що $\angle B + \angle C + \angle D < 270°$. Маємо протиріччя, тому один з кутів чотирикутника — тупий.

23. Нехай $\angle A = \angle B + \angle C$ за умовою. Якщо $\angle B < 90°$, $\angle C < 90°$, тобто гострі, то $\angle B + \angle C > 90°$, тому що $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$; $2\angle A + \angle C = 360°$. Якщо $\angle A < 90°$, тобто гострий, то маємо протиріччя, тобто $\angle A > 90°$ — тупий.

24. Якщо $P_{ABCD} = P_{ABCD_1}$, то не може бути, щоб один чотирикутник був опуклим, а інший — не опуклий.

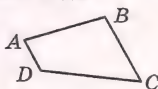


25. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. $P_{ABCD} = 23$ дм, $P_{\Delta ABC} = 15$ дм, $P_{\Delta ADC} = 22$ дм. Знайти: AC — ?



$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 15$ дм (1);
$P_{\Delta ADC} = AD + DC + AC = 22$ дм (2);
$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 23$ дм (3).
З перших двох рівнянь маємо: $AB + BC + 2AC + AD + DC = 37$; $2AC + 23 = 37$; $2AC = 37 - 23$; $2AC = 14$; $AC = 7$. *Відповідь*: 7 дм.

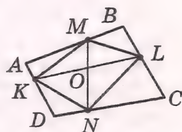
26. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $\angle A = \angle B = \angle C$, $\angle D + 240° = \angle A + \angle B + \angle C$.



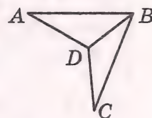
Так як $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, то маємо $\angle D + 240° + \angle D = 360°$; $2\angle D = 360° - 240°$; $2\angle D = 120°$; $\angle D = 60°$; $\angle A + \angle B + \angle C = 300°$; так як $\angle A = \angle B = \angle C$, то $3\angle A = 300°$; $\angle A = 100°$; $\angle B = 100°$; $\angle C = 100°$.
Відповідь: 100°; 100°; 100°; 60°.

27. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник. Діагоналей у даному чотирикутнику дві: AC і BD. Проведемо діагональ AC. Точки B і D знаходяться у різних півплощинах відносно прямої AC, отже, пряма BD перетинає пряму AC, а так як це опуклий чотирикутник, то відрізок BD перетинає відрізок AC. Доведено.

28. За властивостями опуклого чотирикутника він розташований в одній півплощині відносно будь-якої прямої, що містить його сторону. Нехай точки $M \in AB$, $L \in BC$, $N \in DC$, $K \in AD$. Відрізки MN, KL, KM, ML, NL, KN належать внутрішній області чотирикутника.

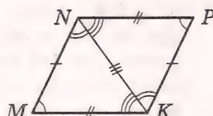


29. Нехай $ABCD$ — неопуклий чотирикутник. Проведемо відрізок BD. Розглянемо два трикутника ΔABD і ΔBDC. Сума кутів в будь-якому трикутнику дорівнює 180°, тобто ΔABD: $\angle DAB + \angle ABD + \angle BDA = 180°$; ΔBDC: $\angle CDB + \angle DBC + \angle BCD = 180°$.



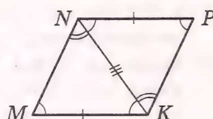
В неопуклому чотирикутнику
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \angle A + (\angle ABD + \angle DBC) + \angle C + (\angle BDA + \angle CDB) = (\angle A + \angle ABD + \angle BDA) + (\angle DBC + \angle CDB + \angle C) = 180° + 180° = 360°$.
Доведено.

30. Нехай $\Delta KMN = \Delta NPK$. Доведіть, що: а) $MK \parallel NP$; б) $\angle M = 65°$. Знайти: $\angle P$.



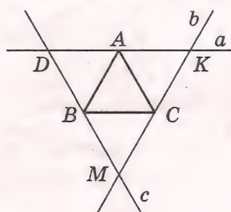
Так як $\Delta KMN = \Delta NPK$ за умовою, то $MN = PK$; $KM = NP$; NK — спільна сторона; $\angle M = \angle P$; $\angle MNK = \angle PKN$; $\angle MKN = \angle PNK$, то $MK \parallel NP$. Якщо $\angle M = 65°$, то $\angle P = 65°$. *Відповідь*: 65°.

31. Нехай $MK = NP$, $\angle MKN = \angle PNK$ за умовою, то $\Delta KMN = \angle NPK$, так як NK — спільна сторона, за двома сторонами та кутом між ними. Якщо трикутники рівні, то відповідні сторони і кути рівні. Маємо, що $\angle MNK = \angle PKN$, то $MN \parallel PK$. Якщо $KP = 14$ см, то $MN = 14$ см. *Відповідь*: 14 см.

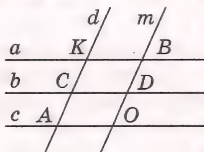


§ 2. Паралелограм і його властивості

39. Три паралелограма: $ABCD$, $AKCB$, $ACMB$. Три спільних вершини мають утворені паралелограми. $b \parallel AB$, $a \parallel BC$, $c \parallel AC$.

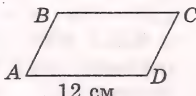


40. Нехай $a \parallel b \parallel c$, $d \parallel m$, $a \times d = K$, $a \times m = B$, $b \times d = C$, $b \times m = D$, $c \times d = A$, $c \times m = O$.
Утворилось 3 паралелограма: $KBDC$, $CDOA$, $KBOA$.



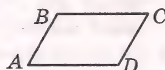
41. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.

За умовою $AD = 12$ см. AD складає $\frac{2}{3}$ сторони AB.



Тобто $AB = 12 \cdot 3 : 2 = 18$ см.
Тобто $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2 \cdot (12 + 18) = 2 \cdot 30 = 60$ см.
Відповідь: 60 см.

42. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$AD > AB$ на 2 см. Нехай $AB = x$ $(x > 0)$, то $AD = 2x$.
Так як $P = 24$ см, то маємо рівняння $2(x + 2x) = 24$;
$3x = 12$; $x = 4$. Тобто $AB = 4$ см, $AD = 8$ см.
Відповідь: 4 см; 8 см; 4 см; 8 см.



б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $AB = x$, $AD = 3x$ $(x > 0)$. За умовою $P = 24$ см. Маємо рівняння $2(x + 3x) = 24$; $4x = 12$; $x = 3$.
Тобто $AB = 3$ см, $AD = 9$ см. *Відповідь*: 3 см; 9 см; 3 см; 9 см.

в) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
За умовою $AB + AD + BC = 17$ см;
$P = 24$ см. Нехай $AB = x$, $x > 0$; $AD = BC = y$, $y > 0$.
Так як $P = 2(AB + AD) = 24$ см, маємо:

$$\begin{cases} 2(x+y) = 24, \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12, \\ x = 17 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 17 - 2y + y = 12; \\ y = 5. \end{matrix}$$

Тобто: $AD = BC = 5$ см, $AB = CD = 7$ см.
Відповідь: 5 см; 7 см; 5 см; 7 см.

43. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $\angle B = 110°$. Так як за властивостями паралелограма $\angle A + \angle B = 180°$, то $\angle A = 180° - 110° = 70°$. Тобто $\angle A = \angle C = 70°$, $\angle B = \angle D = 110°$.

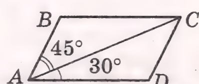


Відповідь: 70°; 110°; 70°; 110°.

б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $\angle B - \angle A = 70°$. За властивостями паралелограма маємо $\angle A + \angle B = 180°$. Тобто $2\angle B = 250°$, то $\angle B = 125°$, $\angle A = 180° - 125° = 55°$. Тобто $\angle A = \angle C = 55°$, $\angle B = \angle D = 125°$. *Відповідь*: 55°; 125°; 55°; 125°.

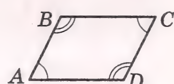
в) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $\angle A + \angle C = 90°$, так як $\angle B > 90°$ і $\angle C > 90°$, то маємо $\angle A = 45°$ ($\angle A = \angle C$ за властивостями паралелограма). $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 45° = 135°$. *Відповідь*: 45°; 135°; 45°; 135°.

г) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AC — діагональ, $\angle CAD = 30°$, $\angle BAC = 45°$. то маємо $\angle A = \angle C = 75°$. За властивостями паралелограма $\angle A + \angle B = 180° - 75° = 105°$.



Відповідь: 75° 105°; 75°; 105°.

44. а) Якщо за умовою один кут паралелограма дорівнює 90°, то всі інші теж дорівнюють 90° за властивостями паралелограма. *Відповідь*: 90°; 90°; 90°; 90°.



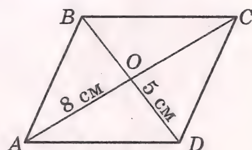
б) Нехай $ABCD$ — паралелограм. $\angle A : \angle B = 2 : 7$. Нехай $\angle A = 2k$, $k > 0$; $\angle B = 7k$, k — коефіцієнт пропорційності. Маємо рівняння за властивостями паралелограма $\angle A + \angle B = 180°$, то $2k + 7k = 180$; $9k = 180$; $k = 20$, то $\angle A = \angle C = 40°$; $\angle B = \angle D = 7 \cdot 20° = 140°$. *Відповідь*: 40°; 140°; 40°; 140°.

в) Нехай $ABCD$ — паралелограм. $\angle B - \angle A = 40°$ за умовою, так як $\angle A + \angle B = 180°$, то маємо $2\angle B = 220°$; $\angle B = 110°$, $\angle B = \angle D = 110°$; $\angle A = \angle C = 180° - 110° = 70°$. *Відповідь*: 70°; 110°; 70°; 110°.

г) Нехай $ABCD$ — паралелограм. $\angle A + \angle B + \angle D = 330°$ за умовою. Так як $\angle A$ і $\angle B$ — внутрішні односторонні, $BC \parallel AD$. $\angle A + \angle B = 180°$, то маємо $\angle D = 330° - 180° = 150°$, тобто $\angle B = \angle D = 150°$, то $\angle A = \angle C = 180° - 150° = 30°$.

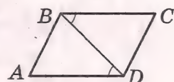
Відповідь: 30°; 150°; 30°; 150°.

45. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагоналі. $AC \times BD = O$, $OA = 8$ см, $OD = 5$ см. То за властивостями паралелограма маємо $AC = 2 \cdot 8 = 16$ см, $BD = 2 \cdot 5 = 10$ см.

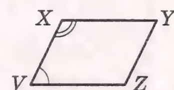


Відповідь: 16 см; 10 см.

46. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $AB \parallel CD$ і $\angle ADB = \angle CBD$, так як вони рівні, то $BC \parallel AD$ (внутрішні різносторонні, BD — січна), тобто $ABCD$ — паралелограм за означенням. Доведено.

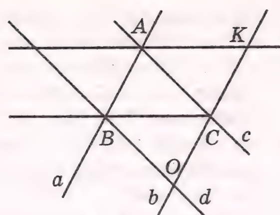


47. Нехай $VXYZ$ — даний чотирикутник, $VX \parallel YZ$, $\angle V + \angle X = 180°$ за умовою. Так як $\angle V + \angle X = 180°$, то $VZ \parallel XY$ (внутрішні односторонні, XV — січна), то $XY \parallel VZ$. Тобто $VXYZ$ — паралелограм за означенням. Доведено.



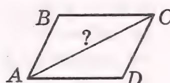
48. Три розв'язки має задача. Нехай т. A, т. B і т. C не лежать на одній прямій. Через т. C і т. A проведемо пряму c, через т. B — пряму d, $d \parallel c$, маємо $ABCD$ — паралелограм за означенням.

Через т. A і т. B проведемо пряму a і через т. C — пряму $b \parallel a$. Маємо $AKCB$ — паралелограм за означенням. $a \parallel b$, $c \parallel d$. Паралелограм $ACOD$ за означенням. *Відповідь*: 3 розв'язки.

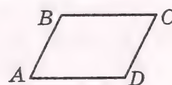


49. Так як трикутники рівні і різносторонні, то маємо 3 паралелограма за означенням. *Відповідь*: 3 паралелограма.

50. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $P_{ABCD} = 14$ дм. $P_{\Delta ABC} = 10$ дм. Знайти AC.
За умовою $P_{ABCD} = 14$ дм.
Так як $2(AB + BC) = 14$ дм, то маємо $AB + BC = 7$ дм, враховуючи, що $P_{\Delta ABC} = 10$ дм, то $AB + BC + AC = 10$ дм, маємо $7 + AC = 10$; $AC = 3$ дм.
Відповідь: 3 дм.



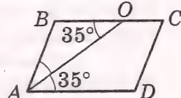
51. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $AB + BC + CD = 15$ м, $CD + AD + BC = 18$ м. Так як $AB = CD$, $BC = AD$, то маємо $2AB + BC = 15$ і $AB + 2BC = 18$, $AB > BC$.
Позначимо $AB = x$, $BC = y$, $x > 0$, $y > 0$.



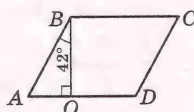
$$\begin{cases} 2x + y = 15, \\ x + 2y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 2x, \\ x = 18 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 2x, \\ x = 18 - 2(15 - 2x); \end{cases}$$

$x = 18 - 30 + 4x$; $-3x = -12$; $x = 4$; $AB = 4$ см; $y = 15 - 8 = 7$; $BC = AD = 7$ см. $P = 2 \cdot (4 + 7) = 2 \cdot 11 = 22$ см. *Відповідь*: 22 см.

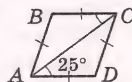
52. а) Нехай $ABCD$ — паралелограм. За умовою $\angle BOA = 35°$. Так як $BC \parallel AD$, то $\angle BOA = \angle OAD = 35°$ (внутрішні різносторонні). За умовою AO — бісектриса, то маємо $\angle BAO = \angle OAD = \angle BOA = 35°$.
Тобто $\angle A = 70°$, то $\angle B = 180° - 70° = 110°$, $\angle D = 110°$, $\angle C = 70°$.
Відповідь: 70°; 110°; 70°; 110°.



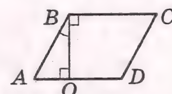
б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BO \perp AD$, $\angle ABO = 42°$. Розглянемо ΔAOB — прямокутний. Маємо $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle A = 90° - 42° = 48°$, $\angle B = 180° - 48° = 142°$, $\angle D = 132°$, $\angle C = 48°$.
Відповідь: 48°; 132°; 48°; 132°.



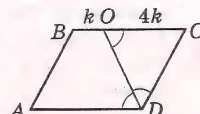
53. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $AB = BC = CD = AD$, AC — діагональ, $\angle CAD = 25°$, то маємо $\angle BCA = \angle CAD = 25°$ ($BC \parallel AD$, внутрішні різносторонні). ΔABC — рівнобедрений за означенням. Тобто $\angle BCA = \angle BAC = 25°$, то $\angle A = 50°$, $\angle A = \angle C = 50°$. Маємо $\angle B = 180° - 50° = 130°$, $\angle D = 130°$. *Відповідь*: 50°; 130°; 50°; 130°.



б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BO \perp AD$, $\angle B > 90°$, $\angle ABO : \angle OBC = 1 : 3$. Так як $\angle OBC = 90°$, то маємо $3k = 90°$ ($\angle OBC = 3k$, $k > 0$).
$k = 30°$, то $\angle ABO = 30°$. Звідки $\angle B = 90° + 30° = 120°$; $\angle D = \angle B = 120°$. Враховуючи, що $\angle A + \angle B = 180°$, то $\angle A = 180° - 120° = 60°$, $\angle D = 60°$.
Відповідь: 60°; 120°; 60°; 120°.

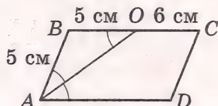


54. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, DO — бісектриса $\angle D$. $BO : OC = 1 : 4$ за умовою, $BC = 15$ см. Так як $AD = BC = 15$ см, то маємо $k + 4k = 15$; $5k = 15$; $k = 3$ ($BO = k$, $OC = 4k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності).

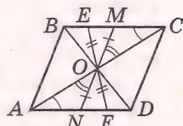


Враховуючи, що $\angle ADO = \angle CDO = \angle COD$ ($\angle COD$ і $\angle ADO$ — внутрішні різносторонні, $AD \parallel BC$), то ΔCOD — рівнобедрений $\Rightarrow OC = CD = 4k$, $CD = 4 \cdot 3 = 12$ см. $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (12 + 15) = 54$ см.
Відповідь: 54 см. Задача має 2 розв'язки. Якщо $\angle D$ — гострий, то маємо сторони паралелограм 15; 3 і $P_{ABCD} = 2 \cdot (15 + 3) = 36$ см.

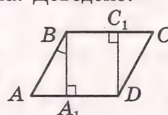
55. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AO — бісектриса $\angle A$, $\angle BAO = \angle AOD$. Враховуючи, що $\angle BOA = \angle OAD$ (внутрішні різносторонні), то ΔABO — рівнобедрений, $AB = BO = 5$ см, то
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2 \cdot (5 + 11) = 32$ см.
Задача має два розв'язки. ($AB = CD = 6$ см). $P_{ABCD} = 2 \cdot (6 + 11) = 34$ см.
Відповідь: 32 см або 34 см.



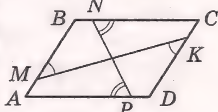
56. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AC і BD — діагоналі, т. O — точка перетину діагоналей. Нехай $M \in BC$, $N \in AD$. Довести: $OM = ON$.
Розглянемо ΔAON і ΔCOM. $AO = OC$, $\angle OAN = \angle OCM$, так як $AD \parallel BC$ — внутрішні різносторонні.
$\angle AON = \angle COM$ — вертикальні, тобто $\Delta AON = \Delta COM$ за стороною і двома прилеглими кутами. Звідки маємо $OM = ON$. Це виконується для будь-якого відрізка, який проходить через точку перетину діагоналей з кінцями на протилежних сторонах паралелограма. Доведено.



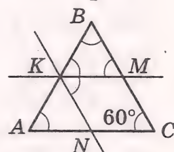
57. Нехай $ABCD$ — паралелограм. $BA_1 \perp AD$, $C_1D \perp BC$.
Так як $BC \parallel AD$, то $BC_1 \parallel A_1D$; $BA_1 \parallel C_1D$.
Так як $\angle ABC_1 = 90°$ і $\angle C_1DA_1 = 90°$, то маємо A_1BC_1D — паралелограм за означенням.



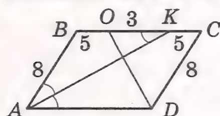
58. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $\angle BMK = \angle DKM$ і $\angle CND = \angle APN$, то маємо $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, так як внутрішні різносторонні кути рівні. $ABCD$ — паралелограм за означенням.

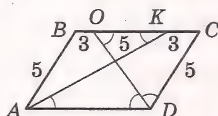


59. Нехай ΔABC — рівносторонній, $P_{\Delta ABC} = 18$ см, $K \in AB$, $KM \parallel AC$, $KN \parallel BC$, то маємо $AB = 6$ см.
$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. Так як $\angle A = \angle BKM = \angle BMK = 60°$, то $KM = BK$ і $KN = AK$, тобто $KM + KN = AB$; $KM + KN = 6$ см, то $P_{KMCN} = 6 \cdot 2 = 12$ см.
Відповідь: 12 см.

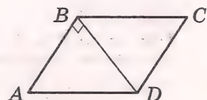


60. Нехай $ABCD$ — паралелограм. AK і DO — бісектриси $\angle A$ і $\angle D$, то $OK = 3$ см, $KC = 5$ см, $BO = 5$ см або $CO = 8$ см, $BO = 5$ см, то маємо $AB = 8$ см або $CD = 5$ см (так як ΔABK і ΔOCD — рівнобедрені).
$P = 2(AB + BC) = 2 \cdot (13 + 8) = 42$ см або $P = 2(BC + CD) = 2 \cdot (13 + 5) = 36$ см.
Відповідь: 42 см; 36 см.





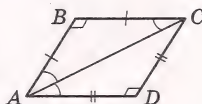
61. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$\angle ABD = 90°$, $BD = \dfrac{AD}{2}$.



Розглянемо ΔABD — прямокутний, $\angle ABD = 90°$. Так як $BD = \frac{AD}{2}$, то $\angle A = 30°$. В прямокутному трикутнику катет, який лежить навпроти кута в 30°, в 2 рази менше за гіпотенузу. Тобто $\angle A = \angle C = 30°$, то $\angle B = \angle D = 180° - 30° = 150°$.

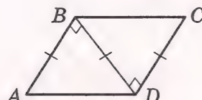
Відповідь: 30°; 150°; 30°; 150°.

62. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, AC — діагональ. ΔABC і ΔADC — рівнобедрені прямокутні, тобто $AB = BC$; $AD = DC$, то маємо $AB = CD = BC = AD$, так як $BC = AD$ і $AB = CD$. Так як $\angle ABC = 90°$ і $\angle ADC = 90°$, то маємо $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.



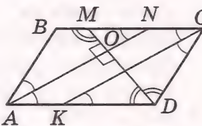
Відповідь: 90°; 90°; 90°; 90°.

Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, AC — діагональ. ΔABD і ΔBDC — прямокутні рівнобедрені, то маємо $AB = BD$ і $CD = BD$, то $\angle BAD = \angle ADB = 45°$. Тобто маємо $\angle A = \angle C = 45°$, $\angle B = \angle D = 90° + 45° = 135°$.



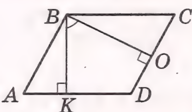
Відповідь: 45°; 135°; 45°; 135°.

63. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AN, CK, DM — бісектриси. $\angle AOD = 90°$. Довести: $AN \parallel CK$. Так як $\angle A = \angle C$ за властивостями паралелограма, а AN і CK — бісектриси кутів $\angle A$ і $\angle C$ відповідно, то маємо, що $\angle NAD = \angle NCK$. Враховуючи, що ΔAOD — прямокутний, то маємо $\angle AOD + \angle ODA = 90°$, так як CK — бісектриса $\angle C$, то $\angle BCK = \angle DCK = \angle DCK$ і $\angle BAN = \angle NAK = \angle CKD = \angle KCB$, то $AN \parallel CK$ і ΔKOD — прямокутний ($\angle KOD = 90°$), так як $\angle OKD + \angle ODK = 90°$ або співпадають. Доведено.

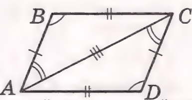


64. Нехай $ABCD$ — паралелограм. $BK \perp AD$ і $BO \perp CD$ — висоти. Довести, що $\angle KBO = \angle A$.

Для доведення розглянемо чотирикутник $KBOD$, так як $\angle BKD = \angle BOD = 90°$, то $\angle D + \angle KBO = 180°$, так як $\angle A + \angle B = 180°$ і $\angle B = \angle D$ за властивостями паралелограма, то $\angle A = \angle KBO = 180° - \angle B$. Доведено.

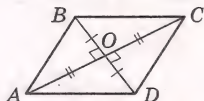


65. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. AC — діагональ чотирикутника. $\Delta ABC = \Delta ADC$ за умовою, тобто відповідні сторони і кути рівні, то маємо $AB = CD$, $BC = AD$, AC — спільна сторона.



$\angle B = \angle D$, $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAB = \angle ACB$, то маємо $BC \parallel AD$ і $AB \parallel CD$ ($\angle BAC$ і $\angle DCA$; $\angle DAB$ і $\angle ACB$ — внутрішні різносторонні). Тобто $ABCD$ — паралелограм. Доведено.

66. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
AC і BD — діагоналі. $\angle AOB = \angle COD = 90°$.
Довести, що $AB = BC = CD = AD$.

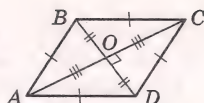


Розглянемо ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD і ΔAOD — прямокутні. За властивостями діагоналей паралелограма $AO = OC$ і $BO = OD$, то маємо $\Delta BOC = \Delta COD = \Delta AOD = \Delta AOB$ за двома сторонами і кутом між ними.

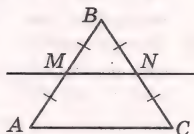
Тобто маємо, що $AB = BC = CD = AD$ із рівності трикутників.

Обернене твердження. Якщо всі сторони паралелограма рівні, то діагоналі перетинаються під прямим кутом.

Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$AB = BC = CD = AD$. Розглянемо для доведення ΔADC і ΔABC — рівнобедрені і рівні. Так як $AO = OC$, то OD — медіана, висота рівнобедреного ΔADC, тобто $\angle AOD = \angle DOC = 90°$. Доведено.



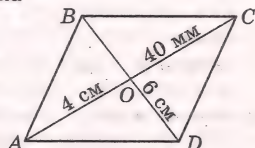
67. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $M \in AB$; $N \in BC$; $AM = MB$ і $BN = NC$, то маємо $AM = MB = BN = NC$. MN — середня лінія трикутника за означенням, тобто $MN \parallel AC$.



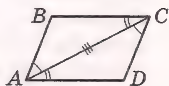
68. $AB \parallel CD$; $AB = BC$;
$\angle A + \angle D = 180° \Rightarrow ABCD$ — паралелограм.

§ 3. Ознаки паралелограма

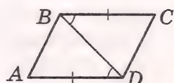
77. Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $AO = 4$ см; $OC = 40$ мм $= 4$ см; $BD = 1,2$ дм; $OD = 6$ см. Так як $AO = OC = 4$ см і $OD = BO = 6$ см, тобто діагоналі чотирикутника точкою перетину діляться навпіл, то $ABCD$ — паралелограм.



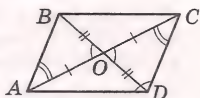
78. а) Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. Так як $\angle BAC = \angle DCA$ і $\angle CAD = \angle BCA$, то $BC \parallel AD$ і $AB \parallel CD$. Так як $\Delta ABC = \Delta ADC$ за стороною і двома прилеглими кутами, то маємо $BC = AD$ і $AB = CD$. Тобто $ABCD$ — паралелограм за ознаками.



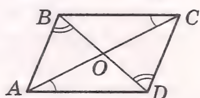
б) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. Так як $BC = AD$, $\angle CBD = \angle ABD$ за умовою, то за ознаками $ABCD$ — паралелограм.



79. а) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $\Delta AOB = \Delta COD$, то маємо $BO = OD$, $AO = OC$, $AB = CD$ і відповідні кути рівні. Так як діагоналі чотирикутника поділились навпіл, то за ознакою діагоналей $ABCD$ — паралелограм.

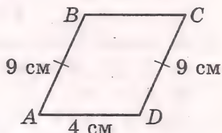


б) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $\angle ABD = \angle BDC$ і $\angle BCA = \angle CAD$, то $AB \parallel CD$ і $BC \parallel AD$, так як $\angle CBD = \angle BDA$.

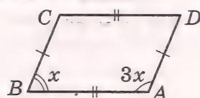


Розглянемо ΔABD і ΔCDB. BD — спільна сторона, кути, прилеглі до неї, рівні, то $\Delta ABD = \Delta CDB$ за стороною і двома прилеглими кутами, то маємо $AB = CD$. За ознакою $ABCD$ — паралелограм.

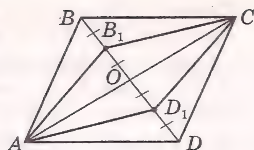
80. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник.
За умовою $AB \parallel CD$, $AB = CD = 9$ см, $AD = 4$ см.
За ознакою $ABCD$ — паралелограм,
то $P_{ABCD} = (AB + AD) \cdot 2 = 2 \cdot (9 + 4) = 26$ см.
Відповідь: 26 см.



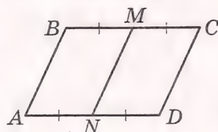
81. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. $AB = CD$, $AD = BC$. Нехай $\angle B = x$, то $\angle A = 3x$, $x > 0$. За ознакою $ABCD$ — паралелограм, то маємо $\angle A + \angle B = 180°$. Маємо рівняння $x + 3x = 180$;
$4x = 180$; $x = 180 : 4$; $x = 45°$, то маємо
$\angle A = \angle C = 3 \cdot 45° = 135°$, $\angle B = \angle D = 45°$.
Відповідь: 45°; 135°; 45°; 135°.



82. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою $BB_1 = OB_1$ і $OD_1 = D_1D$. Так як $BO = OD$, то $OB_1 = OD_1$. Розглянемо AB_1CD_1 — чотирикутник. AC і B_1D_1 — діагоналі. Маємо $AO = OC$; $OB_1 = OD_1$. За ознакою AB_1CD_1 — паралелограм.

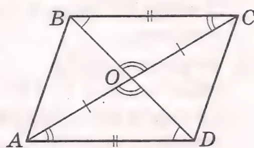


83. Нехай $ABCD$ — паралелограм. $M \in BC$, $BM = MC$, $N \in AD$, $AN = ND$. Розглянемо $ABMN$ і $NMCD$ — чотирикутники. $BM \parallel AN$, $BM = AN$, так як $BC \parallel AD$, $BC = AD$ і $MC \parallel ND$, $MC = ND$, тобто за ознакою $ABMN$ і $NMCD$ — паралелограми за ознакою двох сторін.

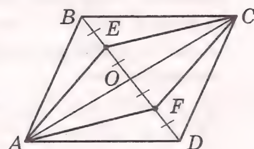


85. Так як $ABCD$ — паралелограм, то $AB \parallel CD$; $AB = CD$; $BC = AD$; $BC \parallel AD$. Вісь AB закріплена і нерухома; знаходиться в вертикальному положенні, тобто і CD буде вертикальна. Якщо треба змінити положення лампи, то будуть змінюватися тільки кути з'єднання, а довжини сторін незмінні. Тобто $ABCD$ завжди паралелограм, тобто $CD \parallel AD$ і CD залишиться в вертикальному положенні.

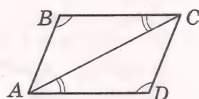
86. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $AO = OC$ і $\angle CBD = \angle ADB$, то маємо $BC \parallel AD$, то $\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні, тобто $\Delta BOC = \Delta DOA$ за стороною і двома прилеглими кутами, $\angle AOD = \angle BOC$ — вертикальні. Звідки $BC = AD$. За ознакою $ABCD$ — паралелограм.



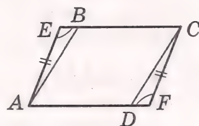
б) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $BE = FD$, BD і AC — діагоналі чотирикутника, $AECF$ — паралелограм за умовою, тобто $AO = OC$, $OE = OF$, так як $BE = FD$, то $BO = OD$, за ознакою $ABCD$ — паралелограм, так як т. O — середина діагоналей BD і AC.



87. а) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $\angle BCA = \angle CAD$, звідки $BC \parallel AD$. $\Delta ABC = \Delta CDA$: AC — спільна сторона, $\angle BAC = \angle DCA$ (так як $\angle B = \angle D$, $\angle BCA = \angle CAD$) за стороною і двома прилеглими кутами). Звідки $BC = AD$. За ознакою $ABCD$ — паралелограм. Доведено.

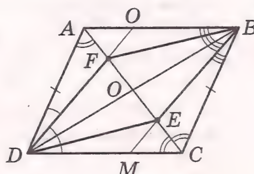


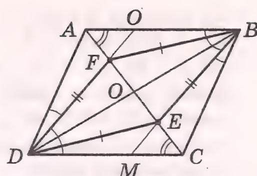
б) Нехай $ABCD$ — чотирикутник. За умовою $AECF$ — паралелограм, $EB = DF$. Маємо $EC \parallel AF$, $AE \parallel CF$, $EC = AB$, $AE = CF$, $\angle F = \angle E$, тобто $\Delta AEB = \Delta CFD$ за двома сторонами і кутом між ними $\Rightarrow AB = CD$, $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, тобто $ABCD$ — паралелограм за ознакою.



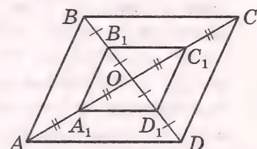
88. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AC — діагональ, DO і BM — бісектриси кутів $\angle D$ і $\angle B$ відповідно. Довести: $DFBE$ — паралелограм.

За умовою $ABCD$ — паралелограм, тобто $DO = OB$, $AO = OC$, $\angle B = \angle D$, то $\angle ADF = \angle FDM = \angle ABM = \angle CBM$, то $\Delta BEC = \Delta DAF$: $AD = BC$; $\angle AFF = \angle BCE$ ($AD \parallel BC$); $\angle ADF = \angle CBE$ (DO





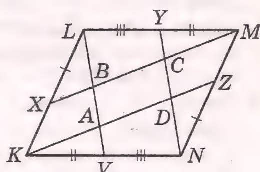
і BM — бісектриси) за стороною і вдома прилеглими кутами. Звідки: $DF = BE$. Розглянемо ΔDFC і ΔBEA: $DC = AB$; $\angle ABE = \angle FDC$; $\angle ACD = \angle BAC$ — внутрішні різносторонні за стороною і двома прилеглими кутами. Звідки $DF = BE$ і $DF \parallel BE$. Тобто $DFBE$ – паралелограм за ознакою.



89. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AC і BD — діагоналі. O — точка перетину діагоналей, $B_1B = B_1O$; $OC_1 = C_1C$; $AA_1 = A_1O$; $DD_1 = OD_1$. Довести: $A_1B_1C_1D_1$ — паралелограм.

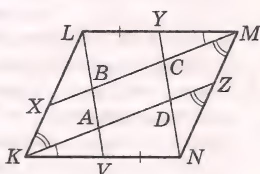
За властивостями паралелограма $BO = OD$, $AO = OC$. За умовою маємо $AA_1 = A_1O = O_1C = C_1C$ і $BB_1 = B_1O = OD_1 = D_1D$.

Тобто в чотирикутнику $A_1B_1C_1D_1$ маємо $B_1O = OD_1$ і $A_1O = OC_1$, т. O є серединою діагоналей чотирикутника, тобто $A_1B_1C_1D_1$ — паралелограм за ознакою діагоналей. Доведено.



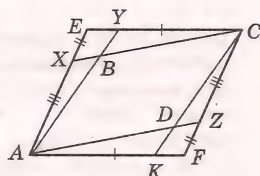
90. а) Нехай $KLMN$ — паралелограм. Маємо $LM = KN$, $KL = MN$; $KL \parallel MN$, $LM \parallel KN$, то маємо $LM = YM + YL$, $KN = KV + VN$, так як $YM = KV$ за умовою, то маємо $LY = VN$. Тобто $LYNV$ — чотирикутник, де $LY \parallel VN$, $LY = VN$, за ознакою паралелограм. Звідки $LV \parallel YN \Rightarrow AB \parallel CD$.

Так як $KL = KX + XL$ і $MN = NZ + ZM$, за умовою $NZ = LX$, то маємо $XK = MZ$, $KL \parallel MN$, тобто $XK \parallel MZ$, тобто $KXMZ$ за ознакою паралелограм $\Rightarrow BC \parallel AD$. В чотирикутнику $ABCD$ маємо $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$, тобто $ABCD$ — паралелограм за означенням.



б) Нехай $KLMN$ — даний паралелограм. За властивостями паралелограма $\angle K = \angle M$, так як за умовою $\angle LMX = \angle NKZ$, то $\angle XMZ = \angle LKZ$. За ознаками паралелограма $KLMN$ маємо $LM \parallel KM$, $KL \parallel MN$, то маємо $MX \parallel KZ$ ($\angle XMZ = \angle ZKX = \angle KZN$ — внутрішні різносторонні) за ознакою паралельних прямих, тобто $BC \parallel AD$.

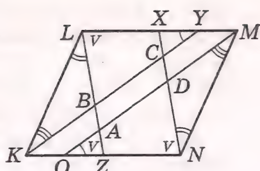
Чотирикутник $LXNV$ — паралелограм за ознакою, тобто $LY = VN$ за умовою, $LY \parallel VN$, так як $LM \parallel KM$, то маємо $AB \parallel CD$. Тобто $ABCD$ — паралелограм за ознакою.



91. а) Нехай $AECF$ — даний паралелограм. За умовою маємо $EX = ZF$, $YC = AK$. За означенням $AECF$ — паралелограм. Маємо $AE \parallel CF$; $EC \parallel AK$; $AE = CF$; $EC = AF$, то $AX = CZ$, $AX \parallel CZ$, то $XCZA$ — паралелограм за ознакою. Звідки маємо $XC \parallel AZ$, $XC = AZ$, тобто $BC \parallel AD$. Враховуючи, що $AYCK$ — паралелограм за ознакою, $YX \parallel AK$; $YC = AK$ за умовою, то $AY \parallel CK \Rightarrow AB \parallel CD$.

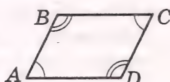
Тобто $ABCD$ — паралелограм за означенням; $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$. Доведено.

б) Нехай $KLMN$ — даний паралелограм. За умовою $\angle KLZ = \angle XNM$, $\angle LYK = \angle NOM$. Довести: $ABCD$ — паралелограм.



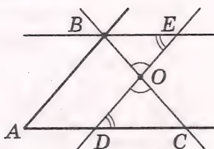
За умовою $KLMN$ — паралелограм, тобто $KL \parallel MN$, $LM \parallel KN$; $KL = MN$; $LM = KN$, $\angle K = \angle M$, $\angle L = \angle N$, то $\angle ZLX = \angle XNZ$.
Маємо $\angle KZL = \angle ZKM$ — внутрішні різносторонні ($LM \parallel KN$, KZ — січна), тобто $\angle KZL = \angle XNK$ — відповідні, $LZ \parallel XN$ за ознакою паралельних прямих. Тобто $AB \parallel CD$.
Розглянемо ΔKLY та ΔOMN:
маємо $KL = MN$, $\angle LKY = \angle OMN$, $\angle MON = \angle KYL$; $\angle N = \angle L$, тобто $\Delta KLY = \angle MNO$ за стороною і двома прилеглими кутами. Тобто маємо $LY = ON$, $KY = OM \Rightarrow YM = KO$. Звідки $KYMO$ — паралелограм за ознакою. Звідки $BC \parallel AD$. Тобто $ABCD$ — паралелограм за означенням, $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$. Доведено.

92. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.



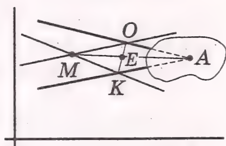
Довести: $ABCD$ — паралелограм.
Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°.
Тому маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$,
так як $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$, то $2\angle A + 2\angle B = 360° \Rightarrow \angle A + \angle B = 180°$ за ознакою паралельних прямих $AD \parallel BC$, так як $\angle C + \angle B = 180°$, то $AB \parallel CD$. $ABCD$ — паралелограм за означенням: $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.

93. Нехай $\angle A$ — даний кут, т. O лежить всередині кута $\angle A$.

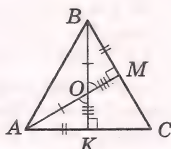


Побудова.
1) Через т. O проводимо пряму $DE \parallel AB$, $D \in AC$.
2) На прямій DO відкладаємо відрізок $OE = DO$.
3) Через т. E проводимо пряму $BE \parallel AC$, $B \in AB$.
4) т. $B \in AB$, т. $C \in AC$.
5) BC — даний відрізок.
Доведення. $\Delta BOE = \Delta DOC$: $DO = OE$ за побудовою, $\angle DOC = \angle EOB$ — вертикальні, $\angle BEO = \angle CDO$ — внутрішні різносторонні, $BE \parallel AC$. За стороною і двома прилеглими кутами, тобто $BO = OC$ із рівності трикутників.

94. Проведемо прямі через т. M паралельні сторонам даного кута, $MO \parallel KA$, $MK \parallel OA$, тобто $MOAK$ — паралелограм за означенням. Проведемо відрізок OK і знайдемо середину відрізка. $OF = FK$. Через т. F і т. M проведемо пряму. OK і MA — діагоналі паралелограм. F — точка перетину діагоналей. Тобто промінь MA з початком в т. M спрямований в т. A.

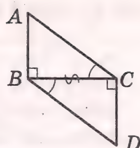


95. Нехай ΔABC — даний; $BK \perp AC$, $AM \perp BC$ — висоти за умовою.



Для доведення розглянемо ΔAOK і ΔBOM — прямокутні ($\angle AKO = \angle BMO = 90°$), вони рівні за гіпотенузою і гострим кутом: $AO = BO$ за умовою, $\angle AOK = \angle BOM$ — вертикальні $\Rightarrow \angle KAO = \angle MBO$. Звідки маємо $BM = AK$.
Розглянемо ΔAMB і ΔAKB — прямокутні. $BM = AK$; $AM = BK$, так як $BO = OA$ і $OK = OM$ ($AM = AO + OM$; $BK = BO + OK$), тобто $\Delta AMB = \Delta AKB$ рівні за двома катетами. Звідки маємо $\angle A = \angle B$, тобто ΔABC — рівнобедрений, $AC = BC$. AB — основа. Доведено.

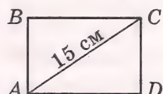
96. Нехай ΔABC і ΔBCD — прямокутні ($\angle ABC = \angle BCD = 90°$), $AC \parallel BD$. Довести: $\Delta ABC = \Delta DCB$.



Розглянемо ΔABC і ΔBCD — прямокутні, BC — катет спільний, так як $AC \parallel BD$ за умовою, то маємо $\angle ACB = \angle DBC$ — внутрішні різносторонні. Тобто $\Delta ABC = \Delta DCB$ за катетом і гострим кутом. Доведено.

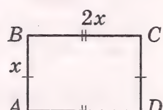
§ 4. Види паралелограмів

106. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. $AC = 15$ см — діагональ прямокутника. $P_{\Delta ABC} = 36$ см. Знайти: P_{ABCD} — ?

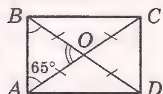


$P_{ABCD} = (AB + BC) \cdot 2$. Так як $P_{\Delta ABC} = 36$ см і враховуючи $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 36$ см, $AB + BC = 36 - 15$, тобто $AB + BC = 21$ см, $P_{ABCD} = 2 \cdot 21 = 42$ см.
Відповідь: $P_{ABCD} = 42$ см.

107. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. $P_{ABCD} = 36$ см. Нехай $AB = x$, $x > 0$; $BC = 2x$. Маємо рівняння $2(AB + BC) = 36$; $2(x + 2x) = 36$; $3x = 18$; $x = 6$.
Тобто $AB = 6$ см, $BC = 12$ см. *Відповідь*: 6 см; 12 см.

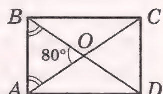


108. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, $\angle BAC = 65°$. Знайти: $\angle AOB$ — ?

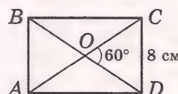


Враховуючи властивості діагоналей, маємо $AO = OC = BO = OC$, тобто ΔABO — рівнобедрений за означенням.
Тобто $\angle BAO = \angle ABO = 65°$, тому з ΔABO маємо $\angle AOB = 180° - 2 \cdot 65° = 180° - 130° = 50°$; $\angle BOC = 180° - 50° = 130°$ ($\angle AOB$ і $\angle BOC$ — суміжні).
Відповідь: 50°; 130°.

109. Нехай $ABCD$ — прямокутник, $\angle AOB = 80°$. Знайти: $\angle BAC$, $\angle OAD$ — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOB — рівнобедрений ($AC = BD$, $AO = OB$), тобто
$\angle BAC = (180° - 80°) : 2 = 100° : 2 = 50°$;
$\angle OAD = 90° - 50° = 40°$. *Відповідь*: 50° і 40°.

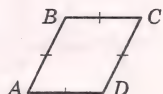


110. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, $CD = 8$ см, $\angle COD = 60°$. Знайти: AC — ?

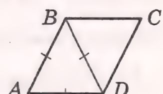


Для розв'язання задачі розглянемо ΔCOD — рівнобедрений за означенням, $OC = OD$, тобто $\angle OCD = \angle ODC = (180° - 60°) : 2 = 60° \Rightarrow \Delta COD$ — рівносторонній, так як всі кути рівні.
Тобто $CO = CD = 8$ см, маємо $AC = 2OC = 2 \cdot 8 = 16$ см.
Відповідь: 16 см.

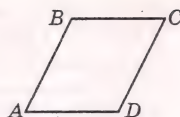
111. а) Нехай $ABCD$ — даний ромб. Нехай $\angle A = x$, $x > 0$, то $\angle B = x + 120°$. Враховуючи, що за властивостями кутів ромба маємо $\angle A + \angle B = 180°$, маємо рівняння $x + x + 120 = 180$; $2x = 60$; $x = 30$.
Тобто $\angle A = \angle C = 30°$ і $\angle B = \angle D = 150°$.
Відповідь: 30°; 150°; 30°; 150°.



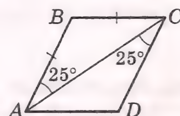
б) Нехай $ABCD$ — даний ромб. За умовою $AB = BD = AD$. Розглянемо ΔABD — рівносторонній за означенням, тобто $\angle A = \angle ABD = \angle ADB = 60°$.
Звідки $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 60° = 120°$.
Маємо $\angle A = \angle C = 60°$; $\angle B = \angle D = 120°$.
Відповідь: 60°; 120°.



112. а) Нехай $ABCD$ — даний ромб. За умовою сума двох кутів дорівнює 220°, так як $\angle A + \angle B = 180°$, то це може бути $\angle B$ і $\angle D$. $\angle B + \angle D = 220° : 2 = 110°$. Звідки $\angle A = 180° - 110° = 70°$. Тобто $\angle A = \angle C = 70°$. *Відповідь*: 70°; 110°.



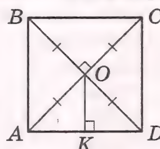
б) Нехай $ABCD$ — даний ромб, AC — діагональ, $\angle BAC = 25°$.



Розглянемо ΔABC — рівнобедрений за означенням. $\angle BAC = \angle BCA = 25°$. За властивостями діагоналей ромба маємо $\angle A = \angle C = 2 \cdot 25° = 50°$.

Тобто $\angle B = 180° - 50° = 130°$. Маємо $\angle B = \angle D = 130°$. *Відповідь*: 50°; 130°.

113. Нехай $ABCD$ — даний квадрат, AC і BD — діагоналі, O — точка перетину діагоналей, $P_{ABCD} = 40$ м. Знайти: OK — ?



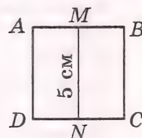
Розглянемо ΔAOD — прямокутний, рівнобедрений. За властивостями квадрата маємо $AO = OD$, $\angle AOD = 90°$. Тобто OK — медіана, висота.

Медіана прямокутного трикутника $OK = \dfrac{AD}{2}$.

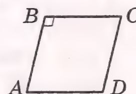
Знайдемо AD, враховуючи, що $P_{ABCD} = 40$ м, то $4AD = 40$; $AD = 10$ м.

Тобто $OK = \dfrac{10}{2} = 5$ м. *Відповідь*: 5 м.

114. Нехай $ABCD$ — даний квадрат. $MN = 5$ см; $M \in AB$; $N \in DC$; $MN \perp DC$; $MN \perp AB$. Тобто маємо $AD = MN$, так як $AD \parallel MN = BC$, $AB \parallel DC$, маємо $P_{ABCD} = 4 \cdot 5 = 20$ см. *Відповідь*: 20 см.

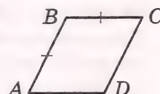


115. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $\angle B = 90°$. Довести: $ABCD$ — прямокутник.



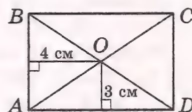
Розглянемо $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма $\angle A + \angle B = 180°$, то $\angle A = 90°$; враховуючи $\angle A = \angle C = 90°$ і $\angle B = \angle D = 90°$. Тобто всі кути прямі. Маємо $ABCD$ — прямокутник за означенням. Доведено.

116. Нехай $ABCD$ — паралелограм, $AB = CD$. Розглянемо $ABCD$ — ромб. Розглянемо $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма маємо $BC = AD$, $AB = CD$, то маємо $AB = BC = CD = AD$.



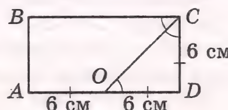
Тобто $ABCD$ — ромб за означенням. Доведено.

117. Розглянемо $ABCD$ — прямокутник. AC і BD — діагоналі, O — точка перетину діагоналей прямокутника. $ON = 3$ см, $OM = 4$ см. Знайти: P_{ABCD} — ?



Розглянемо $AMON$ — прямокутник за означенням. $ON \perp AD$, $OM \perp AB$, тобто $OM = AN = 4$ см і $AM = ON = 3$ см, тобто $P_{ABCD} = 2(AD + AB) = 2(2AN + 2AM) = 4(AN + AM) = 4 \cdot (4 + 3) = 4 \cdot 7 = 28$ см. *Відповідь*: 28 см.

118. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, CO — бісектриса, $AO = OD = \dfrac{AD}{2}$, $AD = 12$ см.



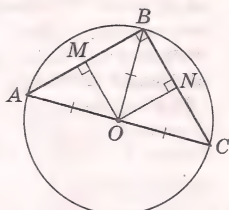
Знайти: P_{ABCD} — ?

Нехай CO — бісектриса, тому $\angle BCO = \angle OCD$.

$\angle BCO = \angle COD$ — внутрішні різносторонні, $BC \parallel AD$, OC — січна.

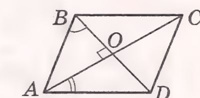
Тому ΔCOD — рівнобедрений за означенням. Маємо $OD = CD = 6$ см. Тобто $P_{ABCD} = 2(CD + AD) = 2 \cdot (12 + 6) = 2 \cdot 18 = 36$ см.
Відповідь: 36 см.

119. Нехай дано коло з центром O. AB і BC — хорди, $\angle ABC = 90°$. $OM \perp AB$, $ON \perp BC$; $OM = 5$ см, $ON = 3$ см. Знайти: AB і CD.



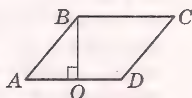
Розглянемо $MBNO$ — прямокутник за означенням. Тому $OM = BN = 5$ см, $MB = ON = 3$ см. Розглянемо ΔAOB і ΔBOC — рівнобедрені за означенням, $AO = BO = OC = R$, тобто OM і ON — висота і медіана за властивостями.
Звідки $AB = 2MB = 2 \cdot 5 = 10$ см; $BC = 2BK = 2 \cdot 3 = 6$ см.
Відповідь: 10 см; 6 см.

120. а) Нехай $ABCD$ — даний ромб. AC і BD — діагоналі. $\angle BAO : \angle ABO = 1 : 4$. Знайти: $\angle A$ і $\angle B$ — ?

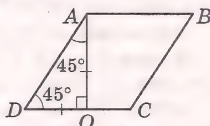


За властивостями ромба ΔAOB — прямокутний, $\angle AOB = 90°$.
Нехай $\angle BAO = k$, $k > 0$; $\angle ABO = 4k$, маємо $k + 4k = 90$; $5k = 90$; $k = 90 : 5$; $k = 18$, тобто $\angle BAO = 18°$, а $\angle ABO = 4 \cdot 18° = 72°$. Так як діагоналі ромба являються його бісектрисами, то маємо $\angle A = 2 \cdot 18° = 36°$, а $\angle B = 2 \cdot 72° = 144°$. Звідки $\angle A = \angle C = 36°$, а $\angle B = \angle D = 144°$.
Відповідь: 36°; 144°.

б) Нехай $ABCD$ — ромб, BO — висота, $BO < AB$ вдвічі за умовою. Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOB — прямокутний. За умовою $AB = 2BO$, то кут $\angle A = 30°$ (катет в два рази менше гіпотенузи, якщо лежить напроти кута в 30° в прямокутному трикутнику), тобто $\angle A = \angle C = 30°$, а $\angle B = \angle D = 180° - 30° = 150°$. *Відповідь*: 30°; 150°.



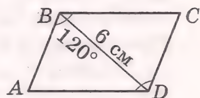
121. а) Нехай $ABCD$ — даний ромб, $AO \perp DC$ — висота. ΔDOA — рівнобедрений за умовою. Тобто $DO = OA$ і $\angle D = \angle DAO = 45°$. За властивостями ромба $\angle D = \angle B = 45°$.



Враховуючи, що $\angle D + \angle A = 180°$, то маємо $\angle A = 180° - 45° = 135°$, тобто $\angle A = \angle C = 135°$.
Відповідь: 45°; 135°; 45°; 135°.

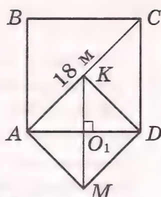
б) Нехай $ABCD$ — даний ромб, $AO \perp DC$ — висота, $DO = OC$. Знайти: кути ромба $\angle A$, $\angle D$ — ?
Розглянемо ΔADC: AO — висота, медіана за умовою. Тобто маємо ΔADC — рівнобедрений, $AD = AC$. Так як $ABCD$ — ромб, то $AD = DC$ і ΔADC — рівносторонній за означенням, $AD = AC = DC$. Тобто $\angle D = \angle DAC = \angle DCA = 60°$. За властивостями ромба $\angle D = \angle B = 60°$, а $\angle A = \angle C = 180° - 60° = 120°$. *Відповідь*: 60°; 120°.

122. Нехай $ABCD$ — даний ромб. $\angle B = 120°$, $BD = 6$ см — діагональ. Знайти: P_{ABCD} — ?



Знайдемо $\angle A$ ромба $ABCD$. За властивостями ромба $\angle A = 180° - \angle B = 180° - 120° = 60°$. Розглянемо ΔABD — рівнобедрений за означенням:
$AB = BD$, тобто $\angle ABD = \angle BDA = 60°$ (BD — бісектриса $\angle B$).
Тобто ΔABD — рівносторонній. Маємо $AB = BD = AD = 6$ см.
Звідки $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6 = 24$ см. *Відповідь*: 24 см.

123. Нехай $ABCD$ — квадрат, $AC = 18$ м — діагональ за умовою. $AKDM$ — квадрат, AD і KM — діагоналі. $AD = DC$. Знайти: P_{AKDM} — ?

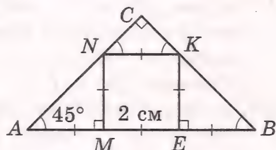


За властивостями квадрата маємо $AD = KM$, $\angle AO_1K = 90°$. $O_1K \perp AD$, $O_1K \parallel CD$. Точка K є серединою AC — діагоналі. O_1K — середня лінія ΔADC за означенням.

Тобто $AK = \dfrac{AC}{2}$, то $AK = 18 : 2 = 9$ м. $P_{AKDM} = 4 \cdot 9 = 36$ м.

Відповідь: 36 м.

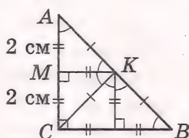
124. Нехай ΔACB — прямокутний, рівнобедрений за умовою. $\angle C = 90°$; $AC = BC$; $NMKE$ — вписаний квадрат, M і $E \in AB$, $N \in AC$, $K \in BC$, $ME = MN = 2$ см.



Знайти: AB — ?

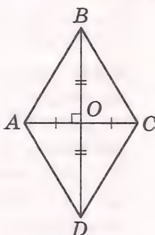
Розглянемо ΔAMN і ΔKEB — прямокутні: $\angle A = \angle B = 45°$, так як ΔACB — прямокутний рівнобедрений, то $\angle ANM = \angle BKE = 45°$ і ΔAMN і ΔKEB — прямокутні рівнобедрені. Маємо $AM = MN$ і $EB = KE$, тобто $AB = AM + ME + EB = 2 + 2 + 2 = 6$ см. *Відповідь*: 6 см.

125. Розглянемо ΔACB — прямокутний, рівнобедрений ($\angle C = 90°$). $CMKL$ — вписаний квадрат, $M \in AC$, $K \in AB$, $N \in BC$, $AC = BC = 4$ см. Знайти: P_{CMKN} — ?



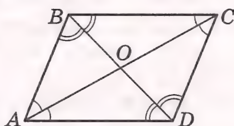
За умовою ΔACB — прямокутний, рівнобедрений, тобто $AB = BC = 4$ см, а $\angle A = \angle B = 45°$. Розглянемо ΔAMK і ΔKNB — прямокутні ($\angle AMK = \angle KNB = 90°$). Враховуючи, що $\angle MKA = \angle B$ як відповідні, так як $MK \parallel BN$, KN — січна, то маємо ΔAMK і ΔKNB — прямокутні рівнобедрені. $AM = MK$ і $KN = NB$. $\Delta AMK = \Delta KNB$ за двома катетами. Враховуючи, що $AC = BC$, $AM = MK$, $AC = AM + MC$, $MC = MK$, то $MC = AC : 2 = 4 : 2 = 2$ см. Звідки $P_{CMKN} = 4 \cdot 2 = 8$ см. *Відповідь*: 8 см.

126. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $\angle AOB = \angle BOC = 90°$. AC і BD — діагоналі. Довести: $ABCD$ — ромб.



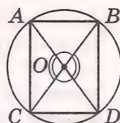
За властивостями діагоналей паралелограма маємо $AO = OC$ і $BO = OD$. Для доведення розглянемо ΔAOB і ΔBOC — прямокутні. Так як $AO = OC$, BO — спільна сторона, то $\Delta AOB = \Delta BOC$ за вдома катетами. Звідки $AB = BC$. За властивостями паралелограма $AB = CD$ і $BC = AD$ маємо $AB = BC = CD = AD$, тобто $ABCD$ — ромб за означенням. Доведено.

127. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, AC і BD — діагоналі, BD — бісектриса $\angle B$. Довести: $ABCD$ — ромб.



За умовою BD — бісектриса $\angle B$ і діагональ паралелограма. $\angle CBD = \angle ADB$, так як $BC \parallel AD$, BD — січна; $\angle CBD = \angle ABD$, $AB \parallel CD$, BD — січна. Розглянемо ΔABD і ΔBCD — рівнобедрені за властивостями, тобто $AB = AD$ і $BC = CD$, так як $AB = CD$ і $BC = AD$, то $AB = BC = CD = AD$. Враховуючи, що O — точка перетину діагоналей і за властивостями паралелограма $BO = OD$, то AO — медіана, бісектриса і висота ΔBAD. Тобто $\angle AOB = 90°$. Маємо $ABCD$ — ромб за означенням. Доведено.

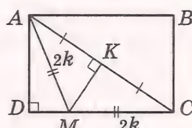
128. Нехай дано коло з центром O, AC і BD — діаметри цього кола. Довести: $ABCD$ — прямокутник.



Так як AC і BD — діагоналі чотирикутника і діаметри кола, то маємо $AC = BD$, $BO = OD = AO = OC = R$, тобто $ABCD$ — паралелограм за ознакою.

Розглянемо $\Delta AOB = \Delta DOC$ ($\angle AOB = \Delta DOC$ — вертикальні) за двома сторонами і кутом між ними. $\Delta AOD = \Delta BOC$ так же ($\angle AOD = \angle BOC$ — вертикальні), тобто маємо $AB = DC$, $AD = BC$, $AC = BD$, $AO = OB = OD = OC \Rightarrow ABCD$ — прямокутник за ознаками.

129. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, AC — діагональ, $AK = KC$, $MK \perp AC$, $DM : MC = 1 : 2$. Знайти: $\angle ADC$, $\angle DCK$, $\angle BAC$ і $\angle BCA$ — ?

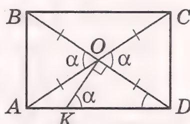


Проведемо додаткову побудову. З'єднаємо т. A і т. M і розглянемо ΔAMC, MK — медіана, висота і бісектриса $\angle M$ цього трикутника, тобто ΔAMC — рівнобедрений. Звідки $\angle MAC = \angle ACM$. $AM = MC = 2k$, $k > 0$ ($DM = k$, $k > 0$, $MC = 2k$).

Розглянемо ΔADM — прямокутний ($\angle ADM = 90°$), $AM = 2k$ — гіпотенуза, $DM = k$, то $\angle ADM = 30°$ (гіпотенуза в два рази більша, ніж катет), тому $\angle DMA = 60°$. $\angle DAM = \angle MAC + \angle MCA = 2\angle MAC = 60°$ — зовнішній кут ΔAMC, то $\angle MAC = 30°$. Маємо $\angle DAC = 30° + 30° = 60°$, а $\angle MCA = 30°$.

Відповідь: 30° і 60°.

130. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, AC і BD — діагоналі, $OK \perp BD$, $BO = OD$, $\angle OKD = \angle COD = \angle BOA = \alpha$. Знайти: α — ?

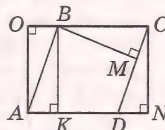


Для розв'язання задачі розглянемо ΔKOD — прямокутний за умовою ($\angle KOD = 90°$). $\angle OKD + \angle ODK = 90°$ (сума гострих кутів в прямокутному трикутнику). $\angle ODK = 90° - \alpha$. Розглянемо ΔCOD — рівнобедрений за означенням.

$OC = OD$, то $\angle OCD = \angle CDO \Rightarrow \angle OCD = (180° - \alpha) : 2 = 90° - \dfrac{\alpha}{2}$.

Так як $\angle ODK = 90° - \alpha$, маємо $\angle ODC = 90° - \angle KDO = 90° - (92° - \alpha) = \alpha$, тобто $\angle ODC = \angle OCD = \angle COD = \alpha$. Так як всі кути ΔCOD — рівні, то ΔCOD — рівносторонній, отже, $\angle OCD = 60° \Rightarrow \alpha = 60°$. *Відповідь*: 60°.

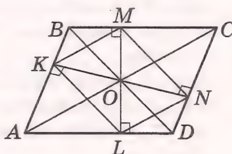
131. Нехай $ABCD$ — даний ромб. BK і BM — висоти, $BK \perp AD$, $BM \perp CD$. AO, CN — висоти, $AO \perp BC$, $CN \perp AD$. Довести: $BK = BM = AO = CN$.



Для доведення розглянемо прямокутні трикутники ΔAKB; ΔBMC; ΔCND і ΔAOB. Ці трикутники рівні, так як $AB = BC = AB = CD$. За властивостями ромба $\angle A = \angle C$, а кут $\angle KAB = \angle OBK$; $\angle NDC = \angle BCD$ — внутрішні різносторонні, $BC \parallel AD$, AB і CD — січні. Тобто $\Delta AOB = \Delta CND = \Delta AKB = \Delta BMC$ за гіпотенузою і гострим кутом. Звідки маємо $AO = BK = BM = CN$. Доведено.

Обернене твердження. Якщо всі висоти паралелограма рівні, то цей паралелограм — ромб.

132. Нехай $ABCD$ — даний ромб. AC і BD — діагоналі. O — точка перетину діагоналей. $OL \perp AD$; $ON \perp CD$; $OK \perp AB$; $OM \perp BC$.

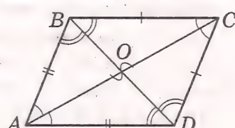


Довести: $KMNL$ — прямокутник.

Для доведення розглянемо ΔOMB, ΔONC, ΔOLD і ΔOKA — прямокутні.

O — точка перетину діагоналей ромба, тобто AO OC, $OB = OD$ (за властивостями діагоналей ромба). $\Delta AKO = \Delta CNO$ і $\Delta OLD = \Delta BMO$ за гіпотенузою і гострим кутом. Кути $\angle AOK = \angle CON$; $\angle BOM = \angle LOD$ — вертикальні. З рівності трикутників маємо $OK = ON$ і $OM = OL$, тобто $KMNL$ за ознакою є паралелограм. $KN = ML$ — висоти ромба рівні, то маємо $MO = OL = ON = OK$, тобто $KMNL$ — прямокутник за ознакою. Доведено.

133. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник, AC і BD — діагоналі чотирикутника, AC і BD — бісектриси відповідних кутів чотирикутника. Довести: $ABCD$ — ромб.



Нехай AC — діагональ і бісектриса, то маємо $\angle BAC = \angle CAD$ і $\angle DCA = \angle BCA$.

Для доведення розглянемо ΔABC і ΔADC. AC — спільна сторона $\angle BAC = \angle CAD$ і $\angle DCA = \angle BCA$, то трикутники рівні за стороною і двома прилеглими кутами. Тобто маємо $BC = CD$ і $AB = AD$.

Так як BD — бісектриса і діагональ відповідних кутів, то $\angle ABD = \angle DBC$ і $\angle ADB = \angle CDB$. Розглянемо ΔBAD і ΔBCD: вони рівні за стороною (BD – спільна сторона) і двома кутами. Тобто маємо $AB = BC$ і $AD = DC$. Так як в чотирикутнику $AB = BC = CD = AD$, то це ромб за означенням.

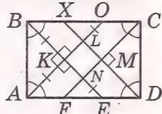
134. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AL; BN; DM; CN — бісектриси відповідних кутів паралелограма. $KLMN$ — отриманий чотирикутник при перетині цих бісектрис.



Довести: $KLMN$ — прямокутник.

Так як бісектриси сусідніх кутів паралелограма перетинаються під прямими кутами, то маємо, що всі кути даного чотирикутника дорівнюють 90°, тобто $KLMN$ — прямокутник ($\angle AKB = \angle LKN = 90°$ — вертикальні).

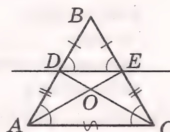
135. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. AL; CN; DL; BN — бісектриси відповідних кутів прямокутника. При перетині бісектрис отримали чотирикутник $KLMN$. Довести: $KLMN$ — квадрат. Враховуючи, що бісектриси сусідніх кутів перетинаються під прямими кутами, то маємо



$\angle AKB = \angle L = \angle M = \angle N = 90°$, то $\angle LKN = \angle KLM = \angle LMN = \angle MNK = 90°$ — вертикальні.

Розглянемо ΔAKB, ΔBKO і ΔAKE — прямокутні рівнобедрені. Так як $\angle BAK = \angle KAE = \angle ABK = \angle KBO = \angle BOK = \angle KEA = 45°$ (AK і BN — бісектриси). Розглянувши ΔXLO і ΔFNE — прямокутні рівнобедрені, маємо $NK = KL$, тобто $LM = MN$, то $KLMN$ — квадрат, так як $KL = LM = MN = KN$, $\angle K = \angle L = \angle M = \angle N = 90°$.

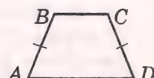
136. Нехай ABC — рівнобедрений трикутник, $AB = BC$, $DE \parallel AC$. Довести: а) $AE = DC$; б) $\angle B = 80°$. Знайти: кути $ADEC$.



а) Розглянемо ΔAEC і ΔCDA: $\angle A = \angle C$ — кути при основі рівнобедреного трикутника, AC — спільна сторона.

Враховуючи, що $\angle BDE = \angle BED = \angle A = \angle C$ — відповідні ($DE \parallel AC$), то ΔDBE — рівнобедрений, $BD = BE$, звідки $AD = EC$ ($BD = BC$). Маємо $\Delta AEC = \Delta CDA$ за двома сторонами і кутом між ними. Звідки $AE = DC$. Доведено.

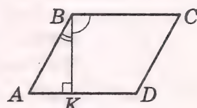
б) Так як $\angle B = 80°$, то $\angle A = \angle C = (180° - 80°) : 2 = 50°$. $\angle A + \angle ADE = 180°$ — внутрішні односторонні ($AC \parallel DE$), то $\angle ADE = 180° - 50° = 130°$. Тобто: $\angle A = \angle C = 50°$, а $\angle D = \angle E - 130°$.
Відповідь: 50°; 130°; 130°; 50°.



137. Цей чотирикутник $ABCD$ може бути рівнобічною трапецію за означенням. AD і BC — основи, $AD \parallel BC$, $AB = CD$ — бічні сторони.

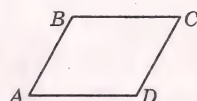
Задачі для підготовки до контрольної роботи № 1

1. Нехай $ABCD$ — даний ромб, BK — висота, $\angle CBK : \angle KBA = 2 : 1$.
Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ — ?



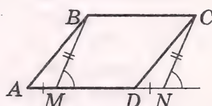
Нехай BK — висота паралелограма, то маємо $\angle AKB = \angle CBD = 90°$, то $\angle ABK = 45°$, враховуючи $\angle CBK : \angle KBA = 2 : 1$, тобто $\angle B = \angle D = 45° + 90° = 135°$, а $\angle A = \angle C = 180° - 135° = 45°$ (за властивостями паралелограма). *Відповідь*: 45°; 135°; 45°; 135°;

2. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $P_{ABCD} = 88$ см, а сума двох сторін дорівнює 48 см.
Знайти: AB, BC, CD, AD — ?



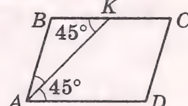
Так як $P_{ABCD} = 88$ см, то $2(AB + BC) = 88$, маємо $AB + BC = 44$ см.
Тому за умовою задачі $AD + BC = 44$, так як за властивостями паралелограма $AD = BC = 48 : 2 = 24$ см.
То $BC = 48 - AD = 44 - 24 = 20$ см.
Відповідь: 20 см і 24 см.

3. Розглянемо $MBCD$ — чотирикутник. Так як $\angle N = \angle M$ — відповідні, то $MB \parallel NC$, за умовою $BM = NC$, то $MBCN$ — паралелограм за ознакою. Тобто $BC \parallel MN$. Розглянемо ΔAMB і ΔDNC.



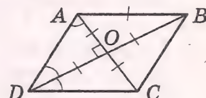
Маємо $AM = DN$, $BM = CN$ за умовою, а $\angle AMB = \angle DNC$, то трикутники рівні за двома сторонами і кутом між ними. Тобто $AB = CD$ і $BC = MN$.
Маємо $ABCD$ — паралелограм за ознакою. Доведено.

4. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, AK — бісектриса, $\angle BAK = \angle KAD$.
За умовою $\angle CKA : \angle BKA = 3 : 1$. Визначити вид паралелограма.



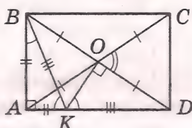
Нехай $\angle CKA = 3k$, $k > 0$, а $\angle BKA = k$, то враховуючи, що $\angle BKA + \angle CKA = 180°$ (суміжні), маємо рівняння: $k + 3k = 180$; $4k = 180$; $k = 180 : 4$; $k = 45°$, тобто $\angle BKA = 45°$, $\angle CKA = 3 \cdot 45° = 135°$. $\angle BKA = \angle KAD = 45°$ — внутрішні різносторонні, $BC \parallel AD$, AK — січна. То маємо $\angle BAK = \angle KAD = \angle BKA = 45°$. Звідки $\angle A = 90°$, то $\angle A = \angle C = 90°$ і $\angle B = \angle D = 90°$. $ABCD$ — прямокутник за означенням.

5. Нехай $ABCD$ — даний ромб. AC і BD — діагоналі, $\angle DAO = \angle ADO = \alpha$. Довести: $ABCD$ — квадрат.



Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOD — прямокутний ($\angle AOD = 90°$ за властивостями ромба).
Так як за умовою $\angle DAO = \angle ADO = \alpha$, то він прямокутний рівнобедрений, тобто $AO = OD$.
Так як $AO = OC$, а $DO = OB$ за властивостями ромба, то маємо $AO = OC = DO = OB$ і $AC = BD$. Звідки $ABCD$ — квадрат за ознаками, $AC = BD$, $AB = BC = CD = AD$.

6. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. AC і BD — діагоналі, $BO = OD$, $OK \perp BD$, $AK = CD = AB$.



Знайти: $\angle COD$ — ?

За властивостями прямокутника $OC = OD$, то ΔCOD — рівнобедрений, тобто $\angle OCD = \angle ODC$.

Так як за умовою ΔBAK — прямокутний і рівнобедрений, $AK = AB$, тобто $\angle ABK = \angle AKB = 45°$.

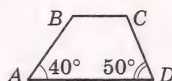
Розглянемо ΔBKD — рівнобедрений, так як OK — медіана і висота, тобто $\angle KBD = \angle BDK$ і $\angle AKB = \angle KBD + \angle BDK = 45°$ ($\angle AKB$ — зовнішній кут трикутника ΔBKD). Маємо

Розглянемо ΔDOC — рівнобедрений, $\angle ODC = \angle OCD$. Тобто $\angle ODC + \angle OCD = 2\angle ODC$, де $\angle ODC = 90° - \angle ODK$. З ΔCOD маємо $\angle COD = 180° - 2\angle ODC = 180° - 2 \cdot (90° - \angle ODK) =$

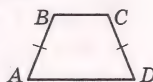
$= \cancel{180°} - \cancel{180°} + 2\angle ODK = 2\angle ODK = 45°$. *Відповідь*: 45°.

§ 5. Трапеція

147. а) Нехай дано трапецію $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle A = 40°$, $\angle D = 50°$, то враховуючи, що $\angle A + \angle B = 180°$, маємо $\angle B = 180° - 40° = 140°$; $\angle D + \angle C = 180°$, то маємо $\angle C = 180° - 50° = 130°$. *Відповідь*: 140°; 130°.

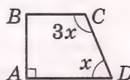


б) Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $AB = CD$; $AD \parallel BC$; $\angle A = 58°$, то маємо $\angle D = 58°$ (кути при основі рівнобічної трапеції рівні). Враховуючи $\angle A + \angle B = 180°$ (за властивостями трапеції), то маємо $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle B = 180° - 58° = 122°$, $\angle B = \angle D = 122°$.



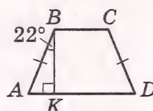
Відповідь: 58°; 122°; 122°; 58°.

в) Нехай $ABCD$ — прямокутна трапеція, $AD \parallel BC$. За умовою $\angle C > \angle D$ втричі. Нехай $\angle C = 3x$, $x > 0$; $\angle D = x$. Маємо $\angle C + \angle D = 180°$; $3x + x = 180$; $4x = 180$; $x = 45°$. Тобто $\angle D = 45°$; $\angle C = 3 \cdot 45° = 135°$.



Відповідь: 135°; 45°; 90°; 90°.

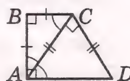
148. а) Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $AD \parallel BC$, BK — висота, $\angle ABK = 22°$. Для розв'язання розглянемо ΔAKB — прямокутний, $\angle K = 90°$.



Звідки $\angle A = 90° - 22° = 68°$, то $\angle D = 68°$ ($\angle A = \angle D$). Враховуючи $\angle A + \angle B = 180°$, маємо $\angle B = 180° - \angle A$; $\angle B = 180° - 68° = 112°$, $\angle C = \angle B = 112°$.

Відповідь: 68°; 112°; 112°; 68°.

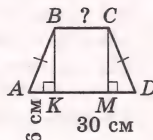
б) Нехай $ABCD$ — прямокутна трапеція, AC — діагональ, $AD \parallel BC$. ΔABC і ΔACD — прямокутні рівнобедрені за умовою. Тобто $\angle BAC = \angle BCA$. Маємо $\angle BCA = \angle CAB$ ($BC \parallel AD$, AC — січна) внутрішні різносторонні.



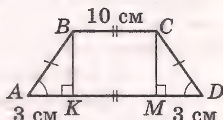
То маємо $\angle CAD = 45°$. Враховуючи, що ΔACD — рівнобедрений прямокутний за умовою, маємо $\angle CDA = \angle DAC = 45°$, то $\angle C = 180° - 45° = 135°$.

Відповідь: 45°; 135°; 90°; 90°.

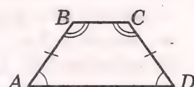
149. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, BK — висота, $AK = 6$ см, $KD = 30$ см. Для розв'язання задачі проведемо CM — висоту на AD. Маємо $\Delta AKB = \Delta DMC$ — прямокутні, $AB = CD$ за умовою, $\angle A = \angle D$ (за властивостями).



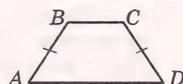
Трикутники рівні за гіпотенузою і гострим кутом. Тобто $AK = MD$. То маємо $MD = DK - AK = 30 - 6 = 24$ см. $KBCM$ — прямокутний. $BC = KM = 24$ см. *Відповідь*: 24 см.



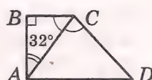
150. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $BC = 10$ см, $AK = 3$ см. Враховуючи, що $AK = MD$ ($\Delta AKB = \Delta CMD$ за гіпотенузою і гострим кутом), то маємо $AD = AK + KM + MD = 3 + 10 + 3 = 16$ см. *Відповідь*: 16 см.



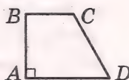
151. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$. Довести $\angle A + \angle C = 180°$, $\angle D + \angle B = 180°$.
Сума кутів будь-якого чотирикутника дорівнює 360°. То маємо $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$.
Враховуючи, що $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$ (кути при основі рівнобічної трапеції рівні), то маємо $2\angle A + 2\angle C = 360°$ або $2\angle B + 2\angle D = 360°$, звідки $\angle A + \angle C = 180°$ або $\angle B + \angle D = 180°$. Доведено.



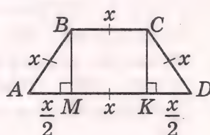
152. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AD \parallel BC$. За умовою $\angle B - \angle D = 80°$ ($\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$). То маємо $\angle A + \angle B = 180°$ ($AD \parallel BC$, AB — січна) внутрішні односторонні кути, то
$\angle B = \angle D + 80°$, то $\angle B = 180° - \angle D$ ($\angle D = \angle A$), $\angle D + 80° = 180° - \angle D$; $2\angle D = 100°$; $\angle D = 50°$. Звідки $\angle B = 50° + 80° = 130°$; $\angle C = 130°$.
Відповідь: 50°; 130°; 130°; 50°.



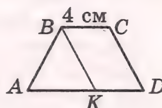
б) Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція, AC — діагональ та бісектриса $\angle C$ за умовою, тобто $\angle BCA = \angle ACD$, $\angle BAC = 35°$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔABC— прямокутний.
$\angle BCA = 90° - 35° = 55°$ ($\angle A + \angle BCA = 90°$). Звідки $\angle C = 2 \cdot \angle BCA = 2 \cdot 55° = 110°$; $\angle D = 180° - 110° = 70°$. *Відповідь*: 110°; 70°; 90°; 90°.



153. а) Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція, $AD \parallel BC$. За умовою $\angle C : \angle D = 3 : 2$. Нехай $\angle C = 3k$, $k > 0$; $\angle D = 2k$, то маємо $\angle C + \angle D = 180°$ ($BC \parallel AD$, CD — січна); $3k + 2k = 180$; $5k = 180$; $k = 36$. Тобто $\angle C = 3 \cdot 36° = 108°$; $\angle D = 2 \cdot 36° = 72°$. *Відповідь*: 108°; 72°; 90°; 90°.



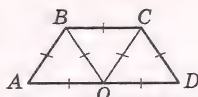
б) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, $BC < AD$ вдвічі. Для розв'язання задачі проведемо висоти з вершин тупих кутів на AD — BM і CK, $BM \perp AD$; $CK \perp AD$. Нехай $AB = BC = CD = x$, $x > 0$. То $AD = 2x$ (за умовою). Маємо: $AM = (AD - BC) : 2 = (2x - x) : 2 = \frac{x}{2}$.
Розглянемо ΔAMB — прямокутний ($\angle AMB = 90°$). Катет цього трикутника вдвічі менший за гіпотенузу, то $\angle ABM = \angle KCD = 30°$, то $\angle A = 90° - 30° = 60°$. $\angle A = 60°$, звідки $\angle D = \angle A = 60°$.
Враховуючи, що $\angle A + \angle B = 180°$ ($AD \parallel BC$, AB — січна, внутрішні односторонні), то маємо $\angle B = 180° - 60° = 120°$. $\angle C = \angle B = 120°$.
Відповідь: 60°; 120°; 120°; 60°.



154. а) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $BK \parallel CD$. Для доведення розглянемо чотирикутник $KBCD$. $BK \parallel CD$ за умовою, $BC \parallel AD$, то $BCDK$ — паралелограм за означенням.

б) $BC = 4$ см; $P_{\Delta ABK} = 11$ см; $P_{\Delta ABK} = AB + BK + AK$; так як $KBCD$ — паралелограм за означенням, то $BC = KD$; $BK = CD$, маємо:
$P_{ABCD} = AB + BC + CD + (AK + DK) = (AB + CD + AK) + (BC + DK) = 11 + 2 \cdot 4 = 11 + 8 = 19$ см. *Відповідь*: 19 см.

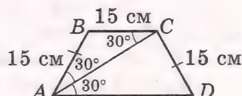
155. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, $AO = OD$ за умовою. ΔABO, ΔBCO, ΔCOD — рівносторонні за умовою. Тобто $\Delta ABO = \Delta BCO = \Delta COD$, маємо $AB = BC = CD = AO = OD$.



Враховуючи, що кути рівностороннього трикутника дорівнюють 60°, то маємо $\angle A = \angle D = 60°$. Звідки $\angle B = \angle C = 180° - 60° = 120°$.
Відповідь: 60°; 120°; 120°; 60°.

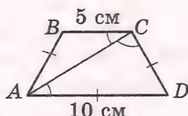
б) $P_{\Delta ABO} = 12$ м, то $P_{ABCD} = AB + BC + CD + 2AO = 5AB$ ($AB = BC = CD = AO = OD$). Враховуючи, що $3AB = 12$; $AB = 4$ см, то $P_{ABCD} = 5 \cdot 4 = 20$ см.
Відповідь: 20 см.

156. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, AC — діагональ трапеція і бісектриса $\angle A$, $BC = 15$ см, $\angle A = 60°$. За означенням бісектриси маємо $\angle BAC = \angle CAD = 30°$, $\angle BCA = \angle CAD = 30°$ ($BC \parallel AD$, AC — січна).

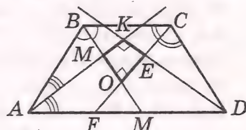


Маємо ΔABC — рівнобедрений, тобто $AB = BC = 15$ см. $\angle B = \angle C = 180° - 60° = 120°$ ($\angle A + \angle B = 180°$, $AD \parallel BC$), то $\angle ACD = \angle BCD - \angle BCA = 120° - 30° = 90°$. Тобто ΔACD — прямокутний, то $AD = 30$ см (гіпотенуза в два рази більше за катет прямокутного трикутника, який лежить напроти кута в 30°). Звідки маємо
$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 3 \cdot 15 + 30 = 45 + 30 = 75$ см.
Відповідь: 75 см.

157. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, AC — діагональ, бісектриса. $\angle BCA = \angle CAD$, $AD = 10$ см, $BC = 5$ см. Враховуючи, що $\angle BCA = \angle CAD$ — внутрішні різносторонні, так як $BC \parallel AD$, AC — січна, то маємо ΔACD — рівнобедрений, кути при основі рівні, тобто $CD = AD = 10$ см. Звідки
$P_{ABCD} = 2 \cdot AB + BC + AD = 2 \cdot 10 + 5 + 10 = 35$ см. *Відповідь*: 35 см.



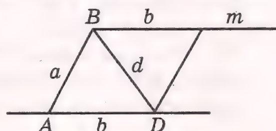
158. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$; BM, CF, AK, DE — бісектриси відповідних кутів $\angle B$, $\angle C$, $\angle A$ і $\angle D$. Довести $\angle BME = 90°$; $\angle CED = 90°$; $\angle KMO = 90°$; $\angle KEO = 90°$.
Для розв'язання задачі розглянемо ΔABM.



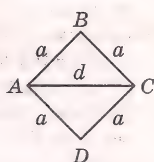
$$\angle AMB = 180° - (\angle BAM + \angle ABM) = 180° - \left(\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}\right) =$$

$$= 180° - \frac{\angle A + \angle B}{2} = 180° - \frac{180°}{2} = 90°$$ (враховуючи, що $\angle A + \angle B = 180°$, $BC \parallel AD$, AB — січна, внутрішні односторонні), тобто $\angle AMB = 90°$. Аналогічно $\angle CED = 90°$. Розглянемо $MKEO$ — чотирикутник, $\angle KMO = \angle BMA = 90°$ (вертикальні), $\angle KEO = \angle CED = 90°$ (вертикальні). Доведено.

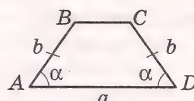
159. а) Нехай дано дві сторони паралелограма a і b і діагональ d.
Враховуючи, що діагональ ділить паралелограм на два рівних трикутника, то будуємо трикутник за трьома сторонами a, b і d.



Отримаємо вершини A, B, D. Через т. B проводимо $m \parallel AD$ і відкладаємо відрізок b. Отримаємо т. C. $ABCD$ — шуканий паралелограм. $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$ за побудовою, $AB = CD = a$; $AD = BC = b$, BD — діагональ.



б) Нехай дано сторону ромба a, діагональ d. Ромб складається з двох рівних рівнобедрених трикутників с основами d. Будуємо два трикутника за трьома сторонами (d, a, a) в обидві сторони відносно відрізка d. $ABCD$ — шуканий ромб. $AB = BC = CD = AD = a$, $AC = d$ — діагональ.



в) Нехай дано більшу сторону трапеції $AD = a$, бічну сторону $BC = AD = b$ і $\angle A = \angle D = \alpha$.

1) Побудуємо кут $\angle A = \alpha$ рівний даному.

2) На одній стороні кута відкладаємо відрізок $AD = a$, на другій стороні — відрізок $AB = b$, рівний даному.

3) Отримали вершини трапеції D і B.

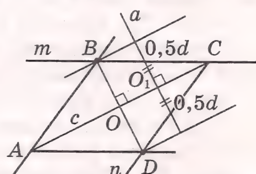
4) Будуємо кут $\angle D = \angle A = \alpha$ (кути при основі рівнобічної трапеції рівні).

5) На стороні кута відкладаємо відрізок $CD = b$ рівний даному.

6) Отримали т. C

7) Через т. B і т. C проводимо пряму $BC \parallel AD$.

$ABCD$ — шукана трапеція, $BC \parallel AD$, $\angle A = \angle C = \alpha$, $AD = a$, $AB = DC = b$ за побудовою.



160. а) Нехай дано діагональ d і протилежний кут α. Проводимо побудову.

1) Будуємо кут $\angle A = \alpha$.

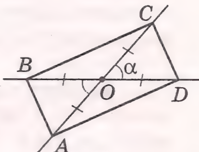
2) Проводимо бісектрису c кута α.

3) Дана діагональ перетинає бісектрису c під прямим кутом (за властивостями діагоналей ромба) і в точки перетину ділиться навпіл. Тому проводимо довільну пряму $a \perp c$ і в обидві сторони від прямої відкладаємо відрізок $0{,}5d$.

4) Через кінці отриманого відрізка проводимо прямі паралельні c до перетину зі сторонами кута α. Отримали вершини B і D. BD — дана діагональ d.

5) Через т. B проводимо $m \parallel AD$, через т. D проводимо $n \parallel AB$, т. C — точка перетину є вершиною ромба $ABCD$.

Ромб $ABCD$ — шуканий, $BD \perp AC$, $BD = d$ (за побудовою), AC — бісектриса кута $\angle A$, $\angle A = \alpha$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.



б) Нехай дано діагональ d і кут α між діагоналями прямокутника.

1) Будуємо кут α рівний даному.

2) Продовжуємо сторони кута α і відкладаємо рівні відрізки $OA = OB = OC = OD = \frac{d}{2}$ в різні сторони від вершини кута. Отримаємо точки A, B, C і D — вершини прямокутника ($AC = BD = d$).

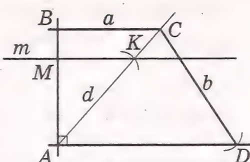
3) Послідовно з'єднаємо точки A, B, C, D. Отримали $ABCD$ — шуканий прямокутник. $AC = BD = d$. $AO = OB = OC = OD = \frac{d}{2}$, $\angle BOA = \alpha$.

в) Нехай дано $BC = a$, $CD = b$, $AC = d$ — діагональ прямокутної трапеції.

1) Будуємо $\angle A = 90°$.

2) На одній стороні фіксуємо довільну точку і проводимо пряму $m \parallel AD$.

3) На прямій m фіксуємо довільну т. K і з'єднуємо з т. A. Отримали промінь AK.



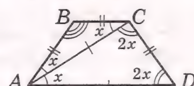
4) На промені AK відкладаємо відрізок $AC = d$.

5) Через т. C проводимо пряму $a \parallel m$. Отримали т. B — перетин прямих a і сторони кута $\angle A$, $\angle AKM = \angle ACB$ — відповідні ($MK \parallel BC$, KC — січна).

6) Проводимо коло з центром в т. C і $R = b$, яке перетинає сторону кута $\angle A$ в т. D.

$ABCD$ — шукана прямокутна трапеція, $BC \parallel AD$, $BC = a$, $AD = d$, $CD = b$.

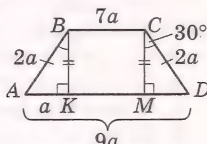
161. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AD \parallel BC$, $AD = CD$, AC — діагональ ΔABC і ΔACD — рівнобедрені за умовою, тобто $AB = BC$ і $AC = AD$.



Враховуючи, що $\angle A = \angle D$ і $\angle B = \angle C$ за властивостями трапеції.

Так як ΔABC — рівнобедрений, то маємо $\angle BAC = \angle BCA$, ΔDAC — рівнобедрений, то $\angle ACD = \angle CDA$. $BC \parallel AD$, AC — січна, то маємо $\angle BCA = \angle CAD$, то нехай $\angle CAD = x$, то $\angle D = 2x$. Враховуючи, що сума кутів ΔACB дорівнює $180°$, маємо $x + 2x + 2x = 180$; $5x = 180$; $x = 36$. Тобто $\angle A = \angle D = 2 \cdot 36° = 72°$; $\angle B = \angle C = 180° - 72° = 108°$. *Відповідь*: 72°; 108°; 108°; 72°.

162. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD = 2a$, трапеція рівнобічна, $BC = 7a$, $AD = 9a$.

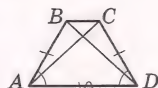


Для розв'язання задачі проведемо висоти з вершин B і C трапеції на сторону AD, $BK \perp AD$, $CM \perp AD$. $AK = (AD - BC) : 2 = (9a - 7a) : 2 = a$, ($AK = MD$, $\Delta AKB = \Delta CMD$ за гіпотенузою і катетом).

Розглянемо ΔAKB — прямокутний. Катет AK в два рази менше гіпотенузи AB, тобто $\angle ABK = 30°$, $\angle CDM = 30°$.

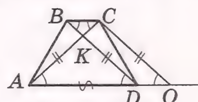
Враховуючи, що $\angle A = 90° - \angle ABK = 90° - 30° = 60°$, тобто $\angle A = \angle D = 60°$. Так як $\angle A + \angle B = 180°$, то маємо $\angle B = 180° - 60° = 120°$, тобто $\angle B = \angle C = 120°$. *Відповідь*: 60°; 120°; 120°; 60°.

163. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, AC і BD — діагоналі. Довести, що $AC = BD$.



Для доведення розглянемо ΔABD і ΔADC: AD — спільна сторона, $AB = CD$ — бічні сторони трапеції, $\angle A = \angle D$ — кути при основі рівнобічної трапеції, то $\Delta ABD = \Delta ADC$ за двома сторонами і кутом між ними. Тобто маємо $BD = AC$. Доведено.

б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $AC = BD$ — діагоналі. Довести $ABCD$ — рівнобічна трапеція, тобто $AB = CD$.

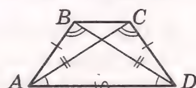


Для доведення проведемо пряму $CO \parallel BD$. Розглянемо чотирикутник $DBCO$ — паралелограм за означенням, $BC \parallel DO$, $BD \parallel CO$ за побудовою. Тобто маємо $AC = CO = BD$.

Розглянемо ΔACO — рівнобедрений за означенням, $\angle CAO = \angle COA$. Так як $BD \parallel CO$, то $\angle BDA = \angle COD$ — відповідні (AO — січна).

Розглянемо ΔCAD і ΔADB: AD — спільна, $BD = AC$ за умовою, $\angle CAD = \angle BDA$ — доведено. Тобто $\Delta CAD = \Delta ADB$ за двома сторонами і кутом між ними. Звідки маємо $AB = CD$. Доведено.

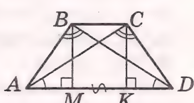
164. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$.



Довести: $\angle CAD = \angle BDA$, $\angle ABD = \angle ACD$.

Для доведення розглянемо ΔABD і ΔACD: AD — спільна сторона, $AB = CD$ — за умовою, $BD = AC$ (діагоналі рівнобічної трапеції рівні). Тобто $\Delta ABD = \Delta ACD$ за трьома сторонами. Звідки $\angle CAD = \angle BDA$; $\angle ABD = \angle ACD$. Доведено.

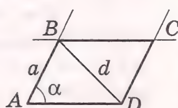
б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $\angle CAD = \angle BDA$. Довести, що $ABCD$ — рівнобічна трапеція, тобто $AB = CD$.



Для доведення проведемо висоти з вершин тупих кутів, $BM \perp AD$, $CK \perp AD$.

Розглянемо ΔBMD і ΔCKA. $\angle CAK = \angle BDM$ за умовою, $BM = CK$ як висоти трапецій, тобто $\Delta BMD = \Delta CKA$ за катетом і гострим кутом. Звідки маємо, що $BD = AC$, тобто діагоналі трапеції рівні. Якщо діагоналі рівні, то трапеція рівнобічна, тобто $AB = CD$. Доведено.

165. а) Нехай дана a — сторона паралелограма, d — діагональ, α — кут, протилежний діагоналі.



Аналіз. Можна побудувати ΔABD за двома сторонами і кутом протилежним одніеї із сторін. Маємо три вершини паралелограм. Побудувати $\Delta CDB = \Delta ABD$.

Побудова.

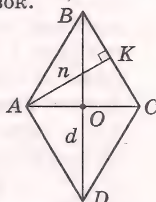
1) Побудуємо $\angle A = \alpha$. На одній із сторін відкладаємо відрізок $AB = a$. Маємо т. B. На другій стороні кута зробимо засічку, $BD = R$ — центр кола.

2) З'єднаємо точки B і D.

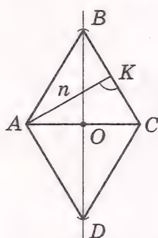
3) Через т. B і т. D проводимо прямі m і n, $m \parallel AD$, $n \parallel AB$.

$ABCD$ — шуканий паралелограм, за означенням $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $\angle A = \alpha$, $BD = d$ — діагональ. Задача має єдиний розв'язок.

б) Нехай d — діагональ ромба, h — його висота.



Аналіз. Можна побудувати ΔAKC — прямокутний, $AC = d$ — гіпотенуза і $AK = h$ — катет. Маємо дві вершини ромба A і C. Відрізок AC поділити навпіл і провести серединний перпендикуляр BD ($BO = OD$).



Побудова.

1) Будуємо ΔAKC — прямокутний, $AC = d$; $AK = h$.

2) Ділимо відрізок AC навпіл, $AO = OC$ і проводимо $m \perp AC$.

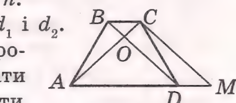
3) Прямі KC і m перетинаються в т. B.

4) Відкладаємо $OD = OB$ на прямій m.

5) З'єднаємо точки A, B, C і D.

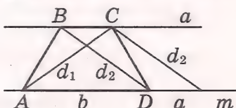
$ABCD$ — шуканий ромб, $AC = d$, $AK = h$, AC і BD — діагоналі, перетинаються під прямим кутом. Задача має єдиний розв'язок. $AC > AK$, тобто $d > h$.

в) Нехай дано основи трапеції a і b і діагоналі d_1 і d_2.



Аналіз. Будуємо трапецію $ABCD$ — довільну. Проведемо діагоналі AC і BD. ΔBCD можна побудувати і побудувати паралелограм $BCMD$. Якщо провести $CM \parallel BD$, то $BC = DM$, $BD = CD$, $AM = AD + DM = AD + BC$. Розглянемо ΔACM — дві сторони рівні діагоналям, а третя сторона дорівнює сумі основ трапеції.

Побудова.

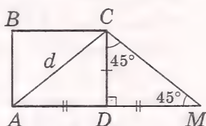


1) На довільній прямій m відкладаємо відрізки $AD = b$ і $DM = a$.

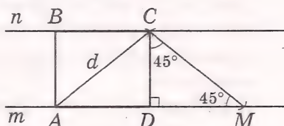
Маємо $AM = b + a$.

2) Будуємо ΔACM за трьома сторонами d_1; d_2 і $(b + a)$. Отримаємо т. C.
3) Точки A, D і C — вершини шуканої трапеції.
4) Для побудови четвертої вершини B проводимо через т. C пряму $n \parallel m$. Відкладаємо $CB = a$.
5) З'єднаємо т. B і т. D.
$ABCD$ — шукана трапеція, $BC \parallel AM$, $BC = DM = a$ за побудовою, $BCMD$ — паралелограм і $BD = CM = d_2$. $AC = d_1$, $AD = BD$.
$ABCD$ — шукана трапеція. Задача має єдиний розв'язок, якщо можна побудувати ΔACM, тобто $(d_2 - d_1) < a + b < d_2 + d_1$.

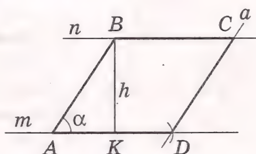
166. а) Нехай P_{ABCD} — даний периметр прямокутника, d — діагональ.



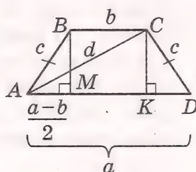
Аналіз. Нехай $ABCD$ — даний прямокутний, ΔCDM — прямокутний рівнобедрений. $AM = AD + DC$, тобто $P_{ABCD} : 2$ — полупериметр.
ΔACD — прямокутний, $AC = d$ — гіпотеруза і діагональ $ABCD$; $AD + CD = P : 2$.
Побудова.



1) Проводимо довільну пряму m.
2) Відкладаємо від довільної т. A відрізок $P : 2$. Отримаємо т. M.
3) Будуємо кут $\angle M = 45°$.
4) Будуємо коло з центром в т. A і $R = d = AC$. Маємо т. C.
4) З точки C проводимо перпендикуляр на AM, $CD \perp AD$, отримаємо т. D.
5) Проводимо пряму n через т. C, $n \parallel m$. Маємо т. B.
$ABCD$ — прямокутний за побудовою, $AC = d$, $AD + DC = P : 2$. $ABCD$ — шуканий. Задача має єдиний розв'язок.
б) Нехай h — висота ромба (у ромба всі висоти рівні), α — даний гострий кут ромба.
Аналіз. Нехай $ABCD$ — шуканий ромб. ΔAKB — прямокутний, $AK = h$ — катет, $\angle B = \alpha$, будуємо за катетом і гострому куту. Отримаємо дві вершин ромба A і B. Точку C отримаємо, відклавши від т. B відрізок $BC = AB$. Через т. A проводимо пряму $\parallel BC$, $DC \parallel AD$.
Побудова.



1) Будуємо ΔABK — прямокутний, за катетом $BK = h$ і $\angle A = \alpha$ — гострому куту.
2) Проводимо пряму m через т. A і т. K.
3) Відкладаємо відрізок $AD = AB$.
4) Через т. D проводимо пряму $a \parallel AB$.
5) Через т. B проводимо пряму $n \parallel m$.
$ABCD$ — шуканий ромб. $\angle A = \alpha$, $BK = h$ за побудовою $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD$ за побудовою, тобто $AB = BC = CD = AD$.
в) Нехай $(a - b)$ — різниця довжин основ трапеції, c — бічна сторона, d — діагональ. Трапеція рівнобічна.



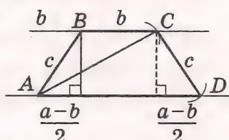
Аналіз. Нехай $ABCD$ — шукана трапеція. $AD = a$, $BC = b$, $AB = CD = c$, $AC = d$ — діагональ,

$AM = KD = \dfrac{a-b}{2}$.

Можна побудувати ΔAMB — прямокутний за гіпотенузою $AB = c$, $AM = \dfrac{a-b}{2}$. Отримаємо дві вершини A і B. Провести пряму AD через

т. B, пряму паралельну AD і провести коло $R = AC$, центр в т. A. Отримати т. C. Провести коло $R = c = CD$ з центром в т. C.

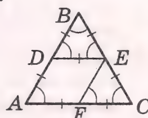
Побудова.



1) Будуємо ΔAMD — прямокутний за гіпотенузою і катетом $AM = \frac{a-b}{2}$ (відрізок $(a-b)$ поділили навпіл). Отримали точки A і B.
2) Проводимо пряму b через т. B, $b \parallel AM$.
3) Проводимо коло з центром в т. A і $R = AC = d$. Отримали т. C.
4) З точки C проводимо коло з центром в т. C, $R = CD = c$. Маємо т. D.
5) З'єднаємо точки C і D, A і D. Отримаємо $ABCD$ — трапецію. $AD \parallel BC$ за побудовою, $AB = CD = c$, $AC = d$ — діагональ, $AM = KD = \frac{a-b}{2}$.

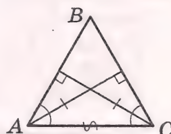
Задача має єдиний розв'язок для будь-яких c, a і $(a-b)$.

167. Нехай ΔABC — даний рівносторонній трикутник, тобто $AB = BC = AC$. D, E, F — середини відповідних сторін трикутника AB, BC, AC.



Для доведення маємо, що $AD = DB = BE = EC = FC = AF$, так як ΔABC за умовою рівносторонній. Тобто $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. ΔDBE і ΔFEC — рівносторонні, так як $\angle A = \angle BDE$, а $\angle C = \angle BED$ ($DE \parallel AC$, $EF \parallel AD$) відповідно, то маємо $DE = BD = BE$ і $EF = EC = FC$, звідки $AD = DE = EF = AF$, тобто $ADEF$ — ромб за означенням. Ромби: $FDBE$ і $FDEC$.

168. Нехай ΔABC — даний трикутник, де AD і CE — висоти, $AD \perp BC$, $EC \perp AB$, $AD = EC$.



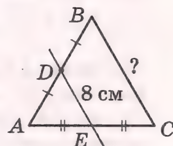
Для доведення розглянемо ΔADC і ΔCED — прямокутні. $AD = EC$ за умовою, AC — спільна сторона гіпотенуза, тобто маємо $\Delta ADC = \Delta CED$ за гіпотенузою і катетом.

З рівності трикутників маємо $\angle A = \angle C$, тобто ΔABC — рівнобедрений, так як кути при основі рівні, що і потребувалося довести, $AB = BC$. Доведено.

§ 6. Теорема Фалеса. Середні лінії трикутника і трапеції

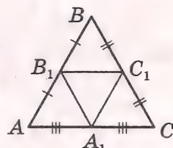
178. а) $x = 4$; б) $x = 8$. *Відповідь*: а) 4; б) 8.

179. Нехай ΔABC — даний трикутник, $DE \parallel BC$, $DE = 8$ см, $AD = DB$. Якщо $AD = BD$, то $AE = EC$ за теоремою Фалеса. Тобто DE — середня лінія ΔABC за означенням; $DE = \frac{1}{2}BC$; $BC = 2 \cdot 8 = 16$ см.



Відповідь: 16 см.

180. Нехай дано ΔABC: $AB = 12$ см, $BC = 16$ см, $AC = 20$ см. За умовою $AB_1 = B_1B$; $BC_1 = C_1C$; $AA_1 = A_1C$. Відрізки B_1C_1; A_1C_1 і A_1B_1 — середні лінії за означенням.

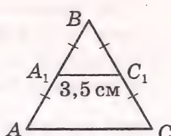


Тобто маємо $B_1C_1 = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$ см;

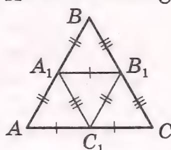
$A_1C_1 = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ см; $A_1B_1 = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$ см.

Відповідь: 6 см; 8 см; 10 см.

181. Нехай ΔABC — рівносторонній, $AB = BC = AC$; A_1C_1 — середня лінія ΔABC; $A_1C_1 = 3{,}5$ см. Звідки маємо $A_1C_1 = \frac{1}{2}AC$, тобто $AC = 2A_1C_1 = 2 \cdot 3{,}5 = 7$ см. $P_{\Delta ABC} = 3AB = 3 \cdot 7 = 21$ см. *Відповідь*: 21 см.



182. Нехай дано ΔABC; A_1B_1; B_1C_1; A_1C_1 — середні лінії ΔABC.



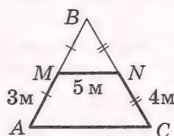
Довести: $\Delta AA_1C = \Delta A_1B_1C_1 = \Delta C_1CB = \Delta A_1B_1B$.

За властивостями середньої лінії трикутника маємо

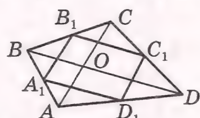
$A_1B_1 = \frac{1}{2}AC = C_1C = AC_1$; $B_1C_1 = \frac{1}{2}AB = AA_1 = A_1B$;

$A_1C_1 = \frac{1}{2}BC = BB_1 = B_1C$; то маємо $\Delta AA_1C = \Delta A_1B_1C_1 = \Delta C_1B_1C = \Delta A_1B_1B$ за трьома сторонами. Тобто середні лінії трикутника поділили його на чотири рівні трикутника.

183. Нехай ΔABC — даний, MN — середня лінія трикутника ΔABC. $MN = 5$ м, $AM = 3$ м, $NC = 4$ м. Враховуючи властивість середньої лінії, маємо $AC = 2MN = 2 \cdot 5 = 10$ м. За означенням середньої лінії $AM = MB = 3$ м, тобто $AB = 6$ м. $NC = NB = 4$ м. Звідки $BC = 8$ м. Маємо $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 6 + 8 + 10 = 24$ см. *Відповідь*: 24 см.



184. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник, AC і BD — діагоналі, $AC = 18$ см, $BD = 22$ см.

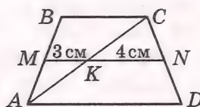


Нехай $A_1B_1C_1D_1$ — побудований паралелограм, де $BB_1 = B_1C$; $CC_1 = C_1D$; $AD_1 = D_1D$; $AA_1 = A_1B$. Розглянемо ΔABC і ΔACD. $A_1B_1 \parallel AC \parallel C_1D_1$; A_1B_1 і C_1D_1 — середні лінії за означенням ΔABC і ΔACD відповідно. Тобто $A_1B_1 = C_1D_1 = \frac{1}{2}AC = 9$ см. Розглянемо ΔABD і ΔBDC. Маємо $B_1C_1 \parallel BD \parallel A_1D_1$, де B_1C_1 і A_1D_1 — середні лінії за означенням, тобто $B_1C_1 = A_1D_1 = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 22 = 11$ см.

Тому маємо $P_{A_1B_1C_1D_1} = 2(A_1B_1 + B_1C_1) = 2 \cdot (9 + 11) = 2 \cdot 20 = 40$ см.

Відповідь: 40 см.

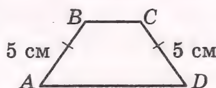
185. а) $m = \frac{a+b}{2} = \frac{8+12}{2} = 10$ см.



б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, MN — середня лінія, AC — діагональ, $MK = 3$ см, $KN = 4$ см. Розглянемо ΔBCA, враховуючи, що MK — середня лінія трикутника ΔABC за означенням, маємо $BC = 2MK = 2 \cdot 3 = 6$ см. Розглянемо ΔACD, враховуючи, що KN — середня лінія ΔACD, маємо $AD = 2KN = 2 \cdot 4 = 8$ см. *Відповідь*: 6 см; 8 см.

186. а) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, рівнобічна. $AB = CD = 5$ см. $P_{ABCD} = 26$ см. Враховуючи, що $P_{ABCD} = 2AB + BC + AD$, маємо:

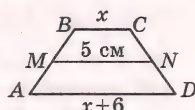
$2 \cdot 5 + AD + BC = 26$; $AD + BC = 16$, то



$m = \frac{AD + BC}{2} = \frac{16}{2} = 8$ см — шукана середня лінія трапеції.

Відповідь: 8 см.

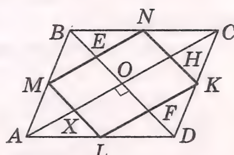
б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $MN = 5$ см — середня лінія трапеції. Враховуючи, що за умовою AD на 6 см більше BC, то нехай $BC = x$, $x > 0$; $AD = (x + 6)$ см. За властивістю середньої лінії трапеції маємо



$MN = \frac{BC + AD}{2}$; $BC + AD = 10$; $x + x + 6 = 10$; $2x = 4$; $x = 2$. Тобто $BC = 2$ см, $AD = 8$ см. *Відповідь*: 2 см; 8 см.

187. Нехай $ABCD$ — даний ромб, AC і BD — діагоналі, $M \in AB$, $N \in BC$, $K \in CD$, $L \in AD$.

За умовою $AM = MB = BN = NC = CK = KD = AL = LD$ ($AB = BC = CD = AD$). Тобто для доведення розглянемо ΔABC і ΔACD, $MN \parallel AC \parallel LK$, MN — середня лінія ΔABC, LM — середня лінія ΔACD за означенням, $MN = LK$; MN і NK — середні лінії ΔABD і ΔBDC відповідно.

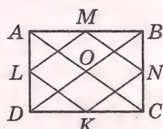


$ML \parallel BD \parallel KN$; $ML = NK = \frac{1}{2}BD$.

Враховуючи, що $NH \perp OC$, $MX \perp AO$, $KH \perp OC$, $LX \perp AO$, то маємо, що $\angle M = \angle N = \angle K = \angle L = 90°$. Тобто $MNKL$ — прямокутник за означенням (враховуючи, що $\angle BOC = \angle COD = \angle AOD = \angle AOB = 90°$ за властивістю діагоналей ромба). Доведено.

188. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. M, N, K і L — середини відповідних сторін прямокутника AB, BC, CD і AD відповідно.

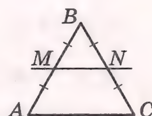
Розглянемо ΔDAB і ΔDBC. ML і NK — середні лінії за означенням, $ML = NK = \frac{1}{2}BD$.



Розглянемо ΔADC і ΔABC. LK і MN — середні лінії за означенням, тобто $MN = KL = \frac{1}{2}AC$. Враховуючи властивість прямокутника, що $AC = BD$, то маємо $LM = MN = NK = LK$, тобто $LMNK$ — ромб за означенням ($LM \parallel NK \parallel BD$ і $LK \parallel AC \parallel MN$).

189. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $M \in AB$, $N \in BC$, $AM = MB$, $BN = NC$, $MN \parallel AC$.

$P_{\Delta ABC} = 26$ см. $\frac{AC}{AB} = \frac{5}{4}$.



Враховуючи, що MN — середня лінія ΔABC за означенням, маємо $MN = \frac{1}{2}AC$. Означимо $AC = 5k$, $AB = 4k$, $MN = 2{,}5k$, де $k > 0$ — коефіцієнт пропорційності.

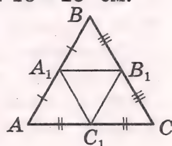
Враховуючи, що $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 2AB + AC$, то маємо: $2 \cdot 4k + 5k = 26$; $13k = 26$; $k = 26 : 13 = 2$. Звідки $AC = 10$ см, $AB = 8$ см, $MN = 5$ см.

$P_{AMNC} = AM + MN + NC + AC = \frac{8}{2} + 5 + \frac{8}{2} + 10 = 4 + 4 + 15 = 23$ см.

Відповідь: 23 см.

190. Нехай ΔABC — даний. A_1B_1; B_1C_1 і A_1C_1 — середні лінії трикутника за умовою. $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 4 : 5 : 6$. $P_{\Delta ABC} = 60$ см.

Знайти: AB, BC і AC.



За властивістю середній лінії маємо:

$A_1B_1\frac{1}{2}AC$; $B_1C_1 = \frac{1}{2}AB$ і $A_1C_1 = \frac{1}{2}BC$, тобто $AC = 2A_1B_1$; $AB = 2B_1C_1$; $BC = 2A_1C_1$. Нехай $A_1B_1 = 4k$, $B_1C_1 = 5k$, $A_1C_1 = 6k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то маємо

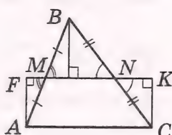
$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 2A_1B_1 + 2B_1C_1 + 2A_1C_1 = 2(A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1) = 2(4k + 5k + 6k) = 60$; $15k = 30$; $k = 2$.

Звідки: $A_1B_1 = 8$ см, $B_1C_1 = 10$ см, $A_1C_1 = 12$ см.

Тобто $AB = 2 \cdot 8 = 16$, $BC = 2 \cdot 10 = 20$ см, $AC = 2 \cdot 12 = 24$ см.

Відповідь: 16 см; 20 см; 24 см.

191. Для розв'язання задачі побудуємо ΔABC, де MN — середня лінія (прямолінійна траса). Вершини трикутника A, B і C — дома. Довести, що точки A, B і C рівновіддалені від MN, тобто від траси.



Нехай дано ΔABC, MN — середня лінія, $AM = MB$, $BN = NC$. Проведемо перпендикуляр з вершин ΔABC на MN, то $AF \perp MN$, $CK \perp MN$, $BO \perp MN$.

Розглянемо ΔBON і ΔCKN — прямокутні, $BN = NC$, $\angle BNO = \angle CNK$ — вертикальні, тобто $\Delta BON = \Delta CKN$ за гіпотенузою і гострим кутом. Звідки $BO = KC$.

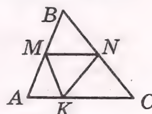
Розглянемо ΔAFM і ΔMOB — прямокутні. $AM = MB$, $\angle AMF = \angle BMO$ — вертикальні, тобто $\Delta AFM = \Delta MOB$ за гіпотенузою і гострим кутом. Звідки $AF = BO$. Отже, $AF = BO = KC$, тобто вершини ΔABC рівновіддалені від MN, тобто дома рівновіддалені від траси, що і потребувалось довести. Доведено.

192. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = CD$. K, M, N, L — середини відповідних сторін трапеції, тобто $AK = KB$, $BM = MC$, $CL = LD$, $AN = ND$. Довести: $ABCD$ — ромб.

Враховуючи, що KL — середня лінія трапеції за означенням, KM — середня лінія ΔABC, LM — середня лінія ΔACD, ML — середня лінія ΔBCD, KN — середня лінія ΔABD, маємо: $KM = \frac{1}{2}AC$; $LM = \frac{1}{2}BD$; $LM = \frac{1}{2}AC$; $KN = \frac{1}{2}BD$. За умовою $ABCD$ — рівнобічна трапеція, то $AC = BD$, маємо $KM = LM = LN = KN = \frac{1}{2}AC$ або $\frac{1}{2}BD$. Тобто сторони чотирикутника рівні ($KM \parallel AC \parallel NL$; $ML \parallel BD \parallel KN$) і паралельні, то $ABCD$ — ромба за означенням. Доведено.

193. Нехай дано три точки M, N і K, які є серединами сторін ΔABC.

Аналіз. Враховуючи, що M, N і K — середини відповідних сторін ΔABC, то MN, NK, MK — середні лінії ΔABC, тобто за властивістю $MN \parallel AC$, $NK \parallel AB$, $MK \parallel BC$.



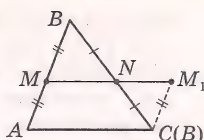
Побудова.

1) Нехай дано три точки M, N і K, які не лежать на одній прямій.
2) З'єднаємо ці точки, отримаємо ΔMNK.
3) Проведемо прямі $AB \parallel NK$, $AC \parallel MN$ і $BC \parallel MK$.
4) Прямі AB, AC і BC перетинаються в трьох точках.

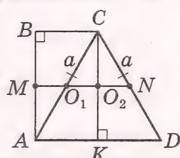
ΔABC — шуканий.

В ΔABC: MN, NK і MK — середні лінії. $AM = MB$; $BN = NC$; $AK = KC$.

194. Нехай дано ΔABC. Проведемо MN — середня лінія ΔABC, тобто $AM = MB$, $BN = NC$. Розрізаємо ΔABC по середній лінії. Маємо $B \to C$, $M \to N$, отримали $AMNC$ — паралелограм за властивостями. $AM \parallel M_1C$; $MM_1 \parallel AC$; $BM = CM_1 = AB$.



195. Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція. AC — діагональ. ΔACD — рівносторонній, тобто $AC = CD = AD = a$. ΔABC — прямокутний, $AC = a$ (гіпотенуза). Знайти: MN — середню лінію.



Для розв'язання задачі проведемо висоту трапеції з вершини C на AD, $CK \perp AD$. $AK = KD = \frac{a}{2}$ (CK — висота і медіана ΔACD).

$ACBK$ — прямокутник за означенням. Тобто маємо $BC = AK = MO_2 = \frac{a}{2}$.

O_2N — середня лінія ΔCKD — прямокутного за означенням

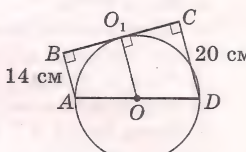
$O_2N = \frac{1}{2}KD = \frac{a}{4}$. Звідки $MN = \frac{AD + BC}{2} = \frac{a + \frac{a}{2}}{2} = \frac{3}{4}a = 0{,}75a$ або

$MN = MO_2 + O_2N = \frac{a}{2} + \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a = 0{,}75a$.

Для розв'язання задачі ми провели діагональ AC. Якщо провести діагональ BD, то ми не отримуємо рівносторонній трикутник, $BD > AC$.

Відповідь: $0{,}75a$.

196. Нехай дано коло з центром O, a — дотична до кола $AB \perp a$, $DC \perp a$, $OO_1 \perp a$, $OO_1 = r$. $AB = 14$ см, $DC = 20$ см. Знайти: AD — ?



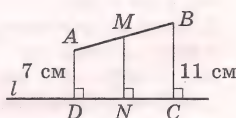
Для розв'язання задачі розглянемо $ABCD$ — прямокутну трапецію. $AB \parallel CD \parallel OO_1$, $\angle B = \angle C = 90°$, OO_1 — середня лінія за означенням $AO = OB$, то $BO_1 = O_1C$ (за теоремою Фалеса),

$OO_1 = r$, тобто $OO_1 = \frac{AB + CD}{2} = \frac{20 + 14}{2} = 17$ см.

Звідки $AB = 2OO_1 = 2r = 34$ см.

Відповідь: 34 см.

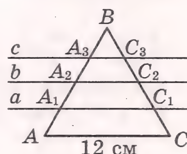
197. Нехай дано пряму l, $AD \perp l$, $AD = 7$ см, $BC \perp l$, $BC = 11$ см, $AM = MB$, $MN \perp l$. Знайти: MN — ?



Для розв'язання задачі розглянемо $ABCD$ — прямокутна трапеція за означенням, MN — середня лінія трапеції за означенням, $MN \parallel AD \parallel BC$, $AM = MB$, то $DN = NC$ (за теоремою Фалеса). За властивістю середньої лінії трапеції маємо $MN = \frac{AD + BC}{2} = \frac{7 + 11}{2} = 9$ см.

Відповідь: 9 см.

198. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений; $AB = BC$. $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3B$; $CC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3B$; $a \parallel b \parallel c \parallel AC$; $AC = 12$ см. Знайти: A_1C_1; A_2C_2; A_3C_3 — ?



Враховуючи, що ΔABC — рівнобедрений за умовою, $AB = BC$, що $a \parallel b \parallel c \parallel AC$, то ці прямі відтинають на сторонах трикутника ΔABC рівні відрізки (за теоремою Фалеса). Тобто A_2C_2 — середня лінія ΔABC, A_3C_3 — середня лінія ΔA_2BC_2 і A_1C_1 — середня лінія трапеції AA_2C_2C за означенням.

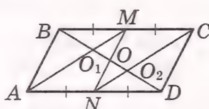
За властивістю середньої лінії трикутника маємо, що

$$A_2C_2 = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\cdot 12 = 6 \text{ см}; \quad A_3C_3 = \frac{1}{2}A_2C_2 = \frac{1}{2}\cdot 6 = 3 \text{ см};$$

$$A_1C_1 = \frac{AC + A_2C_2}{2} = \frac{12+6}{2} = 9 \text{ см}.$$

Відповідь: 3 см; 6 см; 9 см.

199. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $BM = MC$, $AN = ND$, $M \in BC$, $N \in AD$, BD — діагональ. Довести: $BO_1 = O_1O_2 = O_2D$.



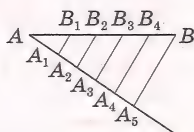
Для доведення розглянемо $ABCD$ — паралелограм. За властивостями паралелограма $BC = AD$.

За умовою $BM = MC$ і $AN = ND$, тобто $BM = MC = AN = ND$, тобто чотирикутник $AMCN$ — паралелограм за означенням.

Розглянемо $\angle ADB$: $AN = ND$ за умовою. За теоремою Фалеса $BO = OD$ ($AM \parallel NC$), $AM \parallel CN$, то $DO_2 = O_2O_1$ (за теоремою Фалеса, $AN = ND$, $AM \parallel CN$).

Розглянемо $\angle DBC$: $BM = MC$, $AM \parallel NK$, звідки $BO_1 = O_1O_2$ (за теоремою Фалеса). Тобто маємо $BO_1 = O_1O_2 = O_2D$. Доведено.

200. Нехай AB — даний відрізок. Поділити AB у відношенні 3 : 2.



1) Проводимо промінь AA_5.

2) На промені відкладаємо 5 рівних відрізків $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$.

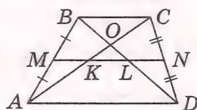
3) З'єднаємо точки A_5 і B.

4) Через точки A_1, A_2, A_3, A_4 проводимо прямі, паралельні BA_5, які перетинають відрізок AB в точках B_1, B_2, B_3, B_4.

5) За теоремою Фалеса так як $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4 \parallel A_5B$, то маємо $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B$.

6) Маємо, що точка B_3 поділила відрізок AB у відношенні 3 : 2.

201. а) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $AK = KC$, $BL = LD$. Довести: $KL = AD - BC$, $KL \parallel AD \parallel BC$.



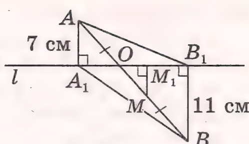
Для доведення проведемо середню лінію трапеції $ABCD$ — MN. За означенням середньої лінії $AM = MB$, $CN = ND$, тобто ML — середня лінія ΔABD за означенням, LN — середня лінія ΔBCD.

За властивостями середньої лінії трикутника маємо $ML = \frac{1}{2}AD$,

$MN \parallel AD$; $LN = \frac{1}{2}BB$, $LN \parallel BC$. То маємо

$KL = ML - LN = \frac{1}{2}AD - \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AD - BC)$, KL належить відрізку MN, враховуючи, що $MN \parallel AD \parallel BC$ — середня лінія трапеція, то маємо $KL \parallel BC \parallel AD$. Доведено.

б) Нехай l — дана пряма, $AA_1 \perp l$, $AA_1 = 7$ см, $BB_1 \perp l$, $BB_1 = 11$ см, $AM = MB$. Знайти: MM_1 — ? ($MM_1 \perp l$)



За умовою задачі $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$, $MM_1 \perp l$, то маємо $AA_1 \parallel MM_1 \parallel B_1B$.

Розглянемо чотирикутник A_1AB_1B — це трапеція за означенням, $AA_1 \parallel BB_1$. A_1B_1 і AB — діагоналі трапеції.

Враховуючи, що за умовою $AM = MB$, то $AM_1 = M_1B$ (за теоремою Фалеса), тобто відрізок MM_1 з'єднує середини діагоналей трапеції, маємо

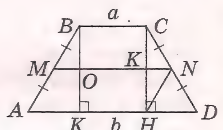
$$MM_1 = \frac{BB_1 - AA_1}{2} = \frac{11-7}{2} = 2 \text{ см.}$$

($MM_1 = \dfrac{BB_1 - AA_1}{2}$ — дивись задачу 201 а)).

Відповідь: 2 см.

202. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, $BC = a$, $AD = b$ ($a < b$), $CH \perp AD$ — висота.

Довести: $HD = \dfrac{b-a}{2}$.



За властивістю середньої лінії трапеції маємо $MN = \dfrac{a+b}{2}$. Знайдемо $HD = (AD - BC) : 2$ ($AB = CD$, $ABCD$ — рівнобічна трапеція) $= \dfrac{b-a}{2} : 2$ або розглянемо ΔAKB і ΔCHD — прямокутні, рівні за гіпотенузою та гострим кутом. $\angle A = \angle D$, $AB = CD$. MO і NK — середні лінії ΔAKB і ΔCHD за означенням ($AM = MB$, то $BO = OK$ і $CN = ND$, то $CK = KH$ за теоремою Фалеса). $MO = \dfrac{AK}{2}$; $KN = \dfrac{HD}{2}$; $MO = KH = \dfrac{HD}{2}$; $HD = 2MO$.

Враховуючи, що $MN = \dfrac{a+b}{2}$, то $2MO + OK = \dfrac{a+b}{2}$; $2MO = \dfrac{a+b}{2} - OK$;

$2MO = \dfrac{a+b}{2} - a$; $2MO = \dfrac{b-a}{2}$; $MO = \dfrac{b-a}{4}$, то маємо $AK = HD = \dfrac{b-a}{2}$.

Доведено.

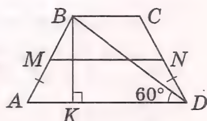
б) $AH = MN = \dfrac{a+b}{2}$. Враховуючи, що $HD = \dfrac{b-a}{2}$, $AD = b$, то маємо

$$AN = AD - HD = b - \frac{b-a}{2} = \frac{2b-b+a}{2} = \frac{b+a}{2}, \text{ тобто } AH = MN = \frac{b+a}{2}.$$

Доведено.

203. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $BC \parallel AD$. $\angle BDA = 60°$, $BD = 4$ см. Знайти: MN — ?

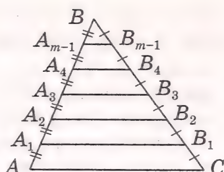
Для розв'язування задачі проведемо висоту трапеції з вершини B, $BK \perp AD$ і розглянемо ΔBKD — прямокутний, $BD = 4$ см за умовою, гіпотенуза. $\angle BDK = 60°$, то $\angle KBD = 90° - \angle BDK = 30°$, то маємо $KD = 2$ см (катет прямокутного трикутника, який лежить напроти кута в 30°, в два рази менше гіпотенузи), то маємо $KD = MN = 2$ см.



Відповідь: 2 см.

204. а) Нехай ΔABC — даний. За умовою $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = ... = A_{m-1}B$; $CB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = ... = B_{m-1}B$. Довести:

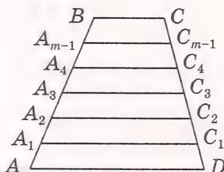
$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4 \parallel ... \parallel A_{m-1}B_{m-1} \parallel AC$.



Проведемо прямі A_1B_1; A_2B_2; A_3B_3; A_4B_4; ...; $A_{m-1}B_{m-1}$ паралельно AC через т. A_1, A_2, A_3, A_4, ..., A_{m-1}. За теоремою Фалеса паралельні прямі, які проходять через т. A_1, A_2, A_3, ..., A_{m-1} відтинають на другій стороні кута рівні відрізки, тобто $CB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = ... = B_{m-1}B$. Звідки маємо, що $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel ... \parallel A_{m-1}B_{m-1} \parallel AC$. Доведено.

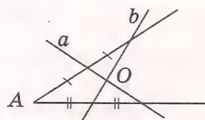
б) Якщо в трапеції бічні сторони розділити на m рівних відрізків, то ці відрізки паралельні між собою і паралельні основам трапеції. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$. Бічні сторони AB і CD розділити на m рівних частин. $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = ... = A_{m-1}B$; $DC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = ... = C_{m-1}C$. Довести:

$A_1C_1 \parallel A_2C_2 \parallel A_3C_3 \parallel ... \parallel A_{m-1}C_{m-1} \parallel AD \parallel BC$.



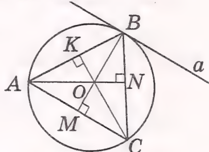
Нехай сторона трапеції AB розбита на m рівних частин, через отримані точки A_1, A_2, A_3, ..., A_{m-1} проводимо прямі $AC \parallel BD$, вони перетинають сторону CD в т. C_1, C_2, C_3, ..., C_{m-1}. За теоремою Фалеса прямі, які відтинають на одній стороні рівні відрізки, відтинають і на іншій рівні відрізки. Тобто маємо $A_1C_1 \parallel A_2C_2 \parallel A_3C_3 \parallel A_4C_4 \parallel ... \parallel A_{m-1}C_{m-1} \parallel AC \parallel BD$. Доведено.

в) Твердження, обернене до теореми Фалеса: Якщо прямі відтинають на сторонах кута рівні відрізки, то вони паралельні.



Дане твердження невірно. Побудуємо кут $\angle A$ і проведемо прямі a і b так, що вони перетинають сторони кута і відтинають рівні відрізки, але a і b не паралельні.

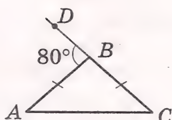
205. Нехай ΔABC — рівносторонній. Навколо ΔABC описано коло з центром в т. O. $B \in a$, $a \parallel AC$. Довести, що a — дотична до кола.



Враховуючи, що центр описаного кола лежить на перетині серединних перпендикулярів, а в рівносторонньому трикутнику — на перетині висот ($BM = AN = AC$ — висота, медіана, бісектриса ΔABC), то маємо, що $OB = R$.

Так як $BM \perp AC$, $a \parallel AC$, то $a \perp BM$. Якщо a не буде дотичною, то a — січна і буде мати з колом дві спільні точки, а за умовою пряма має з колом одну спільну точку, це протиріччя умові задачі. Тобто a — дотична до кола, $a \parallel AC$. Доведено.

206. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $\angle DBA = 80°$ — зовнішній кут ΔABC.



Якщо зовнішній кут трикутника гострий, то внутрішній кут ΔABC буде тупим, це може бути тільки кут при вершині рівнобедреного трикутника, так як кути при основі рівні.

Тобто $\angle A = \angle C$. За властивістю зовнішнього кута трикутника маємо:

$$\angle ABD = \angle A + \angle C \Leftrightarrow \angle ABD = 2\angle A, \text{ тобто } \angle A = \frac{\angle ABD}{2} = \frac{80°}{2} = 40°.$$

Звідки $\angle A = \angle C = 40°$, а $\angle B = 180° - 80° = 100°$.

Відповідь: 40°; 100°; 40°.

§ 7. Вписані кути

216. а) Нехай дано коло з центром в т. O. $\angle AOB$ — центральний, $\angle AOB = \cup ALB$.
Нехай $\cup ALB = x°$, $\cup AMB = 120° + x$, $x > 0$ то маємо $\cup ALB + \angle AMB = x + 120 + x$. Маємо рівняння:
$2x + 120 = 360$; $2x = 240$; $x = 120$.
Тобто $\cup ALB = 120°$, $\cup AMB = 240°$.
Відповідь: 120°; 240°.

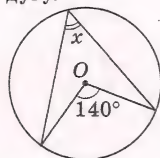
б) Нехай дано коло з центром в т. O. $\angle AOB$ — центральний. За умовою $\cup ALB : \cup AMB = 2 : 7$. Нехай $\cup ALB = 2k$, $k > 0$; $\cup AMB = 7k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то маємо рівняння: $2k + 7k = 360$; $9k = 360$; $k = 40$. Тобто $\cup ALB = 2 \cdot 40° = 80°$; $\cup AMB = 7 \cdot 40° = 280°$. *Відповідь*: 80°; 280°.

217. а) $\cup m = \frac{1}{4} \cdot 360° = 90°$; б) $\cup m = \frac{1}{3} \cdot 360° = 120°$;

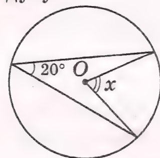
в) $\cup m = \frac{5}{18} \cdot 360° = 100°$. *Відповідь*: а) 90°; б) 120°; в) 100°.

218. а) $\angle X = \frac{1}{2}\angle O = \frac{1}{2} \cdot 140° = 70°$.

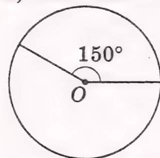
$\angle X$ і $\angle O$ спираються на одну дугу.



б) $\angle X = 2\angle A = 2 \cdot 20° = 40°$.
$\angle X$ і $\angle A$ спираються на одну дугу.



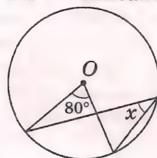
в) $\cup X = 360° - 150° - 210°$.



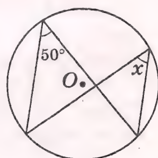
Відповідь: а) 70°; б) 40°; в) 210°.

219. а) $\angle X = \frac{1}{2}\angle O = \frac{1}{2} \cdot 80° = 40°$.

$\angle O$ — центральний кут,
$\angle X$ — вписаний кут.



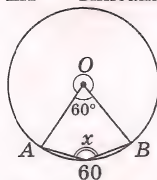
б) $\angle X = 50°$, як вписані кути, які спираються на одну дугу.



в) $\angle O$ — центральний, $\angle O = 60°$, $\angle AOB = 300°$.

$\angle X = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 300° = 150°$.

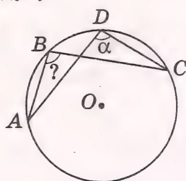
$\angle X$ — вписаний.



Відповідь: а) 40°; б) 50°; в) 150°.

220. Задача має 2 розв'язки.

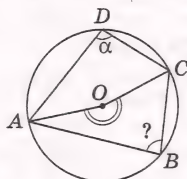
1. $\angle ABC = \angle ADC = \alpha$ як вписані кути, які спираються на одну дугу.



2. Нехай $\angle ADC = \alpha$, то $\angle AOC = 2\alpha$ (центральний кут).

$\angle ABC = \frac{1}{2}(360° - \angle AOC) =$

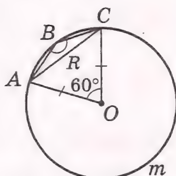
$= \frac{1}{2} \cdot (360° - 2\alpha) = 180° - \alpha.$



Відповідь: 2 розв'язка: $\angle ABC = \angle ADC = \alpha$ або $\angle ABC = 180° - \alpha$.

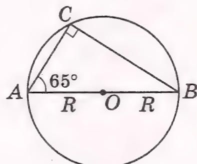
221. Нехай дано коло з центром в т. O. $AC = R$ — хорда.
Знайти: $\angle ABC$ — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOC — рівносторонній. $AO = OC = AC = R$, тобто $\angle AOC = 60°$, то $\angle AOC = \cup m = 300°$, то маємо

$\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot \cup m = \frac{1}{2} \cdot 300° = 150°.$

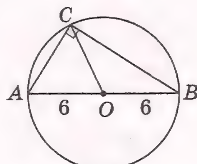


Відповідь: 150° або 30°.

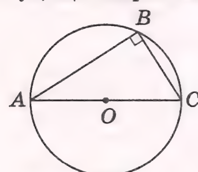
222. а) Нехай ΔACB — даний, вписаний в коло з центром в т. O, тобто $AB = d = 2R$. За умовою $\angle A = 65°$. Так як вписаний кут, що спирається на діаметр $\angle C = 90°$, то маємо ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90° - 65° = 25°$.
Відповідь: 25°.



б) Нехай ΔACB — даний, вписаний в коло з центром в т. O. $AB = 12$ см, $AO = OB = 6$ см, CO — медіана. Розглянемо ΔACB — прямокутний, $\angle C =$ $= 90°$ — вписаний кут, що спирається на діаметр. Тобто $CO = AO = OB = R = 6$ см.
Відповідь: 6 см.

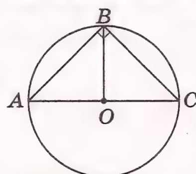


223. а) Нехай дано коло з центром в т. O. AC — діаметр, AB і BC — хорди. $\angle ABC = 90°$ як вписаний кут, що спирається на діаметр.



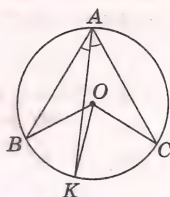
Відповідь: 90°.

б) Нехай дано коло з центом в т. O. $BO = 5$ см. Знайти: AC — ?
Розглянемо ΔABC — прямокутний, $\angle ABC = 90°$.
Маємо $AO = OC = OB = 5$ см.
Звідки $AC = 10$ см.



Відповідь: 10 см.

224. Нехай дано коло з центром в т. O, $\angle BAC$ — вписаний, AK — бісектриса кута $\angle A$. Нехай $\angle BAC = \alpha$.



Звідки $\angle BAK = \angle KAC = \frac{\alpha}{2}$.

Довести, що $\angle BAK = \frac{1}{2} \cdot \cup BC$.

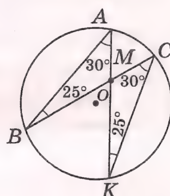
Оскільки $\angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \cup BC$, то

$\angle BAK = \frac{1}{2} \cdot \cup BK$, $\angle KAC = \frac{1}{2} \cdot \cup KC$. Звідки

$$\angle BAK + \angle KAC = \frac{1}{2} \cdot \cup BK + \frac{1}{2} \cdot \cup KC = \angle BAC = \frac{1}{2}(\cup BK + \cup KC) = \frac{1}{2} \cdot \cup BC = \frac{\alpha}{2}.$$

Це вірно, отже, доведено. Доведено.

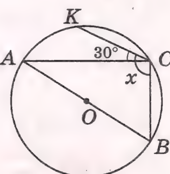
225. а) Нехай дано коло з центром в т. O. $\angle BAK = 30°$, $\angle MKC = 25°$ за умовою. Знайти: $\angle AMC$ — ?



Так як $\angle BAK = \angle BCK = 30°$ — вписані кути, що спираються на одну дугу. Для розв'язання задачі розглянемо ΔKMC. Враховуючи, що сума кутів трикутника дорівнює 180°, маємо $\angle KMC = 180° - (30° + 25°) = 180° - 55° = 125°$. $\angle BMA = \angle KMC = 125°$ як вертикальні, то $\angle X = \angle AMC = (360° - 2 \cdot 125°) : 2 = (360° - 250°) : 2 = 110° : 2 = 55°$ ($\angle BMK = \angle AMC$ — вертикальні).

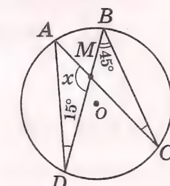
Відповідь: 55°.

б) Нехай дано коло з центром в т. O. $\angle ACK = 30°$. Знайти: $\angle KCB$ — ?



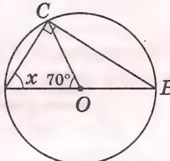
Враховуючи, що $\angle ACB = 90°$ як вписаний кут, що спирається на діаметр, то маємо $\angle KCB = \angle KCA + \angle ACB = 30° + 90° = 120°$. *Відповідь*: 120°.

226. а) Нехай $\angle DAC$ і$\angle DBC$ — вписані кути в коло з центром в т. O. За умовою $\angle DBC = 45°$, $\angle ADB = 15°$. Знайти: $\angle AMD$ — ?



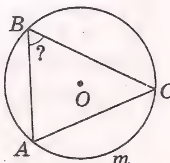
$\angle DAC = \angle DBC = 45°$, так як впираються на одну дугу. Розглянемо ΔAMB, маємо $\angle AMD = 180° - (15° + 45°) = 120°$. *Відповідь*: 120°.

б) Нехай дано коло з центром в т. O, AB — діаметр, $\angle AOC = 70°$. Знайти: $\angle CAO$ — ?



Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle ACB = 90°$), ΔAOC — рівнобедрений за означенням. $AO = OC = R$, тобто $\angle CAO = \angle ACO = \angle X$, тобто маємо $\angle CAO = (180° - 70°) : 2 = 110° : 2 = 55°$. *Відповідь*: 55°.

227. Нехай дано коло з центром в т. O, AC — хорда. $\cup n : \cup m = 11 : 7$ за умовою. $B \in \cup n$. Знайти: $\angle ABC$ — ?

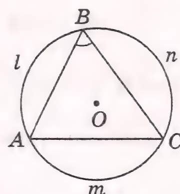


Нехай $\cup n = 11k$, $\cup m = 7k$, $k > 0$. Маємо рівняння $11k + 7k = 360$; $18k = 360$; $k = 20$, тобто $\cup n = 11 \cdot 20° = 220°$, $\cup m = 7 \cdot 20° = 140°$. Звідки

$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup m = \frac{1}{2} \cdot 140° = 70°$. *Відповідь*: 70°.

228. Нехай дано коло з центром в т. O, ΔABC — вписаний трикутник, за умовою маємо $\cup l : \cup n : \cup m = 3 : 4 : 5$.

Знайти: $\angle BAC$; $\angle ABC$; $\angle BCA$ — ?



Нехай $\cup l = 3k$, $\cup n = 4k$, $\cup m = 5k$, $k > 0$, коефіцієнт пропорційності. Маємо рівняння: $3k + 5k + 4k = 360$; $12k = 360$; $k = 360 : 12$; $k = 30$. Тобто $\cup l = 3 \cdot 30° = 90°$; $\cup n = 4 \cdot 30° = 120°$; $\cup m = 5 \cdot 30° = 150°$.

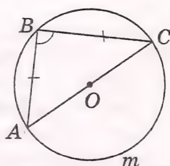
Звідки $\angle BAC = \frac{1}{2} \cup n = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$;

$\angle BCA = \frac{1}{2} \cup l = \frac{1}{2} \cdot 90° = 45°$; $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup m = \frac{1}{2} \cdot 150° = 75°$.

Відповідь: 45°; 60°; 75°.

229. 1. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AC = AB$, $\cup m = 100°$.

Знайти: $\angle CAB$, $\angle ABC = \angle BCA$ — ?



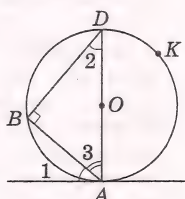
Оскільки $\angle CAB = \frac{1}{2} \cup m = \frac{1}{2} \cdot 100° = 50°$, тобто $\angle A = 50°$, то $\angle B = \angle C = (180° - 50°) : 2 = 65°$.

Ми розглянули задачу, якщо $\angle A$, який лежить проти основи трикутнику, стягує дугу $\cup m$.

Задача має два розв'язка, тому що $\angle ACB = \angle ABC = 50°$, а кут $\angle CAB = (180° - 2 \cdot 50°) = 80°$. *Відповідь*: 50°; 65°; 65° або 50°; 50°; 80°.

230. Нехай AB — хорда кола з центром в т. O. Через точку A проведемо дотичну MN. Довести, що

$\angle MAB = \frac{1}{2} \cup AB$ і $\angle NAB = \frac{1}{2} \cup AKB$.



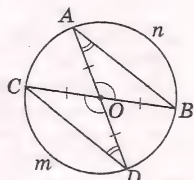
Проведемо діаметр AD. Оскільки MN — дотична, то $\angle DAM = 90°$. Також $\angle B = 90°$ як вписаний, що спирається на діаметр AD. Тоді $\angle 2 + \angle 3 = 90°$. Але $\angle 1 + \angle 3 = 90°$. Звідки $\angle 1 = \angle 2$. Тоді

$\angle MAB = \angle BDA = \frac{1}{2} \cup AB$. Маємо:

$$\angle NAB = 180° - \angle MAB = 180° - \frac{1}{2} \cup AB = 180° - \frac{1}{2}(360° - \cup AKB) =$$

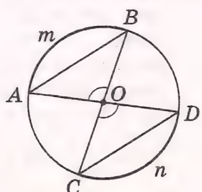
$$= 180° - 180° + \frac{1}{2} \cup AKB = \frac{1}{2} \cup AKB.$$ Доведено.

231. а) Нехай дано коло з центром O. $AB \parallel CD$ — хорди. Довести, що $\cup AC = \cup BD$.



Проведемо відрізки AD і BC через центр кола O. Розглянемо ΔAOB і ΔCOD — рівні, тому що $AO = OB = OC = OD = R$, $\angle COD = \angle AOB$ — вертикальні, за двома сторонами і кутом між ними $\angle AOB = \angle COD$. Тому $\angle COD = \angle AOB$, звідки $\cup m = \cup n$, так як $\angle CDA = \angle BAD$, то маємо $\cup AC = \cup BD$. Доведено.

б) Нехай дано коло з центром O. AB і CD — хорди. $\cup m = \cup n$. Довести, що $AB = CD$.



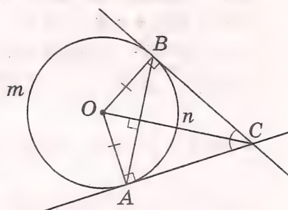
Проведемо відрізки BC і AD через т. O і для розв'язання задачі розглянемо ΔAOB і ΔCOD. $\angle AOB = \angle COD$, так як $\cup m = \cup n$. $OB = OC = OA = OD = R$, тобто $\Delta AOB = \Delta COD$ за двома сторонами і кутом між ними, звідки $AB = CD$. Доведено.

Рівні хорди стягують рівні дуги.

Нехай дано коло з центром O. $AB = CD$. Довести, що $\cup m = \cup n$.

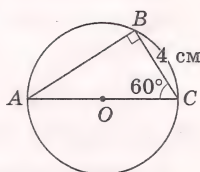
Розглянемо ΔAOB і ΔCOD: $AO = OB = OC = OD = R$, $AB = CD$ за умовою, тобто $\Delta AOB = \Delta COD$ за трьома сторонами. Відповідно $\Delta AOB = \Delta COD \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle AOB = \angle COD = \cup m = \cup n$. Доведено.

232. Розглянемо коло з центром O. AB — хорда, $\cup m = 100°$, AC і BC — дотичні. Знайти: $\angle ACB$ — ?



З'єднаємо центр кола з точками дотику дотичних. $OB = OA = R$, $OA \perp AC$, $OB \perp BC$, тобто $\angle OBC = \angle OAC = 90°$. Центральний кут $\angle AOB = \cup n = 100°$. Розглянемо ΔAOB — рівнобедрений за означенням, $OA = OB$, тобто $\angle OAB = \angle OBA = (180° - 100°) : 2 = 40°$. OK — медіана, бісектриса, висота ΔAOB, то маємо $\angle AOK = 50°$, то із ΔOAC — прямокутного $\angle OCA =$ $= 90° - 50° = 40°$, так як $\Delta OAC = \Delta OBC$ за гіпотенузою і гострим кутом (OC — спільна сторона, $\angle BOC = \angle AOC$), то $\angle C = \angle ACO + \angle BCO = 40° +$ $+ 40° = 80°$. *Відповідь*: 80°.

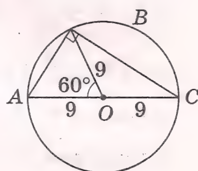
233. Розглянемо коло з центром O, AC — діаметр. $\angle BCA = 60°$, $BC = 4$ см. Знайти: $AO = OC = R$ — ?



Для розв'язання розглянемо ΔABC — прямокутний, $\angle ABC = 90°$ як вписаний, який спирається на діаметр. Оскільки $\angle A + \angle C = 90°$, то маємо $\angle A = 30°$. Тому $AC = 8$ см як гіпотенуза, яка в 2 рази більша за катет прямокутного трикутника, який лежить проти кута в 30°. Тому $AO = R = \frac{AC}{2} = 4$ см.

Відповідь: 4 см.

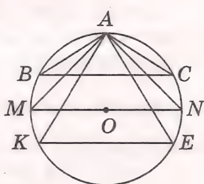
234. Нехай дано ΔACB — прямокутний ($\angle ACB = 90°$), CO — медіана, $CO = 9$ см, $\angle AOC = 60°$. Знайти: менший катет.



Для розв'язання задачі опишемо коло навколо ΔABC, AB — діаметр. Центр кола — т. O. $AO = OB =$ $= CO = 9$ см. $\angle AOC = 60°$, то $\angle COB = 120°$, то маємо $\angle CAB = \frac{1}{2}\angle COB$ як вписаний кут.

Звідки $\angle CAB = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$. Із ΔACB — прямокутного $\angle CBA = 90° - 60° = 30°$. Звідки $AC = \frac{AB}{2} = \frac{18}{2} = 9$ см (катет прямокутного трикутника вдвічі менший за гіпотенузу, якщо лежить напроти кута в 30°). *Відповідь*: 9 см.

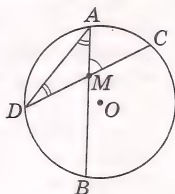
235. Нехай дано коло з центром O. В коло за умовою задачі вписано ΔKAE — гострокутний; ΔMAN — прямокутний, $\angle MAN = 90°$ — вписаний кут, що спирається на діаметр і ΔBAC — тупокутний, $\angle BAC > 90°$.



Розглянемо ΔMAN — прямокутний, $\cup MN = 180°$. Розглянемо ΔKAE, $\angle KAE < 180°$, так як хорда KE лежить нижче хорди MN, який є діаметром. Отже, O лежить всередині ΔKAE.

Розглянемо ΔBAC — тупокутний, $\angle BAC > 180°$, хорда BC лежить вище хорди MN — діаметра, тобто O — центр кола знаходиться за ΔABC. Доведено.

236. Нехай дано коло з центром O. M лежить усередині кола. Маємо $\angle BMC$, B і C лежать на колі. A і D — точки кола, DC і AB — хорди, M належить хорді AB і DC.



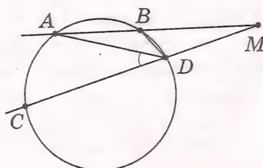
Розглянемо ΔADM. Маємо $\angle DAM + \angle ADM = \angle AMC$ ($\angle AMC$ — зовнішній кут ΔADM). $\angle DAB$ і $\angle ADC$ — вписані кути за означенням. Маємо

$\angle DAB = \frac{1}{2}\cup DB$, $\angle ADC = \frac{1}{2}\cup AC$, тобто

$$\angle AMC = \frac{1}{2}\cup DB + \frac{1}{2}\cup AC = \frac{1}{2}(\cup DB + \cup AC).$$

Отже, кут із вершиною всередині кола, вимірюється пів сумою дуг, одна з яких міститься між сторонами цього кута, а інша — між їх продовженням. Доведено.

237. Нехай дано коло. MA і MC — січні до кола, AD і CD — хорди.



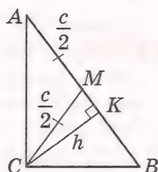
Довести: $\angle AMC = \frac{1}{2}(\cup AC - \cup BD)$.

Так як $\angle ADC$ є зовнішній кут ΔABM.
Тоді $\angle ADC = \angle DAM + \angle AMD$. Звідки

$$\angle AMD = \angle ADC - \angle DAM = \frac{1}{2}\cup AC - \frac{1}{2}\cup BD = \frac{1}{2}(\cup AC - \cup BD).$$ Доведено.

238. *Дослідження.* Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $AB = c$, CK — висота.

Проведемо медіану ΔACB, $CM = \frac{AB}{2}$.



Побудуємо ΔCKM — прямокутний за гіпотенузою і катетом. Вершини A і B можна отримати, відклавши на прямій MN рівні відрізки. $AM = MB = \frac{c}{2}$.

Побудова. 1. Відрізок c поділимо навпіл.

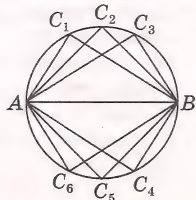
2. Будуємо ΔCKM — прямокутний. $CM = \frac{c}{2}$, $CK = h$ (по гіпотенузі і катету).

3. Проводимо пряму MK і відкладаємо на ній рівні відрізки

$MA = MB = \frac{c}{2}$.

4. З'єднаємо т. A, B і C.

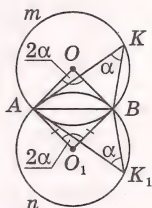
Доведення. За побудовою $AM = MB = MC = \frac{c}{2}$. Навколо ΔACB можна описати коло. AB — діаметр, $\angle ACB = 90°$ — вписаний кут, який спирається на діаметр; $AB = c$, $CK = h$, $\angle ACB = 90°$, тобто ΔACB — шуканий трикутник. Задача має єдиний розв'язок, якщо $\frac{c}{2} > h$.



240. Геометричним місцем вершин прямих кутів є коло. Так як вписані куті, які спираються на діаметр, дорівнюють 90°.

241. Геометричним місцем точок, із яких даний відрізок видно під кутом α, повинні бути вершини вписаних кутів.

Дослідження. Наприклад, це місце точок побудовано. Побудуємо ΔAOB — рівнобедрений, $AO = OB = R$ за стороною і двома кутами, $AB = a$, $\angle OAB = \angle OBA =$ $= (180° - 2\alpha) : 2 = 90° - \alpha$. $\angle AO_1B$ будуємо так же.



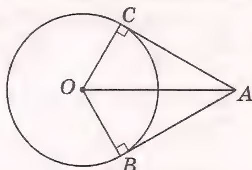
Побудова.

1. Будуємо ΔAOB і ΔAO_1B за стороною і двома прилеглими кутами.
2. Отримаємо O і O_1 — центри даних кіл. $R = AO$. $R_1 = AO_1$.
3. $\cup AmB$ і $\cup AnB$ — шукані.

Доведення.

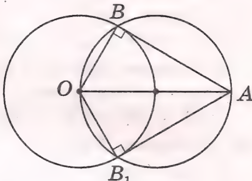
За побудовою $AB = a$, $\angle OAB = \angle OBA = 90° - \alpha$, тобто $\angle AOB = \angle AO_1B = 2\alpha$. $\angle AKB$ і $\angle AK_1B$ — вписані, які спираються на дуги $\cup AnB$ і $\cup AmB$. Так як центральні кути $\angle AOB$ і $\angle AO_1B = 2D$, то вписані дорівнюють α. Доведено.

242. Нехай дано коло з центром O. Поза колом знаходиться точка A. Провести дотичну до кола.



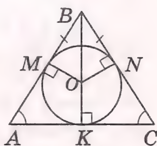
Дослідження. Нехай побудовано дотичну до кола AC або AB. $OC = OB = R$. $OC \perp AC$, $OB \perp AB$. Тобто $OA = 2OB$. *Побудова.* 1. Будуємо відрізок OA, знаходимо середину відрізка — O_1.

2. Проведемо коло з центром O_1, $R = OO_1 = O_1A$.
3. Отримаємо т. B і т. B_1.
4. Проведемо прямі AB і A_1B_1 — це шукані дотичні.



Доведення. ΔOBA і ΔOB_1A — прямокутні, так як $\angle OBA = \angle OB_1A = 90°$, вони спираються на діаметр OA. $OB = OB_1 = R$, $OA = 2R$, AB і AB_1 — дотичні.

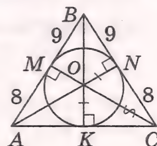
243. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $\angle A =$ $= \angle C = 40°$. Вписане коло з центром O, $OM \perp AB$, ON $\perp BC$, $OM = ON = OK = r$. Знайти: $\angle MON$ — ?



Розглянемо ΔABC — рівнобедрений, тому маємо $\angle A = \angle C =$ $= 40°$, звідки $\angle B = 180° - 2 \cdot 40° = 100°$. BK — медіана, бісектриса, висота, тому маємо $\angle ABK = \angle KBC = 60°$. Розглянемо ΔBMO і ΔBNO — прямокутні. $OM = ON = r$, BO — спільна сторона і так як $\angle MBO = \angle NBO$, то $\angle BOM = \angle BON = 90° - 50° = 40°$. Звідки $\Delta BMO = \Delta BNO$ за гіпотенузою і гострим кутом. Тому $\angle MON =$ $= \angle MOB + \angle NOB = 40° + 40° = 80°$ або $360° - 80° = 280°$.

Відповідь: 80° або 280°.

244. Розглянемо ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$. В трикутник вписано коло з центром O. $M \in AB$, $N \in BC$, $K \in AC$ — точки дотику. $NC = 8$ см; $NB = 9$ см. Знайти: $P_{\Delta ABC}$?



Враховуючи, що $\Delta ONC = \Delta OKC$ за гіпотенузою і катетом; OC — спільна сторона. $ON = OK = r$, то $NC =$ $= KC = 8$ см, тобто $AK = 8$ см. Звідки $AC = 2AK = 16$ см (BK — медіана ΔABC), то $P_{\Delta ABC} = 2AB + AC = 2 \cdot 17 + 16 =$ $= 50$ см. *Відповідь*: 50 см.

§ 8. Вписані та описані чотирикутники

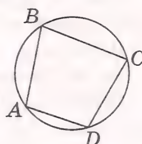
252. а) $\angle A = 90°$, $\angle B = 90°$, $\angle C = 20°$ і $\angle D = 160°$.

За властивістю вписаного в коло чотирикутника повинно виконуватися: $\angle A + \angle C = 180°$ і $\angle B + \angle C = 180°$. Маємо $90° + 20° \neq 180°$, $90° + 160° = 250° \neq 180°$. Ні, не можна.

б) $\angle A = 5°$, $\angle B = 120°$, $\angle C = 175°$, $\angle D = 60°$.

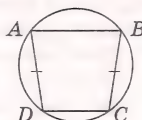
За властивістю вписаного в коло чотирикутника повинно виконуватися: $\angle A + \angle C = 180$ і $\angle B + \angle C = 180°$. Маємо $5° + 175° = 180°$; $120° + 60° = 180°$. Рівності виконуються. Можна вписати чотирикутник $ABCD$ в коло.

253. Нехай $ABCD$ — даний вписаний в коло:



а) чотирикутник. Так як за умовою його кути дорівнюють 46° і 125°, то це можуть бути тільки суміжні кути, так як $46° + 125° \neq 180°$, тобто $\angle A + \angle B = 46° + 125°$, так як $\angle A + \angle C = 180°$ і $\angle B + \angle D = 180°$, то маємо, що $\angle C = 180° - 46° = 134°$, а $\angle B = 180° - 125° = 55°$.

Відповідь: 55°; 134°.

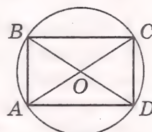


б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, вписана в коло. За умовою $\angle A = 80°$. Знайти кути трапеції.

Якщо трапеція вписана в коло, то вона рівнобічна, $AD = BC$, то $\angle A = \angle B$, а $\angle D = \angle C$.

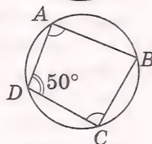
За властивістю вписаного чотирикутника в коло маємо $\angle A + \angle C = 180°$, то $\angle C = 180° - 80° = 100°$, тобто $\angle A = \angle B = 80°$, а $\angle D = \angle C = 100°$.

Відповідь: 80°; 100°; 100°; 80°.

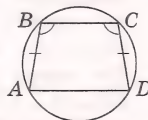


в) Нехай $ABCD$ — вписаний в коло чотирикутник. AC і BD — діагоналі, $AO = OC$ і $BO = OD$, тобто за ознакою $ABCD$ — паралелограм. А якщо паралелограм вписано в коло, то це прямокутник і $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. *Відповідь*: 90°; 90°; 90°; 90°.

254. а) Нехай $ABCD$ — даний вписаний в коло чотирикутник. За умовою $\angle A = \angle C$; $\angle D = 50°$. За властивістю вписаного в коло чотирикутника маємо $\angle A + \angle C = 180°$ і $\angle B + \angle D = 180°$. Звідки $2\angle A = 180°$, $\angle A = 90°$ $\Rightarrow \angle C = 90°$, $\angle B = 180° - 50° = 130°$.



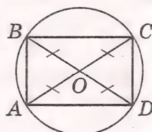
Відповідь: 90°; 130°; 90°; 50°.



б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, вписана в коло. За умовою сума двох кутів дорівнює 230°, так як в трапеції $\angle A + \angle B = 180°$, то маємо за умовою $\angle B + \angle C = 230°$. За властивістю вписаного в коло чотирикутника $\angle B + \angle D = 180°$, то тобто $\angle B = \angle C = 115°$ ($ABCD$ — рівнобічна трапеція) і $\angle D = 180° - 115° = 65°$, $\angle D = \angle A = 65°$.

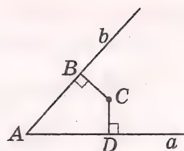
Відповідь: 65°; 115°; 115°; 65°.

255. Нехай $ABCD$ — даний прямокутний, AC і BD — діагоналі. Довести: O — центр описаного кола.



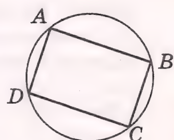
За властивостями прямокутника $AC = BD$, а $BO = AO = OC = OD$. Точки B, C, D і A лежать на колі. $\angle BCD = \angle ADB = \angle DAB = \angle ABC = 90°$ — вписані кути, які спираються на діаметр. Тобто AC і BD — діаметри кола, а O — центр описаного кола.

256. Нехай дано гострий $\angle A$. C лежить всередині кута, $CD \perp b$, $CD \perp a$. Довести, що навколо $ABCD$ можна описати коло.



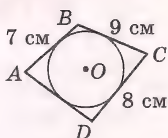
За властивістю вписаного в коло чотирикутника повинно виконуватися $\angle B + \angle D = 180°$, так як за умовою $\angle B = 90°$ і $\angle D = 90°$, то $90° + 90° = 180°$ виконуються. Сума кутів будь-якого чотирикутника дорівнює $360°$, то $\angle A + \angle C = 180°$. Тобто суми протилежних кутів дорівнюють $180°$. Можна описати коло. Доведено.

257. Нехай дано $ABCD$ — опуклий чотирикутник. За умовою $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$. Довести, що навколо цього чотирикутника можна описати коло.



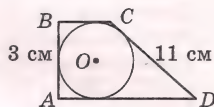
Враховуючи, що $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, маємо $2(\angle A + \angle C) = 360°$, $\angle A + \angle C = 180°$, а $\angle B + \angle D = 180°$ за властивістю вписаного чотирикутника, так як суми протилежних кутів дорівнюють $180°$, то можна описати коло. Доведено.

258. а) Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. $AB = 7$ см, $BC = 9$ см, $DC = 8$ см. В чотирикутник $ABCD$ вписано коло з центром O. Знайти: P_{ABCD} — ?



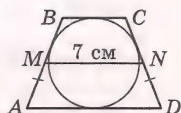
За властивістю описаного чотирикутника маємо $AB + DC = BC + AD$, тобто $AD + BC = 7 + 8 = 15$ см, так як $BC = 9$ см, то $AD = 15 - 9 = 6$ см. Звідки маємо $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = (7 + 8) + (9 + 6) = 2 \cdot 15 = 30$ см. *Відповідь*: 30 см.

б) Нехай в трапецію $ABCD$ вписано коло. $AB = 3$ см, $CD = 11$ см. Знайти: P_{ABCD} — ?



За властивістю описаного чотирикутника маємо $AB + CD = AD + BC = 3 + 11 = 14$ см. Тобто $P_{ABCD} = 2(AB + CD) = 2 \cdot 14 = 28$ см. *Відповідь*: 28 см.

259. а) Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $AB = CD$, описана навколо кола. $MN = 7$ см — середня лінія трапеції. Знайти: AB — ?



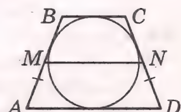
За умовою описаного чотирикутника маємо $AB + CD = BC + AD$.

За означенням середньої лінії $MN = \frac{AD + BC}{2}$, тобто $AD + BC = 2MN$; $AD + BC = 2 \cdot 7 = 14$ см.

Враховуючи дані тотожності, маємо $AB + CD = 14$ см, так як $AB = CD$ за умовою, то $2AB = 14$; $AB = 7$ см.

Відповідь: 7 см.

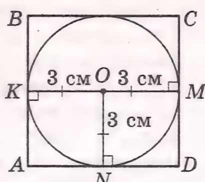
б) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$. $P_{ABCD} = 16$ см. В трапецію вписано коло за умовою. Знайти MN — середню лінію.



За властивістю описаного чотирикутника маємо $AB + CD = BC + AD$, тобто

$P_{ABCD} = 2(BC + AD)$, звідки $2(BC + AD) = 16$; $BC + AD = 8$ см, то $MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{8}{2} = 4$ см. *Відповідь*: 4 см.

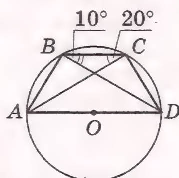
260. Нехай $ABCD$ — даний квадрат. За умовою в квадрат вписано коло з центром O і $R = 3$ см. Знайти P_{ABCD} — ?



Розглянемо $NOMD$ — чотирикутник. $OM = ON = 3$ см, $OM = ND$; $ON = MD$, тобто $ON = OM = MD = ND$, $\angle OMD = \angle OND = \angle D = 90°$, тобто $OMDN$ — квадрат. $P_{ANCD} = 4AD = 4 \cdot (2DN) = 8DN = 8 \cdot 3 = 24$ см.

Відповідь: 24 см.

261. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник, вписаний в коло з центром O, $O \in AD$, $\angle ACB = 20°$, $\angle DBC = 10°$. Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.



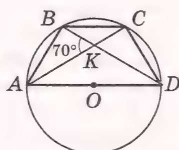
Для розв'язання задачі розглянемо ΔACD: $\angle ACD$ — вписаний кут, який спирається на діаметр AD, тому $\angle ACD = 90°$, тобто $\angle C = \angle ACB + \angle ACD = 20° + 90° = 110°$. ΔACD — прямокутний.

Розглянемо $\angle ABD$ — вписаний кут, який спирається на діаметр AD, тобто $\angle ABD = 90°$. Маємо $\angle B = \angle ABD + \angle DBC = 90° + 10° = 100°$.

Враховуючи властивість вписаного чотирикутника, маємо $\angle B + \angle D = 180°$, $\angle A + \angle C = 180°$, маємо $\angle A = 180° - \angle C = 180° - 110° = 70°$, а $\angle D = 180° - \angle B = 180° - 100° = 80°$.

Відповідь: 70°; 100°; 110°; 80°.

262. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, AC і BD — діагоналі, $\angle BKA = 70°$. Навколо трапеції описано коло з центром O, $O \in AD$. Знайти: кути $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.



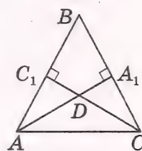
Так як трапецію вписано в коло, то $ABCD$ — рівнобічна, $AB = CD$, $\angle A = \angle D$ і $\angle B = \angle C$.

Розглянемо $\angle ABD$ і $\angle ACD$ — вписані, які спираються на діаметр, тому $\angle ABD = \angle ACD = 90°$.

Розглянемо ΔABK: $\angle ABD = 90°$, $\angle AKB = 70°$, тому $\angle BAK = 90° - 70° = 20°$, $\angle BKC = 180° - 70° = 110°$ (суміжні $\angle AKB$ і $\angle BKC$). ΔBKC — рівнобедрений, тобто $\angle CBK = \angle BCK = (180° - 110°) : 2 = 35°$. Маємо $\angle B = \angle ABK + \angle CBK = 90° + 35° = 125°$, $\angle B = \angle C = 125°$. Враховуючи властивість вписаного чотирикутника $\angle A = 180° - 125° = 55°$, $\angle C = 55°$ ($\angle A = \angle C$).

Відповідь: 55°; 125°; 125°; 55°.

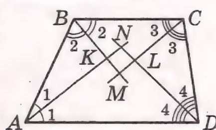
263. Нехай дано ΔABC, AA_1 і CC_1 — висоти, $AA_1 \perp BC$, $CC_1 \perp AB$. Довести, що B, A_1, D, C_1 лежать на одному колі.



Розглянемо для доведення чотирикутник BA_1DC_1, де $\angle C_1 = \angle A_1 = 90°$. За умовою вписаного чотирикутника повинно виконуватися $\angle A_1 + \angle C_1 = 180°$, $\angle B + \angle D = 180°$. Перша рівність виконується.

Так як сума кутів будь-якого чотирикутника дорівнює 360°, то маємо $\angle B + \angle D = 360° - (\angle A_1 + \angle C_1) = 360° - 180° = 180°$. Тобто навколо BA_1DC_1 можна описано коло, точки B, A_1, D і C_1 лежать на колі. Доведено.

264. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. AN, BK, CL, DN — бісектриси відповідних кутів. $KNLM$ — утворений при перетині бісектрис чотирикутник. Довести, що навколо $KNLM$ можна описати коло.



Враховуючи, що $\angle A + \angle B + \angle C \neq \angle D = 360°$. Розглянемо ΔABK і ΔCLD. Маємо $\angle BKA = 180° - (\angle 1 + \angle 2)$; $\angle CKD = 180° - (\angle 3 + \angle 4)$.

Розглянемо ΔBMK і ΔAND. Маємо $\angle BNC = 180° - (\angle 2 + \angle 3)$; $\angle AMD = 180° - (\angle 1 + \angle 4)$. В чотирикутнику $KNLM$: $\angle NKM = \angle BKA = 180° - (\angle 1 + \angle 2)$, $\angle NLM = \angle CLD = 180° - (\angle 3 + \angle 4)$.

Знайдемо суми протилежних кутів чотирикутника. Маємо $\angle NKM + \angle NLM = 180° - (\angle 1 + \angle 2) + 180° - (\angle 3 + \angle 4) = 360° - (\angle 1 + \angle 3 + \angle 3 + \angle 4) =$

$$= 360° - \left(\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2}\right) = 360° - \frac{\angle A + \angle B}{2} - \frac{\angle C + \angle D}{2},$$ тобто

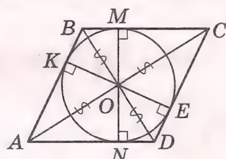
$\frac{\angle A + \angle B}{2} = \angle NKM$, а $\frac{\angle C + \angle D}{2} = \angle NLM$; $\angle KNL = \frac{\angle A + \angle D}{2}$, а

$\angle KML = \frac{\angle B + \angle C}{2}$. Тобто суми протилежних кутів дорівнюють 180°.

$$\angle NKM + \angle NLM = \frac{\angle A + \angle B}{2} + \frac{\angle C + \angle D}{2} = 360° : 2 = 180°.$$

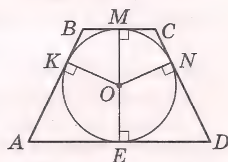
То маємо за ознакою, що можна описати коло навколо $KNLM$, так як суми протилежних кутів рівні. Доведено.

265. Нехай дано $ABCD$ — ромб. В ромб вписано коло з центром O, AC і BD — діагоналі. KE і MN — висоти ромба; M, E, N, K — точки дотику кола до сторін ромба. Довести: O — центр вписаного кола; $r = \frac{MN}{2}$.



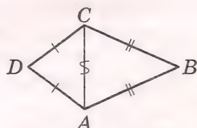
Розглянемо ΔBMO, ΔBKO, ΔDEO і ΔDNO — прямокутні, $\angle BMO = \angle BKO = \angle DEO = \angle DNO = 90°$ (радіус вписаного кола перпендикулярне дотичній). Так як $BO = OD$ (за властивостями діагоналей ромба і $\angle MBO = \angle KBO = \angle NDO = \angle EDO$; BD — бісектриса кутів $\angle B$ і $\angle D$ ромба; $\angle B = \angle D$). То маємо $\Delta BMO = \Delta BKO = \Delta DEO = \Delta DNO$ за гіпотенузою і гострим кутом. Маємо $OM = OE = ON = OK = R$, тобто O — центр вписаного кола, $MN = 2OM$ $(ON = ON) = 2r$, тобто $r = \frac{MN}{2}$. Доведено.

б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція. В трапецію вписано коло з центром O. Довести: $r = \frac{MF}{2}$.



Враховуючи, що $OK = ON = OE = OM = r$, тобто $OK \perp AB$, $ON \perp CD$, $OM \perp BC$, $OE \perp AD$. Протилежні сторони трапеції $BC \parallel AD$, то $MN \perp BC$ і $MN \perp AD$. $MN = OM + OE = 2r$, тобто $r = \frac{MF}{2}$. Доведено.

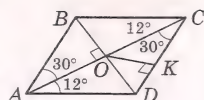
266. Нехай дано ΔADC і ΔACB — рівнобедрені; $AD = DC$; $AB = BC$; AC — спільна сторона. Довести, що в $ABCD$ можна вписати коло.



За властивістю чотирикутника вписаного навколо кола маємо $CD + AB = AD + BC$. Так як $AD = DC$ і $AB = BC$ за умовою, то дана рівність виконується. Доведено.

267. Нехай дано $ABCD$ — чотирикутник. Сторони чотирикутника 4 м, 9 м, 8 м і 5 м. В чотирикутник вписано коло, то повинна виконуватись властивість, що суми протилежних сторін рівні $4 + 9 = 8 + 5$. Тобто протилежні сторони 4 і 9; 8 і 5. *Відповідь*: 4 м і 9 м; 8 м і 5 м.

268. Нехай $ABCD$ — даний ромб. $\angle A = \angle C = 60°$, AC — діагональ, $AC = 24$ см. Знайти: r вписаного кола.

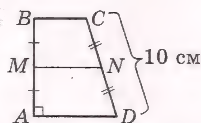


За властивостями ромба маємо $AO = OC = 12$ см, $\angle BAO = \angle OAD = 30°$. $OK \perp CD$, $OK = r$. Розглянемо ΔOKD — прямокутний ($\angle OKC = 90°$).

$OK = \frac{1}{2}AC = 6$ см (катет прямокутного трикутника, який лежить напроти кута в 30°, в два рази менше гіпотенузи, OC — гіпотенуза).

Відповідь: 6 см.

269. Нехай $ABCD$ — прямокутна трапеція, $BC \parallel AD$, $CD = 10$ см. В трапецію вписано коло, $r = 3$ см. Знайти: MN — ?



За властивістю чотирикутника, описаного навколо кола, маємо $AB + CD = BC + AD$, тобто

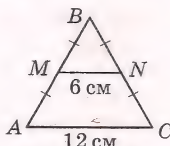
$MN = \frac{BA + CD}{2}$, $AB = 2r = 6$ см ($AB \perp AD$, $AB \perp BC$), то маємо

$MN = \frac{6 + 10}{2} = 8$ см.

Відповідь: 8 см.

270. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, MN — середня лінія. $P_{\Delta MBN} = 24$ см, $AC = 12$ см. Довести, що в $AMNC$ можна вписати коло.

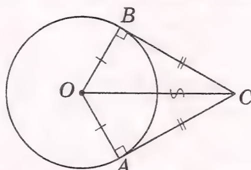
За властивістю середньої лінії трикутника маємо



$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}12 = 6$ см. За умовою $P_{\Delta MBN} = 24$ см, тобто $MB \neq BN + MN = 24$ см. Враховуючи, що $MB = BN$ ($AB = BC$, MN — середня лінія), маємо $2MB + 6 = 24$; $2MB = 18$; $MB = 9$ см. Тобто $AM = NC = 9$ см.

За властивістю кола, вписаного в чотирикутник, маємо $AM + NC = MN + AC$, то $6 + 12 = 9 + 9$; $18 = 18$. Виконується. Тобто можливо вписати коло в трапецію $AMNC$.

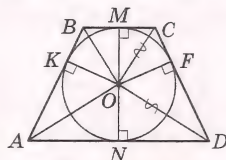
271. Нехай дано коло з центром O, BC і CA — дотичні, $OB = OA = r$. Довести, що в $OBCA$ можна вписати коло.



Розглянемо ΔOBC і ΔOAC — прямокутні ($\angle OBC = \angle OAC = 90°$), OC — спільна, $OB = OA = r$, тобто $\Delta OBC = \Delta OAC$, маємо $BC = AC$.

За властивістю чотирикутника, описаного навколо кола, маємо $OB + AC = OA + BC$. Виконується. Можна вписати коло в чотирикутник $OBCA$.

272. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. В трапецію вписано коло з центром O.



а) O — точка перетину бісектрис;

б) ΔAOB і ΔCOD — прямокутні.

Так як коло вписано в трапецію $ABCD$, то $OK \perp AB$, $OM \perp BC$, $OF \perp CD$, $ON \perp AD$, O — центр вписаного кола.

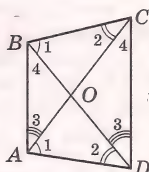
Розглянемо ΔOND і $\Delta OFED$; ΔOMC і $\Delta OFEC$ — прямокутні. $OM = OF = ON = r$. OD і OC — спільні сторони відповідно, тобто $\Delta OND = \Delta OFD$, $\Delta OMC = \Delta OFC$ за гіпотенузою і катетом. Звідки маємо $\angle NDO = \angle FDO$, а $\angle MCO = \angle FCO$, тобто OD і OC — бісектриси кутів $\angle D$ і $\angle C$ відповідно.

$\Delta ANO = \Delta AKO$ і $\Delta BKO = \Delta BMO$ за гіпотенузою і катетом, тобто $\angle NAO = \angle KAO$ і $\angle KBO = \angle MBO$ відповідно. AO і BO — бісектриси кутів $\angle A$ і $\angle B$ відповідно. Отже, центр O вписаного кола лежить на перетині бісектрис кутів трапеції.

б) Розглянемо ΔAOB і ΔCOD. Враховуючи, що $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle A$, а $\angle ABO = \frac{1}{2}\angle B$ (AO і BO — бісектриси); $\angle ODF = \frac{1}{2}\angle D$, а $\angle OCF = \frac{1}{2}\angle C$ (DO і CO — бісектриси). Маємо $\angle BAO + \angle ODF = \frac{1}{2}(\angle A + \angle D)$;

$\angle ABO + \angle OCF = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) \Leftrightarrow$ $ABCD$ — трапеція, тому $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$ ($BC \parallel AD$), то маємо $\angle BAO + \angle ODF = 90°$, $\angle ABO + \angle OCF = 90°$, то маємо ΔABO і ΔCOD — прямокутні ($\angle AOB = \angle COD = 90°$). Що й треба було довести. Доведено.

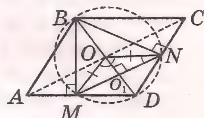
273. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник. За умовою $\angle CBD = \angle CAD = \angle 1$; $\angle BCA = \angle ADB = \angle 2$; $\angle BDC = \angle BAC = \angle 3$; $\angle ABD = \angle ACD = \angle 4$. Довести, що можна вписати коло в $ABCD$.



Для доведення необхідно довести, що $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$.

Розглянемо $\angle A + \angle C = \angle 3 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4$; $\angle B + \angle D = \angle 1 + \angle 4 + \angle 2 + \angle 3$. Знайдемо $(\angle A + \angle C) - (\angle B + \angle D) = (\angle 3 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4) - (\angle 1 + \angle 4 + \angle 2 + \angle 3) = 0$, тобто $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$. Так як в будь-якому чотирикутнику $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$, то маємо $2(\angle A + \angle C) = 360°$; $\angle A + \angle B = 180°$. Тобто $\angle A + \angle C = 180°$ і $\angle B + \angle D = 180°$. Доведено.

274. Нехай $ABCD$ — даний ромб, $BM \perp AD$, $BN \perp CD$ — висоти, BD і AC — діагоналі, $MN = \frac{1}{2}BD$.



Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ і $\angle D$.

Для розв'язання задачі проводимо коло з центром в т. O. $BNDM$ — вписаний чотирикутник, $\angle BND = \angle BMD = 90°$, тобто $\angle M + \angle N = 180°$. Маємо $\angle B + \angle D = 180°$ ($\angle M + \angle B + \angle N + \angle D = 360°$, то $\angle B \neq \angle D = 180°$). Розглянемо $\angle BND = 90°$ і $\angle BMD = 90°$ — вписані кути, які спираються на діаметр. Тобто $OB = ON = OD = OM = \frac{BD}{2}$.

Розглянемо ΔMON — рівнобедрений за означенням, $OM = ON$, то OO_1 — медіана, бісектриса, висота, $MO_1 = O_1N = \frac{1}{4}BD$.

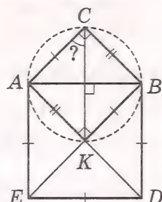
Тобто із ΔBO_1N прямокутного маємо: $ON = OD = \frac{BD}{2}$, $O_1N = \frac{BD}{4}$.

Тобто гіпотенуза в два рази більша за катет.

Маємо $\angle NOO_1 = 30°$, тобто $\angle MON = 60°$, $\angle MDN$ — вписаний кут, який спирається на дугу $\cup MBN = 360° - 60° = 300°$, тобто $\angle D = 300° : 2 = 150°$, $\angle D = \angle B = 150°$. Маємо $\angle A = \angle C = 180° - 150° = 30°$ (за властивістю ромба $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$).

Відповідь: 30°; 150°; 30°; 150°.

275. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle C = 90°$. $ABDF$ — квадрат, $AB = BD$, AD і BE — діагоналі, K — точка перетину діагоналей. Знайти: $\angle ACK$ — ?



Для розв'язання задачі опишемо навколо чотирикутника $ACBK$ коло. Це можна зробити, так як $\angle C + \angle AKB = 90° + 90° = 180°$. Так як в чотирикутнику $\angle A + \angle C + \angle B + \angle AKB = 360°$, то $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle ACB = 90°$ і $\angle AKB = 90°$ — вписані кути, які спираються на діаметр. Тобто AB — діаметр, CK — діаметр, $AB = CK$. Тобто $ABCD$ — прямокутник, $AC = BD$ і $AK = BC$. Розглянемо $ABDE$ — квадрат, $AD = BE$ за властивостями квадрата, маємо $AK = KB$, тобто $AC = CB = BK = AK$. Маємо $ACBK$ — квадрат. За властивостями квадрата $\angle ACK = 45°$ (CK — бісектриса $\angle C$). *Відповідь*: 45°.

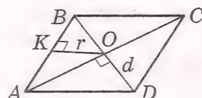
276. Помилка в кресленні. Так як чотирикутник вписано в коло, то за властивістю вписаного чотирикутника маємо $\angle E + \angle B = 180°$ і $\angle A + \angle C = 180°$. $\angle CEA$ — зовнішній кут ΔCED, тому $\angle CED = \angle D + \angle ECD$, тобто цього не може бути. І коло повинно було пройти через т. D.

277. Помилка в рівності ΔABO і ΔEOC. За побудовою $AD = DC$, $\angle ADB = \angle EDC$. Необхідна рівність $\angle ACE$ і $\angle CAB$ (ознака рівності трикутників за стороною і двома прилеглими кутами).

278. Побудувати ромб за діагоналлю і радіусом вписаного кола.
Дано: відрізок d — діагональ і r — радіус вписаного кола.

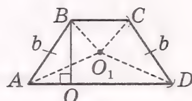
1) Відкладаємо відрізок $BD = d$, ділимо навпіл, $BO = OD = \dfrac{d}{2}$.

2) Будуємо ΔBKO — прямокутний за гіпотенузою $BO = \dfrac{d}{2}$ і катетом $OK = r$.

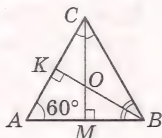


3) Проводимо серединний перпендикуляр AC.
4) Продовжуємо BK до перетину з AC.
5) З'єднаємо A і D.
6) Проводимо $BC \parallel AD$, $CD \parallel AB$.
Доведення. За побудовою $BO = OD$, $\angle BOA = \angle AOD = 90°$. Тобто $ABCD$ — ромб, $BD = d$, $OK = r$.

279. Нехай $AB = CD = b$ (бічні сторони), $O_1K = r$.



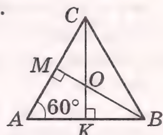
Враховуючи, що $BO = 2r$, то будуємо трапецію за бічною стороною і висотою.
1) Будуємо ΔAOB — прямокутний за гіпотенузою і катетом $AB = b$, $BO = 2r$.
2) Проводимо пряму $BC \parallel AD$.
3) Так як O_1 — центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис кутів трапеції. Будуємо бісектриси $\angle A$ і $\angle B$.
4) На прямій BC відзначаємо т. C. O_1 — центр кола, $OB_1 = O_1C$.
5) На прямій AD відзначаємо т. D, $AO_1 = O_1D$, O_1 — центр кола.
6) З'єднаємо A, B, C і D. $ABCD$ — рівнобічна трапеція.
Доведення. $ABCD$ — трапеція $BC \parallel AD$. За побудовою $AB = b$, $BO = 2r$, $CD = b$. Радіус вписаного кола r. Задача має єдиний розв'язок, так як $b > 2r$ (гіпотенуза більша за катет).



280. Нехай ΔACB — даний трикутник, $\angle A = 60°$.
CM і BK — бісектриси кутів $\angle C$ і $\angle B$ відповідно.
Знайти: $\angle COB$ — ?

Розглянемо ΔACB. Маємо $\angle C + \angle B = 180° - 60° = 120°$ (сума кутів трикутника 180°). Враховуючи, що CM і BK — бісектриси кутів $\angle C$ і $\angle B$. Маємо $\angle CBO = \frac{\angle B}{2}$; $\angle BCO = \frac{\angle C}{2}$, то маємо $\frac{\angle C}{2} + \frac{\angle B}{2} = 60°$. *Відповідь*: 60°.

281. Нехай ΔABC — даний, $\angle A = 60°$, $BM \perp CA$, $CK \perp AB$.



Знайти: кут між висотами, $\angle COM$ — ?

Розглянемо чотирикутник $AMOK$. Сума кутів будь-якого чотирикутника дорівнює 360°.

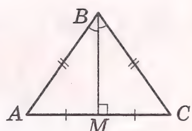
Маємо $\angle A + \angle M + \angle MOK + \angle K = 360°$; $\angle M = \angle K = 90°$.

Маємо $60° + 90° + 90° + \angle MOK = 360°$, тобто $\angle MOK = 180° - 60° = 120°$.

Маємо $\angle MOC = \angle KOB = 180° - 120° = 60°$ ($\angle KOM$ і $\angle MOC$ — суміжні, $\angle MOC$ і $\angle KOB$ — вертикальні). *Відповідь*: 60°.

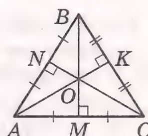
§ 9. Визначні точки трикутника

287. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, BM — висота, медіана і бісектриса, AC — основа трикутника.



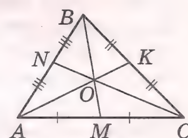
Враховуючи, що висота, медіана і бісектриса — це пряма BM, то точки перетину медіан, бісектрис і висот будуть лежати на прямій BM. Доведено.

288. Нехай ΔABC, O — точка перетину медіан і ортоцентр, тобто точка перетину висот. Враховуючи, що медіана і висота співпадають, то можна провести таку тільки одну пряму.



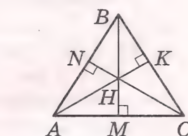
Проведемо з вершин A, B, C прямі AK, BM CN — медіани і висота. Отримаємо, що $AB = BC = AC$, тобто ΔABC — рівносторонній. Доведено.

289. Нехай ΔABC — даний. За умовою AK, BM, CN — медіани, O — точка перетину медіан. Враховуючи, що O поділила медіану, наприклад AK, так, що $AO - OK = 3$ см. За теоремою про точку перетину медіан трикутника маємо: $AO : OK = 2 : 1$, то відрізок $AO = 2k$, $OK = k$, $k > 0$, то $2k - k = 2$; $k = 3$, то $AO = 6$ см, $OK = 3$ см. То медіана $AK = 6 + 3 = 9$ см.



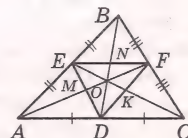
Відповідь: 6 см; 3 см; 9 см.

290. Нехай дано ΔABC; BM, CN, AK — висоти, H — ортоцентр. Довести: A — ортоцентр ΔBHC.



За умовою $AK \perp BC$ — висота, то HK — висота ΔHBC, $BM \perp BC$ — висота ΔABC, то $MC \perp BM$ і $MC \perp BH$, то висоти ΔHBC — HK і MC — перетинаються в т. A, отже, A — ортоцентр. Доведено.

291. Нехай дано ΔABC; $AD = DC$; $D \in AC$; $AE = EB$, $E \in AB$, $BF = FC$, $F \in BC$.

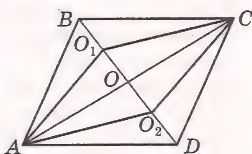


Проведемо відрізки DE, EF, DF — це середні лінії ΔABC за означенням, так як з'єднали середини сторін трикутника. За властивістю середньої лінії маємо $ED = \frac{1}{2}BC$; $EF = \frac{1}{2}AC$; $DF = \frac{1}{2}AB$.

Розглянемо ΔADB і ΔCDB: EN і NF — середні лінії за означенням. $EN = \frac{1}{2}AD$; $NF = \frac{1}{2}DC$, так як $AD = DC$, то BD — медіана ΔABC.

Аналогічно AF — медіана, CE — медіана, вони співпадають з медіанами трикутника, то і O — центр перетину медіан спільний, що і треба було довести. Доведено.

292. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагоналі, O — точка перетину діагоналей AC і BD. $AO = OC$, $BO = OD$ за властивостями діагоналей, то BO і OD — медіани ΔABC і ΔADC відповідно.



Нехай медіани ΔABC перетинаються в O_1, $O_1 \in BO$, а медіани ΔADC — в O_2, $O_2 \in OD$.

За властивостями центроїдів: $\frac{BO_1}{O_1O} = \frac{2}{1}$; $\frac{DO_2}{O_2O} = \frac{2}{1}$, то

$$BO_1 = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{6}BD = \frac{1}{3}BD. \quad O_2O = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{6}BD; \quad DO_2 = \frac{2}{3}DO = \frac{1}{3}BD;$$

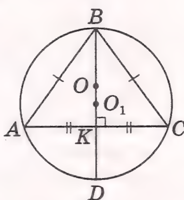
$$O_2O = \frac{1}{3}DO = \frac{1}{6}BD; \quad O_1O_2 = O_1O + O_2O = \frac{1}{6}BD + \frac{1}{6}BD = \frac{2}{6}BD = \frac{1}{3}BD.$$

Звідки $O_1B = O_1O_2 = O_2D = \frac{1}{3}BD$.

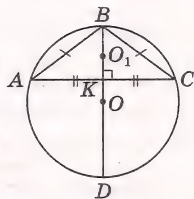
Отже, точки перетину медіан ΔABC і ΔADC лежать на діагоналі BD паралелограма і ділять її на 3 рівні частини. Доведено.

293. Нехай ΔABC — рівнобедрений за умовою, $AB = BC$. Навколо трикутника описано коло $R = 6$ см, $OK = 3$ см, BK — медіана, проведена до основи, $AK = KC$.

Нехай O_1 — точка перетину медіан трикутника ΔABC. Треба знайти $BO_1 = O_1K$.



Дана задача має два розв'язка, так як центр описаного кола може лежати в ΔABC, тобто трикутник — гострокутний, $\angle B < 90°$ або центр описаного кола лежить за трикутником, тобто ΔABC — тупокутний, $\angle B > 90°$.



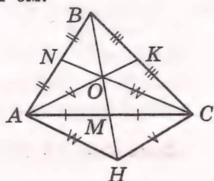
Враховуючи, що центр описаного кола навколо трикутника лежить на перетині серединних перпендикулярів до сторін трикутника. то центр описаного кола знаходиться на BK — висота, медіана ΔABC, $AB = BC$. Так як $OK = 3$ см, $OB = OC = OA = R = 6$ см, то $BK = BO + OK = 6 + 3 = 9$ см або $BK = BO - OK = 6 - 3 = 3$ см.

Враховуючи, що медіани точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, то маємо: для гострокутного трикутника т. O і т. O_1 співпадають: $OK = 3$ см, $BK = 6$ см, а для тупокутного: $O_1K = 1$ см, $BO_1 = 2$ см.

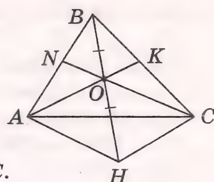
Відповідь: 3 см і 6 см або 1 см і 2 см.

294. Нехай дано медіани m_a, m_b, m_c трикутника ΔABC.

Аналіз. Нехай ΔABC побудовано. O — точка перетину медіан трикутника, то можливо будувати ΔAOH, де $AO = \frac{2}{3}m_a$; $OH = \frac{2}{3}m_b$ і $AH = \frac{2}{3}m_c$.



Вершину C можливо отримати, відклавши $OA = OC$, а вершину B, відклавши $OH = OB$.



Побудова.

1) Поділимо відрізки m_a, m_b,m_c у відношенні 2 : 1.

2) Будуємо ΔAOH за трьома сторонами;

$$AO = \frac{2}{3}m_a;\quad OH = \frac{2}{3}m_b \quad і \quad AH = \frac{2}{3}m_c.$$

3) Будуємо паралелограм $AOCH$; $AH \parallel OC$; $AO \parallel HC$. Отримуємо т. C.

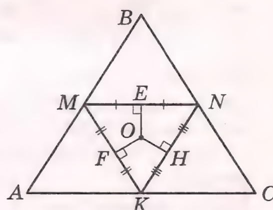
4) На промені OH відкладаємо від т. O $OB = OH$. Маємо вершину B ΔABC.

5) З'єднаємо точки A, B, C, отримаємо шуканий ΔABC.

ΔABC — шуканий, $AO = \frac{2}{3}m_a$; $OH = \frac{2}{3}m_b$ і $AH = \frac{2}{3}m_c$ за побудовою.

Враховуючи, що $AOCH$ — паралелограм за побудовою, то маємо $AO = HC$, $AH = OC$, BM — медіана, і поділилася у відношенні 2 :1, рахуючи від вершини. O — точка перетину медіан. OA і OC — відрізки медіан. Задача має єдиний розв'язок, якщо для m_a, m_b, m_c виконується нерівність трикутника.

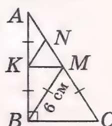
295. Нехай дано ΔABC; MN, NK, MK — середні лінії ΔABC, O — ортоцентр ΔMNK. Довести: O — центр описаного кола навколо ΔABC.



За властивістю середній лінії трикутника маємо $MK \parallel BC$, $NK \parallel AB$, $MN \parallel AC$. За означенням середньої лінії маємо $AM = MB$, $BN = NC$, $AK = KC$. За умовою O — ортоцентр ΔMNK, тобто $EO \perp MN$, $OF \perp MK$, $OH \perp NK$;

OE, OF, HO — серединні перпендикуляри до сторін ΔMNK, то EK, FN і MH — серединні перпендикуляри до сторін ΔABC, тобто O — центр описаного кола навколо ΔABC, так як лежить на перетині серединних перпендикулярів. Доведено.

296. Нехай дано ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$, $BM = 6$ см — медіана. $AK = KB$, $KN \parallel BM$. Знайти: AN і NM.



За властивістю медіани прямокутного трикутника $BM = AM = MC = 6$ см, то $AC = 12$ см.

Розглянемо $\angle A$, $KN \parallel BM$, а паралельні прямі відтинають на сторонах кута рівні відрізки за теоремою Фалеса, то $AN = NM = 6 : 2 = 3$ см. Тобто: $AN = NM = 3$ см, $NC = 3 + 6 = 9$ см.

Відповідь: 3 см; 9 см.

297. а) $5{,}4 : x = 2{,}7 : 7{,}3$; $\frac{x+1}{144} = \frac{25}{60}$. За властивістю пропорції:

$2{,}7x = 5{,}4 \cdot 7{,}2$;

$x = \frac{^2\cancel{5{,}4} \cdot 7{,}2}{\cancel{2{,}7}_1}$;

$x = 2 \cdot 7{,}2$;

$x = 14{,}4$;

$60(c + 1) = 25 \cdot 144$;

$x + 1 = \frac{25 \cdot 144}{60}$;

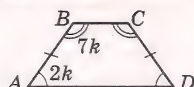
$x + 1 = \frac{3600}{60}$;

$x + 1 = 60$; $x = 59$.

Відповідь: а) 14,4; б) 59.

Задача для підготовки до контрольної роботи № 2

1. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$. $\angle A : \angle B = 2 : 7$. Враховуючи, що кути при основі рівнобічної трапеції рівні, тобто $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$, то нехай $\angle A = 2x$, $x > 0$ — коефіцієнт пропорційності, $\angle B = 7x$, маємо $\angle A + \angle B = 180°$ ($BC \parallel AD$); $2x + 7x = 180$; $9x = 180$; $x = 20$, то $\angle A = 2 \cdot 20° = 40°$, $\angle B = 7 \cdot 20° = 140°$, $\angle C = 20°$, $\angle D = 140°$.

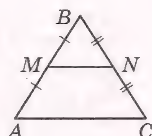


Відповідь: 40°; 140°; 40°; 140°.

2. За умовою $B_1C_1 \parallel B_2C_2$, $AC_1 = C_1C_2$, $AB_2 = 12$ см, то за теоремою Фалеса маємо $AB_1 = B_1B_2 = \frac{1}{2}AB_2$, тобто $AB_1 = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ см.

Відповідь: 6 см.

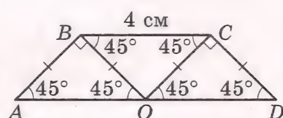
3. Нехай дано ΔABC, MN — середня лінія. $AM = MB$; $BN = NC$. $P_{\Delta MBN} = 17$ см.



За властивістю середньої лінії маємо, що $MN = \frac{1}{2}AC$, $AM = MB$, $BN = NC$ за означенням середньої лінії, то $P_{\Delta ABC} = 2P_{\Delta BMN} = 34$ см. Трикутник, утворений середніми лініями ΔABC, в два рази менше ніж $P_{\Delta ABC} = 17$ см.

Відповідь: 17 см; 34 см.

4. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $\angle A = \angle D = 45°$, $AO = OD$, $\angle ABO = \angle OCD = 90°$. Знайти: m — середню лінію трапеції.



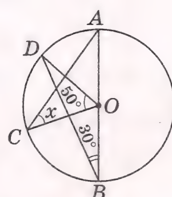
Для розв'язання задачі розглянемо ΔABO і ΔOCD — прямокутні за умовою.

Враховуючи, що $\angle A = \angle D = 45°$, то ΔABO і ΔOCD — прямокутні рівнобедрені, так як $\angle BOA = \angle COD = 45°$. Тобто маємо $AB = BO = OC = CD$. Знайдемо $\angle BOC = 180° - 2 \cdot 45° = 90°$, то ΔBOC — прямокутний, рівнобедрений, $OB = OC$, $\angle BOC = 90°$.

Так як $\Delta ABO = \Delta BOC = \Delta OCD$ за катетом і гострим кутом, то маємо $AO = BC = OD = 4$ см. Тобто $AD = 2 \cdot AO = 2 \cdot BC = 2 \cdot 4 = 8$ см. Середня лінія трапеції $m = \frac{AD + BC}{2} = \frac{8 + 4}{2} = 6$ см.

Відповідь: 6 см.

5. Нехай дано коло з центром O, AB — діаметр кола. $\angle DBO = 30°$, $\angle DOC = 50°$. Знайти: $\angle ACO$ — ?



Розглянемо ΔAOC — рівнобедрений за означенням, $OA = OC = R$, тобто $\angle ACO = \angle CAO$.

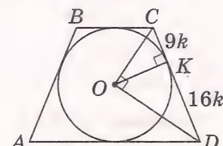
$\angle DBA$ — вписаний кут за означенням $\angle DBA = 30°$ спирається на дугу $\cup AD$, $\angle DOA$ — центральний кут спирається на дугу $\cup AD$, то $\angle AOD = 2\angle DBA = 2 \cdot 30° = 60°$, то $\angle COA = \angle COD + \angle DOA = 50° + 60° = 110°$.

Маємо $\angle ACO = (180° - 110°) : 2 = 35°$.

Відповідь: 35°.

6. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$. $OK = r$. $CK : KD = 9 : 16$, $m = 50$ см — середня лінія.

Знайти: CK і KD — ?

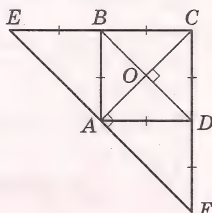


За властивістю чотирикутника, описаного навколо кола, маємо $AB + CD = BC + AD$; так як $AB = CD$, то $2AB = BC + AD$, за умовою m — середня лінія, $m = \frac{AB + BC}{2}$, тобто $\frac{AD + BC}{2} = 50$; $AD + BC = 100$ см, то $2AB = 100$ см, $AB = 50$ см, $CD = 50$ см. Нехай $CK = 9k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, $KD = 16k$, то маємо $9k + 16k = 50$; $25k = 50$; $k = 2$. Маємо $CK = 9 \cdot 2 = 18$ см, $KD = 16 \cdot 2 = 32$ см. *Відповідь*: 18 см; 32 см.

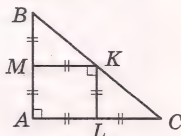
298. Нехай в опуклому чотирикутнику всі кути будуть тупими, то їх сума буде більша за 360°. За умовою не всі кути рівні, то припустимо, що два або три кути з них дорівнюють 90°, то це неможливо. Чотири кути чотирикутника теж не можуть дорівнювати 90°, це протиріччя умові. То з цього зробимо висновок, що хоча б один кут гострий, що і слід було довести.



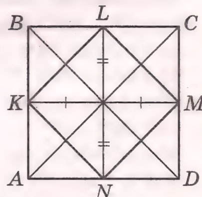
299. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. За умовою один кут дорівнює сумі двох інших, то це може бути тільки тупий кут. Тому нехай $\angle A = \angle C = x$, $x > 0$ (за властивостями паралелограма), то $\angle B = 2x$. Враховуючи, що $\angle A + \angle B = 180°$, маємо рівняння $x + 2x = 180$; $3x = 180$; $x = 60°$. $\angle B = 120°$, $\angle B = 60°$, $\angle D = 120°$.
$ABCD$ може бути ромбом. Якщо BD — діагональ буде бісектрисою кута $\angle B$, то $AB = BC = AD = CD$. Квадратом $ABCD$ не може бути.
Відповідь: 60°; 120°; 60°; 120°. Ромбом може бути, квадратом — ні.



300. Нехай $ABCD$ — даний квадрат, AC і BD — діагоналі, $AC = BD = 7$ см, $EF \perp AC$. Знайти: EF — ?
Для розв'язання задачі врахуємо, що $EF \perp AC$, $BD \perp AC$, то $EF \parallel BD$. Розглянемо $\angle C$, так як паралельні прямі відтинають на сторонах кута рівні відрізки, то маємо $EB = BC = CD = DF$. То розглянувши ΔECF — прямокутний, рівнобедрений, $\angle ECF = 90°$, $EC = CF$, маємо BD — середня лінія за означенням. Тому $EF = 2 \cdot BD = 2 \cdot 7 = 14$ см.
Відповідь: 14 см.



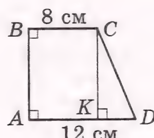
301. Нехай дано ΔABC. MK, KL — середні лінії. $\angle MKL = 90°$, $MK = KL$. Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.
За властивостями середньої лінії маємо $MK \parallel AC$, $MK = \frac{1}{2}AC$; $KL \parallel AB$, $KL = \frac{1}{2}AB$. Маємо $AB \perp AC$, тобто ΔABC — прямокутний, $\angle A = 90°$. Розглянувши ΔBMK і ΔKLC — прямокутні, рівнобедрені і рівні, $\angle BMK = \angle KLC = 90°$, за вдома катетами, то маємо $\angle C = \angle B = 90° : 2 = 45°$. *Відповідь*: 45°; 45°; 90°.



302. Для розв'язання задачі побудуємо чотирикутник $ABCD$, LN і KM — відрізки, що сполучають середини протилежних сторін чотирикутника (це є прямолінійні доріжки, що сполучають протилежні сторони майданчика). Довести: O — точка перетину LN і KM ділить їх навпіл.
Для доведення розглянемо ΔABC і ΔACD. KL і MN — середні лінії трикутників за означенням. $KL \parallel AC$, $MN \parallel AC$, то $KL \parallel AC$.
Розглянемо ΔBAD і ΔBCD. KN і LM — середні лінії трикутників за означенням. Тобто $KN \parallel BD$ і $LM \parallel BD$, то $KN \parallel LN$. Чотирикутник

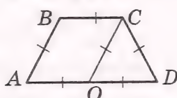
$KLMN$ — паралелограм за означенням, де LN і KM — діагоналі паралелограма. За властивостями паралелограма маємо $OL = ON$ і $KO = OM$. Доведено.

303. Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $BC \parallel AD$, $BC = 8$ см, $AD = 12$ см. $\angle C > \angle D$ втричі за умовою. Знайти: AB — ?



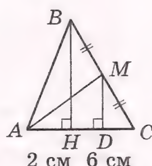
Нехай $\angle D = x$, $x > 0$, то $\angle C = 3x$ за умовою. За властивостями кутів ромба маємо $\angle C + \angle D = 180°$; $x + 3x = 180$; $4x = 180$; $x = 45°$. Тобто $\angle D = 45°$; $\angle A = 3 \cdot 45° = 135°$.
Для розв'язання задачі проведемо висоту трапеції з вершини тупого кута $\angle C$ на AD, $CK \perp AD$, $CD = AB$.
Розглянемо ΔCKD — прямокутний, рівнобедрений, так як $\angle D = 45°$, то $\angle KCD = 45°$. Маємо $KD = CK = 12 - 8 = 4$ см. $AB = CK = 4$ см.
Відповідь: 4 см.

304. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. CO поділила трапецію на ΔCOD — рівносторонній, $ABCD$ — ромб. $P_{ABCD} = 60$ см. Знайти: m — середню лінію трапеції.



За умовою ΔCOD — рівносторонній, тобто $CO = OD = CD$, $ABCD$ — ромб, тобто $AB = BC = CO = AO$, то маємо $P_{ABCD} = AB + BC + CD + OD + AO = 5AB$. Звідки $5AB = 60$; $AB = 12$ см; $BC = 12$ см. $AD = 2AB = 2 \cdot 12 = 24$ см.
Враховуючи, що $m = \dfrac{AD + BC}{2}$, то $m = \dfrac{24 + 12}{2} = 18$ см. *Відповідь*: 18 см.

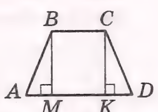
305. Нехай дано ΔABC, $BH \perp AC$ — висота. $AH = 2$ см, $HC = 6$ см, AM — медіана, $MD \perp HC$. Знайти: AD і DC.



Розглянемо $\angle C$, за умовою $BH \perp AC$ і $MD \perp AC$, то $BH \parallel MD$, паралельні прямі відтинають на сторонах кута рівні відрізки за теоремою Фалеса, тобто $\dfrac{BM}{MC} = \dfrac{CD}{HD}$. Тобто $DC = \dfrac{HC}{2} = 6 : 2 = 3$ см; $HD = 3$ см.
То маємо $AD = AH + HD = 2 + 3 = 5$ см.
Відповідь: 3 см; 5 см.

306. а) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$. В трапецію вписано і описано коло, $\angle A + \angle B + \angle C = 300°$. Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ — ?
За умовою трапеції, вписаної в коло, маємо:
$\begin{cases} \angle A + \angle C + 180°, \\ \angle B + \angle D = 180°. \end{cases}$ Тобто $\angle B = 300° - (\angle A + \angle C) = 300° - 180° = 120°$;
$\angle B = 120°$, то $\angle A = 180° - 120° = 60°$.
Враховуючи умову $\angle A + \angle C = 180°$, маємо $\angle C = 120°$, $\angle B + \angle D = 180°$, то $\angle D = 60°$. Дана трапеція рівнобічна, так як кути при основах рівні.
Відповідь: 60°; 120°; 60°; 120°.

б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$. В трапецію вписано і описано коло. $P_{ABCD} = 16$ см. Знайти: AB; CD; BC; AD — ?



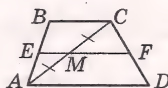
За умовою в трапеції, описаної навколо кола, маємо $AB + CD = BC + AD$.
Враховуючи, що $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + CD)$, тобто $2(AB + CD) = 167$ і $AB + CD = 8$ см. Трапеція рівнобічна, тобто $AB = CD$, то $2AB = 8$ см; $AB = 4$ см; $CD = 4$ см.

Для розв'язання задачі проведемо висоти трапеції з вершин тупих кутів $\angle B$ і $\angle C$. $BM \perp AD$, $CK \perp AD$, $AM = KD$, так як $\Delta AMB = \Delta DKC$ за гіпотенузою і катетом, то $(AD - BC) : 2 = AM$, $AD - BC = 2AM$. Маємо $AM = 2$ см, тобто катет прямокутного трикутника в 2 рази менше за гіпотенузі, то $\angle ABM = \angle KCD = 30°$, а $\angle A = \angle D = 60°$.

Враховуючи, що $AD = 2AM + MK = 2AM + BC = 4 + BC$ і $AD + BC = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} AD = 4 + BC, \\ AD = 8 - BC \end{cases} \Leftrightarrow 2AD = 12;\ AD = 6,\ BC = 2$ см.

Відповідь: 4 см; 2 см; 4 см; 6 см.

307. а) Нехай дано трапецію $ABCD$, $BC \parallel AD$, AC — діагональ, EF — середня лінія трапеції. $AM = MC$.

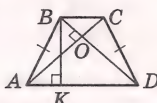


Довести: $EF = \dfrac{BC + AD}{2}$.

За умовою $AM = MC$, EF — середня лінія за означенням, тобто $EF \parallel BC$ і $EF \parallel AD$. За теоремою Фалеса $EA = EB$ і $CF = FD$, тобто EM — середня лінія ΔABC і MF — середня лінія ΔADC за означенням. $EM = \dfrac{1}{2}BC$, $ME = \dfrac{1}{2}AD$. Враховуючи $EF = EM + MF = \dfrac{1}{2}BC + \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{BC + AD}{2}$, так як EF — середня лінія трапеції, то доведено.

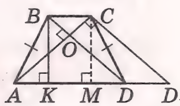
б) Нехай дано чотирикутник $ABCD$, E і F — середини сторін AB і CD. Тобто $AE = EB$ і $CF = FD$, $EF = \dfrac{1}{2}(AD + CB)$, то $ABCD$ — трапеція або паралелограм. За умовою маємо $EF = \dfrac{1}{2}AD + \dfrac{1}{2}CB$, тобто $EF = EM + MF$, то $EM = \dfrac{1}{2}BC$ і $MF = \dfrac{1}{2}AD$, тобто EM і MF — середні лінії ΔABC і ΔACD за властивістю, то маємо $EM \parallel BC$, $MF \parallel AD$, то $EF \parallel BC \parallel AD$. Отже, $ABCD$ — трапеція за означенням. Якщо $BC = AD$, то $ABCD$ — паралелограм за означенням. Доведено.

308. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $AC \perp BD$ за умовою, $BK \perp AD$ — висота.



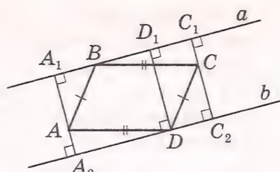
Довести: $BK = \dfrac{AD + BC}{2}$.

Для доведення проводимо $CD_1 \parallel BD$. Отримаємо BCD_1D — паралелограм за означенням, $CD_1 \parallel BD$; $DD_1 \parallel BC$. Звідки $CD_1 = BD$; $BC = DD_1$, $\angle ACD_1 = 90°$, так як $\angle AOD = 90°$, а $BD \parallel CD_1$.



Розглянемо ΔACD_1 — прямокутний, $\angle ACD_1 = 90°$, CM — висота, $CM \perp AD_1$. $AD_1 = AD + DD_1 = AD + BC$. $AC = CD_1$, так як $CD_1 = BD = AC$ — діагоналі рівнобічної трапеції рівні, то ΔACD_1 — прямокутний, рівнобедрений; $AC = CD_1$, тобто CM — висота і медіана. За властивістю медіани прямокутного трикутника маємо $CM = \dfrac{AD_1}{2} = \dfrac{AD + BC}{2}$. Доведено.

309. Нехай дано $ABCD$ — паралелограм.
$B \in a$, $CC_1 \perp a$, $DD_1 \perp a$, $AA_1 \perp a$, $AA_1 = a$, $CC_1 = c$. Знайти: DD_1 — ?
Враховуючи, що за умовою задачі відстань від т. A до прямій a: $AA_1 = a$, $AA_1 \perp a$, $C_1C \perp a$, $C_1C = c$. Для розв'язання задачі проводимо $b \parallel a$ через т. D, так як $a \parallel b$, то $A_1A_2 \parallel DD_1 \parallel C_1C_2$.



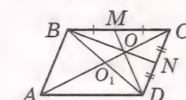
1) Розглянемо $A_2A_1C_1C_2$ — прямокутник, то $D_1D = C_1C_2 = A_2A_1$. Враховуючи, що $\Delta AA_1B = \Delta DC_2C$, то $C_2C = a$ і $C_2C_1 = a + c$; $A_1A_2 = a + c$, тобто $DD_1 = a + c$.

2) За умовою $AH_1 = a$, $AH_1 \perp a$, $CC_1 \perp a$, $C_1C = c$. $DD_1 \perp a$, то $A_2A_1 \parallel DD_1$, $b \parallel a$ за побудовою. $A_2A_1D_1D$ — прямокутник.

$DD_1 = A_2A_1$. $\Delta AA_2D = \Delta C_1CB$ за гіпотенузою і катетом, то $C_1C = AA_2 = c$, то $AA_1 = a$, $AA_2 = c$, то $DD_1 = AA_1 - AA_2 = a - c$. $DD_1 = a - c$.

Відповідь: $a + c$ або $a - c$.

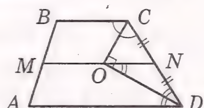
310. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $BM = MC$, $M \in BC$, $CN = ND$, $N \in CD$, BN перетинається з MD і т. O. BD і AC — діагоналі.



Довести: $OC = AC$.

Розглянемо ΔBDC, $BO = OD$ за властивостями паралелограма, тобто CO_1 — медіана ΔBCD. MD і BN — медіани ΔBCD за означенням, вони перетинаються в одній точці O, тобто $O \in CO_1$. Доведено.

312. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $BC \parallel AD$, MN — середня лінія. CO і OD — бісектриси.



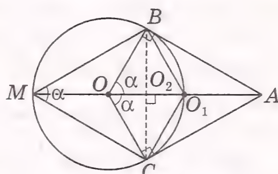
Довести: $O \in MN$.

Враховуючи, що бісектриси кутів при бічних сторонах трапеції перетинаються під прямим кутом, то маємо $\angle COD = 90°$.

ΔCOD — прямокутний, OM — медіана прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи. За властивістю медіани прямокутного трикутника

$ON = \dfrac{CD}{2} = CN = ND$. Так як $ON \parallel BC \parallel AD$, то $\angle BCO = \angle CON$ і $\angle ADO = \angle NOD$ — внутрішні різносторонні. CO і OD — січні за ознакою паралельних прямих. Паралельні прямі BC, AD і ON відтинають на стороні AB рівні відрізки, тобто $AM = MB$, то MN — середня лінія за означенням. $O \in MN$. Доведено.

314. Нехай дано коло з центром O, AB і AC — дотичні, O_1 — центр кола, вписаного в ΔABC. Довести: $O_1 \in$ колу з центром O.



Розглянемо ΔOBA і ΔOCA — прямокутні, OA — спільна сторона; $OB = OC = R$, тобто $\Delta OBA = \Delta OCA$ за катетом і гіпотенузою. Із рівності трикутників маємо $AB = AC$.

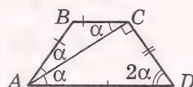
Розглянемо ΔBAC — рівнобедрений за означенням. Враховуючи, що центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис, то маємо, що т. O_1 лежить на AO_2, так як AO_2 — медіана, висота і бісектриса ΔBAC. Маємо $\angle CBA = \angle BCA$ — кути при основі рівнобедреного трикутника.

Розглянемо ΔBO_1C — рівнобедрений; $BO_1 = O_1C$; $\angle O_2BO_1 = \angle BCO_1 = \angle O_1BA = \angle O_1CA$. Продовжимо відрізок AO до перетину з колом в т. M. Нехай $\angle CMB = \alpha$ — вписаний кут за означенням, спирається на дугу $\cup BC$. $\angle COB = 2\alpha$ — центральний кут, який спирається на ту ж дугу, то $\angle BO_1C = \angle O_1OC = \alpha$.

Розглянемо ΔBOC — рівнобедрений, то $\angle OBC = (180° - 2\alpha) : 2 = 90° - \alpha$, $\angle OCB = 90° - \alpha$. Враховуючи, що $\angle OBA = \angle OCA = 90°$, то $\angle CBA = \angle BCA = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$. Тобто BO_1 і CO_1 — бісектриси кутів $\angle B$ і $\angle C$ ΔABC і $\angle CBO = \angle BCO = \dfrac{\alpha}{2}$.

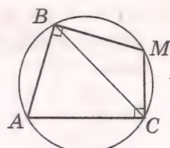
Розглянемо ΔBO_1C. Маємо $\angle BO_1C = 180° - 2\angle O_1BC = 180° - \alpha$.
Розглянемо чотирикутник MBO_1C, вписаний в коло, то за властивістю чотирикутника, вписаного в коло, маємо $\angle M + \angle BO_1C = 180°$ і $\angle MBO_1 + \angle MCO_1 = 180°$. $\alpha + 180° - \alpha = 180°$ виконується, то т. H, B, C лежать на колі, тобто і т. O_1 лежить на колі, що і треба було довести. Доведено.

315. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $BC \parallel AD$, $AB = BC = CD$. AC — діагональ, $AC \perp CD$.
Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ і $\angle D$ — ?



Розглянемо трапецію $ABCD$ — рівнобічну за умовою, $\angle DAC = \angle BCA$ як внутрішні різносторонні при $BC \parallel AD$, AC — січна, враховуючи, що ΔABC — рівнобедрений за означенням, так як $AB = BC$ за умовою, то $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$, $\alpha > 0$. То $\angle D = 2\alpha$ (кути при основі рівнобічної трапеції рівні, тобто $\angle A = \angle D = 2\alpha$).
Розглянемо ΔACD — прямокутний за умовою, то $\angle CAD + \angle D = 90°$. Звідки маємо $\alpha + 2\alpha = 90°$; $3\alpha = 90°$; $\alpha = 30°$, тобто $\angle A = \angle D = 2 \cdot 30° = 60°$, а $\angle B = \angle C = 180° - 60° = 120°$.
Відповідь: 60°; 120°; 120°; 60°.

316. Нехай дано ΔABC — гострокутний; $MB \perp AB$; $MC \perp AC$.
Довести: т. $M \in$ колу, описаному навколо ΔABC.



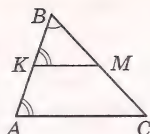
Розглянемо чотирикутник $ABMC$; $\angle ABM = \angle MCA = 90°$ за умовою, тобто $\angle ABM + \angle MCA = 180°$. Враховуючи, що сума кутів чотирикутника дорівнює 360°, то $\angle A + \angle B + \angle M + \angle C = 360°$, то $\angle A + \angle M = 180°$. Звідки маємо, що чотирикутник $ABMC$ можна вписати в коло і т. A, B, M і C лежать на колі, тобто $M \in$ колу описаному навколо ΔABC. Доведено.

§ 10. Подібність трикутників. Теорема Піфагора

325. а) $a = 8$ см, $b = 24$ см, $c = 4$ см, $d = 12$ см. Якщо відрізки пропорційні, то $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Маємо $\frac{8}{24} = \frac{4}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$. Пропорційні, так.
б) $a = 9$ см, $b = 14$ см, $c = 7$ см, $d = 18$ см. Якщо відрізки пропорційні, то повинно виконуватися $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{9}{14} \neq \frac{7}{18}$. Ні.

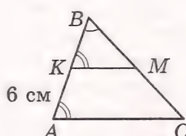
326. Рис. 96. Якщо $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.
Маємо $\frac{x}{9} = \frac{8}{y} = \frac{2}{18}$, тобто $\frac{x}{9} = \frac{12}{18}$ і $\frac{8}{y} = \frac{12}{18}$.
Маємо $x = \frac{12 \cdot \cancel{9}^1}{\cancel{18}_2} = 6$; $y = \frac{8 \cdot \cancel{18}^3}{\cancel{12}_2} = 12$.
Відповідь: $x = 6$; $y = 12$.

327. Рис. 97. Якщо $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за умовою, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, маємо $\frac{20}{x} = \frac{16}{12} = \frac{12}{y}$. Маємо $\frac{20}{x} = \frac{16}{12}$ і $\frac{16}{12} = \frac{12}{y}$, то $x = \frac{^5\cancel{20} \cdot 12}{_4\cancel{16}} = 15$;
$y = \frac{^3\cancel{12} \cdot \cancel{12}^3}{_1\cancel{16}} = 9$.
Відповідь: $x = 15$; $y = 9$.



328. а) Нехай $KM \parallel AC$, ΔABC, $AK = 2$ см, $KB = 6$ см, $BM = 9$ см. $\Delta BKM \backsim \Delta BAC$ за двома кутами, $\angle B$ — спільний, $\angle BKM = \angle BAC$, тобто $\frac{KM}{AC} = \frac{BK}{AB} = \frac{BM}{BC}$, то $\frac{6}{8} = \frac{9}{x+9}$; AB ($MC = x$, $x > 0$; $AB = AK + BK = 2 + 6 = 8$ см). Маємо: $6(x + 9) = 8 \cdot 9$; $x + 9 = 12$; $x = 3$. Тобто $MC = 3$ см. *Відповідь*: 3 см.

б) $AK : KB = 2 : 3$, $BC = 10$ см. Так як $\frac{KM}{AC} = \frac{BK}{AB} = \frac{BM}{BC}$, то $AK = 2k$, $BK = 3k$, $AB = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. Нехай $MC = x$, $x > 0$; $BM = (10 - x)$ см. Маємо $\frac{BK}{AB} = \frac{BM}{BC}$, то $\frac{3}{5} = \frac{10 - x}{10}$; $30 = 5(10 - x)$; $30 = 50 - 5x$; $5x = 20$; $x = 4$. Тобто $MC = 4$ см.
Відповідь: 4 см.



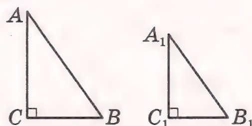
329. Нехай ΔABC — даний. За умовою $KM \parallel BC$, $AK = 6$ см; $BM : MC = 4 : 3$. Знайти: AB — ? $\Delta BKM \backsim \Delta BAC$ за вдома кутами, $\angle B$ — спільний, $\angle BKM = \Delta BAC$ — внутрішні односторонні, то $\frac{BK}{BA_1} = \frac{BM}{BC} = \frac{KM}{AC}$.

Нехай $BK = x$, $AB = (x + 6)$, $x > 0$. Так як $BM = 4k$, $MC = 3k$, $BC = 7k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то маємо $\frac{x}{x+6} = \frac{4}{7}$; $7x = 4(x + 6)$; $7x = 4x + 24$; $3x = 24$; $x = 8$, тобто $BK = 8$ см. Тобто $AB = 8 + 6 = 14$ см.
Відповідь: 14 см.

330. За умовою $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$.

а) $\angle A = 45°$, $\angle E = 110°$, то $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$, тобто $\angle B = 110°$ і $\angle C = 180° - (110° + 45°) = 180° - 155° = 25°$. *Відповідь*: 25°.

б) $\angle B = 80°$, $\angle A = \angle C$, так як $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, то $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$. Із ΔABC маємо $\angle A = \angle C = (180° - 80°) : 2 = 50°$, то $\angle F = 50°$.
Відповідь: 50°.



331. Нехай $\Delta ACB \backsim \Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні. За умовою $\angle B_1 - \angle A_1 = 70°$. Знайти: $\angle A$ і $\angle B$. Розглянемо $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутний, так як $\angle A_1 + \angle B_1 = 90°$, то маємо $2\angle B_1 = 160°$; $\angle B_1 = 80°$, $\angle A_1 = 20°$. За умовою $\Delta ACB \backsim \Delta A_1C_1B_1$, то $\angle A = \angle 1 = 20°$, $\angle B = \angle B_1 = 70°$.
Відповідь: 20°; 70°.

332. а) За умовою $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, то $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = k$, $P_{\Delta ABC} = 2{,}5 + 4 + 5 = 11{,}5$ см, то $k = \frac{11{,}5}{46}$. Так як $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$, то $\frac{2{,}5}{A_1B_1} = \frac{11{,}5}{46}$; $\frac{4}{B_1C_1} = \frac{11{,}5}{46}$; $\frac{5}{A_1C_1} = \frac{11{,}5}{46}$. Маємо: $A_1B_1 = \frac{46 \cdot 2{,}5}{11{,}5} = 10$ см; $B_1C_1 = \frac{4 \cdot 46}{11{,}5} = 16$ см; $A_1C_1 = \frac{5 \cdot 46}{11{,}5} = 20$ см.
Відповідь: 10 см; 16 см; 20 см.

б) За умовою $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. $P_{\Delta ABC} = 11{,}5$ см, $AB = A_1C_1 = 5$ см.

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, тобто $\frac{2,5}{A_1B_1} = \frac{4}{B_1C_1}$. Маємо:

$A_1C_1 = \frac{A_1B_1 \cdot AC}{AB} = \frac{5 \cdot 5}{2,5} = 10$ см; $B_1C_1 = \frac{A_1B_1 \cdot BC}{AB} = \frac{5 \cdot 4}{2,5} = 8$ см.

Відповідь: 5 см; 8 см; 10 см.

333. Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. $AB = 16$ см; $BC = 12$ см; $AC = 10$ см; $A_1B_1 = 8$ см.

Знайти: $P_{\Delta A_1B_1C_1}$ — ?

Так як $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{AB}{A_1B_1} = k$. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{16}{8} = 2$, $k = 2$, то

$\frac{16+12+10}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = 2$; маємо $P_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{38}{2} = 19$ см.

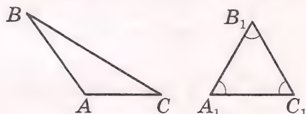
Відповідь: 19 см.

334. Нехай дано ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівносторонні за умовою.

Довести: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

За умовою ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівносторонні, тобто $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$ і $\angle A_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 60°$. Так як кути рівні, то $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома кутами. Доведено.

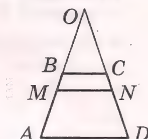
335. Нехай ΔABC — тупокутний, $\angle A > 90°$. $\Delta A_1B_1C_1$ — рівносторонній. Довести, що вони не можуть бути подібними.



Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то відповідні кути повинні бути рівними.

$\Delta A_1B_1C_1$ — рівносторонній, $\angle A_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 60°$, тобто $\angle B_1 = \angle C_1 = 60°$, $\angle B_1 + \angle C_1 = 120°$. Із ΔABC — тупокутний, $\angle A > 90°$, то $\angle B + \angle C < 90°$. Маємо протиріччя. Тобто ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ не можуть бути подібними.

336. а) Нехай $ABCD$ — трапеція, $MN \parallel BC \parallel AD$. За умовою $AM : AB = 4 : 5$, $CN = 3$ см. Знайти: CD — ?



Продовжимо сторони трапеції AB і CD так, що вони перетинаються в т. O. За умовою $MN \parallel BC \parallel AD$. За теоремою о пропорційних відрізках маємо $\frac{AM}{BM} = \frac{DN}{CN}$.

Так як $AM = 4k$, $AB = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то $BM = k$.

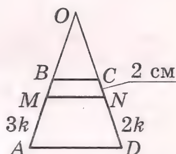
Маємо $\frac{4k}{k} = \frac{DN}{3}$; $DN = \frac{4 \cdot 3}{1} = 12$ см. $CD = DN + CN = 12 + 3 = 15$ см.

Відповідь: 15 см.

б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $MN \parallel BC \parallel AD$.

За умовою $AM : ND = 3 : 2$, $CN = 2$ см, $AM = 9$ см.

Знайти: AB — ?



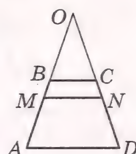
Продовжимо сторони трапеції AB і CD. Вони перетинаються в т. O. Так як $BC \parallel MN \parallel AD$ із теореми о пропорційних відрізках маємо: $\frac{BM}{AM} = \frac{CN}{ND}$.

Нехай $AM = 3k$, $ND = 2k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то $3k = 9$; $k = 3$, тобто $ND = 6$ см. Маємо $\frac{BM}{9} = \frac{2}{6}$, $BM = \frac{9 \cdot 2}{6} = 3$ см.

Тобто $AB = 9 + 3 = 12$ см.

Відповідь: 12 см.

337. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $MN \parallel BC \parallel AD$. За умовою $AM - MB = 1$ см, $CN : CD = 3 : 7$. Знайти: AB — ?



Із теореми о пропорційних відрізках маємо $\frac{BM}{MA} = \frac{CN}{ND}$.

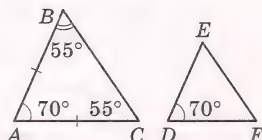
Нехай $MB = x$, $x > 0$, то $AM = (1 + x)$ см. Так як $CN = 3k$, $CD = 7k$, $k > 0$ — коефіцієнт пропорційності, то $ND = 4k$, маємо $\frac{CN}{ND} = \frac{3}{4}$. Маємо рівняння $\frac{x}{1+x} = \frac{3}{4}$; $4x = 3(x + 1)$; $4x = 3x + 3$; $x = 3$, тобто $MB = 3$ см, $AM = 4$ см. Тобто $AB = AM + MB = 3 + 4 = 7$ см. *Відповідь*: 7 см.

338. Рис. 100 (а). Так як $a \parallel b$, то $\frac{3}{4} = \frac{12}{x}$, маємо $x = \frac{4 \cdot 12^{4}}{3_{1}} = 16$.

Відповідь: 16.

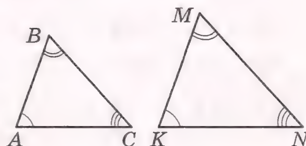
Рис. 100 (б). Так як $a \parallel b$, то $\frac{x}{1+x} = \frac{15}{20}$; $\frac{x}{1+x} = \frac{3}{4}$; $4x = 3(x + 1)$; $4x = 3x + 3$; $x = 3$. *Відповідь*: 3.

339. Нехай дано ΔABC, $\angle B = 55°$ і ΔDEF, $\angle D = 70°$. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Довести: $AB = AC$.



Так як $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, то маємо, що $\angle A = \angle D = 70°$, $\angle B = \angle E = 55°$, то із ΔABC $\angle C = 180° - (70° + 55°) = 180° - 125° = 55°$, тобто $\angle B = \angle C = 55°$, то ΔABC — рівнобедрений, кути при основі рівні, тобто $AB = AC$. Доведено.

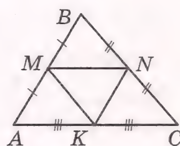
340. Нехай ΔABC і ΔKMN — дані. За умовою $\Delta ABC \sim \Delta KMN$, $\angle A + \angle M = 90°$.



Довести: AB — найбільша сторона.

За умовою $\Delta ABC \sim \Delta KMN$, тобто відповідні кути рівні. $\angle A = \angle K$, $\angle B = \angle M$, $\angle C = \angle N$. Так як $\angle A + \angle M = 90°$, а $\angle B = \angle M$, то $\angle A + \angle B = 90°$, то із ΔABC $\angle C = 90°$. Тобто ΔABC — прямокутний, AB — гіпотенуза і найбільша сторона. Доведено.

341. Нехай ΔABC — даний. За умовою $AM = MB$, $CN = NB$, $AK = KC$. Маємо ΔMNK. За означенням MN, NK, MK — середні лінії трикутника, тому маємо $MN = \frac{1}{2}AC$; $NK = \frac{1}{2}AB$; $MK = \frac{1}{2}BC$ ($MN \parallel AC$; $NK \parallel AB$; $MK \parallel BC$), тобто якщо $\frac{MN}{AC} = \frac{NK}{AB} = \frac{MK}{BC} = \frac{1}{2}$.

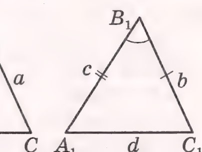


За трьома пропорційними сторонами $\Delta ABC \sim \Delta MNK$, $k = \frac{1}{2}$. Доведено.

343. За умовою $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Сторони ΔABC не є рівними сторонам $\Delta A_1B_1C_1$, але за умовою кожен трикутник має сторони завдовжки 12 см і 18 см. Тобто коефіцієнт пропорційності $k = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$. Тобто ΔABC: 12 см, 18 см, то третя сторона $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ см. ΔABC: 12 см, 18 см, $18 \cdot \frac{3}{2} = 27$ см.

Відповідь: ΔABC: 12 см, 18 см, 8 см; $\Delta A_1B_1C_1$: 18 см, 27 см, 12 см.

344. За умовою $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Нехай $AB = b$; $AC = c$; $BC = a$; $A_1B_1 = c$; $A_1C_1 = d$; $B_1C_1 = b$. Довести: $k \neq 2$.



Так як $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то маємо

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, звідки $\frac{b}{c} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$,

тобто $b = kc$; $a = kb$; $c = kd$; $bc = ad$.

Якщо $k = 2$, то $b = 2c$, $a = 2b$, $c = 2d \Rightarrow$

$\Rightarrow c = \frac{b}{2}$; $d = \frac{c}{2} \Rightarrow$ $d = \frac{b}{4}$, то маємо, що $\frac{b}{2} = c$. Такого ΔABC не існує.

Доведено.

345. $AB < CD$, тому $AB = kCD$. Помножити треба було $CD - AB$, крім того, так як $AO \cdot DO = BO \cdot CD$, то $AO \cdot DO - BO \cdot CD = 0$.

346. За умовою $ABCD$ — дана трапеція, AC — діагональ. $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, $BC = 4$ см, $AD = 9$ см.

Знайти: AC — ?

Так як $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, то $\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AD}$;

$\angle BAC = \angle CAD$ (внутрішні різносторонні), тобто AC — бісектриса $\angle A$, діагональ. Так як $AD \parallel BC$, то $\angle DAC = \angle BCA$ ($BC \parallel AD$), то ΔABC — рівнобедрений, то $AB = BC = 4$ см. Маємо $\frac{4}{AC} = \frac{AC}{9}$, то $AC^2 = 4 \cdot 9$; $AC = 18$ см.

Відповідь: 18 см.

347. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $AC = CD$ ($AD \parallel BC$). $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ за умовою. $AB = 9$ см, $CD = 12$ см.

Знайти: P_{ABCD} — ?

За умовою $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, тобто маємо

$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{CD}$ і $\angle BAC = \angle CAD$, тобто ΔABC — рівнобедрений,

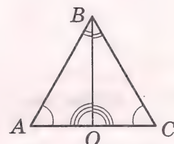
$AB = BC = 9$ см ($\angle DAC = \angle BCA$, так як $BC \parallel AD$ — внутрішні різносторонні). Тому маємо: $\frac{9}{AC} = \frac{9}{CD}$, тобто $AC = CD = 12$ см. $AB = BC = 9$ см.

$k = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. Маємо $\frac{12}{AD} = \frac{3}{4}$, то $AD = \frac{12 \cdot 4}{3} = 16$ см.

$P_{ABCD} = 9 + 9 + 12 + 16 = 46$ см. *Відповідь*: 46 см.

348. Нехай ΔABC — даний. Через вершину B провели пряму l. $\Delta ABO = \Delta CBO$. Тобто $AB = BC$, $AO = OC$. $\angle A = \angle B \Rightarrow \Delta ABC$ — рівнобедрений, BO — медіана, бісектриса, висота. *Відповідь*: рівнобедрений.

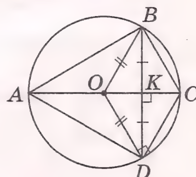
Може пряма l розділити ΔABC на два нерівних, але подібних, трикутника.



349. Нехай дано коло з центром в т. O. AC — діаметр, $AC = 2R$, BD — хорда, $BK = KD$.

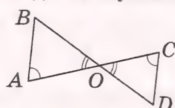
Довести: $\Delta ABC = \Delta ADC$.

ΔOBD — рівнобедрений ($OB = OD = R$), OK — медіана, бісектриса, висота. $\Delta BKC = \Delta DKC$, так як ΔBCD— рівнобедрений (KC — медіана, висота), тобто $BC = CD$ і $\angle BCK = \angle DCK \Rightarrow \Delta ABC = \Delta ADC$, так як AC — спільна сторона, $BC = CD$, $\angle BCK = \angle DCA$ — за двома сторонами і кутом між ними.



§ 11. Ознаки подібності трикутників

358. а) За умовою $\angle BAO = \angle DCO$, $\angle BOA = \angle COD$ — вертикальні. Звідки $\Delta AOB \sim \Delta COD$ за двома кутами.

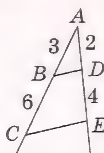


б) За умовою $AB = 3$; $AD = 2$; $BC = 6$; $DE = 4$. Розглянемо ΔBAD і ΔCAD: $\angle A$ — спільний;

$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{6+3} = \frac{1}{9}$; $\frac{AD}{AE} = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$,

тобто $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$,

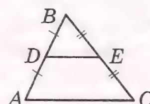
то $\Delta BAD \sim \Delta CAD$ за пропорційністю двох сторін і кутом між ними.



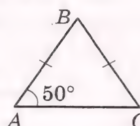
в) За умовою $AD = BD$, $BE = EC$. Розглянемо ΔDBE і ΔABC. $\angle B$ — спільний, $AB = 2BD$; $BC = 2BE$;

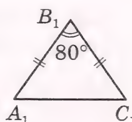
$\frac{BD}{AB} = \frac{BD}{2BD} = \frac{1}{2}$ і $\frac{BE}{BC} = \frac{BE}{2BE} = \frac{1}{2}$, то $\Delta DBE \sim \Delta ABC$

за двома пропорційними сторонами і кутом між ними.



359. а) Для доведення розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівнобедрені за умовою, тобто $\angle A = \angle C = 50°$, звідки $\angle B = 80°$. ΔABC — рівнобедрений за умовою, то $\angle A_1 = \angle C_1$, маємо $\angle A_1 = (180° - 80°) : 2 = 50°$. Тобто $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома кутами.





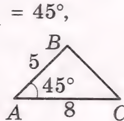
II спосіб. ΔABC — рівнобедрений за умовою, то $\angle B = (180° - 2 \cdot 50°) = 80°$.

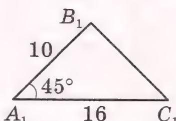
Враховуючи, що $AB = BC$ і $A_1B_1 = B_1C_1$, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$; $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома сторонами і кутом між ними.

б) Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$. $\angle A = \angle A_1 = 45°$,

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$,

тобто $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними.



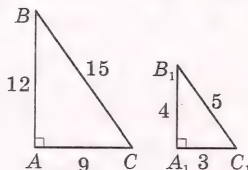


в) Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$. Знайдемо

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$; $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1}$; $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{15}{5} = \frac{3}{1}$,

то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{3}{1}$, то $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

за трьома пропорційними сторонами.



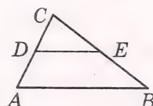
360. Для розв'язання задачі розглянемо ΔACB, де $CA = 60$ м, $CB = 90$ м, $CD = 20$ м, $CE = 30$ м, $DE = 40$ м.

Знайти: AB — ?

Для розв'язання задачі розглянемо ΔDCE і ΔACB:

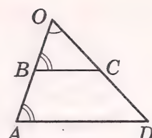
$\angle C$ — спільний, $\frac{CD}{AC} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$; $\frac{CE}{CB} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$, тобто

$\frac{CD}{AC} = \frac{CE}{CB}$, то маємо $\Delta DCE \sim \Delta ACB$ за вдома пропорційними сторонами і кутом між ними. Із подібності трикутників маємо $\frac{CD}{AC} = \frac{DE}{AB}$;



$AB = \frac{AC \cdot DE}{CD}$; $AB = \frac{60 \cdot \cancel{40}^{2}}{\cancel{20}_{1}} = 120$ м. *Відповідь*: 120 м.

361. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, AB і CD перетинаються в т. O.



а) Довести: $\Delta AOD \sim \Delta BOC$.

Для доведення розглянемо ΔBOC і ΔAOD: $\angle O$ — спільний, $\angle OBC = \angle OAD$ — відповідні, так як $BC \parallel AD$, AB — січна, то $\Delta OBC \sim \Delta OAD$ за двома кутами. Доведено.

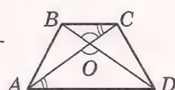
б) $BC = 4$ см, $OB = 6$ см, $OA = 9$ см. Знайти: AD — ?

Із подібності трикутників $\Delta OBC \sim \Delta OAD$ маємо: $\dfrac{OB}{OA} = \dfrac{BC}{AD}$;

$$AD = \frac{OA \cdot BC}{OB} = \frac{9 \cdot 4}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ см.}$$

Відповідь: б) 6 см.

362. а) Нехай дано $ABCD$ — трапеція, $BC \parallel AD$, AC і BD — діагоналі, O — точка перетину діагоналей.



Довести: $\Delta BOC \sim \Delta DOA$.

Для доведення розглянемо ΔBOC і ΔDOA: $\angle AOD = \angle BOC$ — вертикальні, $\angle CAD = \angle BCA$ — внутрішні різносторонні ($BC \parallel AD$, AC — січна), тобто $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за двома кутами. Доведено.

б) $AD = 16$ см. $AO : OC = 4 : 3$. Знайти: BC — ?

Із подібності $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ маємо $\dfrac{BO}{OD} = \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{BC}{AD}$, тобто $\dfrac{BC}{AD} = \dfrac{OC}{OA}$;

$$BC = \frac{OC \cdot AD}{OA}; \quad BC = \frac{OC}{OA} \cdot AD; \quad BC = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12 \text{ см.}$$ *Відповідь*: б) 12 см.

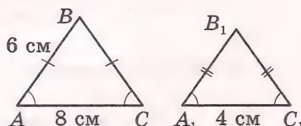
363. Для визначення подібності трикутників застосуємо ознаку подібності за трьома сторонами:

а) $\dfrac{3}{9} \neq \dfrac{4}{15} \neq \dfrac{6}{18}$. Отже, не подібні.

б) $\dfrac{2}{8} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{3}{12} \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4}$. Отже, подібні.

Відповідь: а) ні; б) так.

364. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 6$ см, $AC = 8$ см. $\Delta A_1B_1C_1$ — рівнобедрений, $A_1B_1 = B_1C_1$; $A_1C_1 = 4$ см, $\angle A = \angle A_1$.



Знайти: $P_{\Delta A_1B_1C_1}$ — ?

Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$. Якщо $AB = BC$ в ΔABC і $A_1B_1 = B_1C_1$ в $\Delta A_1B_1C_1$, то $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1}$. Враховуючи, що за умовою $\angle A = \angle A_1$ і $\angle C = \angle C_1$ ($\angle A = \angle C$; $\angle A_1 = \angle C_1$ — трикутники рівнобедрені за умовою, тобто кути при основі рівні), то $\angle B = \angle B_1$. Маємо $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними. Із подібності маємо

$$\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{A_1B_1}{AB} \Leftrightarrow \quad A_1B_1 = \frac{A_1C_1 \cdot AB}{AC}; \quad A_1B_1 = \frac{4 \cdot 6}{8} = 3 \text{ см.}$$

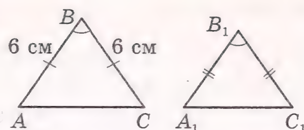
То $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 2A_1B_1 + A_1C_1 = 2 \cdot 3 + 4 = 10$ см.

II спосіб. Враховуючи, що $P_{\Delta ABC} = 2 \cdot 6 + 8 = 20$ см,

то $\dfrac{A_1C_1}{AC} = \dfrac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}}$, то $P_{\Delta A_1B_1C_1} = \dfrac{AC \cdot P_{\Delta ABC}}{A_1C_1} = \dfrac{4 \cdot 20}{8} = 10$ см.

Відповідь: 10 см.

365. Нехай дано ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівнобедрені, $AB = BC$ і $A_1B_1 = B_1C_1$; $AB = 6$ см, $\angle B = \angle B_1$, $P_{\Delta ABC} = 15$ см; $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 10$ см.
Знайти: A_1B_1; B_1C_1; A_1C_1 — ?



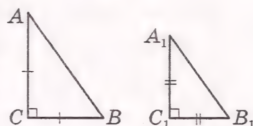
Розглянемо ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — рівнобедрені, $\angle B = \angle B_1$ за умовою;
$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, то $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними. Із подібності маємо: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}}$,

тобто маємо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}}$, $A_1B_1 = \frac{AB \cdot P_{\Delta A_1B_1C_1}}{P_{\Delta ABC}} = \frac{6 \cdot 10}{15} = \frac{60}{15} = 4$ см.

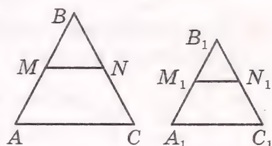
Тобто $A_1B_1 = B_1C_1 = 4$ см. Враховуючи, що $P_{\Delta A_1B_1C_1} = 10$ см,

то $A_1C_1 = P_{\Delta A_1B_1C_1} - 2A_1B_1 = 10 - 2 \cdot 4 = 2$ см. *Відповідь*: 4 см; 4 см; 2 см.

366. Нехай дано ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні, рівнобедрені, тобто $AC = BC$ і $A_1C_1 = C_1B_1$. За властивостями рівнобедрених трикутників маємо: $\angle A = \angle B = 45°$ і $\angle A_1 = \angle B_1 = 45°$, тобто: $\angle A = \angle A_1 = 45°$ і $\angle B = \angle B_1 = 45°$; $\angle C = \angle C_1 = 90°$, то $\Delta ACB \backsim \Delta A_1C_1B_1$ за двома кутами. Доведено.



367. Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ за умовою, MN і M_1N_1 — середні лінії відповідних трикутників. Довести, що $\frac{MN}{M_1N_1} = k$.



Із подібності $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ маємо:
$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$, $k > 0$, k — коефіцієнт подібності.

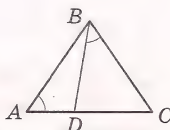
За властивістю середньої лінії маємо $MN = \frac{AC}{2}$ і $M_1N_1 = \frac{A_1C_1}{2}$ для ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ відповідно. Знайдемо $\frac{MN}{M_1N_1} = \frac{AC}{2} : \frac{A_1C_1}{2} = \frac{AC}{A_1C_1}$, тобто $\frac{MN}{M_1N_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$. Доведено.

368. а) $\Delta ABC \backsim \Delta DBE$ тому, що за умовою $\angle DBE = \angle A$, $\angle B$ — спільний, тобто подібні за двома кутами;

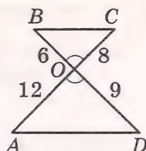
б) $\Delta ABC \backsim \Delta BDA$ тому, що $\angle B$ — спільний; $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$; $\frac{6}{3} = \frac{12}{6}$; $\frac{2}{1} = \frac{2}{1}$, то подібні за двома пропорційними сторонами і кутом між ними;

в) $\Delta ABC \backsim \Delta ADC$ тому, що $\frac{AB}{DC} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AD}$; $\frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{12}{8}$; $\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$, то подібні за трьома пропорційними сторонами.

369. а) Розглянемо ΔABC і ΔBDC.
Маємо $\angle A = \angle B$ за умовою.
$\angle C$ — спільний, то $\Delta ABC \backsim \Delta BDC$ за двома кутами.

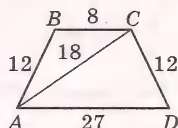


б) Розглянемо ΔBOC і ΔDOA. Маємо $\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні. $\frac{BO}{OD} = \frac{OC}{OA}$; $\frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.



Отже, $\frac{BO}{OD} = \frac{OC}{OA} = \frac{2}{3}$, то $\Delta BOC \sim \Delta DOA$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними.

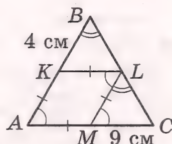
в) Розглянемо ΔABC і ΔACD. Маємо:



$\frac{AB}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$; $\frac{BC}{CD} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$; $\frac{AC}{AD} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$.

Отже, $\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AD} = \frac{2}{3}$, то $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ за трьома пропорційними сторонами.

370. Нехай дано ΔABC, $AKLM$ — вписаний в трикутник ромб. $BK = 4$ см, $MC = 9$ см.



Знайти: P_{AKLM} — ?

Розглянемо $AKLM$ — ромб. Маємо $KL \parallel AM$, $LM \parallel AK$, тобто $LM \parallel AB$, $KL \parallel AC$. $AK = KL = LM = AM$.

Розглянемо ΔKBL і ΔMLC. Маємо $\angle KBL = \angle MLC$ — відповідні, $LM \parallel AB$, BC — січна. $\angle BKL = \angle CML = \angle A$, то за двома кутами $\Delta KBL \sim \Delta MLC$. Маємо із подібності $\frac{KB}{ML} = \frac{KL}{MC}$ або $\frac{KB}{KL} = \frac{KL}{MC}$, то $KL^2 = KB \cdot MC$; $KL^2 = 4 \cdot 9$; $KL^2 = 36$; $KL = 6$ см.

То $P_{AKLM} = 4 \cdot KL = 4 \cdot 6 = 24$ см.

Відповідь: 24 см.

371. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, AC і BD — діагоналі. $m = 10$ см — середня лінія трапеції; $OC : OA = 3 : 7$.

Знайти: BC і AD — ?

Середня лінія трапеції дорівнює: $m = \frac{AD + BC}{2}$, тобто $AD + BC = 2 \cdot 10 = 20$ см.

Для розв'язування задачі розглянемо ΔBOC і ΔAOD. Маємо $\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні; $\angle DAO = \angle BCO$ — внутрішні різносторонні, $AD \parallel BC$, AC — січна, то $\Delta BOC \sim \Delta AOD$ за двома кутами. Із подібності трикутників маємо $\frac{BC}{AD} = \frac{OC}{AO} = \frac{BO}{OD}$. За умовою маємо $\frac{OC}{OA} = \frac{3}{7}$.

Нехай $BC = x$, $x > 0$, то $AD = 20 - x$. Маємо рівняння: $\frac{x}{20 - x} = \frac{3}{7}$;

$7x = 3(20 - x)$; $7x = 60 - 3x$; $10x = 60$; $x = 6$. Тобто $BC = 6$ см, $AD = 20 - 6 = 14$ см. *Відповідь*: 6 см; 14 см.

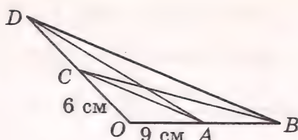
372. Нехай дано ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $\angle B = 36°$. AD — бісектриса $\angle A$.

Довести: $\Delta ABC \sim \Delta CAD$.

За умовою AD — бісектриса, $\angle BAD = \angle DAC = \frac{1}{2}\angle A$.

ΔABC — рівнобедрений, то $\angle A = \angle C$ (кути при основі рівнобедреного трикутника). $\angle A = (180° - 36°) : 2 = 72°$, то $\angle DAC = 36°$. То $\Delta ABC \sim \Delta CAD$ за двома кутами. Доведено.

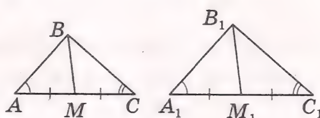
373. Нехай дано нерозгорнутий кут $\angle O$.



$OA = 9$ см, $OB = 12$ см, $OC = 6$ см, $OD = 18$ см. Розглянемо ΔOAC і ΔOBD. Якщо трикутники подібні, то потрібно, щоб виконувалось $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$. Маємо $\frac{9}{16} \neq \frac{6}{18}$; $\frac{3}{4} \neq \frac{3}{9}$. Отже, $\frac{OA}{OB} \neq \frac{OC}{OD}$, то ΔAOC і ΔOBD не подібні.

Розглянемо ΔOBC і ΔODA: $\frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OA}$; $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $\angle O$ — спільний, отже, $\frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OA}$ і $\angle O$ — спільний, то $\Delta OBC \sim \Delta ODA$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними.

374. Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, BM і B_1M_1 — медіани відповідних трикутників.



Із подібності трикутників маємо: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\angle B = \angle B_1$.

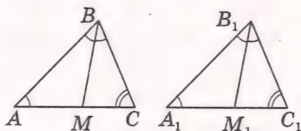
Так як BM і B_1M_1 — медіани, то $AM = MC$; $A_1M_1 = M_1C_1$ і

$$AM = \frac{AC}{2}; \quad A_1M_1 = \frac{A_1C_1}{2}; \quad \frac{AM}{A_1M_1} = \frac{\frac{1}{2}AC}{\frac{1}{2}A_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

Розглянемо ΔABM і $\Delta A_1B_1M_1$: $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AM}{A_1M_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = k$, тобто $\Delta ABM \sim \Delta A_1B_1M_1$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними.

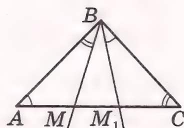
Звідки $\frac{BM}{B_1M_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = k$. Доведено.

375. Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, BM і B_1M_1 — бісектриси. Із подібності трикутників маємо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\angle B = \angle B_1$. Враховуючи, що



BM і B_1M_1 — бісектриси, то $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1 = \angle MBC = \angle M_1B_1C_1$. Розглянемо ΔABM і $\Delta A_1B_1M_1$. Маємо $\angle A = \angle A_1$; $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$, то $\Delta ABM \sim \Delta A_1B_1M_1$, то $\Delta ABM = \Delta A_1B_1M_1$ за двома кутами. Із подібності маємо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BM}{B_1M_1} = k$. Доведено.

376. Нехай ΔABC — даний, $\angle B$ — найбільший. Провести BM, яка б відтинала подібні трикутники.



Аналіз. Пряму BM треба провести так: $\angle A = \angle ABM$ або $\angle ABM = \angle C$.

Побудова.

1) Будуємо $\angle ABM = \angle C$ або $\angle ABM = \angle A$.

Задача має два розв'язки. $\Delta ABM \sim \Delta BMC$ за двома кутами. $\angle A = \angle MBC$ і $\angle ABM = \angle C$ або $\angle A = \angle ABM$, $\angle MBC = \angle C$.

Пряму можна проводити через більший кут.

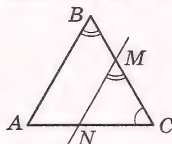
Задача має два розв'язки.

Якщо проводити через середній кут. Задача має єдиний розв'язок.

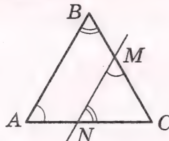
Якщо проводити через менший кут, то задача розв'язків не має.

377. Задача має 4 розв'язка.

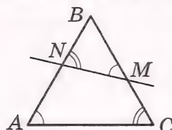
1. $MN \parallel AB$; $\Delta ABC \backsim \Delta NMC$ за двома кутами, $\angle C$ — спільний, $\angle NMC = \angle ABM$ — відповідні, $AB \parallel MN$, BC — січна.



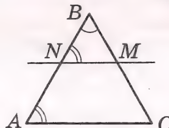
2. $\Delta ABC \backsim \Delta NMC$ за двома кутами, $\angle NMC = \angle A$, $\angle CNM = \angle B$ за побудовою.



3. $\Delta ABC \backsim \Delta MBN$ за двома кутами. $\angle A = \angle M$; $\angle B = \angle BNM$.

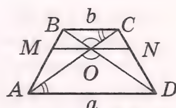


4. $\Delta ABC \backsim \Delta NBM$ за двома кутами, $\angle B$ — спільний, $\angle MNB = \angle CAB$ — відповідні, $AC \parallel MN$, AB — січна.



378. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, AC і BD — діагоналі. O — точка перетину діагоналей. $MN \parallel BC \parallel AD$, $O \in MN$, $AD = a$, $BC = b$.

Знайти: MN — ?



Розглянемо ΔBOC і ΔAOD. Маємо $\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні. $\angle DAC = \angle BCA$ — внутрішні різносторонні, $BC \parallel AD$, AC — січна, то $\Delta BOC \backsim \Delta AOD$ за двома кутами. Із подібності трикутників маємо

$$\frac{BC}{AD} = \frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD} = \frac{b}{a} = k, \quad OB = \frac{b \cdot OD}{a}; \quad OD = \frac{a \cdot OB}{b},$$

то $OB + OD = BD = \dfrac{b \cdot OD}{a} + OD = \dfrac{OD(a+b)}{a}$;

$$AC = AO + OC = \frac{b \cdot OA}{a} + OA = \frac{OA(b+a)}{a}.$$

Розглянемо ΔDON і ΔDBC: $\angle D$ — спільний, $\angle DNO = \angle DCB$ — відповідні, $MN \parallel BC$, CD — січна. $\Delta DON \backsim \Delta DBC$ подібні за двома кутами. Із подібності $\Delta DON \backsim \Delta DBC$ маємо: $\dfrac{DO}{DB} = \dfrac{ON}{BC}$; $ON = \dfrac{DO \cdot BC}{DB} = \dfrac{OD \cdot b \cdot a}{OD(a+b)} = \dfrac{a \cdot b}{(a+b)}$.

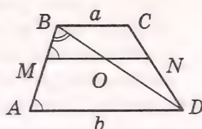
Розглянемо ΔAOM і ΔABC. Маємо $\angle A$ — спільний, $\angle AMO = \angle B$ — відповідні, $MN \parallel BC$, AB — січна. Подібні за двома кутами $\Delta AOM \backsim \Delta ABC$.

Із подібності маємо $\dfrac{AO}{AC} = \dfrac{OM}{BC}$; $OM = \dfrac{AO \cdot BC}{AC} = \dfrac{ab}{a+b}$.

Тобто $MN = MO + ON = \dfrac{2ab}{a+b}$.

Відповідь: $\dfrac{2ab}{a+b}$.

379. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $MN \parallel BC \parallel AD$, $AB = b$, $BC = a$, $BM : MA = m : n$. Знайти: MN — ?



Для розв'язання розглянемо ΔMOB і ΔADB. $\angle B$ — спільний, $\angle A = \angle BMO$ — відповідні, $MO \parallel AD$, AB — січна. $\Delta MOB \sim \Delta ADB$ за двома кутами.

Із подібності маємо $\dfrac{BM}{BA} = \dfrac{MO}{AD}$; $BA = BM + AM = + n$, то $\dfrac{m}{m+n} = \dfrac{MO}{b}$;

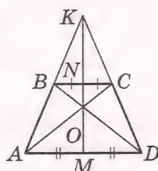
$MO = \dfrac{bm}{m+n}$.

Враховуючи, що $MN \parallel AD$, то за теоремою о пропорційних відрізках ці прямі відтинають на сторонах кутів пропорційні відрізки. То маємо $\dfrac{BM}{MA} = \dfrac{CN}{ND} = \dfrac{m}{n}$, то $\dfrac{CN}{CD} = \dfrac{n}{m+n}$; $ON = \dfrac{an}{m+n}$.

Тобто маємо $MO + ON = MN$, то $MN = \dfrac{an}{m+n} + \dfrac{bm}{m+n} = \dfrac{an+bm}{m+n}$.

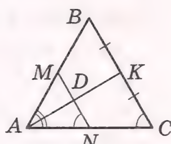
Відповідь: $\dfrac{an+bm}{m+n}$.

380. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, AC і BD — діагоналі. O — точка перетину діагоналей. K — точка перетину бічних сторін AB і CD. Довести: $BN = NC$, $DM = MD$.



Нехай $N \in BC$, $M \in AD$, $BN = NC$, $AM = MD$, O — точка перетину діагоналей, $BC \parallel AD$, то будь-яка пряма, яка проходить через точку перетину діагоналей ділить сторони BC і AD в одному і тому ж відношенні. Тобто т. K, N, O, M лежать на одній прямій і $BN = NC$, $AM = MD$.

381. Нехай дано ΔABC, $M \in AB$, $N \in AC$, $MN \parallel BC$. AK — медіана. Довести: $\dfrac{MD}{DN} = 1$.

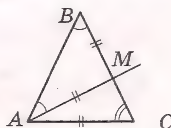


Для доведення розглянемо ΔABC і ΔAMN, $MN \parallel BC$ за умовою, $\angle A$ — спільний, $\angle AMN = \angle ACB$ — відповідні, AC — січна, то маємо $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ за двома кутами.

$\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC} = \dfrac{AM}{AB} = k$, $k > 0$. AK — медіана, за властивістю $BK = KC$, то $BC = 2KC$. Нехай медіана AK поділила відрізок MN навпіл, то будемо мати $MD = DN$, $MN = 2DN$, тобто $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{2DN}{2BC} = \dfrac{DN}{BC} = k$, то $\dfrac{DN}{BC} = \dfrac{AM}{AB} = k$.

Розглянемо ΔADN і ΔAKC: $\angle DAN = \angle KAC$ — спільний, $\angle AND = \angle ACK$ — відповідні, $DN \parallel KC$, AC — січна, то маємо $\dfrac{DN}{KC} = \dfrac{AN}{AC} = k$. Тобто MN ділиться медіаною навпіл. $MD : DN = 1$. Доведено.

382. Пряму, яка проходе через вершину рівнобедреного трикутника і відтинає два рівнобедрених трикутника, можна провести так, щоб утворились два подібних трикутника. Задача має два розв'язка.

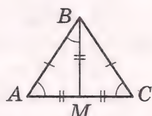


Нехай дано ΔABC, AM або BM — пряма, яка проходить через вершину A при основі або вершину B протилежну основі і перетинає сторону BC або AC в т. M.

а) ΔABM і ΔAMC — рівнобедрені, тобто кути при основі рівні, $AM = BM = AC$, $\angle BAM = \angle B$ і $\angle AMC = \angle ACM$, то враховуючи, що ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, то $\angle MAC = \angle BAC$, тобто AM — бісектриса, то $\Delta ABM \sim \Delta ABC$. $\frac{AB}{BC} = \frac{BM}{AM}$, $\angle B$ — спільний. Якщо позначити $\angle B = \alpha$, то $\angle C = 2\alpha$, то маємо $\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180°$; $5\alpha = 180°$; $\alpha = 36°$; $2\alpha = 72°$, то $\angle A = \angle C = 72°$, $\angle B = 36°$.

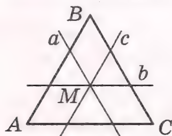
б) $\Delta ABM \sim \Delta ABC$. $\frac{AB}{BC} = \frac{BM}{AM}$, $\angle AMN = \angle BMC$.

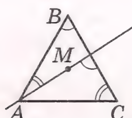
То маємо $\angle A = \angle C = 36°$, $\angle B = 108°$.

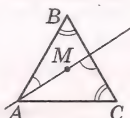


Відповідь: а) 36°; 72°; 72°; б) 36°; 36°; 108°.

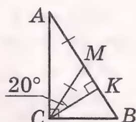
383. Через точку всередині трикутника можна провести три прямі, які відтинати подібні трикутники так, щоб ці прямі були паралельні відповідним сторонам трикутника, тобто у цих трикутників буде один кут спільний, а два — відповідних при паралельних і січною або провести прямі, які перетинають кут трикутника таким чином, щоб два кута одного отриманого трикутника були рівні двум кутам іншого.







384. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, CM — медіана, CK — висота, $\angle MCK = 20°$, то $\angle CMK = 90° - 20° = 70°$. Враховуючи, що $CM = AM = MB$ за властивістю медіани прямокутного трикутника. Маємо ΔACB — рівнобедрений.



За властивістю рівнобедреного трикутника $\angle A = \angle ACM$ (кути при основі рівнобедреного трикутника, то $\angle A + \angle ACM = 70°$, $\angle CMK = 70°$ — зовнішній кут ΔAMC), так як $\angle A = \angle ACM = 30°$, то $\angle B = 90° - 35° = 55°$.

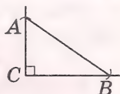
Відповідь: 35°; 55°.

385. Враховуючи, що гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює $2R$ описаного кола, то треба побудувати трикутник за катетом та гіпотенузою.

1) Будуємо прямий кут $\angle C = 90°$.

2) На одній стороні відкладаємо відрізок $AC = a$, заданий катет. Маємо вершину A.

3) Проводимо коло з центром в т. A і $r = 2R$. Перетинає сторону кута в т. B.



За побудовою $AC = a$, $AB = 2R$, $\angle C = 90°$. ΔACB — шуканий.

§ 12. Подібність прямокутних трикутників

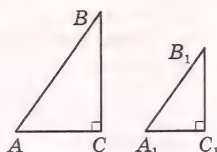
393. а) $\Delta KMB \sim \Delta BAC$. $\angle B$ — спільний, $\angle BKM = \angle BCA$. Подібні, так як мають рівні гострі кути.

б) $\Delta AKB \sim \Delta BMC$. $\angle A = \angle C$. Подібні, так як мають рівні гострі кути.

394. а) $\Delta BKM \sim \Delta BAC$, так як $\angle BMK = \angle BCA$, $KM \parallel AC$ відповідні.

б) $\Delta YBO \sim \Delta YAD \sim \Delta DCO$, так як $\angle YOB = \angle YOD$, $BO \parallel AD$ відповідні, $\angle YOB = \angle COD$ — вертикальні.

395. Якщо два прямокутних трикутника мають пропорційні катети, то вони подібні.

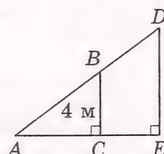


Нехай ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні ($\angle C = \angle C_1 = 90°$), $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$. Довести: $\Delta ACB \sim \Delta A_1C_1B_1$.

Так як ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні, то $\angle C = \angle C_1 = 90°$. За умовою $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$.

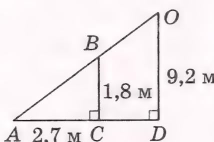
Тобто трикутники подібні за двома пропорційними сторонами та рівним кутом між ними.

396. Для розв'язання задачі розглянемо ΔACB і ΔAED — прямокутні. За умовою $AE = 90$ м, $AC = 6$ м, $BC = 4$ м. $\Delta ACB \sim \Delta AED$ за гострим кутом, $\angle A$ — спільний. Тобто $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DC}$; звідки $\frac{6}{90} = \frac{4}{DC}$;



$DC = \frac{90 \cdot 4}{6} = 15 \cdot 4 = 60$ м. *Відповідь*: 60 м.

397. Для розв'язання задачі побудуємо прямокутні трикутники, де $BC = 1{,}8$ м (зріст людини), $AC = 2{,}7$ м (довжина тіні людини), $OD = 9{,}2$ м (висота дерева). Знайти: AD (довжину тіні дерева).

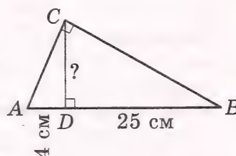


Розглянемо $\Delta ACB \sim \Delta ADO$ ($\angle A$ — спільний). Вони подібні по гострому куту.

Тобто маємо $\frac{BC}{OD} = \frac{AC}{AD}$. Звідки $\frac{1,8}{9,2} = \frac{2,7}{CD}$; $CD = \frac{9,2 \cdot 2,7}{1,8} = 13,8$ м.

Відповідь: 13,8 м.

398. а) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), CD — висота, $AD = 4$ см, $DB = 25$ см. З метричних співвідношень у прямокутному трикутнику маємо: $CD^2 = AD \cdot DB$. Звідки $CD_2 = 4 \cdot 25$; $CD = \sqrt{4 \cdot 25}$; $CD = 2 \cdot 5 = 10$ см.

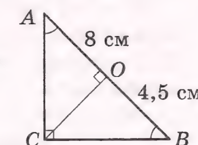


Відповідь: 10 см.

б) $AB = 50$ см, $AD = 18$ см. Знайти: AC і BC — ?

Із метричних співвідношень маємо $AC^2 = AD \cdot AB$, тобто $AC^2 = 50 \cdot 18$; $AC = \sqrt{50 \cdot 18} = 30$ см; $BC^2 = BD \cdot AB$ ($DB = 50 - 18 = 32$ см), $BC = \sqrt{32 \cdot 50} = 40$ см. *Відповідь*: 30 см, 40 см.

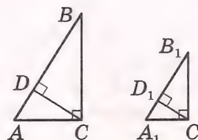
399. Нехай ΔAOB — прямокутний, CO — висота, $AO = 8$ см, $BO = 4{,}5$ см. Знайти: $P_{\Delta ACB}$ — ?



Із метричних співвідношень маємо $AC^2 = AO \cdot AB$ і $BC^2 = BO \cdot AB$, враховуючи, що $AB = AO + BO = 8 + 4{,}5 = 12{,}5$ см, то $AC^2 = 8 \cdot 12{,}5$; $AC = \sqrt{100} = 10$ см; $BC^2 = 4{,}5 \cdot 12{,}5$; $BC = \sqrt{56,25} = 7,5$ см.

$P_{\Delta ACB} = 12{,}5 + 10 + 7{,}5 = 30$ см. *Відповідь*: 30 см.

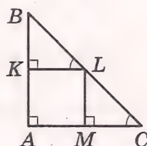
400. Нехай ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні ($\angle C = \angle C_1$). $\Delta ACB \sim \Delta A_1C_1B_1$; CD і C_1D_1 — висоти. Довести, що $\frac{CD}{C_1D_1} = k$.



Із подібності прямокутних трикутників маємо $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = k$; $\angle A = \angle A_1$.

Розглянемо $\Delta ADC \sim \Delta A_1D_1C_1$ — прямокутні, $\angle A = \angle A_1$. Вони подібні по гострому куту, тобто $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = k$. Доведено.

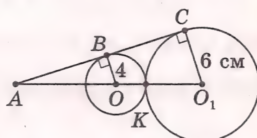
401. Нехай ΔBAC — прямокутний трикутник, $AKLM$ — квадрат. $\Delta KBL \sim \Delta LMC \sim \Delta BAC$ — прямокутні ($\angle BKL = \angle LMC = \angle A = 90°$). $\angle C = \angle BLK$, так як $KL \parallel AC$, за гострим кутом трикутники подібні.



б) Якщо $BK = 9$ см, $MC = 4$ см. Нехай сторона квадрата $AM = AK = x$, $x > 0$. Із подібності трикутників $\Delta BKL \sim \Delta LMC$ маємо: $\frac{BK}{LM} = \frac{KL}{MC}$. Звідки $\frac{9}{x} = \frac{x}{4}$, тобто $x^2 = 36$; $x = 6$. $AM = 6$ см.

Відповідь: 6 см.

402. Нехай дано два кола з центрами O і O_1. $R = OB = 4$ см, $R_1 = O_1C = 6$ см. BC — дотична. Дотична і лінія центрів перетинаються в т. A.



Знайти: AO_1 — ?

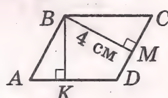
Враховуючи, що R перпендикулярне дотичної, то маємо $BO \perp BC$; $O_1C \perp BC$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔABO і ΔACO_1 — прямокутні. $\angle A$ — спільний, тобто маємо $\Delta ABO \sim \Delta ACO_1$. Звідки $\frac{BO}{CO_1} = \frac{AO}{AO_1}$.

Нехай $AO = x$, $x > 0$; $AO_1 = AO + OO_1 = (x + 10)$ см ($OO_1 = 4 + 6 = 10$ см).

То маємо $\frac{4}{6} = \frac{x}{x+10}$, звідки $4(x + 10) = 6x$; $4x + 40 = 6x$; $2x = 40$; $x = 20$.

Тобто $AO = 20$ см, $AO_1 = 20 + 10 = 30$ см. *Відповідь*: 20 см; 30 см.

403. Нехай $ABCD$ – даний паралелограм. BK і BM — висоти паралелограма. $BM = 4$ см, $AD : CD = \frac{2}{3}$.

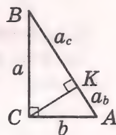


Знайти: BK — ?

Із подібності $\Delta AKB \sim \Delta BMC$ ($\angle A = \angle C$), подібні по гострому куту, маємо $\frac{BK}{BM} = \frac{AB}{BC}$. Звідки $\frac{BK}{4} = \frac{3}{2}$ $\left(AB = CD,\ BC = AD \text{ тобто } \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}\right)$.

Маємо $BK = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$ см. *Відповідь*: 6 см.

404. Нехай ΔBCA — прямокутний. $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, CK — висота, $AK = b_c$, $BK = a_c$ — проекції відповідних катетів на гіпотенузу.



Довести: $\frac{a_c}{b_c} = \frac{a^2}{b^2}$.

Розглянемо ΔBCA — прямокутний.

Із метричних співвідношень маємо $a^2 = a_c \cdot c$; $b^2 = b_c \cdot c$.

Звідки: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a_c \cdot c}{b_c \cdot c} = \frac{a_c}{b_c}$. Тобто $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a_c}{b_c}$.

Доведено.

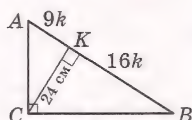
405. Так як $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a_c}{b_c}$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; $b_c = c - a_c$; $a_c = c - b_c$, то маємо $a_c = \frac{a^2}{b^2} \cdot b_c$

і $b_c = a_c \cdot \frac{b^2}{a^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_c = \frac{a^2}{b^2}(c - a_c), \\ b_c = \frac{b^2}{a^2}(c - b_c) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_c = \frac{a^2 c}{b^2} - \frac{a^2 a_c}{b^2}, \\ b_c = \frac{a^2 c}{a^2} - \frac{b^2 b_c}{a^2} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} a_c\left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) = \frac{a^2 c}{b^2}, \\ b_c\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) = \frac{b^2 c}{a^2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_c\left(\frac{b^2 + a^2}{b^2}\right) = \frac{a^2 c}{b^2}, \\ b_c\left(\frac{a^2 + b^2}{a^2}\right) = \frac{b^2 c}{a^2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_c = \frac{a^2 c}{b^2 + a^2}, \\ b_c = \frac{b^2 c a^2}{a^2(a^2 + b^2)}; \end{array}\right. \quad a_c = \frac{a^2 \cdot c}{b^2 + a^2};$$

$b_c = \frac{b^2 c \not{a^2}}{\not{a^2}(a^2 + b^2)}$; $a_c = \frac{a^2 c}{c^2} = \frac{a^2}{c}$; $b_c = \frac{b^2}{c}$. *Відповідь*: $a_c = \frac{a^2}{c}$; $b_c = \frac{b^2}{c}$.

406. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).



$CK \perp AB$ — висота, $CK = 24$ см. $\frac{AK}{KB} = \frac{9}{16}$.

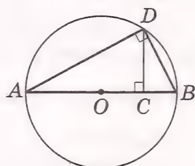
Знайти: BC і AC — ?

Із метричних співвідношень маємо $CK^2 = AK \cdot BK$.

Нехай $AK = 9k$, $k > 0$; $BK = 16k$, то маємо рівняння $9k \cdot 16k = 24^2$; $144k^2 = 576$; $k^2 = 4$; $k = 2$. Звідки $AK = 9 \cdot 2 = 18$ см, $BK = 2 \cdot 16 = 32$ см, $AB = 50$ см.

Із метричних співвідношень маємо $BC^2 = BK \cdot AB$ і $AC^2 = AK \cdot AB$, тобто $BC^2 = 32 \cdot 50$ і $AC^2 = 18 \cdot 50$. Звідки $BC = \sqrt{32 \cdot 50} = 40$ см і $AC = \sqrt{18 \cdot 50} = 30$ см. *Відповідь*: 40 см; 30 см.

407. Нехай дано коло з центром O. AB — діаметр.



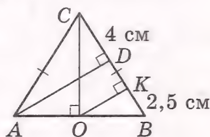
$C \in AB$. За умовою $AC = 10$ см, $BC = 8$ см.

$CD \perp AB$, $CD = 9$ см.

Для визначення розміщення т. D розглянемо ΔADB — прямокутний, де D — лежить на колі. $\angle ADB = 90°$ — вписаний кут, який спирається на діаметр.

За метричними співвідношеннями маємо $CD^2 = AC \cdot AB$. Тобто $9^2 = 10 \cdot 8$; $81 \neq 80$. Тобто т. D лежить ні на колі, а за колом, так як не виконується метричне співвідношення в прямокутному трикутнику.

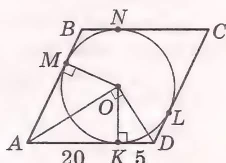
408. Нехай ΔACB — рівнобедрений за умовою; $AC = BC$; $AD \perp BC$ — висота. $AO = OB$; $OK \perp BC$. За умовою $BK = 2{,}25$ см; $CK = 4$ см. Знайти: AD — ?



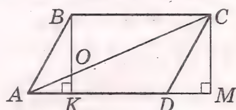
Для розв'язання задачі розглянемо ΔOKB і ΔADB — прямокутні ($\angle OKB = \angle ADB = 90°$), $\angle B$ — спільний, тобто $\Delta OKB \sim \Delta ADB$ за гострим кутом,

звідки маємо $\frac{BK}{DD} = \frac{OB}{AB} = \frac{OK}{AD} = k$, $k > 0$. Розглянемо ΔCOB — прямокутний, так як CO — медіана, висота, $OB = \frac{AB}{2}$, то маємо $\frac{OB}{AB} = \frac{AB}{2AB} = \frac{1}{2} = k$, $k > 0$. Тобто $\frac{OK}{AD} = \frac{1}{2}$.

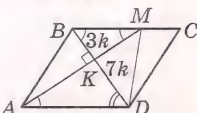
Із метричних співвідношень прямокутного трикутника ΔCOB маємо $OK^2 = BK \cdot CK$; $OK^2 = 2{,}25 \cdot 4$; $OK = \sqrt{2{,}25 \cdot 4} = 3$ см.
Звідки $AD = 2OK = 2 \cdot 3 = 6$ см.
Відповідь: 6 см.



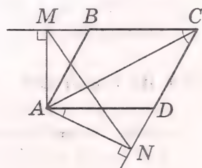
409. Нехай $ABCD$ — ромб. Коло з центром O вписано в ромб. Точки M, N, L, K — точки дотику кола до сторін ромба. $AK = 20$ см, $KD = 5$ см.
Знайти: $h_{\text{ромба}}$ — ?
Враховуючи, що $h_{\text{ромба}} = 2r = 2OK$, то треба знайти $r = OK$.
За властивостями ромба O — точка перетину діагоналей ромба, які являються бісектрисами кутів ромба. $\angle AOD = 90°$. Тобто із метричних співвідношень $OK^2 = AK \cdot KD$ ($OK \perp AD$, AD — дотична до кола), $OK^2 = 20 \cdot 5 = 100$; $OK = 10$ см. Звідки $h_{\text{ромба}} = 2 \cdot 10 = 20$ см. *Відповідь*: 20 см.



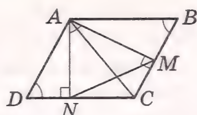
410. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$BK \perp AD$ — висота, AC — діагональ, $AK : KD = 1 : 7$. Знайти: AO і OC.
Для розв'язання задачі проведемо перпендикуляр через т. C до сторони AD. M — точка перетину CM і AD. Враховуючи, що $\Delta AKB = \Delta DMC$: $CD \parallel AB$, $CD = AD$ за властивостями паралелограма, $CM = BK$, за гіпотенузою і катетом.
Маємо $DM = AK$. Нехай $AK = k$, $k > 0$; $KD = 7k$; $AD = AK + KD = k + 7k = 8k$; $AM = 8k + k = 9k$. Розглянемо ΔAMC, ΔAKO — прямокутні ($\angle AMC = 90°$, $\angle AKO = 90°$). Вони подібні за гострим кутом $\angle A$ — спільний. Тобто із подібності $\Delta AKO \sim \Delta AMC$ маємо $\dfrac{AK}{AM} = \dfrac{AO}{AC}$. Звідки $\dfrac{k}{9k} = \dfrac{AO}{AC} \Rightarrow \dfrac{AO}{AC} = \dfrac{1}{9}$. Так як $AC = AO + OC$, то маємо $OC = AC - AO = 9k - k = 8k$ ($AO = k$, $AC = 9k$, $k > 0$). Звідки $\dfrac{AO}{OC} = \dfrac{1}{8}$. *Відповідь*: 1 : 8 або 7 : 8.



411. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, BD— діагональ, $AK \perp BD$. $BK : KD = 3 : 7$, $M \in BC$.
Знайти: $BM : MC$.
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKD і ΔDKM — прямокутні ($\angle AKD = \angle DKM = 90°$). $\angle MAD = \angle AMB$, $\angle ADB = \angle MBD$ — внутрішні різносторонні ($BC \parallel AD$, AM і BD — січні).
Тобто $\Delta AKD \sim \Delta MKB$ за двома кутами. Тобто маємо $\dfrac{BM}{AD} = \dfrac{BK}{KD} = \dfrac{3}{7}$.
Отже, $\dfrac{BM}{AD} = \dfrac{3}{7}$; так як $BC = MB + MC$; $AD = BC$, то маємо:
$MC = BC - BM = 4k$, $k > 0$. Тобто $\dfrac{BM}{MC} = \dfrac{3k}{4k} = \dfrac{3}{4}$. *Відповідь*: 3 : 4.



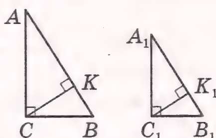
412. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, AM і AN — висоти. Довести: $\Delta ANM \sim \Delta BCA$.
Розглянемо ΔAND і ΔAMB — прямокутні, $\angle D = \angle B$, то трикутники подібні по гострому куту.
$\Delta AND \sim \Delta AMB$.
$\angle D = \angle B = \angle NAM$, то $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DN}{BM} = \dfrac{AN}{AM}$.



Враховуючи $AD = BC$, $AB = DC$, маємо $\frac{BC}{AB} = \frac{AN}{AM}$.

Розглянемо $\Delta NAM \sim \Delta ABC$ за двома пропорційними сторонами і кутом між ними. Доведено.

413. Якщо відношення відповідних катетів і гіпотенуз прямокутних трикутників рівні, то ці трикутники подібні.



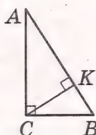
Нехай ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — прямокутні, $\angle C = \angle C_1 = 90°$.

$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$. Довести подібність трикутників.

Для розв'язання задачі проведемо висоти цих трикутників. За метричними співвідношеннями прямокутних трикутників маємо: $CK^2 = AK \cdot BK$; $C_1K_1^2 = A_1K_1 \cdot K_1B_1$; $BC^2 = BK \cdot AB$; $B_1C_1^2 = B_1K_1 \cdot A_1B_1$. Розглянемо подібність ΔCKA і ΔACB; $\Delta C_1K_1A_1$ і $\Delta A_1C_1B_1$ — подібні за гострим кутом. $\frac{AK}{AC} = \frac{AC}{AB}$ і $\frac{BK}{BC} = \frac{CB}{AB} \Leftrightarrow$ $AK^2 = \frac{AC^2}{AB}$; $BK^2 = \frac{BC^2}{AB}$; $AB = AK + BK \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \frac{AC^2}{AB} + \frac{BC^2}{AB}$, із теореми Піфагора маємо $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$;

414. Нехай ΔACB — прямокутний, CK — висота, $BK : AK = 1 : 4$. Знайти: $CK : AB$ — ?

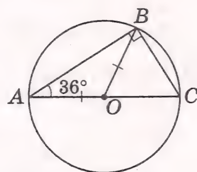


Із метричних співвідношень у прямокутному трикутнику маємо $CK^2 = BK \cdot AK$; $CK = \sqrt{BK \cdot AK}$. Нехай $BK = k$, $AK = 4k$, $AB = AK + BK = 5k$, $k > 0$, то $CK = \sqrt{k \cdot 4k} = 2k$.

Знайдемо $\frac{CK}{AB} = \frac{2k}{5k} = \frac{2}{5}$, тобто $CK = \frac{2}{5}AB = 0,4AB$.

Тобто CK в 2,5 рази менше за гіпотенузу.

415. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$. Описано коло з центром O, Знайти: $\angle BOC$ і $\angle BOA$, якщо $\angle A = 36°$.



Центр описаного кола навколо ΔABC знаходиться на середині гіпотенузи. Враховуючи, що $\angle A = 36°$ за умовою, то $\angle C = 90° - 36° = 54°$. Розглянемо ΔAOB і ΔBOC — рівнобедрені за означенням. $AO = OB = OC = R$, тобто $\angle OAB = \angle ABO = 36°$. Звідки маємо $\angle AOB = 180° - 2 \cdot 36° = 108°$.

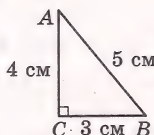
$\angle OBC = \angle BCO = 54°$, звідки маємо $\angle BOC = 180° - 2 \cdot 54° = 180° - 108° = 72°$.

Відповідь: 72°; 108°.

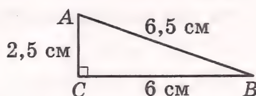
§ 13. Теорема Піфагора та наслідки з неї

423. Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). За теоремою Піфагора: $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; $AB^2 = 25$; $AB = 5$ см.

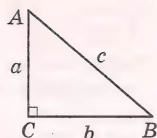
Відповідь: 5 см.



424. За теоремою, оберненою до теореми Піфагора, маємо: $2,5^2 + 6^2 = 6,5^2$; $6,25 + 36 = 42,45$, тобто трикутник прямокутний з катетами 2,5 см, 6 см і гіпотенузою 6,5 см.



425. Нехай ΔACB — прямокутний. За умовою:



а) $a = 7$; $b = 24$. Знайти: c — ?
За теоремою Піфагора: $c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 7^2 + 24^2$;
$c^2 = 625$; $c = 25$.

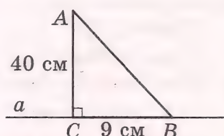
б) $a = \sqrt{17}$; $c = 9$. Знайти: b — ?

Із теореми Піфагора: $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 9^2 - \left(\sqrt{17}\right)^2$; $b^2 = 81 - 17$; $b^2 = 64$;
$b = 8$.

в) $b = 3\sqrt{3}$, $c = 6$. Знайти: a — ?

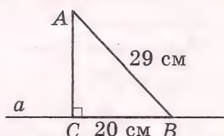
Із теореми Піфагора $a^2 = c^2 - b^2$; $a^2 = 6^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2$; $a^2 = 36 - 27$; $a^2 = 9$;
$a = 3$.

426. а) $A \notin a$, $AC \perp a$, AB — похила, CB — проекція похилої AB на пряму a. Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $BC = 9$ см, $AC = 40$ см.

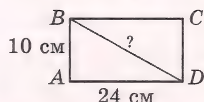


За теоремою Піфагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$;
$AB^2 = 9^2 + 40^2$; $AB^2 = 81 + 1600$; $AB^2 = 1681$;
$AB = 41$ см.
Відповідь: 41 см.

б) $A \notin a$, $AC \perp a$, AB — похила, BC — проекція похилої на пряму a. $BC = 20$ см, $AB = 29$ см. Розглянемо ΔACB — прямокутний. Із теореми Піфагора: $AC^2 = AB^2 - BC^2$; $AC^2 = 29^2 - 20^2$;
$AC^2 = (29 - 20) \cdot (29 + 20)$; $AC^2 = 9 \cdot 49$;
$AC = 3 \cdot 7 = 21$ см. *Відповідь*: 21 см.

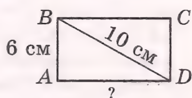


427. а) Нехай $ABCD$ — прямокутник.
$AB = CD = 10$ см; $AD = BC = 24$ см.
Знайти: BD — ?

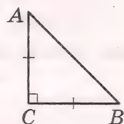


Розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle A = 90°$).
За теоремою Піфагора $BD^2 = AB^2 + AD^2$;
$BD = \sqrt{10^2 + 24^2}$; $BD = \sqrt{100 + 576}$; $BD = \sqrt{676}$; $BD = 26$ см.
Відповідь: 26 см.

б) Нехай $ABCD$ — прямокутний, $AC = 10$ см, $AD = 6$ см.
Знайти: P_{ABCD} — ?
Розглянемо ΔADC — прямокутний. Із теореми Піфагора маємо: $DC = \sqrt{AC^2 - AD^2}$; $DC = \sqrt{10^2 - 6^2}$;
$DC = \sqrt{100 - 36}$; $DC = \sqrt{64} = 8$ см.
$P_{ABCD} = 2(AD + DC) = 2 \cdot (6 + 8) = 2 \cdot 14 = 28$ см.
Відповідь: 28 см.

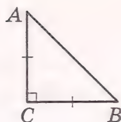


428. а) Нехай ΔACB — прямокутний, рівнобедрений, $AC = CB$ ($\angle C = 90°$). Знайти: AC, якщо:



1) $AC = CB = 4$ см; 2) $AC = CB = 2\sqrt{2}$ см;
3) $AC = CB = a$ см.
За теоремою Піфагора: $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AC = CB$;
$AB^2 = 2AC^2$; $AB = AC\sqrt{2}$, то маємо:
1) $AB = 4\sqrt{2}$ см; 2) $AB = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4$ см;
3) $AB = a\sqrt{2}$ см.
Відповідь: $4\sqrt{2}$ см; 4 см; $a\sqrt{2}$ см.

б) ΔACB — прямокутний, рівнобедрений, $AC = CB$ ($\angle C = 90°$).



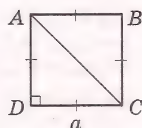
Знайти: AC — ? якщо: 1) $AB = 10$ см; 2) $AB = \sqrt{2}$ см;
3) $AB = c$ см.
За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AC = CB$;

$AB^2 = 2AC^2$; $AC^2 = \frac{AB^2}{2}$; $AC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$; $AC = \frac{AB\sqrt{2}}{2}$.

1) $AC = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$ см; 2) $AC = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 1$ см; 3) $AC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$ см.

Відповідь: $5\sqrt{2}$ см; 1 см; $\frac{c\sqrt{2}}{2}$ см.

429. а) Нехай $ABCD$ — квадрат, $AB = BC = a$.



Знайти: BD — ?
Розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle A = 90°$).
За теоремою Піфагора:

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2AB^2} = AB\sqrt{2}$; $BD = a\sqrt{2}$ см.

Відповідь: $a\sqrt{2}$ см.

б) Нехай $ABCD$ — квадрат. $BD = d$. Знайти: AB — ?
Розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle A = 90°$).
За теоремою Піфагора: $BD^2 = AB^2 + AD^2$; $BD^2 = 2AB^2$;

$AB^2 = \frac{BD^2}{2}$; $AB = \frac{BD}{\sqrt{2}}$; $AB = \frac{BD\sqrt{2}}{2}$; $AB = \frac{d\sqrt{2}}{2}$ см. *Відповідь*: $\frac{d\sqrt{2}}{2}$ см.

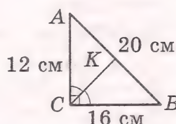
430. а) $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$; $\sqrt{41} < 36$. Ні.

б) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$; $\sqrt{169} = 13$; $13 = 13$. Так.

в) $2^2 + (\sqrt{7})^2 = 4 + 7 = 11$; $\sqrt{11} < \sqrt{13}$. Ні.

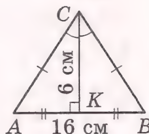
г) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$; $\sqrt{100} = 10$; $10 > \sqrt{10}$. Ні.

431. ΔACB — прямокутний, так як $12^2 + 16^2 = 20^2$;



$144 + 256 = 400$. CK — бісектриса $\angle C = 90°$.
Отже, $\angle ACK = 45°$.
Відповідь: 45°.

432. Нехай ΔACB — рівнобедрений, $AC = CB$, $AB = 16$ см,

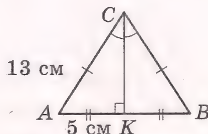


$CK = 6$ см — бісектриса. Знайти: $P_{\Delta ACB}$ — ?
CK — бісектриса, медіана, висота ΔACB. Розглянемо ΔAKC — прямокутний ($\angle AKC = 90°$), $AK = 8$ см.
За теоремою Піфагора: $AC^2 = AK^2 + CK^2$;

$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ см.

$P_{\Delta ACB} = 10 + 10 + 16 = 36$ см.
Відповідь: 36 см.

433. Нехай ΔABC — рівнобедрений трикутник, $AB = BC = 13$ см; BK — медіана. $P_{\Delta ABC} = 36$ см.

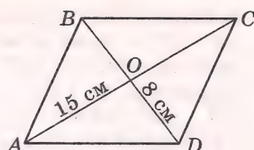


Знайти: BK — ?
BK — медіана, бісектриса, висота. $AK = KC$, $\angle AKB = 90°$. $P_{\Delta ABC} = 2AB + AC = 2 \cdot 13 + AC = 26 + AC$; $26 + AC = 36$; $AC = 10$ см, $AK = KC = 5$ см.
Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). Із теореми Піфагора:

$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2}$; $BK = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$; $BK = 12$ см.

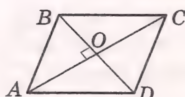
Відповідь: 12 см.

434. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $AD = BC = 17$ см; $BD = 16$ см; $AC = 20$ см. Довести, що $ABCD$ — ромб.



За властивостями паралелограма $AO = OC = 15$ см; $BO = OD = 8$ см. За теоремою, оберненої до теореми Піфагора, розглянемо ΔAOC: $AO^2 + OD^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$; маємо $AO^2 + OD^2 = AD^2$, то $\angle AOD = 90°$. $ABCD$ — ромб. Доведено.

435. Нехай $ABCD$ — ромб, $AC = 10$ м, $BD = 2\sqrt{11}$ м.



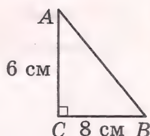
Знайти: P_{ABCD} — ?

Розглянемо ΔAOB — прямокутний: $\angle AOB = 90°$, $AO = 5$ см, $BO = \sqrt{11}$ м.

За теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AB^2 = 5^2 + \left(\sqrt{11}\right)^2 = 25 + 11 = 36$; $AB = 6$ м. $P_{ABCD} = 4AB = 4 \cdot 6 = 24$ м.

Відповідь: 24 м.

436. 1) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;



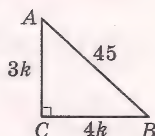
$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ см.

2) Нехай ΔACB — прямокутний, $AC = 6$ см, $AB = 8$ см. Із теореми Піфагора

$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ см.

Задача має 2 розв'язка. *Відповідь*: 1) 10 см; 2) $2\sqrt{7}$ см.

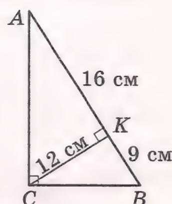
437. а) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$. $AC = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності; $BC = 4k$; $AB = 45$ см.



За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(3k)^2 + (4k)^2 = 45^2$; $9k^2 + 16k^2 = 45^2$; $25k^2 = 2025$; $k^2 = 2025 : 25$; $k^2 = 81$; $k = 9$. $AC = 2 \cdot 9 = 27$ см; $BC = 4 \cdot 9 = 36$ см.

Відповідь: 27 см; 36 см.

б) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $CK \perp AB$, $CK = 12$ см; $AK = 16$ см — проекція катета AC на гіпотенузу AB. Знайти: AC, BC, AB — ?



Розглянемо ΔAKC — прямокутний. За теоремою Піфагора: $AC^2 = AK^2 + KC^2$; $AC^2 = 16^2 + 12^2$;

$AC = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20$ см.

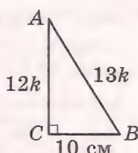
Нехай $KB = x$, $x > 0$. Так як $CK^2 = AK \cdot KB$, маємо:

$12^2 = 16 \cdot x$; $x = \frac{12^2}{16}$; $x = \frac{144}{16} = 9$; $KB = 9$ см.

$AB = 16 + 9 = 25$ см; $BC^2 = BK \cdot AB$; $BC^2 = 9 \cdot 25$; $BC = 3 \cdot 5 = 15$ см.

Відповідь: 20 см; 15 см; 25 см.

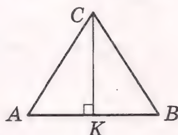
438. а) Нехай ΔACB — прямокутний; $AC : AB = 12 : 13$. Введемо коефіцієнт пропорційності k, $k > 0$. $AC = 12k$, $AB = 13k$, $BC = 10$ см. Знайти: AC — ? AB — ?



За теоремою Піфагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(13k)^2 = (12k)^2 + 10^2$; $169k^2 = 144k^2 + 100$; $169k^2 - 144k^2 = 100$; $25k^2 = 100$; $k^2 = 100 : 25$; $k^2 = 4$; $k = 2$. Тобто: $AC = 12 \cdot 2 = 24$ см; $AB = 13 \cdot 2 = 26$ см. *Відповідь*: 24 см; 26 см.

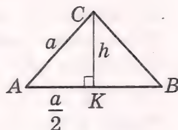
б) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $CK \perp AB$, AK і KB — проекції катетів AC і BC відповідно на гіпотенузу AB, $AK = 32$ см, $BK = 18$ см.
Знайти: AC — ? BC — ?
$AB = AK + KB = 32 + 18 = 50$ см. $CK^2 = 32 \cdot 18$; $CK^2 = 576$; $CK = 24$ см.
Розглянемо ΔCKA і ΔCKB — прямокутні ($\angle CKB = 90°$).
За теоремою Піфагора $AC^2 = AK^2 + CK^2$;
$BC^2 = BK^2 + CK^2$; $AC^2 = 32^2 + 24^2$; $AC = \sqrt{1024 + 576} = \sqrt{1600} = 40$ см;
$BC^2 = 18^2 + 24^2$; $BC = \sqrt{324 + 576} = \sqrt{900} = 30$ см.
Відповідь: 30 см; 40 см; 50 см.

439. а) Нехай ΔACB — рівносторонній, $AC = CB = AB$, $CK \perp AB$ — висота.
Знайти: CK — ? якщо? 1) $AC = 6$ см; 2) $AC = 2\sqrt{3}$ см; 3) $AC = a$ см.
$AK = KB$ (за властивістю висоти рівностороннього трикутника).
Звідки: 1) $AK = 3$ см; 2) $AK = \sqrt{3}$ см; 3) $AK = \frac{a}{2}$ см.
Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKC = 90°$). Із теореми Піфагора маємо $CK = \sqrt{AC^2 - AK^2}$; 1) $CK = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ см;
2) $CK = \sqrt{6^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{36 - 3} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ см;
3) $CK = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ см.



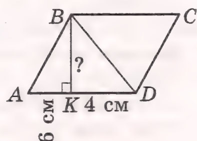
Відповідь: $3\sqrt{3}$ см; $4\sqrt{2}$ см; $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ см.

б) Нехай ΔACB — рівносторонній. $CK \perp AB$ — висота, $AK = KB$ (за властивістю висоти рівностороннього трикутника).
1) $CK = 1$ см; 2) $CK = 3\sqrt{3}$ см; 3) $CK = h$ см.
Знайти: AC — ?
Нехай $AC = a$, $a > 0$; $AK = \frac{a}{2}$. Із теореми Піфагора маємо $CK^2 = AC^2 - AK^2$;
$CK^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$; $CK^2 = \frac{3a^2}{4}$; $CK = \frac{\sqrt{3}a}{2}$; $a = \frac{2CK}{\sqrt{3}}$.
1) $AC = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ см; 2) $AC = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$ см;
3) $AC = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$ см.

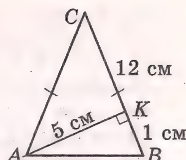


Відповідь: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см; 6 см; $\frac{2\sqrt{3}h}{3}$ см.

440. Нехай $ABCD$ — даний ромб. $BK \perp AD$ — висота, $AK = 6$ см; $KD = 4$ см за умовою. Знайти: BK — ?
Сторона ромба $AB = AD = 10$ см. Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$).
Із теореми Піфагора $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2}$;
$BK = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ см.
Відповідь: 8 см.



441. Нехай ΔACB — рівнобедрений. $AC = CB = 12 + 1 = 13$ см, $AK \perp CB$ — висота. Знайти: AB — ?



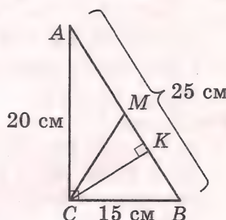
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKC — прямокутний ($\angle AKC = 90°$). Із теореми Піфагора:

$AK = \sqrt{AC^2 - CK^2}$;

$AK = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = 5$ см.

Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). Із теореми Піфагора: $AB = \sqrt{AK^2 + KB^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ см. *Відповідь*: $\sqrt{26}$ см.

442. Нехай ΔACB — заданий зі сторонами 15 см, 20 см, 25 см. За теоремою, оберненої до теореми Піфагора, маємо: $15^2 + 20^2 = 25^2$; $625 = 625$, тобто ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).



Знайдемо CK — висоту — ? CM — медіану — ?

1) $CM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{25}{2} = 12{,}5$ см.

2) Розглянемо ΔCKB — прямокутний ($\angle CKB = 90°$). $CB^2 = KB \cdot AB$; $15^2 = KB \cdot 25$;

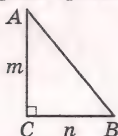
$KB = \dfrac{225}{25} = 9$ см.

Із теореми Піфагора:

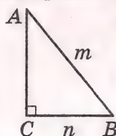
$CM = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15-9)(15+9)} = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$ см.

Відповідь: 12 см; 12,5 см.

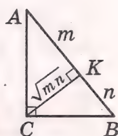
443. 1) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $AC = m$, $BC = n$, m, $n \in N$. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AB^2 = m^2 + n^2$. Тобто m, n, $m^2 + n^2$ — Піфагорова трійка.



2) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $CB = n$, $AB = m$, $m, n \in N$. Із теореми Піфагора $AC^2 = AB^2 - BC^2 = m^2 - n^2$. Тобто m, n, $m^2 - n^2$ — Піфагорова трійка.



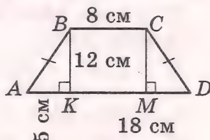
3) Нехай ΔACB — прямокутний. $CK \perp AB$ — висота, $AM = m$, $m \in N$, $BK = n$, $n \in N$ — проекції катетів AC і BC відповідно на гіпотенузу. $AB = m + n$. Знайдемо висоту $CK^2 = AK \cdot BK$; $CK = \sqrt{mn}$. Розглянемо ΔCKB — прямокутний ($\angle CKB = 90°$). Із теореми Піфагора $CB = \sqrt{CK^2 + BK^2} = \sqrt{mn + n^2}$.



ΔAKC — прямокутний ($\angle CKA = 90°$). $AC = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{mn + m^2}$.

За теоремою Піфагора маємо $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(m + n)^2 = mn + m^2 + mn + n^2$; $(m + n)^2 = 2mn + m^2 + n^2$, тобто $2mn$ — Піфагорова трійка.

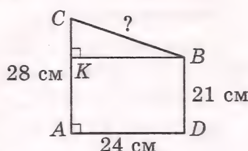
444. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція. $AB = CD$, $BC = 8$ см, $AD = 18$ см, $BK \perp AD$ — висота, $BK = 12$ см. Знайти: P_{ABCD} — ?



$\Delta AKB = \Delta CKD$ (за гіпотенузою і катетом, $AB = CD$, $BK = CD$), тобто $AK = MD$, $AK = (AD - BC) : 2 = (18 - 8) : 2 = 5$ см.

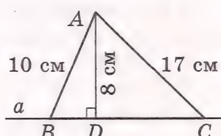
Розглянемо ΔAKB — прямокутний. За теоремою Піфагора
$AB^2 = AK^2 + BK^2$; $AB^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$; $AB = 13$ см.
$P_{ABCD} = 2AB + BC + AD = 2 \cdot 13 + 8 + 18 = 26 + 26 = 52$ см.
За умовою описаного чотирикутника навколо кола: $AB + CD = BC + AD$.
Маємо $13 + 13 = 8 + 18$; $26 = 26$ (суми довжин протилежних сторін рівні). Коло вписати можливо.
Відповідь: 52 см.

445. Для розв'язання задачі розглянемо прямокутну трапецію $ABCD$, $AC = 28$ м, $BD = 21$ м, $AD = 24$ м. Проведемо висоту з вершини B до сторони AC, $BK \perp AC$, $CK = AC - BD = 28 - 21 = 7$ м. Розглянемо ΔCKB — прямокутний ($\angle CKB = 90°$). За теоремою Піфагора



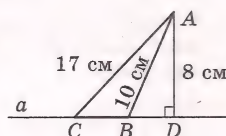
$CB^2 = CK^2 + BK^2$; $CB^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$; $CB = \sqrt{625} = 25$ м.
Відповідь: 25 м.

446. 1 спосіб
$A \notin a$, $AD \perp a$, AB і AC — похилі. $AB = 10$ см, $AC = 17$ см, $AD = 8$ см за умовою.
Розглянемо ΔBDA і ΔCDA — прямокутні ($\angle BDA = 90°$ і $\angle CDA = 90°$ відповідно).
Із теореми Піфагора маємо

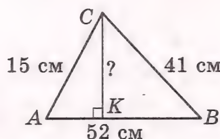


$BD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ см;
$DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$ см.
Отже, $BC = BD + DC = 6 + 15 = 21$ см.
Відповідь: 21 см.

2 спосіб
$A \notin a$, $AD \perp a$, AB і AC — похилі, $AC = 17$ см, $AB = 10$ см. $CD = 15$ см, $BD = 6$ см (дивись 1 спосіб). Отже, $BC = 15 - 6 = 9$ см.
Відповідь: 9 см.
Задача має 2 розв'язка.

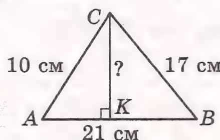


447. а) Нехай $\Delta ABCB$ зі сторонами $AC = 15$ см, $BC = 41$ см, $AB = 52$ см. $CK \perp AB$ — висота.
Знайти: CK — ?
Нехай $AK = x$, $x > 0$; $AB = 52 - x$. Розглянемо ΔAKC і ΔBKC — прямокутні. Із теореми Піфагора: $CK^2 = AC^2 - AK^2$; $CK^2 = CB^2 - BK^2$, тобто $AC^2 - AK^2 = CB^2 - BK^2$. Маємо рівняння: $15^2 - x^2 = 41^2 - (52 - x)^2$;



$225 - x^2 = 1681 - (2704 - 104x + x^2)$; $225 - \cancel{x^2} = 1681 - 2704 + 104x - \cancel{x^2}$;
$104x = 225 - 1681 + 2704$; $104x = 1248$; $x = 1248 : 104$; $x = 12$.
$AK = 12$ см, $BK = 52 - 12 = 40$ см. Знайдемо висоту
$CK = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9$; $CK = 9$ см. *Відповідь*: 9 см.

б) Нехай даний ΔACB зі сторонами $AC = 10$ см, $BC = 7$ см, $AB = 21$ см, $CK \perp AB$ — висота. Розглянемо ΔAKC і ΔBKC — прямокутні ($\angle AKC = 90°$ і $\angle BKC = 90°$ відповідно). Із теореми Піфагора маємо $CK^2 = AC^2 - AK^2$; $CK^2 = CB^2 - BK^2$.
Означимо $AK = x$, $x > 0$, $BK = 21 - x$. Маємо:



$AC^2 - AK^2 = CB^2 - BK^2$; $10^2 - x^2 = 17^2 - (21 - x)^2$; $100 - x^2 = 289 - (441 - 42x + x^2)$;

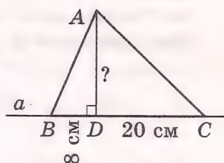
$100 - x^2 = 289 - 441 + 42x - x^2$; $42x = 100 - 289 + 441$; $42x = 252$; $x = 252 : 42$; $x = 6$. Отже, $AK = 6$ см; $BK = 21 - 6 = 15$ см.

$CK^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$; $CK = \sqrt{64} = 8$ см.

Відповідь: 8 см.

448. Нехай $A \notin a$, $AD \perp a$, AC і AB — похилі, $DC = 20$ см, $BD = 8$ см, $AC > AB$, $AC - AB = 8$ см.

Знайти: AD — ?



Нехай $AB = x$, $x > 0$, $AC = (8 + x)$. Розглянемо ΔADB і ΔADC — прямокутні. Із теореми Піфагора маємо $AD^2 = AB^2 - BD^2$; $AD^2 = AC^2 - DC^2$; $AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2$; $x^2 - 8^2 = (8 + x)^2 - 20^2$;

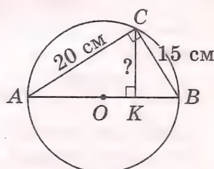
$x^2 - 64 = 64 + 16x + x^2 - 400$; $16x = 400 - 64 - 64$; $16x = 272$; $x = 17$. Тобто: $AB = 17$ см; $AC = 17 + 8 = 25$ см. Отже, $AD^2 = 17^2 - 8^2$;

$AD = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$ см.

Відповідь: 15 см.

449. Нехай дано коло з центром в т. O, AB — діаметр. $AC = 20$ см; $CB = 15$ см. $CK \perp AB$. Знайти: CK — ?

ΔACB — прямокутний ($\angle ACB = 90°$ — вписаний кут).



Розглянемо ΔACB — прямокутний. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;

$AB = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$ см.

Означимо $BK = x$, $x > 0$. Так як $CB^2 = BK \cdot AB$;

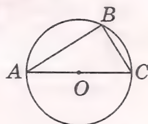
$15^2 = x \cdot 25$; $x = \frac{225}{25} = 9$; $BK = 9$ см.

Розглянемо ΔCKB — прямокутний. Із теореми Піфагора $CK^2 = CB^2 - BK^2$;

$CK = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$ см. $CK = 12$ см. *Відповідь*: 12 см.

450. Нехай дано коло з центром в т. O. A, B, C — точка, які лежать на колі. $AB = 9$ см, $BC = 40$ см, $AC = 41$ см.

Знайти: R — ?

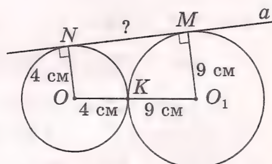


Розглянемо ΔABC. За теоремою, оберненою до теореми Піфагора, маємо: $9^2 + 40^2 = 41^2$; $81 + 1600 = 1681$; $1681 = 1681$. Тобто ΔABC — прямокутний, $\angle ABC = 90°$.

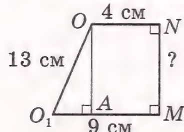
AC — діаметр кола. $R = \frac{AC}{2} = \frac{41}{2} = 20,5$ см.

Відповідь: 20,5 см.

451. Нехай дано два кола з центрами в т. O і т. O_1 відповідно, $R = 4$ см і $R_1 = 9$ см, a — дотична до цих кіл. Тобто $ON = OK = 4$ см; $ON \perp a$; $O_1K = O_1M = 9$ см; $O_1M \perp a$; $OO_1 = OK + O_1K = 4 + 9 = 13$ см.



Розглянемо $ONMO_1$ — прямокутна трапеція за означенням ($ON \perp a$, $O_1M \perp a$,

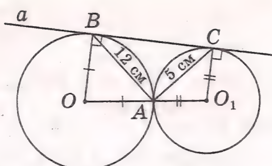


$ON \parallel O_1M$). $OA \perp O_1M$, $O_1A = O_1M - AM = 9 - 4 = 5$ см. Розглянемо ΔO_1AO — прямокутний. Із теореми Піфагора $OA^2 = OO_1^2 - O_1A^2$; $OA^2 = 13^2 - 5^2$;

$OA = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ см. $MN = OA = 12$ см.

Відповідь: 12 см.

452. Розглянемо два кола з центрами в точках O і O_1. Пряма a — спільна дотична до кіл. $OB \perp a$, $O_1C \perp a$. т. A — точка дотику кіл. $AB = 12$ см, $AC = 5$ см за умовою. Знайти: BC — ?



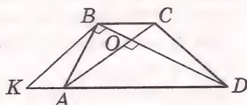
Розглянемо ΔBOA і ΔCO_1A — рівнобедрені, $OB = OA = r$, $O_1A = O_1C = r_1$.
Так як $\angle O + \angle O_1 = 180°$ (за властивостями трапеції), то маємо, що $\angle O = \alpha$,

$\angle O_1 = 180° - \alpha$. $\angle OBA + \angle OAB = 180° - \alpha$, так як $\angle OBA = \angle OAB = 90° - \dfrac{\alpha}{2}$;

$\angle O_1AC + \angle O_1CA = \alpha$, так як $\angle O_1AC = \angle O_1CA = \dfrac{\alpha}{2}$. Маємо, що

$\angle BAC = 180° - \angle OAB - \angle CAO_1 = 180° - \left(90° - \dfrac{\alpha}{2}\right) - \dfrac{\alpha}{2} = 90°$ ($\angle A = 180°$ — розгорнутий). Тобто ΔBAC — прямокутний ($\angle BAC = 90°$). За теоремою Піфагора: $BC^2 = AB^2 + AC^2$; $BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$; $BC = 13$ см.
Відповідь: 13 см.

453. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $AC \perp BD$ — діагоналі трапеції. $AC = 1$ м, $BD = \sqrt{3}$ м. Знайти: m — середню лінію трапеції.

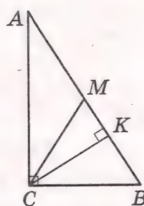


$m = \dfrac{AD + BC}{2}$. Треба знайти основи трапеції. Через вершину B трапеції $ABCD$ проведемо пряму $BK \parallel AC$, $BK \perp BD$, так як $AC \perp BD$, $BK \parallel CA$. В чотирикутнику $KBCA$ маємо $BK \parallel AC$, $BC \parallel AK$, тобто $KBCA$ — паралелограм. Тоді $KD = AK + AD$, $BC = AK$; $BK = AC = 1$ м. Розглянемо ΔKBD — прямокутний. Із теореми Піфагора $KD^2 = BK^2 + BD^2$;

$KD = \sqrt{1+3} = 2$ см, тобто $m = \dfrac{AD + BC}{2} = \dfrac{AD + AK}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ м.

Відповідь: 1 м.

454. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $CK \perp AB$ — висота, CM — медіана. $CM = 25$ см, $CK = 24$ см. Знайти: r вписаного кола — ?



$r = \dfrac{BC + AC - AB}{2}$ $\left(r = \dfrac{a+b-c}{2}\right)$. Так як $CM = 25$ см, то $AB = 2 \cdot CM = 50$ см. Нехай $BK = x$, $x > 0$, $AK = 50 - x$. За властивістю висоти прямокутного трикутника маємо $CK^2 = AK \cdot BK$; $24^2 = x(50 - x)$; $50x - x^2 - 576 = 0$;

$x^2 - 50x + 576 = 0$. За теоремою Вієтта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 50; \\ x_1 \cdot x_2 = 576 \end{cases}$ тобто $\begin{matrix} x_1 = 18; \\ x_2 = 32. \end{matrix}$

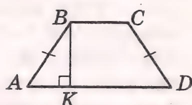
Тобто $BK = 18$ см, то $AK = 32$ см або $BK = 32$ см, то $AK = 18$ см. Розглянемо ΔCKB і ΔCKA — прямокутні ($\angle CKB = 90°$ і $\angle CKA = 90°$) за теоремою Піфагора маємо: $BC^2 = CK^2 + BK^2$;

$BC = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{576 + 324} = \sqrt{900} = 30$ см;

$AC^2 = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{576 + 1024} = \sqrt{1600} = 40$ см;

$r = \dfrac{30 + 40 - 50}{2} = 10$ см. *Відповідь*: 10 см.

455. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, в трапецію вписано коло, $BK \perp AD$. Довести: $BK^2 = AD \cdot BC$.



Якщо в трапецію вписано коло, то $AB + CD = AD + BC$, так як $AB = CD$, то $2AB = AD + AC$;

$AB = \dfrac{AD + BC}{2}$; $AK = \dfrac{AD - BC}{2}$.

Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). Із теореми Піфагора маємо $BK^2 = AB^2 - AK^2$; $BK^2 = \left(\dfrac{AD + BC}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{AD - BC}{2}\right)^2$;

$$BK^2 = \left(\frac{AD + BC}{2} + \frac{AD - BC}{2}\right)\left(\frac{AD + BC}{2} - \frac{AD - BC}{2}\right);$$

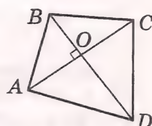
$$BK^2 = \frac{AD + \cancel{BC} + AD - \cancel{BC}}{2} \cdot \frac{\cancel{AD} + BC - \cancel{AD} + BC}{2}; \quad BK^2 = \frac{2AD}{2} \cdot \frac{2BC}{2};$$

$BK^2 = AD \cdot BC$. Доведено.

456. Нехай $ABCD$ — чотирикутник. AC і BD — діагоналі, $AC \perp BD$. Довести: $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

Для доведення розглянемо ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD і ΔAOD — прямокутні ($\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90°$). За теоремою Піфагора маємо:

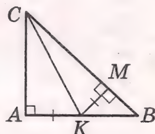
$$\oplus\begin{cases} BC^2 = BO^2 + OC^2; \\ AD^2 = AO^2 + OD^2; \end{cases}$$
$$BC^2 + AD^2 = BO^2 + OC^2 + AO^2 + OD^2$$



і
$$\oplus\begin{cases} AB^2 = BO^2 + AO^2; \\ CD^2 = CO^2 + OD^2; \end{cases}$$
$$AB^2 + CD^2 = BO^2 + AO^2 + CO^2 + OD^2.$$

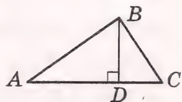
Тобто $BC^2 + AD^2 = AB^2 + CD^2$. Доведено.

457. Нехай ΔCAB — прямокутний ($\angle A = 90°$), $K \in AB$, $KM \perp CB$, $KM = AK$. Довести, що CK — бісектриса.



Розглянемо ΔCKA і ΔCMK — прямокутні. $KM = AK$ за умовою, CK — спільна сторона, тобто $\Delta CAK = \Delta CKM$ за гіпотенузою і катетом. Маємо, що $\angle ACK = \Delta MCK$, то CK — бісектриса кута $\angle C$. Доведено.

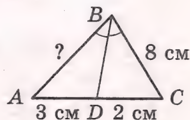
458. Нехай ΔABC — даний. За умовою $AB > BC$, $BD \perp AC$ — висота, то $AD > DC$. Якщо BD — бісектриса $\angle B$ ΔABC, то за властивістю бісектриси маємо



$\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{BC}$, якщо $AB > BC$, то $AD > DC$.

§ 14. Застосування подібності трикутників

463. а) Нехай ΔABC — даний. BD — бісектриса ΔABC. $BC = 8$ см, $AD = 3$ см. $DC = 2$ см — за умовою. Знайти: AB — ?



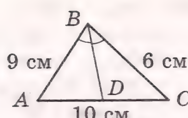
За властивістю бісектриси маємо

$\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AB}{BC}$; $AB = \dfrac{AD \cdot BC}{DC}$; $AB = \dfrac{3 \cdot 8}{2}$;

$AB = 12$ см.

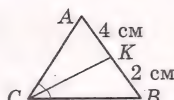
Відповідь: 12 см.

б) Нехай ΔABC — даний. BD — бісектриса.
$AB = 9$ см, $BC = 6$ см, $AC = 10$ см.
Знайти: AD — ? DC — ?
Нехай $DC = x$, $x > 0$ та $AD = (10 - x)$ см.
За властивістю бісектриси маємо



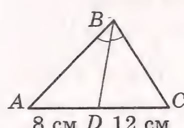
$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$; $\frac{10 - x}{x} = \frac{9}{6}$; $6(10 - x) = 9x$; $60 - 6x = 9x$; $9x + 6x = 60$; $15x = 60$; $x = 60 : 15$; $x = 4$. То $DC = 4$ см; $AD = 10 - 4 = 6$ см.
Відповідь: 4 см; 6 см.

464. Нехай ΔACB — рівнобедрений. $AC = AB = 6$ см.
CK — бісектриса ΔACB. $BK = 2$ см $AK = 4$ см.
Знайти: BC — ?
За властивістю бісектриси трикутника маємо



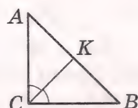
$\frac{AK}{BK} = \frac{AC}{BC}$; $\frac{4}{2} = \frac{6}{BC}$; $BC = \frac{6 \cdot 2}{4}$; $BC = 3$ см.
Відповідь: 3 см.

465. Нехай ΔABC — даний. BD — бісектриса трикутника. $AD = 8$ см, $DC = 12$ см. $P_{\Delta ABC} = 45$ см.
Знайти: AB — ? BC — ?
За властивістю бісектриси трикутника маємо:



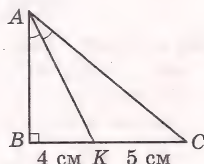
$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$; $\frac{AB}{BC} = \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{3}}$; $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{4}$, тобто $AB = 2k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, $BC = 3k$. Так як $P_{\Delta ABC} = 45$ см, то $AB + BC + AC = 45$; $2k + 3k + (8 + 12) = 45$; $5k = 45 - 20$; $5k = 25$; $k = 5$. Маємо: $AB = 2 \cdot 5 = 10$ см, $BC = 3 \cdot 5 = 15$ см. *Відповідь*: 10 см; 15 см.

466. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). CK — бісектриса ΔACB. $AK - BK = 5$ см за умовою.
$BC : AC = 3 : 4$.
Знайти: AC — ? BC — ? AB — ?
За властивістю бісектриси ΔACB ($\angle C = 90°$)



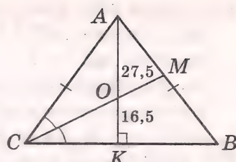
$\frac{AK}{BK} = \frac{AC}{BC}$; $\frac{AK}{BK} = \frac{4}{3}$. Нехай $BK = x$, $x > 0$, то $AK = (x + 5)$ см. Маємо рівняння: $\frac{x + 5}{x} = \frac{4}{3}$; $4x = 3(x + 5)$; $4x = 3x + 15$; $4x - 3x = 15$; $x = 15$.
$BK = 15$ см, $AK = 20$ см. $AB = 20 + 15 = 35$ см. Так як $\frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$, то $AC = 4k$, $BC = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(3k)^2 + (4k)^2 = 35^2$; $9k^2 + 16k^2 = 1225$; $25k^2 = 1225$; $k^2 = 1225 : 25$; $k^2 = 49$; $k = 7$. То $AC = 4 \cdot 7 = 28$ см, $BC = 3 \cdot 7 = 21$ см.
Відповідь: 21 см; 28 см; 35 см.

467. Нехай ΔACB ($\angle C = 90°$) — прямокутний.
AK — бісектриса ΔACB. $CK = 4$ см, $BK = 5$ см.
Знайти: $P_{\Delta ACB}$ — ?
За властивістю бісектриси трикутника маємо:



$\frac{CK}{BK} = \frac{AC}{BC}$; $\frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$. Нехай $AC = 4k$; $AB = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності,
$BC = 4 + 5 = 9$ см. ΔACB — прямокутний єгипетський. $AC = 4k$, $AB = 5k$, отже, $BC = 9 = 3k$; $3k = 9$; $k = 3$. Тобто: $AC = 4 \cdot 3 = 12$ см, $AB = 5 \cdot 3 = 15$ см.
$P_{\Delta ABC} = AC + BC + AB = 12 + 15 + 9 = 36$ см. *Відповідь*: 36 см.

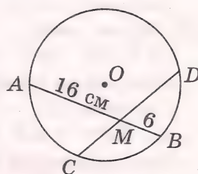
468. Нехай ΔACB — рівнобедрений, $AC = AB$, $AK \perp BC$ — висота, CM — бісектриса. Знайти: $AM : BM$ — ?



Розглянемо ΔCKA — прямокутний ($\angle CKA = 90°$).
За властивістю бісектриси трикутника маємо:
$\frac{OK}{AO} = \frac{CK}{AC}$; $\frac{CK}{AC} = \frac{16,5}{27,5}$; $\frac{CK}{AC} = \frac{3,3}{5,5}$; $\frac{CK}{AC} = \frac{3}{5}$,
тобто $CK = 3k$, $AC = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то $AK = 4k$ (єгипетський трикутник), $AK = 27,5 + 16,5 = 44$; $4k = 44$; $k = 44 : 4$; $k = 11$. Маємо $AC = 5 \cdot 11 = 55$ см; $CK = 3 \cdot 11 = 33$ см. Так як AK — висота рівнобедреного трикутника, то і медіана, бісектриса за властивістю трикутника. $CB = 2CK = 2 \cdot 33 = 66$ м.

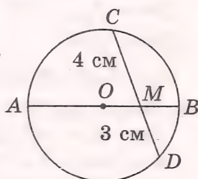
За властивістю бісектриси ΔACB маємо $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{CB}$; $\frac{AM}{MB} = \frac{55}{66}$; $\frac{AM}{MB} = \frac{5}{6}$.
То $5k + 6k = 11k$; $AC = 55$; $11k = 55$; $k = 5$. $AM = 25$ см, $MB = 30$ см.
Відповідь: 5 : 6; 25 см, 30 см.

469. Нехай ΔACB — рівнобедрений, $AC = CB$, AO — бісектриса трикутника, $CM \perp AC$ — висота. $AC : AB = 5 : 6$ за умовою. $OC - OM = 4$ см ($AC > AM$, то $OC > OM$). Знайти: $P_{\Delta ABC}$ — ?



Нехай $AC = 5k$, $AB = 6k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. $AM = MB = 3k$ (CM — висота, медіана, бісектриса).
Нехай $OM = x$, $x > 0$; $CO = (4 + x)$ см. За властивістю бісектриси трикутника маємо $\frac{CO}{OM} = \frac{AC}{AM}$; $\frac{4+x}{x} = \frac{5}{3}$ (ΔAMC — прямокутний, $\angle AMC = 90°$).
Маємо рівняння: $3(4 + x) = 5x$; $12 + 3x = 5x$; $2x = 12$; $x = 12 : 2$; $x = 6$. $OM = 6$ см, $CO = 4 + 6 = 10$ см; $CM = 10 + 6 = 16$ см. ΔAMC — прямокутний, єгипетський. $AM = 3k$, $AC = 5k$, то $CM = 4k$, $4k = 16$; $k = 4$. Маємо $AM = 3 \cdot 4 = 12$ см, $AC = 5 \cdot 4 = 20$ см. $AB = 2 \cdot AM = 2 \cdot 12 = 24$ см. $P_{\Delta ABC} = 2AC + AB = 2 \cdot 20 + 24 = 40 + 24 = 64$ см.
Відповідь: 64 см.

470. Нехай дано коло з центром в т. O. AB і CD — хорди. Хорди перетинаються в т. M. $AM = 16$ см, $MB = 6$ см. $MD : MC = 3 : 2$. Знайти: CD — ?

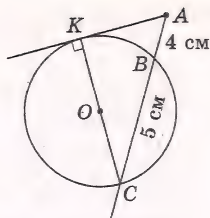


Так як $CM \cdot MD = MB \cdot AM$, маємо $3k \cdot 2k = 16 \cdot 6$ ($MD = 3k$, $MC = 2k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності). $6k^2 = 96$; $k^2 = 96 : 6$; $k^2 = 16$; $k = 4$, то $MD = 3 \cdot 4 = 12$ см, $MC = 2 \cdot 4 = 8$ см. $CD = MC + MD = 12 + 8 = 20$ см.
Відповідь: 20 см.

471. Нехай дано коло з центром в т. O. AB — діаметр, CD — хорда. $CM = 4$ см, $MD = 3$ см — за умовою. $MB : AM = 1 : 3$. Знайти: R — ?
Так як $CM \cdot MD = AM \cdot MB$ ($MB = k$, $AM = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності). Маємо рівняння $k \cdot 3k = 4 \cdot 3$; $3k^2 = 12$; $k^2 = 4$; $k = 2$. То $MB = 2$ см; $AM = 3 \cdot 2 = 6$ см. $AB = AM + MB = 2 + 6 = 8$ см; $R = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ см. *Відповідь*: 4 см.

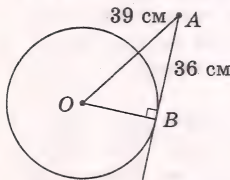
(Рисунок до задачі 471: C, 4 см, O, M, A, B, 3 см, D)

472. Нехай дано коло з центром в т. O. AK — дотична, AC — січна. $AB = 4$ см, $BC = 5$ см — за умовою. Знайти: AK — ?



За теоремою про пропорційність відрізків січної і дотичної маємо $AK^2 = AC \cdot AB$; $AC = 4 + 5 = 9$ см; $AK^2 = 4 \cdot 9$; $AK = 2 \cdot 3 = 6$ см. *Відповідь*: 6 см.

473. Нехай дано коло з центром в т. O. AB — дотична $AB = 36$ см, $OA = 39$ см.



Знайти: r — ?

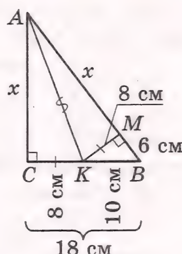
ΔOBA — прямокутний ($\angle OBA = 90°$).

Із теореми Піфагора

$$OB = \sqrt{OA^2 - AB^2} = \sqrt{39^2 - 36^2} =$$
$$= \sqrt{(39-36)(39+36)} = \sqrt{3 \cdot 7} =$$
$$= \sqrt{3 \cdot 75} = \sqrt{225} = 15 \text{ см}.$$

Відповідь: 15 см.

474. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $K \in BC$, $CK = KM = 8$ см. $KM \perp AB$. Знайти: $P_{\Delta ACB}$ — ?



Розглянемо ΔACK і ΔAMK — прямокутні ($\angle C = 90°$ і $\angle AMK = 90°$). AK — спільна сторона, гіпотенуза. $CK = KM = 8$ см, тобто $\Delta ACK = \Delta AMK$ за гіпотенузою і катетом, то $\angle CAK = \angle MAK$, $AC = AM$. Маємо AK — бісектриса ΔACB — прямокутного. За властивістю бісектриси трикутника маємо: $\dfrac{CK}{BK} = \dfrac{AC}{AB}$;

$CK = 8$ см; $BK = 18 - 8 = 10$ см.

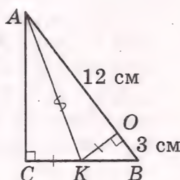
Нехай $AC = AM = x$, $x > 0$. Розглянемо ΔKMB — прямокутний. Із теореми Піфагора $MB^2 = BK^2 - MK^2$; $MB = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ см;

$AB = AM + MB = (x + 6)$ см. Маємо рівняння: $\dfrac{8}{10} = \dfrac{x}{x+6}$; $8(x + 6) = 10x$;

$8x + 48 = 10x$; $2x = 48$; $x = 48 : 2$; $x = 24$. $AC = 24$ см; $AB = 24 + 6 = 30$ см; $BC = 18$ см. $P_{\Delta ACB} = AC + AB + BC = 24 + 30 + 18 = 72$ см.

Відповідь: 72 см.

475. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$. $CK = OK$; $OB = 3$ см; $AO = 12$ см. Знайти: $P_{\Delta ACB}$ — ?



Розглянемо ΔACK і ΔAOK. Вони рівні за гіпотенузою і катетом. $CK = OK$ за умовою, AK — спільна сторона, тобто $\Delta ACK = \Delta AOK$, маємо $AC = 12$ см.

Розглянемо ΔACB — прямокутний.

Із теореми Піфагора маємо

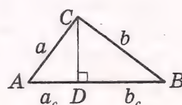
$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{3 \cdot 27} = 9 \text{ см}.$$

Тобто $P_{\Delta ABC} = 15 + 9 + 12 = 36$ см або $AC = 3$ см, то

$$BC = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}. \quad P_{\Delta ABC} = 15 + 3 + 6\sqrt{6} = 18 + 6\sqrt{6} = 6\left(3 + \sqrt{6}\right).$$

Відповідь: 36 см або $6\left(3 + \sqrt{6}\right)$.

476. Нехай ΔACB — даний. $CD \perp AB$ — висота. $CD^2 = AD \cdot BD$. Довести, що $\angle ACB = 90°$.



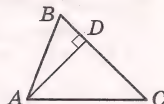
Означимо $AC = a$, $a > 0$; $BC = b$, $b > 0$; $a_c = AD$; $BD = b_c$. Розглянемо ΔADC і ΔBDC — прямокутні ($\angle ADC = 90°$ і $\angle BDC = 90°$). Із теореми Піфагора $CD^2 = AC^2 - AD^2$;

$CD^2 = a^2 - a_c^2$ або $CD^2 = BC^2 - BD^2$; $CD^2 = b^2 - b_c^2$. Так як $CD^2 = AD \cdot BD$;

$CD^2 = a_c \cdot b_c$, то маємо: $\oplus\begin{cases} a_c b_c = a^2 - a_c^2; \\ a_c b_c = b^2 - b_c^2; \end{cases}$ $\overline{2a_c b_c = a^2 + b^2 - a_c^2 - b_c^2;}$ $\quad a_c^2 + 2a_c b_c + b_c^2 = a^2 + b^2;$

$(a_c + b_c)^2 = a^2 + b^2$. Так як $a_c + b_c = AB$, то $AB^2 = AC^2 + BC^2$ виконується теорема Піфагора і $\angle ACB = 90°$. Доведено.

477. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, AC — основа трикутника, $AD \perp BC$ — висота. Довести, що $2DC \cdot BC = AC^2$.



Для доведення розглянемо ΔADB і ΔADC — прямокутні ($\angle ADB = 90°$ і $\angle ADC = 90°$). Із теореми Піфагора маємо $AD^2 = AB^2 - BD^2$;

$AD^2 = AC^2 - DC^2$; $AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2$, так як $BD = (BC - DC)$, то маємо:

$AB^2 - (BC - DC)^2 = AC^2 - DC^2$; $AB^2 - BC^2 + 2BC \cdot DC - \cancel{DC^2} = AC^2 - \cancel{DC^2}$;

$AB = BC$; то $2BC \cdot DC = AC^2$. Доведено.

478. а) За методом подібності побудуємо довільний ΔABC, де $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$ (α і β визначають форму трикутника, довжина BD — висота, розміри). Користуючись подібністю трикутника, будуємо шуканий трикутник.

Побудова.

1) Будуємо ΔABC, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$.

2) Будуємо висоту BK кута β.

3) Відкладаємо на висоті BK відрізок BD рівний заданому.

4) Проведемо через т. D пряму $ME \parallel AC$.

ΔMBE є шуканий.

Доведення. Оскільки $ME \parallel AC$, то $\angle M = \angle A = \alpha$, $\angle E = \angle C = \beta$ як відповідні кути при паралельних прямих. Отже, в ΔMBE $\angle M = \alpha$, $\angle E = \beta$, BD висота. Має єдиний розв'язок.

б) За методом подібності будуємо довільний ΔACB, $\angle A = \alpha$, AK — бісектриса. За властивістю бісектриси трикутника $\frac{CK}{KB} = \frac{AC}{AB}$. Будуємо шуканий трикутник.

Побудова.

1) Будуємо ΔABC, у якому $\angle A = \alpha$, AK — бісектриса.

2) На бісектрисі AK відкладаємо відрізок AO, рівний заданому.

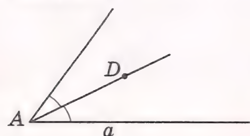
3) Через т. O проведемо пряму $MN \parallel BC$, т. $N \in AC$, т. $M \in AB$.

Трикутник ΔAMN — шуканий.

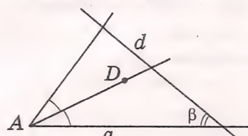
Доведення. $\Delta AMN \sim \Delta ABC$: $\angle A = \alpha$, $\angle N = \angle C$, $\angle M = \angle B$, так як $MN \parallel BC$ (відповідні кути при паралельних прямих). $\frac{NO}{OM} = \frac{AN}{AM}$.

Дослідження. Задача має єдиний розв'язок.

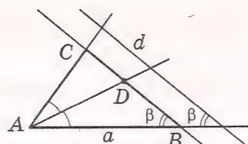
479. 1) Побудуємо менший кут і його бісектрису.



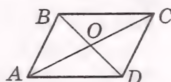
2) На прямій a відкладаємо другий відомий кут.



3) Проводимо пряму через $D \parallel d$. ΔACB побудовано за двома кутами і бісектрисою меншого кута.



480. Нехай $ABCD$ — паралелограм. AC і BD — діагоналі.
Довести, що $P_{\Delta ABCD} > AC + BD$.
Розглянемо ΔABD: $AB + AD > BD$ (нерівність трикутника). Розглянемо ΔABC: $AB + BC > AC$.

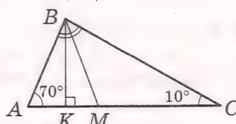


Розглянемо: $\oplus\left[\begin{array}{l} AB + AD > BD; \\ AB + BC > AC; \end{array}\right.$

$$2AB + AD + BC > BD + AC,$$

так як $AD = BC$, то маємо $2AB + 2BC > BD + AC$; $2(AB + BC) > BD + AC$; $P_{ABCD} > BD + AC$. Доведено.

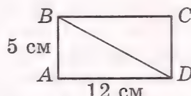
481. Нехай ΔABC — даний, $BK \perp AC$ — висота, BM — бісектриса, тобто $\Delta ABM = \angle MBC$, $\angle A = 70°$, $\angle C = 10°$. Знайти: $\angle KBM$ — ?
Знайдемо $\angle B$ ΔABC: $\angle B = 180° - (\angle A + \angle C) = 180° - (10° + 70°) = 100°$. $\angle ABM = \angle MBC = 50°$.
Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$).
$\angle ABK = 90° - 70° = 20°$, то $\angle KBM = \angle ABM - \angle ABK = 50° - 20° = 30°$.
Відповідь: 30°.



Задачі для підготовки до контрольної роботи № 3

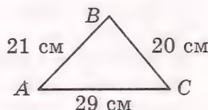
1. $\Delta ABE \sim \Delta CED$ за двома кутами, так як $\angle AEB = \angle CEB$ — вертикальні кути. $\angle BAE = \angle EDC$, так як $AB \parallel CD$. Доведено.

2. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник.
$P_{ABCD} = 34$ см, $AB = 5$ см. Знайти: BD — ?
$P_{ABCD} = 2(AB + AD)$; $2(5 + AD) = 34$;
$5 + AD = 35 : 2$; $5 + AD = 17$; $AD = 12$ см.

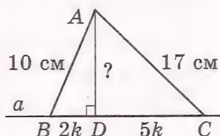


Розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle A = 90°$). За теоремою Піфагора:
$BD^2 = AB^2 + AD^2$; $BD^2 = 5^2 + 12^2$; $BD = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$ см.
Відповідь: 13 см.

3. Нехай ΔABC — даний. Сторони трикутника: $AB = 21k$; $BC = 20k$; $AC = 29k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. За теоремою, оберненої до теореми Піфагора, маємо: $(21k)^2 + (20k)^2 = (29k)^2$; $441k^2 + 400k^2 = 841k^2$; $841k^2 = 841k^2$, тобто $\angle ABC = 90°$. Доведено.



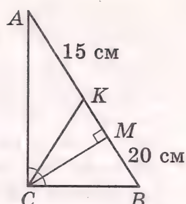
4. $A \notin a$, AC і DB — похилі, $AK \perp BC$, $AB = 10$ см, $AC = 17$ см. $CK : BK = 5 : 2$. Знайти: AK — ?
Розглянемо ΔAKB і ΔAKC — прямокутні ($\angle AKB = \angle AKC = 90°$). Із теореми Піфагора маємо: $AK^2 = AB^2 - BK^2$; $AK^2 = AC^2 - KC^2$; $AB^2 - BK^2 = AC^2 - KC^2$ ($KC = 5k$, $BK = 2k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності). Маємо рівняння: $10^2 - (2k)^2 = 17^2 - (5k)^2$; $100 - 4k^2 = 289 - 25k^2$; $21k^2 = 189$; $k^2 = 189 : 21$; $k^2 = 9$; $k = 3$. Тобто



$$AK = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ см}.$$

Відповідь: 8 см.

5. Нехай ΔACB — прямокутний, CK — бісектриса.
$AK = 15$ см, $BK = 20$ см. $CM \perp AB$ — висота.
Знайти: AM — ? MB — ?
За властивістю бісектриси трикутника маємо:
$\frac{AK}{BK} = \frac{AC}{BC}$; $\frac{AC}{BC} = \frac{15}{20}$; $\frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$; тобто $AC = 3k$,
$BC = 4k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності.
$AB = 35$ см. ΔACB — прямокутний єгипетський;
$AB = 5k$; $5k = 35$; $k = 7$. Тобто: $AC = 3 \cdot 7 = 21$ см;
$BC = 4 \cdot 7 = 28$ см.

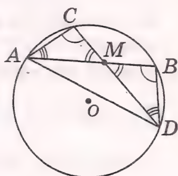


Нехай $BM = x$, $x > 0$, так як $BC^2 = BM \cdot AB$ (метричні співвідношення в прямокутному трикутнику).

Маємо рівняння $28^2 = x \cdot 35$; $x = \frac{784}{35} = 22,4$, то $BM = 22,4$ см.

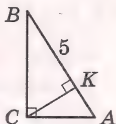
$AM = 35 - 22,4 = 12,6$ см.
Відповідь: 22,4 см; 12,6 см.

6. Нехай дано коло з центром в т. O. $AB = CD$ — хорди.
Довести, що $AM = MD$; $CM = MB$.
$AM \cdot MB = MD \cdot CM$ (метричні співвідношення у колі). З умови випливає $\frac{AM}{MD} = \frac{CM}{MB}$.
Отже, $\Delta ACM \sim \Delta DBM$ за другою ознакою подібності.
Звідки $\angle ACM = \angle DBM$, $\angle CAM = \angle BDM$.



Розглянемо ΔACD і ΔABD: $AB = CD$, AD — спільна сторона, $\angle BAD = \angle CDA$, тобто $\Delta ACD = \Delta ABD$, то $AC = BD$. ΔAMD — рівнобедрений, то $AM = MD$, то і $CM = MB$.

482. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $CB = 6$ см, $AK = 5$ см — проекція катета AC на гіпотенузу AB.
Знайти: AB — ?
За метричним співвідношенням в прямокутному трикутнику маємо: $BC^2 = BK \cdot AB$.

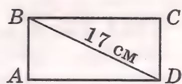


Нехай $BK = x$ см, $x > 0$; $AB = (5 + x)$ см.
Маємо рівняння: $x(5 + x) = 6^2$; $5x + x^2 = 36$; $x^2 + 5x - 36 = 0$.

За теоремою Вієта: $\left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -5; \\ x_1 \cdot x_2 = -36 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} x_1 = -9; \\ x_2 = 4. \end{array}$

Тобто: $BK = 4$ см, $AB = 5 + 4 = 9$ см.
Відповідь: 9 см.

483. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник.
$P_{ABCD} = 46$ см, $BD = 17$ см.
Знайти: AB — ? AD — ?
Так як $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$, то $2(AB + AD) = 46$;



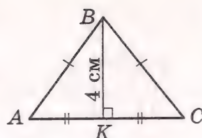
$AB + AD = 23$. Нехай $AB = x$, $x > 0$; $AD = (23 - x)$ см. Для розв'язання задачі розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle BAD = 90°$).
За теоремою Піфагора маємо $AB^2 + AD^2 = BD^2$; $x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$;
$x^2 + 529 - 46x + x^2 = 289$; $2x^2 - 46x + 240 = 0 \mid : 2$; $x^2 - 23x + 120 = 0$.

За теоремою Вієта $\left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 23; \\ x_1 \cdot x_2 = 120 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} x_1 = 15; \\ x_2 = 8. \end{array}$

Тобто: $AB = 15$ см, то $AD = 23 - 15 = 8$ см або $AB = 8$ см, то $AD = 15$ см.
Відповідь: 15 см; 8 см.

484. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, BK — медіана, $BK = 4$ см, $P_{\Delta ABC} = 16$ см.

Знайти: AB — ? AC — ?



Розглянемо ΔABC — рівнобедрений. BK — медіана, висота, бісектриса. Так як $P_{\Delta ABC} = 16$ см, маємо $2AB + AC = 16$; $AC = 2AK$; $2AB + 2AK = 16 \mid : 2$; $AB + AK = 8$. Нехай $AK = x$, $x > 0$; $AB = 8 - x$.

Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). За теоремою Піфагора

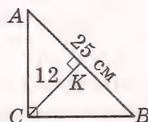
$AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$; $64 - 16x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 16$;

$16x = 64 - 16$; $16x = 48$; $x = 48 : 16$; $x = 3$.

Тобто $AK = 3$ см, $AB = 8 - 3 = 5$ см, $AC = 2 \cdot 3 = 6$ см.

Відповідь: 5 см; 5 см; 6 см.

485. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $AB = 25$ см, $CK \perp AB$ — висота, $CK = 12$ см. Знайти: AC — ? BC — ?



Для розв'язання задачі використовуємо метричні співвідношення в прямокутному трикутнику $CK^2 = BK \cdot AK$. Нехай $BK = x$, $x > 0$; $AK = (25 - x)$ см.

Маємо рівняння: $12^2 = x(25 - x)$; $25x - x^2 = 144$; $x^2 - 25x + 144 = 0$.

За теоремою Вієтта $\left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 25; \\ x_1 \cdot x_2 = 144 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 16; \\ x_2 = 9. \end{array}\right.$

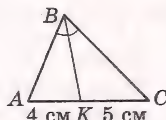
Тобто $BK = 16$см, $AK = 9$ або $BK = 9$, $AK = 16$. Звідки:

$\left[\begin{array}{l} BC^2 = BK \cdot AB; \\ AC^2 = AK \cdot AB \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} BC^2 = 16 \cdot 25; \\ AC^2 = 9 \cdot 25 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} BC = 20 \text{ см}; \\ AC = 15 \text{ см} \end{array}\right.$ або $\left[\begin{array}{l} AC = 20 \text{ см}; \\ BC = 15 \text{ см}. \end{array}\right.$

Відповідь: 20 см; 15 см.

486. Нехай ΔABC — даний. $P_{\Delta ABC} = 27$ см. BK — бісектриса кута $\angle B$ ΔABC. $AK = 4$ см, $KC = 5$ см.

Знайти: AB — ? BC — ?



За властивістю бісектриси трикутника маємо

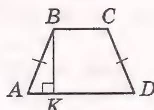
$\dfrac{AK}{KC} = \dfrac{AB}{BC}$; $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5}$.

Так як $P_{\Delta ABC} = 27$ см, то $AB + BC + 9 = 27$; $AB + BC = 18$; Нехай $AB = x$, $x > 0$, то $BC = (18 - x)$ см. Маємо рівняння: $\dfrac{x}{18 - x} = \dfrac{4}{5}$; $5x = 4(18 - x)$; $5x = 72 - 4x$; $9x = 72$; $x = 72 : 9$; $x = 8$. Тобто: $AB = 8$ см, $BC = 10$ см.

Відповідь: 9 см; 10 см.

487. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $AB = CD$ ($BC \parallel AD$), $P_{ABCD} = 1$ м. $AD - BC = 14$ см.

Знайти: r вписаного кола — ?



Для розв'язання задачі необхідно знайти висоту трапеції, так як $r = \dfrac{h}{2}$, $h = BK$, $BK \perp AD$.

$P_{ABCD} = 2AB + BC + AD$; $2AB + BC + AD = 100$; $AD = 14 + BC$. Маємо рівняння: $2AB + 14 + 2BC = 100$; $2AB + 2BC = 86$; $AB + BC = 43$.

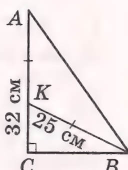
За властивістю вписаного кола в чотирикутник маємо: $AB + CD = AD + BC$; $2AB = AD + BC$; $2AB = 14 + 2BC$; $AB = 7 + BC$;

$\begin{cases} AB + BC = 43; \\ AB = 7 + BC \end{cases} \Leftrightarrow$ $7 + 2BC = 43$; $2BC = 36$; $BC = 8$ см, $AB = 25$ см,

$AD = 32$ см. $AK = (AD - BC) : 2$; $AK = \left(\frac{32-18}{2}\right) = 7$ см.

Розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). Із теореми Піфагора: $BK^2 = AB^2 - AK^2$; $BK^2 = 25^2 - 7^2$; $BK^2 = 625 - 49$; $BK^2 = 576$; $BK = 24$.

Тобто: $r = \frac{24}{2} = 12$ см. *Відповідь*: 12 см.



488. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $AC = 32$ см, $K \in AC$, $AK = BK = 25$ см. Знайти: $P_{\Delta ABC}$ — ?

$P_{\Delta ABC} = AC + BC + AB$. $KC = AC - AK = 32 - 25 = 7$ см.

Для розв'язання задачі розглянемо ΔKCB — прямокутний ($\angle C = 90°$). Із теореми Піфагора $BC^2 = BK^2 - KC^2$;

$BC^2 = 25^2 - 7^2$; $BC = \sqrt{625-49} = 24$ см.

Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AB = \sqrt{32^2 + 24^2} = \sqrt{1024+576} = \sqrt{1600} = 40$ см.

Тобто: $P_{\Delta ABC} = 32 + 24 + 40 = 96$ см. *Відповідь*: 96 см.

489. Нехай ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ — прямокутні ($\angle C = 90°$ і $\angle C_1 = 90°$). $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Довести: $aa_1 + bb_1 = cc_1$.

За умовою ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ подібні, то

$$\frac{b_1}{b} = \frac{a_1}{a} = \frac{c_1}{c}. \text{ Маємо: } \left[\begin{array}{l} \frac{b_1}{b} = \frac{a_1}{a} = k; \\ \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = k; \\ \frac{a_1}{a} = \frac{c_1}{c} = k \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ab_1 = a_1b; \\ cb_1 = bc_1; \\ a_1c = ac_1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b_1 = kb; \\ a_1 = ka_1; \\ c_1 = kc, \quad k > 0. \end{array}\right.$$

За теоремою Піфагора $c_1^2 = a_1^2 + b_1^2$; $c^2 = a^2 + b^2$. Звідки маємо:

$c^2c_1^2 = (a_1^2 + b_1^2)(a^2 + b^2)$;

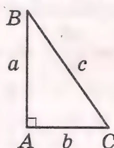
$c^2c_1^2 = a^2a_1^2 + a_1^2b^2 + a^2b_1^2 + b_1^2b^2$;

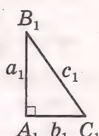
$c^2c_1^2 = a^2a_1^2 + b_1^2b^2 + 2a^2b_1^2$;

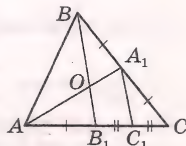
$c^2c_1^2 = a^2a_1^2 + b_1^2b^2 + 2a_1ab_1b_2$; тобто

$cc_1^2 = (a_1a + b_1b)^2 \Rightarrow cc_1 = aa_1 + bb_1$.

Доведено.







490. а) Нехай дано ΔABC, AA_1 і BB_1 — медіани за умовою. Довести: $AO : OA_1 = 2 : 1$.

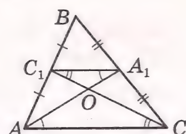
Для розв'язання задачі проведемо пряму $A_1C_1 \parallel BB_1$. Розглянемо ΔBB_1C і ΔA_1C_1C — подібні за двома кутами, $\angle C$ — спільний, $\angle BB_1C = \angle A_1C_1C$ — відповідні, так як $BB_1 \parallel AC_1$. Тобто $\Delta BB_1C \sim \Delta A_1C_1C$, то маємо $\frac{B_1C}{C_1C} = \frac{BC}{A_1C}$, так як $BC = 2A_1C$, то маємо $\frac{B_1C}{C_1C} = \frac{2A_1C}{A_1C} = \frac{2}{1} \Rightarrow B_1C_1 = C_1C$.

Розглянемо ΔAOB_1 і ΔAO_1C_1, вони подібні за двома кутами, $\angle A$ — спільний, $\angle AB_1O = \angle AC_1A_1$ — відповідні, $BB_1 \parallel A_1C_1$, тобто $\Delta AOB_1 \sim \Delta AO_1C_1$.

Маємо $\frac{AO}{AA_1} = \frac{AB_1}{AC_1}$, так як $AA_1 = AO + OA_1$, $AC_1 = AB + B_1C_1$, BB_1 — медіана, то $AC_1 = 3B_1C_1$. Маємо $\frac{AO}{AO + OA_1} = \frac{2B_1C_1}{3B_1C_1}$; $\frac{AO}{AO + OA_1} = \frac{2}{3}$;

$2AO = 2AO + 2OA_1$; $AO = 2OA_1$. тобто $\frac{AO}{OA_1} = 2 : 1$. *Відповідь*: 2 : 1.

б) Нехай ΔABC — даний трикутник; AA_1 і CC_1 — медіани, $BA_1 = A_1C$; $AC_1 = BC_1$. Довести: $AO : OA_1 = 2 : 1$; $CO : OC_1 = 2 : 1$.



Так як AA_1 і BB_1 — медіани, маємо

$AC_1 = \frac{AB}{2}$; $A_1C = A_1B = \frac{BC}{2}$.

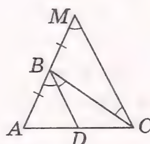
A_1C_1 — середня лінія ΔABC за означенням

$A_1C_1 \parallel AC$; $A_1C_1 = \frac{AC}{2}$.

Розглянемо $\Delta AOC \sim \Delta A_1OC_1$ за двома кутами. $\angle C_1A_1O = \angle CAO$; $\angle A_1C_1O = \angle C_1CA$ — внутрішні різносторонні, $A_1C_1 \parallel AC$. З подібності маємо $\frac{OA_1}{OA} = \frac{OC_1}{OC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{A_1C_1}{2A_1C_1} = \frac{1}{2}$, тобто $OA : OA_1 = 2 : 1$ і $OC : OC_1 = 2 : 1$.

Доведено.

491. Нехай ΔABC — даний, BD — бісектриса $\angle B$, $CM \parallel BD$ за умовою. Довести: $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AM}$.



Так як $BD \parallel MC$, то $\angle DBC = \angle BCM$ — внутрішні різносторонні, $\angle ABD = \angle BMC$ — відповідні.

Розглянемо ΔABD і ΔAMC: $\angle A$ — спільний,

$\angle ABD = \angle AMC \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta AMC$. Тому маємо $\frac{AB}{DC} = \frac{AD}{AC}$, так як

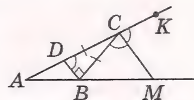
$AM = AB + BM$; $AC = AD + DC$, то

$$\frac{AB}{AB+BM} = \frac{AD}{AD+DC} \Leftrightarrow \frac{AB+BM}{AB} = \frac{AD+DC}{AD} \Leftrightarrow \frac{AB}{AB} + \frac{BM}{AB} = \frac{AD}{AD} + \frac{DC}{AD};$$

$1 + \frac{BM}{AB} = 1 + \frac{DC}{AD} \Leftrightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{DC}{AD}$. Так як $\angle ABD = \angle DBC = \angle BCM = \angle BMC$, то ΔBMC — рівнобедрений за означенням, тобто $BM = BC$, то $\frac{BC}{AB} = \frac{DC}{AD}$, тобто $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$. Доведено.

492. Нехай дано $\angle C$, CM — бісектриса за умовою, $\angle BCM = \angle MCK$, $BD \parallel CM$.

Довести: $AM : MB = AC : BC$.

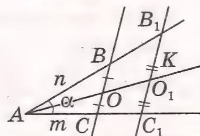


Так як $BD \parallel CM$ за умовою. За теоремою о пропорційних відрізках маємо $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BM}$,

враховуючи що $\frac{AD}{DC} + 1 = \frac{AB}{BM} + 1 \Leftrightarrow \frac{AD+DC}{DC} = \frac{AB+BM}{BM} \Leftrightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{AM}{BM}$.

За умовою маємо $\angle BCM = \angle KCM$; $\angle DBC = \angle BCM$ — внутрішні різносторонні, $BD \parallel AM$. $\angle BDC = \angle MCK$ — відповідні, то ΔBDC — рівнобедрений за означенням $\Rightarrow DC = BC$, то $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BC}$. Доведено.

493. 1) Будуємо відомий кут.



2) Нехай $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$. На прямій a відкладаємо $AC = m$, на прямій b — $AB = n$.

3) Знаходимо середину відрізка BC, $BO = OC$.

4) Проводимо промінь AO, відкладаємо відрізок AK — задана медіана.

5) Проводимо через пряму $k \parallel BC$. Дана пряма перетинає AB в т. B_1, пряму AC в т. C_1.

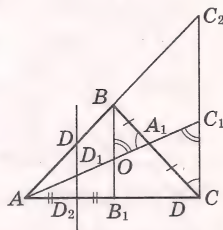
Даний ΔAB_1C_1 побудовано за відомим кутом, медіаною і відношенням прилеглих сторін.

Доведення. $\Delta BAC \sim \Delta B_1AC_1$ за двома кутами: $\angle A$ — спільний, $\angle ACB = \angle AC_1B_1$ — відповідні, так як $BC \parallel B_1C_1$.

$$\frac{AC}{AC_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AB}{AB_1}, \text{ тобто } \frac{AC}{AC_1} = \frac{AB}{AB_1} \Leftrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AC_1}{AB_1} \Leftrightarrow \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{m}{n}.$$

Доведено.

494. а) Нехай ΔABC — даний; $A_1 \in BC$; $B_1 \in AC$; AA_1 перетинається з BB_1 в т. O. За умовою $AB_1 : B_1C = 2 : 1$; $BA_1 = A_1C$. Знайти: $AO : A_1O$ — ?



Зробимо для розв'язання задачі додаткові побудови. Проведемо через т. C пряму $CC_1 \parallel BB_1$. Враховуючи, що $AB_1 : B_1C = 2 : 1$, поділимо відрізок AB_1 навпіл, через т. D_2 проведемо пряму $D_2D \parallel BB_1$. Продовжимо сторону ΔABC AB до перетину з прямою CC_1 і AA_1 — медіану ΔABC. Медіана AA_1 перетинає пряму CC_1 в т. C_1, сторона AB перетинає CC_2 в т. C_2.

За теоремою о пропорційних відрізках маємо: $\dfrac{AD_1}{AD_2} = \dfrac{D_1O}{D_2B_1} = \dfrac{OC_1}{B_1C}$.

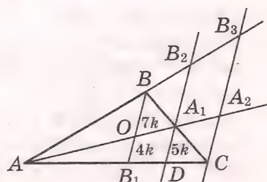
Так як $AD_1 = D_2B_1 = B_1C = \dfrac{AC}{3}$, то $AD_1 = D_1O = OC_1$.

Розглянемо ΔBA_1O і ΔC_1AC. Маємо $\angle BA_1O = \angle CA_1C_1$ — вертикальні, $\angle OBA_1 = \angle C_1CA_1$ і $\angle BOA_1 = \angle CC_1A_1$ — внутрішні різносторонні ($BB \parallel CC_1$ і січні BC і OC_1), тому маємо $\Delta CA_1C \sim \Delta CA_1C_1$ по двом кутам. Враховуючи, що $\Delta BA_1O = \Delta CA_1C_1$ ($BA_1 = A_1C$, $\angle BA_1O = \angle C_1CA_1$, $\angle BOA_1 = \angle A_1C_1C$) за стороною і двома прилеглими кутами, маємо $OA_1 = A_1C = \dfrac{OC_1}{2}$,

тому $AO = 2AD_1 = 2OC_1 = 2 \cdot 2 \cdot OA_1 = 4OA$. Тобто $AO : A_1O = 4 : 1$.

Відповідь: $AO : A_1O = 4 : 1$.

б) Нехай ΔABC — даний; $A \in BC$; $B_1 \in AC$; AA_1 перетинається з BB_1 в т. O. За умовою $AO : OA_1 = 4 : 1$; $AB_1 : B_1C = 2 : 1$. Знайти: $BA_1 : A_1C$ — ?



Використовуємо креслення до задачі 494 (а), виконуючи ті ж дії. Тому маємо $AD_1 = D_1O = OC_1$ за умовою $AO = AD_1 + D_1O = 4A_1O$; $OC_1 = OA_1 + A_1C$. Звідки $2A_1O = A_1O + A_1C$; $A_1O = A_1C$.

Розглянемо ΔBA_1O і ΔCA_1C. Маємо $\angle BA_1O = \angle CA_1C$ — вертикальні; $\angle AC_1C = \angle A_1OB$ — внутрішні різносторонні; $BB_1 \parallel C_1C_2$; OC_1 — січна, $A_1O = A_1C$. Звідки $\Delta BA_1O = \Delta CA_1C$ за стороною і двома прилеглими кутами. Тому: $BA_1 = A_1C \Rightarrow BA_1 : A_1C = 1 : 1$.

Відповідь: $1 : 1$.

в) Нехай ΔABC — даний; $A_1 \in BC$; $B_1 \in AC$. За умовою $AO : OA_1 = 4 : 1$; $BO : OB_1 = 7 : 4$. Знайти: $BA_1 : A_1C$ — ? $AB_1 : B_1C$ — ?

Для розв'язання задачі виконуємо додаткову побудову. Проведемо B_1D і CB_2 так, що $BB_1 \parallel B_2D \parallel B_3C$. B_2 і B_3 лежать на промені AB. Прямі B_2D і B_3C перетинають промінь AA_1 в т. A_1 і т. A_2.

Так як $\Delta BB_1C \sim \Delta A_1DC$ за двома кутами ($B_2B_1 \parallel B_2D$, то $\angle B_1BC = \angle DA_1C$, $\angle BB_1C = \angle A_1DC$ — внутрішні різносторонні), то маємо: $\frac{BB_1}{A_1D} = \frac{B_1C}{DC}$, тобто $BB_1 \cdot DC = A_1D \cdot B_1C \Rightarrow BB_1 \cdot DC = A_1D \cdot (B_1D + DC) \Leftrightarrow DC \cdot (BB_1 - A_1D) = A_1D \cdot B_1D$, тому $\frac{B_1D}{DC} = \frac{BB_1 - A_1D}{A_1D}$.

Так як $\Delta AOB_1 \sim \Delta AA_1D$ за двома кутами ($\angle AOB_1 = \angle AA_1D$; $\angle AB_1O = \angle ADA_1$ — внутрішні різносторонні; $BB_1 \parallel A_1D$, січна A_1A та AC), маємо $\frac{AO}{AA_1} = \frac{OB_1}{A_1D} \Leftrightarrow AA_1 = AO + OA_1 = 4OA_1 + OA_1 = 5OA_1$;

$AO = 4A_1O \Leftrightarrow \frac{OB_1}{A_1D} = \frac{4A_1O}{5A_1O} = \frac{4}{5}$, так як $BO : OB_1 = 7 : 4$, то маємо

$OB_1 = 4k$, $BO = 7k$, $k > 0$; $A_1D = \frac{5OB_1}{4} = 5k \Rightarrow BB_1 = 11k$.

Так як $\Delta BB_1C \sim \Delta A_1DC$ за двома кутами ($BB_1 \parallel A_1D$, CB і CB_1 — січні), то маємо $\frac{BB_1}{A_1D} = \frac{O_1C}{DC} \Leftrightarrow \frac{B_1C}{DC} = \frac{11}{5}$; $BC_1 = DC + B_1D_1$, тому

$\frac{DC + B_1D}{DC} = 1 + \frac{B_1D}{DC} = \frac{11}{5} = \frac{5+6}{5} = 1 + \frac{6}{5}$. Звідки $\frac{B_1D}{DC} = \frac{6}{5}$ або $\frac{DC}{B_1D} = \frac{5}{6}$.

За теоремою о пропорційних відрізках маємо $\frac{OB_1}{A_1A_2} = \frac{B_1D}{DC} = \frac{6}{5}$.

Враховуючи $\Delta BA_1C \sim \Delta CA_1A_2$ по двом кутам ($BB_1 \parallel EC$, BC і A_2C — січні, $\angle A_1BO = \angle A_1CE_2$, $\angle A_1OB = \angle A_1A_2C$ — внутрішні різносторонні), то маємо $\frac{OA_1}{A_1A_2} = \frac{BA_1}{A_1C} \Rightarrow \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{6}{5}$.

Враховуючи, що $\Delta AOB_1 \sim \Delta AA_1D$, маємо

$\frac{AO}{AB_1} = \frac{AA_1}{AD} \Rightarrow \frac{AO}{OA_1} = 4 : 1$, тому $\frac{AA_1}{OA_1} = 5 : 1$; $\frac{AA_1}{AO} = \frac{5}{4}$. Нехай $B_1D = x$,

$x > 0 \Rightarrow \frac{AD}{AB_1} = \frac{AB_1 + B_1D}{AB_1} = 1 + \frac{B_1D}{AB_1} = \frac{AA_1}{AO} = 1 + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{B_1D}{AB_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow$

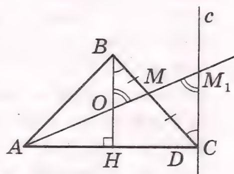
$\Rightarrow AB_1 = 4B_2D = 4x$, $x > 0 \Rightarrow \frac{B_1D}{DC} = \frac{6}{5}$, тому $DC = \frac{5}{6}DB_1 = \frac{5}{6}x \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AB_1}{B_1D + DC} = \frac{4x}{x + \frac{5}{6}x} = \frac{4x}{\frac{11}{6}x} = \frac{24}{11}$.

Відповідь: $BA_1 : A_1C = 6 : 5$; $AB_1 : B_1C = 24 : 11$.

495. Нехай ΔABC — даний, AM — медіана, $BH \perp AC$ — висота; $BO : OH = 3 : 1$.

Знайти: $AO : OM$ — ?



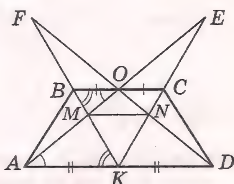
Для розв'язання задачі проводимо пряму c через т. C паралельно BH. Прямі AM і c перетинаються в т. M_1.

Розглянемо ΔBOM і ΔCM_1M. За умовою $BM = MC$, $\angle BMO = \angle M_1MC$ — вертикальні, $\angle BOM = \angle OM_1C$ — внутрішні різносторонні, $BH \parallel CM_1$, OM_1 — січна, тобто $\Delta BOM = \Delta CM_1M$ за стороною і двома прилеглими кутами. Із рівності маємо $OM = MM_1$; $BO = M_1C$. Тобто $M_1C : OH = 3 : 1$.

Розглянемо $\Delta AOH \backsim \Delta AM_1C$: $\angle A$ — спільний, $\angle AOH = \Delta AM_1C_1$ — відповідні; $BH \parallel M_1C$, AM_1 — січна) за двома кутами. Із подібності маємо: $AO : AM_1 = OH : M_1C = 1 : 3$; так як $OM = MM_1 = \frac{1}{2}OM_1$ і $AM_1 = AO + OM_1$, то $AM_1 = AO + 2 \cdot OM \Rightarrow \frac{OA}{AM} = \frac{AO}{AO + 2OM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AO + 2 \cdot OM}{AO} = \frac{3}{1}$, так як $\frac{AO + 2 \cdot OM}{AO} = 1 + 2\frac{OM}{OA} = 3 \Rightarrow 2\frac{OM}{OA} = 2$; $\frac{OM}{OA} = 1 \Rightarrow OM = OA$.

Відповідь: 1 : 1.

496. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. За умовою $BC = 6$ см, $AD = 12$ см; $BO = OC$; $AK = KD$; OD і AO, KC і BK — промені. AO перетинається з BK в т. M; OD перетинається з KC в т. N. Знайти: MN — ?



Розглянемо ΔBOM і ΔAKM. Маємо: $\angle OBK = \angle BKA$ і $\angle BOM = \angle OAK$ — внутрішні різносторонні; $BC \parallel AD$; BK і AO — січні) за двома кутами.

Звідки $\frac{BM}{MF} = \frac{BO}{AK} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\left(BO = \frac{1}{2}BC = 3 \text{ см}; AK = \frac{1}{2}AD = 6 \text{ см}\right)$.

Розглянемо $\Delta OCN \backsim \Delta KDN$ — подібні за двома кутами ($OC \parallel KD$, CK і OD — січні) $\Rightarrow \frac{ON}{ND} = \frac{OC}{KD} = \frac{1}{2}$.

Враховуючи $\frac{BO}{AK} = \frac{h_{\Delta BOM}}{h_1} = \frac{1}{2}$ і $\frac{OC}{KD} = \frac{h_{\Delta OCN}}{h_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow h_{\Delta BOC} = h_{\Delta OCN}$; $h_{\Delta AMK} = h_{\Delta KND}$. Маємо $MN \parallel BC \parallel AD$.

Проведемо промені KB і DO перетинаються в т. F. Маємо $\Delta FBO \backsim \Delta KFD$ ($\angle F$ — спільний, $\angle FBO = \angle FKD$ — відповідні, так як $BC \parallel AD$) за двома кутами. Маємо $\Delta FBO \backsim \Delta FMN \backsim \Delta FKD$ (за двома кутами) ($BC \parallel MN \parallel AD$).

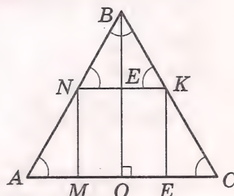
Звідки $\frac{FN}{FO} = \frac{MN}{BO} \Rightarrow FN = FO + ON$; $\frac{FO + ON}{FO} = 1 + \frac{ON}{FO} = \frac{MN}{BO}$. Звідки $\frac{FD}{KD} = \frac{KD}{BO}$, так як $FD = FO + ON + ND$,

$$\frac{FO + ON + ND}{FO} = 1 + \frac{ON + ND}{FO} = 1 + 3\frac{ON}{FO} = \frac{5}{3} = \frac{KD}{BO} \Rightarrow \frac{OM}{FO} = 1 + 3\frac{ON}{FO} = 2;$$

$$\frac{ND}{FO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MN}{BO} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}; \quad MN = \frac{4}{3}BO; \quad MN = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4 \text{ см}.$$

Відповідь: 4 см.

497. Нехай ΔABC — рівносторонній, $AB = BC = AC$; $MNKE$ — квадрат; $M, E \in AC$; $N \in AB$; $K \in BC$. Знайти: $P_{\Delta ABC} : P_{MNKE}$ — ?



Розглянемо ΔNBK і ΔABC. $\angle N = \angle A = 60°$ і $\angle K = \angle C = 60°$ — відповідні, $NK \parallel AC$, AB і BC — січні.

Маємо $\frac{AC}{NK} = \frac{BO}{BE}$. Нехай $AC = a$, $a > 0$; $BO = h$; $BE = h - EO$; $EO = MK$, то $BE = h - NK$.

Маємо $\frac{a}{NK}=\frac{h}{h-NK}$; $a\cdot h - a\cdot NK = h\cdot NK$; $NK\cdot(a+h)=a\cdot h$;

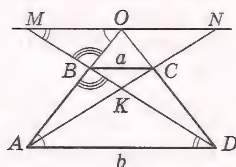
$NK=\frac{ah}{a+h}$.

Розглянемо ΔAOB — прямокутний. $AO=\frac{a}{2}$ (BO — медіана, висота, бісектриса), $AB=a$, тобто $BO=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Маємо: $NK=\frac{a^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{a+\frac{\sqrt{3}}{2}a}=\frac{\sqrt{3}a^{\not 2}}{\not a\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{3}a}{2+\sqrt{3}}$; $P_{MNKE}=\frac{4\cdot\sqrt{3}a}{2+\sqrt{3}}$; $P_{\Delta ABC}=3a$.

Маємо $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{MNKE}}=\frac{3\not a\left(2+\sqrt{3}\right)}{4\cdot\sqrt{3}\not a}=\frac{\sqrt{3}\left(2+\sqrt{3}\right)}{4}=\frac{2\sqrt{3}+3}{4}$. *Відповідь*: $\frac{2\sqrt{3}+3}{4}$.

498. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC=a$, $AB=b$, $a<b$ за умовою. Знайти: MN — ? Розглянемо $ABCD$ — трапеція, $BC\parallel AD\parallel MN$. Розглянемо ΔMOB і ΔDAB: $MO\parallel AD$, AO і MD — січні. Тобто $\angle MOA=\angle DAO$ і $\angle OMD=\angle MDA$ — внутрішні різносторонні, то маємо $\Delta MOB\backsim\Delta DAB$ за двома кутами.



Звідки $\frac{MO}{AD}=\frac{MB}{BD}\Rightarrow\frac{MO}{MB}=\frac{AD}{BD}$, так як $BD=BK+KD$, маємо

$\frac{MO}{MB}=\frac{b}{BK+KD}$ або $\frac{BK+KD}{b}=\frac{MB}{MO}$; $\frac{BK}{b}+\frac{KD}{b}=\frac{MB}{MO}$.

Розглянемо ΔONC і ΔDAC, вони подібні за двома кутами ($ON\parallel AD$, $\angle OCN=\angle ACD$ — вертикальні; $\angle ONC=\angle NAD$ — внутрішні різносторонні), то $\Delta ONC\backsim\Delta DAC$, звідки $\frac{ON}{AD}=\frac{NC}{AC}$; $\frac{ON}{NC}=\frac{AD}{AC}$,

так як $AC=CK+AK$, то маємо $\frac{ON}{NC}=\frac{b}{CK+AK}$.

Звідки $\frac{NC}{ON}=\frac{CK+AK}{b}=\frac{CK}{b}+\frac{AK}{b}$, тобто $\frac{NC}{ON}=\frac{CK}{b}+\frac{AK}{b}$.

Так як $\Delta BCK\backsim\Delta ADK$ за двома кутами ($BC\parallel AD$, $\angle BKC=\angle ADK$ — вертикальні, $\angle CBK=\angle BDA$ — внутрішні різносторонні), то маємо $\frac{BK}{KD}=\frac{BC}{AD}=\frac{CK}{AK}=\frac{a}{b}$.

Розглянемо отримані тотожності. $\frac{BK}{b}+\frac{KD}{b}=\frac{MB}{MO}$; $\frac{NC}{ON}=\frac{CK}{b}+\frac{AK}{b}$.

$\frac{BK}{KD}=\frac{CK}{AK}=\frac{a}{b}\Rightarrow BK=\frac{a}{b}KD$; $CK=\frac{a}{b}AK$, то $\frac{a}{b^2}KD+\frac{KD}{b}=\frac{MB}{MO}$;

$\frac{a}{b^2}AK+\frac{AK}{b}=\frac{NC}{ON}$; $KD\left(\frac{a+b}{b^2}\right)=\frac{MB}{MO}$; $AK\left(\frac{a+b}{b^2}\right)=\frac{NC}{ON}\Rightarrow$

$AC=AK+KC=\frac{a}{b}AK+AK=AK\left(\frac{a+b}{b}\right)$.

Враховуючи, що $MN=MO+ON$;

$$MO=\frac{ab}{a+b}+\frac{MB}{BK};\quad ON=\frac{ab}{a+b}\left(\frac{MB}{BK}+\frac{NC}{CK}\right)\Rightarrow\quad MN=\frac{ab}{a+b}\left(\frac{MO}{BK}+\frac{NC}{CK}\right).$$

Так як $\Delta BCK \sim \Delta MNK$ — подібні за двома кутами, то маємо

$$\frac{NK}{KC}=\frac{NC+CK}{CK}=\frac{NC}{CK}+1=\frac{MN}{BC},\text{ то }\frac{NK}{KC}=\frac{ab}{a+b}\left(\frac{MB}{BK}+\frac{NC}{CK}\right).$$

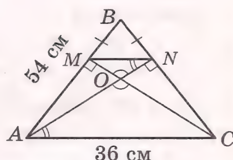
За теоремою о пропорційних відрізках маємо $\frac{MB}{BK}=\frac{BC}{KC}=k\Rightarrow$

$$k+1=\frac{b}{a+b}(k+k);\quad k\left(\frac{2b}{a+b}-1\right)=1;\quad k\cdot\frac{b-a}{b+a}=1\Rightarrow\quad k=\frac{a+b}{b-a}\Rightarrow$$

$$MO=ON=\frac{ab}{a+b}\cdot\frac{a+b}{b-a}=\frac{ab}{b-a},\text{ тобто } MN=2MO=\frac{2ab}{b-a}.$$

Відповідь: $\frac{2ab}{b-a}$.

499. Нехай ΔABC — рівнобедрений, за умовою $AB = BC = 54$ см, $AC = 36$ см, $AN \perp BC$, $MC \perp AB$ — висоти. Знайти: MN — ?



Розглянемо ΔAMC і ΔBMC — прямокутні. За теоремою Піфагора маємо $AC^2 = AM^2 + MC^2$; $MC^2 = BC^2 - MB^2$. Звідки $AC^2 = AM^2 + BC^2 - MB^2$, так як $AM = AB - BM$, то $AC^2 = (AB - BM)^2 + BC^2 - MB^2$;

$AC^2 = AB^2 - 2AB\cdot BM + \cancel{BM^2} + BC^2 - \cancel{MB^2}$, так як $AB = BC$, то $AC^2 = 2AB^2 - 2AB\cdot BM$, тобто $2AB\cdot BM = 2AB^2 - AC^2 \mid : 2AB$, маємо

$$BM=AB-\frac{AC^2}{2AB}\Bigg| : AB\Rightarrow\quad \frac{BM}{AB}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{AC^2}{AB^2};\quad \frac{BM}{AB}=1-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{AC}{AB}\right)^2.$$

Розглянемо $\Delta MNB \sim \Delta ACB$ ($MN \parallel AC$; $\angle BMN = \angle BAC$ — відповідні, $\angle B$ — спільний кут) за двома кутами. Маємо $\frac{MN}{AC}=\frac{BM}{AB}$, тобто $\frac{MN}{36}=\frac{BM}{54}$.

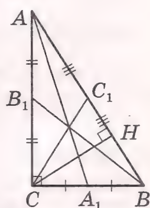
Звідки $MN=\frac{36}{54}BM$; $MN=\frac{2}{3}BM$. Враховуючи, що $\frac{BM}{AB}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{36}{54}\right)^2$,

то маємо $BM=\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)\right)^2\cdot AB=\left(1-\frac{2}{9}\right)\cdot 54=\frac{7}{9}\cdot 54=7\cdot 6=42$ см, тобто

$BM = 42$ см. Звідки: $MN=\frac{2}{3}\cdot 42=28$ см. *Відповідь*: 28 см.

500. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$; CC_1, AA_1 і BB_1 — медіани. $CC_1 < BB_1 < AA_1$.

Довести: $5CC_1^2 = BB_1^2 + AA_1^2$.



В прямокутному ΔACB медіана $CC_1=\frac{AB}{2}$.

За умовою BB_1 і AA_1 — медіани, тобто $AB_1 = B_1C$;

$CA_1 = A_1B$, тобто $A_1C=\frac{BC}{2}$ і $B_1C=\frac{AC}{2}$.

Розглянемо ΔB_1CB; ΔACA_1 і ΔACB — прямокутні ($\angle B_1CB = 90°$, $\angle ACA_1 = 90°$, $\angle ACB = 90°$ — відповідні).

За теоремою Піфагора маємо відповідно: $\left[\begin{array}{l}AA_1^2=AC^2+A_1C^2;\\ B_1B^2=B_1C^2+BC^2;\\ AB^2=AC^2+BC^2.\end{array}\right\}$

Звідки, враховуючи, що $A_1C = \dfrac{BC}{2}$ і $B_1C = \dfrac{AC}{2} \Rightarrow$ маємо

$$\left[\begin{array}{l} AA_1^2 = AC^2 + \dfrac{BC^2}{4}; \\ B_1B^2 = \dfrac{AC^2}{4} + BC^2; \Leftrightarrow \quad AA_1^2 + B_1B^2 = AC^2 + BC^2 + \dfrac{BC^2}{4} + \dfrac{AC^2}{4}; \\ AB^2 = AC^2 + BC^2 \end{array}\right.$$

$$AA_1^2 + B_1B^2 = AC^2 + \frac{BC^2 + AC^2}{4}; \quad AA_1^2 + B_1B^2 = AB^2 + \frac{AB^2}{4};$$

$$AA_1^2 + B_1B^2 = \frac{5}{4}AB^2.$$

Для розв'язання задачі проведемо $CH \perp AB$ — висота. Із метричних співвідношень трикутника маємо: $CH^2 = HB \cdot AH$. Розглянемо ΔCHC_1 — прямокутний ($\angle CHC_1 = 90°$). За теоремою Піфагора маємо:

$CC_1^2 = C_1H^2 + CH^2$, тобто $CC_1^2 = HB \cdot AH + C_1H^2$; враховуючи, що

$C_1H = BC - BH = \dfrac{AB}{2} - BH$, маємо: $CC_1^2 = HB \cdot AH + \left(\dfrac{AB}{2} - BH\right)^2$;

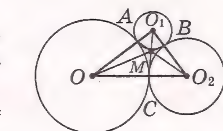
$$C_1C^2 = HB \cdot AH + \frac{AB^2}{4} - AB \cdot BH + BH^2 =$$

$= BH(AH + BH) - AB \cdot BH + \dfrac{AB^2}{4}$. Так як $AH + BH = AB$, то маємо

$C_1C^2 = \cancel{BH \cdot AB} - \cancel{AB \cdot BH} + \dfrac{AB^2}{4}$, звідки $C_1C^2 = \dfrac{AB^2}{4}$; $AB^2 = 4C_1C^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ тобто $5C_1C^2 = AA_1^2 + B_1B^2$. Доведено.

501. Нехай дано 3 кола з центрами в т. O, O_1, O_2. $O_1A = 1$; $O_2B = 2$; $O_3A = 3$. Знайти: R кола, яке проходить через т. O, O_1, O_2 і R_1 кола, яке проходить через т. A, B, C.



Для розв'язання задачі розглянемо ΔOO_1O_2 до $OO_1 = 3 + 1 = 4$; $O_1O_2 = 1 + 2 = 3$; $OO_2 = 2 + 3 = 5$.

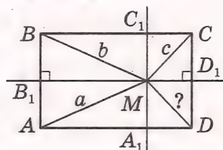
Враховуючи, що сторони трикутника 3; 4; 5, маємо тотожність $3^2 + 4^2 = 5^2$, тобто ΔOO_1O_2 — прямокутний за теоремою, оберненої до теореми Піфагора (єгипетський, катети: 3 і 4, гіпотенуза: 5).

Тобто треба знайти R описаного кола навколо ΔOO_1O_2 — прямокутного ($\angle OO_1O_2 = 90°$). $R = \dfrac{OO_2}{2} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ см.

За умовою треба знайти R_1 вписаного кола в прямокутний трикутник.

$R_1 = \dfrac{OO_1 + O_1O_2 - OO_2}{2} = \dfrac{3 + 4 - 5}{2} = 1$. *Відповідь*: 2,5 см; 1 см.

502. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. M лежить усередині прямокутника $ABCD$. $MB = b$, $MA = a$, $MC = c$. Знайти: MD — ?



Для розв'язання задачі через M проведемо прямі паралельні AD і BC; AB і CD. Маємо: $B_1D_1 \parallel BC \parallel AD$ і $C_1A_1 \parallel CD \parallel AB$. Розглянемо ΔBB_1M; ΔAB_1M; ΔCD_1M; ΔDD_1M — прямокутні ($\angle BB_1M = 90°$, $\angle AB_1M = 90°$; $\angle CD_1M = 910°$; $\angle DD_1M = 90°$ — відповідно). За теоремою Піфагора маємо:

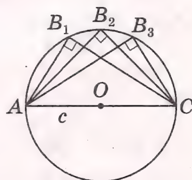
$$\begin{cases} BM^2 = BB_1^2 + B_1M^2; \\ AM^2 = AB_1^2 + B_1M^2; \\ CM^2 = CD_1^2 + MD_1^2; \\ MD^2 = DD_1^2 + MD_1^2. \end{cases} \Rightarrow$$ Враховуючи, що $BC_1 = AA_1$; $C_1C = A_1D$;

$BB_1 = CD_1$; $AB_1 = DD_2$, маємо: $\begin{cases} b^2 = BB_1^2 + B_1M^2; \\ a^2 = DD_1^2 + B_1M^2; \\ c^2 = BB_1^2 + CC_1^2; \\ MD^2 = DD_1^2 + CC_1^2. \end{cases}$

Додаємо 1 і 2 рівняння, маємо: $a^2 + b^2 = BB_1^2 + B_1M^2 + DD_1^2 + B_1M^2$; тобто $c^2 = BB_1^2 + 2B_1M^2 + DD_1^2 \Rightarrow$ $\cancel{BB_1^2} + CC_1^2 = \cancel{BB_1^2} + 2B_1M^2 + DD_1^2$;
$CC_1^2 = 2B_1M^2 + DD_1^2 \Rightarrow$ $CC_1^2 = MD^2 - DD_1^2$, то $2BM^2 + DD_1^2 = MD^2 - DD_1^2$;
$2DD_1^2 = MD^2 - 2BM^2$; $MD^2 = 2BM^2 + 2DD_1^2$;
$MD^2 = 2b^2 + 2(a^2 - B_1M^2) \Rightarrow$ $MD^2 = 2b^2 + 2a^2 - 2B_1M^2$, тобто
$BM^2 - AM^2 = C_1M^2 - A_1M^2$ і $MC^2 - MD^2 = C_1M^2 - A_1M^2$; маємо
$MD^2 = MC^2 + AM^2 - BM^2$; $MD = \sqrt{c^2 + a^2 - b^2}$.

Відповідь: $\sqrt{c^2 + a^2 - b^2}$.

503. Нехай $a^2 + b^2 = const$. Нехай $const = c^2$, $c > 0$. Маємо $c^2 = a^2 + b^2$, тобто для розв'язання задачі, необхідно розглянути трикутник прямокутний за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, де a і b — катети, c — гіпотенуза. Тобто для знаходження геометричного місця точок, сума квадратів відстаней від яких до даних точок A і B є сталою, необхідно провести коло, де діаметр дорівнює c, а прямий кут є вписаним кутом, який спирається на діаметр. Тобто це коло з $R = \frac{c}{2}$.

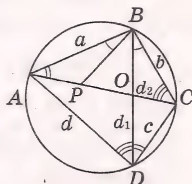


Відповідь: коло; діаметр AB.

504. Теорема Птоломея

Нехай дано $ABCD$ — чотирикутник, вписаний в коло. $AB = a$; $BC = b$; $AD = d$; $DC = c$; $BD = d_1$; $AC = d_2$. Довести: $d_1d_2 = ac + bd$.

На відрізку AC позначимо P так, що $\angle ABP = \angle DBC$, $\angle BAC = \angle BDC$ — вписані, кути яких спираються на одну хорду. Тобто: $\Delta BAP \backsim \Delta BDC$ по двом кутам.



Маємо $\frac{AB}{BD} = \frac{AP}{DC} \Rightarrow$ $AB \cdot DC = AO \cdot BD$.

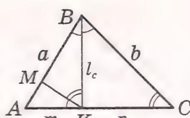
Так як $\angle BDA = \Delta BCA$ — вписані кути, які спираються на одну хорду; $\angle PBC = \angle ABD$, то маємо $\Delta ABD \backsim \Delta PBC \Rightarrow$ $\frac{PC}{AD} = \frac{BC}{BD}$, тобто $BD \cdot PC = AD \cdot BC$.

Додаємо отримані рівності й маємо: $BD \cdot AP + BD \cdot PC = AD \cdot BC + AB \cdot DC$; $BD(AP + PC) = d \cdot b + a \cdot c$; $d_2 \cdot d_1 = db + ac$ ($AP + PC = d_1$). Доведено.

505. Нехай дано ΔABC, BK — бісектриса, $AB = a$; $BC = b$; $AK = m$; $KC = n$.
Довести: $l_c^2 = ab - mn$.

За умовою BK — бісектриса. Із властивості бісектриси маємо $\frac{AK}{KC} = \frac{AB}{BC}$,

тобто $\frac{m}{n} = \frac{a}{b}$ або $\frac{m}{a} = \frac{n}{b}$, тобто $a = \frac{mb}{n}$.



Проведемо відрізок MK до сторони AB так, щоб $\angle MKB = \angle BCK$. Розглянемо ΔKBM і ΔCKB — подібні за двома кутами. Маємо $\frac{MB}{BK} = \frac{BK}{BC}$, тобто $MB \cdot BC = BK^2$.

$\angle MKA = 180° - \angle MKB - \angle BKC = \angle KBC = \angle AKB$ (суміжні кути).

Розглянемо $\Delta AKM \sim \Delta ABK$, $\angle BAK$ — спільний. Маємо $\frac{AM}{MK} = \frac{AK}{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow AK^2 = AM \cdot AB$, так як $AB = AM + MB$, то $AB = \frac{BK^2}{BC} + \frac{AK^2}{AB}$,

$a = \frac{b_c^2}{b} + \frac{m^2}{a}$.

Враховуючи $\frac{m}{a} = \frac{n}{b}$, маємо $\Rightarrow$ $a = \frac{b_c^2}{b} + \frac{mn}{b}$; $ab - mn = l_c^2$. Доведено.

§ 15. Многокутники. Площі многокутників

513. а) $n = 6$; $180°(n - 2) = 180°(6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$ б)$n = 12$; $180°(12 - 2) = 180° \cdot 10 = 1800°$. *Відповідь*: а) 720°; б) 1800°.

514. а) $180°(n - 2) = 540°$; $n - 2 = 3$; $n = 5$; б) $180°(n - 2) = 900°$; $n - 2 = 5$; $n = 7$; в) $180°(n - 2) = 1260°$; $n - 2 = 7$; $n = 9$.
Відповідь: а) $n = 5$; б) $n = 7$; в) $n = 9$.

515. $n = 8$; $180°(8 - 2) = 180° \cdot 6 = 1080°$; $1080° : 8 = 135°$. *Відповідь*: 135°.

516. $n = 5$; $\angle 1 = \angle 2 = 90°$; $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5$. 1) $180°(5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$; 2) $540° - 90° \cdot 2 = 360°$; 3) $360° : 3 = 120°$. *Відповідь*: 120°.

517. $n = 6$; $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = 120°$. 1) $180°(6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720$; 2) $720° - 5 \cdot 120° = 120$. Тобто $\angle 6 = 120°$. Доведено.

518. а) $180°(n - 2) = 1260°$; $n - 2 = 9$; $n = 11$. Існує. б) $180°(n - 2) = 1350°$; $n - 2 = 1350° : 180°$; $n - 2 = 7{,}5$; $n = 9{,}5$. Не існує. в) $180°(n - 2) = 1980°$; $n - 2 = 11$; $n = 13$. Існує.
Відповідь: а) існує; б) не існує; в) існує.

519. $n = 7$, семикутник; $180°(n - 2) = 180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 900°$.
Відповідь: $n = 7$; 900°.

520. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 80°$. Так як кутів в многокутнику n, то $(n - 3) \cdot 160°$ — решта кутів многокутника. Маємо рівняння:
$180°(n - 2) - 3 \cdot 80° = 160°(n - 3)$; $180°n - 360° - 240° = 160°n - 480°$; $20°n = 600° - 480°$; $20°n = 120°$; $n = 120° : 20°$; $n = 6$.
Відповідь: 6.

521. а) n — ?, $\angle 1 = 60°$; $180°(n - 2) = 60°n$; $180°n - 360° = 60n°$; $120°n = 360°$; $n = 3$; б) $\angle 1 = 108°$; $180°(n - 2) = 108°n$; $180°n - 360° = 108°n$; $72°n = 360°$; $n = 5$; в) $\angle 1 = 120°$; $180°(n - 2) = 120°n$; $180\,°n - 360° = 120°n$; $60°n = 360°$; $n = 6$.
Відповідь: а) $n = 3$; б) $n = 5$; в) $n = 6$.

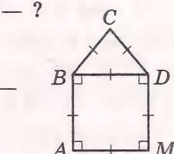
522. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 ... = 90°$. Довести, що він є прямокутником. $180°(n - 2) = 90°n$; $180°n - 360° = 90°n$; $90°n = 360°$; $n = 4$. Тобто це чотирикутник, у якого всі кути дорівнюють 90° — прямокутник. Доведено.

523. $\frac{n(n-3)}{2}$, $n \in N$, $n > 3$. З однієї вершині n-кутника можна провести ($(n - 3)$ діагоналі (не можна провести діагоналі в саму обрану вершину і дві сусідні вершини). Оскільки маємо n вершин, то здавалося,

що загальна кількість діагоналей дорівнює $n(n-3)$. Але в такий спосіб кожну діагональ урахували двічі. Отже, кількість діагоналей дорівнює $\frac{n(n-3)}{2}$. *Відповідь*: $\frac{n(n-3)}{2}$.

524. Нехай опуклий n-кутник має 4 гострих кути. Тоді сума зовнішніх кутів, які відповідають цим гострим кутам, більша за 360°, що суперечить теоремі, що сума зовнішніх кутів опуклого n-кутника, узятих по одному при кожній вершині, дорівнює 360°. Доведено. Кожний опуклий многокутник не може мати більше ніж три гострі кути.

525. $n = 5$; $\angle A = \angle M = 90°$. Знайти $\angle B$ — ?, $\angle C$ — ?, $\angle D$ — ?



1) $180°(5-2) = 180° \cdot 3 = 540°$;

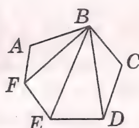
2) $540° - 2 \cdot 90° = 540° - 180° = 360°$.

Так як у п'ятикутнику всі сторони рівні, то ΔBCD — рівносторонній; $\angle C = \angle CBD = \angle CDA = 60°$.

Тобто $(360° - 60°) : 2 = 150°$; $\angle B = \angle D = 150°$.

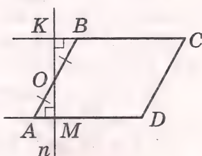
Відповідь: 60°; 150°; 150°.

526. Нехай $ABCDEF...$ — довільний многокутник. Покажемо наприклад, що $BC < CD + DE + FE + AB + ...$ Проведемо діагоналі BD, BE, BF. З ΔBCD за нерівністю трикутника маємо $DC < CD + BD$. Аналогічно з $\Delta BED : BD < BE + ED$. Аналогічно з$\Delta BFE : BE < BF + FE$. Отже, маємо $BC < CD + BD < BE + ED + CD < BF + FE + ED + CD <$ і т. д. Доведено.

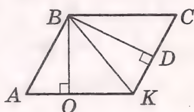


528. Нехай $ABCD$ —даний паралелограм. $OB = OA$, $O \in AB$, $n \perp AD$. Довести, що $\Delta KBO = \Delta MAO$.

Так як $BC \parallel AD$, то $n \perp BC$, $n \perp AD$. $\angle AMO = \angle BKO = 90°$. Розглянемо ΔBKO і ΔAMO — прямокутні, $OB = OA$ за умовою, $\angle BOK = \angle MOA$ — вертикальні, $\angle A = \angle B$, то $\Delta BKO = \Delta AOM$ за гіпотенузою і гострим кутам.



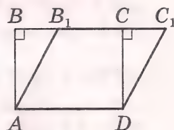
529. Нехай $ABCK$ — даний паралелограм. $BO \perp AK$, $BD \perp CK$ — висоти паралелограма. Довести, що $BO + BD < P_{ABCD}$. $P_{ABCD} = 2(AB + AK)$, то треба довести що $BO + BD < 2(AB + AK)$. Розглянемо ΔAOB і ΔCDB — прямокутний.

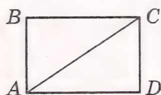


За нерівністю трикутника маємо $BO < AB + AO$; $BD < BC + CD$; $BO + BD < AB + BC + AO + CD$, так як $AO = AK - OK$ $(AK = BC)$, $CD = CK - DK$ $(CK = AB)$, то маємо $BO + BD < AB + BC + AB + BC - OK - DK$; $BO + BD < 2(AB + KC) - OK - DK \Leftrightarrow BO + BD < 2(AB + BC)$. Доведено.

§ 16. Площа многокутника. Площі прямокутника й паралелограма

537. Нехай $ABCD$ — прямокутник. $S = S_{ABCD}$. Побудуємо AB_1C_1D паралелограм рівновеликий даному. $B_1 \in BC$, $C_1 \in BC$; $\Delta ABB_1 = \Delta DCC_1$ (за гіпотенузою і катетом, $AB_1 = DC_1$; $AB = CD$), тобто $S_{\Delta ABB_1} = S_{\Delta DCC_1}$ відповідно маємо $S_{ABCD} = S_{AB_1C_1D}$.





539. Нехай $ABCD$ — прямокутник. $S_{ABCD} = AB \cdot BC$.

а) $AB = 9$ см; $BC = 4$ см; $S = 9 \cdot 4 = 36$ см^2;

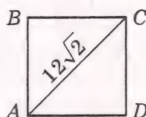
б) $AB : BC = 5 : 7$, $P_{ABCD} = 48$ см.

Нехай $AB = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності

$BC = 7k$, то маємо рівняння $2(AB + BC) = 48$; $2(5k+ 7k) = 48$; $12k = 24$; $k = 2$, тоді $AB = 5 \cdot 2 = 10$ см, $BC = 7 \cdot 2 = 14$ см; $S_{ABCD} = 10 \cdot 14 = 140$ см^2;
в) $AD = 12$ см, $AC = 13$ см. Для розв'язання задачі розглянемо ΔADC — прямокутний ($\angle D = 90°$). Із теореми Піфагора $DC^2 = AC^2 - AD^2$; $DC^2 = 13^2 - 12^2$; $DC = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ см. $S_{ABCD} = AD \cdot DC = 12 \cdot 5 = 60$ см^2.
Відповідь: а) 36 см^2; б) 140 см^2; в) 60 см^2.

540. Нехай $ABCD$ — прямокутник. $AB = 9$ см, $BC = 25$ см, $S_{ABCD} = 9 \cdot 25 = 225$ см^2. За умовою квадрат рівновеликий прямокутнику, то це означає $S_{ABCD} = S_{кв.}$; $S_{кв.} = 225$ см^2; $S_{кв.} = a^2$; $a^2 = 225$; $a = 15$см;
$P = 4a = 4 \cdot 15 = 60$ см (a — сторона квадрата).

541. Нехай $ABCD$ даний квадрат, $AC = 12\sqrt{2}$ см — діагональ. Знайти S_{ABCD} — ? $S_{ABCD} = a^2$ ($a > 0$). Розглянемо ΔABC — прямокутний ($\angle B = 90°$). За теоремою Піфагора маємо: $a^2 + a^2 = \left(12\sqrt{2}\right)^2$; $2a^2 = 144 \cdot 2$; $a^2 = 144$; $a = 12$; $S = 12^2 = 144$ см^2.



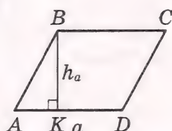
Відповідь: 144 см^2.

542. Нехай $ABCD$ — квадрат. $S_{ABCD} = 32$ см^2. Знайти P — ? $S_{ABCD} = a^2$; $a^2 = 32$; $a = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; $P_{ABCD} = 4 \cdot a = 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$ см. *Відповідь*: $16\sqrt{2}$ см.

543. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник. За умовою одна сторона удвічі більше за іншу, тому маємо $AB = CD = x$, $x > 0$; $AD = BC = 2x$, $S_{ABCD} = 128$ см^2. Знайти AB і BC — ? $S_{ABCD} = AB \cdot BC$; Маємо рівняння: $x \cdot 2x = 128$; $2x^2 = 128$; $x^2 = 64$; $x = 8$. Тому $AB = CD = 8$ см; $BC = AD = 16$ см. *Відповідь*: 8 см; 8 см; 16 см; 16 см.

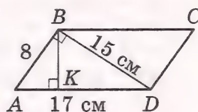


544. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $AD = a$, $a > 0$, $BK \perp AD$, $BK = h_a$ — висота.
а) $a = 10$ см, $h_a = 6$ см; $S_{ABCD} = a \cdot h_a = 10 \cdot 6 = 60$ см^2;
б) $S = 48$ см^2, $h_a = 4$ см; $S_{ABCD} = a \cdot h_a$;
$a = \frac{S}{h_a}$; $a = \frac{48}{4} = 12$ см.
в) $S = 120$ см^2, $a = 24$ см; $S_{ABCD} = a \cdot h_a$;
$h_a = \frac{S_{ABCD}}{a}$; $h_a = \frac{120}{24}$; $a = 5$ см.



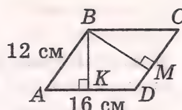
Відповідь: а) 60 см^2; б) 12 см; в) 5 см.

545. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BD \perp AB$, BD — діагональ, $AD = 17$ см за умовою.
Знайти S_{ABCD} — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔABD — прямокутний ($\angle ABD = 90°$). Із теореми Піфагора маємо:



$AB = \sqrt{AD^2 - BD^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{(17-15)(17+15)} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64} = 8$ см.
Проведемо висоту $BK \perp AD$. За метричними співвідношенням в прямокутному трикутнику маємо: $AB^2 = AK \cdot AD$; $8^2 = AK \cdot 17$; $AK = \frac{64}{17}$ см;
$KD = 17 - \frac{64}{17} = \frac{225}{17}$ см; $BK^2 = \frac{64}{17} \cdot \frac{225}{17}$; $BK = \frac{8 \cdot 15}{17} = \frac{120}{17}$ см;
$BK^2 = AK \cdot KD$; $S_{ABCD} = 17 \cdot \frac{120}{17} = 120$ см^2.
Відповідь: 120 см^2.

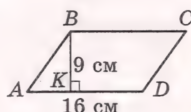
546. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$S_{ABCD} = 96$ см². За умовою $AB = CD = 12$ см; $AD = BC = 16$ см. $BK \perp AD$, $BM \perp CD$ — висоти паралелограма.
Знайти BK — ? BM — ?



Так як $\left[\begin{array}{l} S_{ABCD} = BK \cdot AD; \\ S_{ABCD} = BM \cdot CD \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} BK = \dfrac{S}{AD}; \\ BM = \dfrac{S}{CD} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} BK = \dfrac{96}{16} = 6 \text{ см}; \\ BM = \dfrac{96}{12} = 8 \text{ см}. \end{array}\right.$

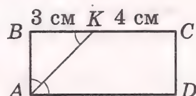
Відповідь: 6 см; 8 см.

547. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BK \perp AD$, $BK = 9$ см, $AD = 16$ см. Знайти: $S_{кв.} = S_{ABCD}$.
Знайдемо $S_{ABCD} = BK \cdot AD = 9 \cdot 16 = 144$ см²;
$S_{ABCD} = S_{кв.}$, то маємо $a^2 = 144$;
$a = 12$ (a — сторона квадрата, $a > 0$).
Відповідь: 12 см.

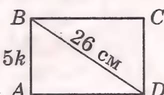


548. Для розв'язання задачі необхідно знайти площу стіни прямокутної форми: $S = 2{,}25 \times 1{,}8 = 4{,}05$ м². Так як плитка має форму квадрата, де $a = 15$ см $= 0,\ 15$ м, $S_{кв.} = 0{,}15^2 = 0{,}0225$ м². Знайдемо кількість плиток, для цього $4{,}05 : 0{,}0225 = 180$. *Відповідь*: 180.

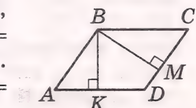
549. Нехай $ABCD$ — даний прямокутник, AK — бісектриса ($\angle BAK = \angle KAD$) $BK = 3$ см; $KC = 4$ см або $BK = 4$см, $KC = 3$ см. Задача має два розв'язка. Так як $BC \parallel AD$, то $\angle DAC = \angle BKA$ (внутрішні різносторонні), то ΔABK — рівнобедрений;
$AB = BK = 3$ см або $AB = BK = 4$ см. Тому $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 3 \cdot 7 = 21$ см² або $S_{ABCD} = 4 \cdot 7 = 28$ см². *Відповідь*: 21 см² або 28 см².



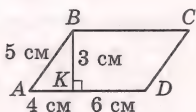
550. Нехай $ABCD$ — прямокутник, $AB = CD$; $BC = AD$. $AB : AD = 5 : 12$; $AB = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, $AD = 12k$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔBAD — прямокутний ($\angle A = 90°$). За теоремою Піфагора маємо $AB^2 + AD^2 = BD^2$; $(5k)^2 + (12k)^2 = 26^2$; $25k^2 + 144k^2 = 169k^2 = 676; k^2 = 676 : 169$; $k^2 = 4$; $k = 2$. Тобто $AB = 5 \cdot 2 = 10$ см, $AD = 12 \cdot 2 = 24$ см. $S_{ABCD} = AD \cdot AB = 10 \cdot 24 = 240$ см².
Відповідь: 240 см ².

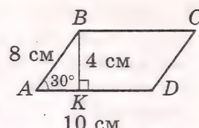


551. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BK \perp AD$, $BM \perp DC$ — висоти паралелограма. $BK = 6$ см, $BM = 8$ см, $P_{ABCD} = 42$ см. Знайти площу паралелограма. Знайдемо сторони паралелограма. Враховуючи $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$, то$2(AB + BC) = 42$; $AB + BC = 21$.
Нехай $AB = x$, $x > 0$, $BC = (21 - x)$ см., то $S_{ABCD} = 6 \cdot (21 - x)$ і $S_{ABCD} = 8x$. Маємо рівняння $8x = 6(21 - x)$; $8x = 126 - 6x$; $14x = 126$; $x = 9$. Тобто $AB = 9$ см. $S_{ABCD} = 8 \cdot 9 = 72$ см². *Відповідь*: 72 см².

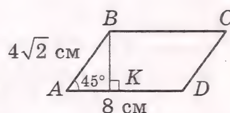


б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $AB = 5$ см, $BK \perp AD$ — висота. $AK = 4$ см, $KD = 6$ см. Знайти S_{ABCD} — ? Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний. ($\angle AKB = 90°$) $AB = 5$ см — гіпотенуза, $AK = 4$ см — катет, тому $BK = 3$ см (єгипетський трикутник). $S_{ABCD} = 3 \cdot 10 = 30$ см² ($AD = AK + KD = 4 + 6 = 10$ см). *Відповідь*: 30 см².

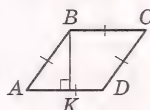




в) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $\angle A = 30°$, $AB = 8$ см, $AD = 10$ см. Знайти S_{ABCD} — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$), $BK = 4$ см (катет, який лежить напроти кута в 30° в два рази менше гіпотенузи). $S_{ABCD} = BK \cdot AD = 4 \cdot 10 = 40$ см^2.
Відповідь: 40 см^2.



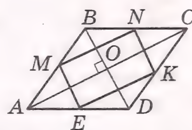
552. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$BD \perp AB$ за умовою, $BK \perp AD$. $AK = 4$ см, $KD = 9$ см. Знайти площу S_{ABCD} — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔABD — прямокутний ($\angle ABD = 90°$).
$BK^2 = AK \cdot KD$ (метричні співвідношення в прямокутному трикутнику),
$BK^2 = 4 \cdot 9$; $BK = 2 \cdot 3$, $BK = 6$ см.
$S_{ABCD} = 6 \cdot (4 + 9) = 6 \cdot 13 = 78$ см^2.
Відповідь: 78 см^2.



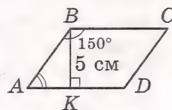
б) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.
$BK \perp AD$. $AB = 4\sqrt{2}$ см, $AD = 8$ см, $\angle A = 45°$.
Знайти S_{ABCD} — ?
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний, рівнобедрений ($\angle A = \angle ABK = 45°$), тому $AK = BK$. За теоремою Піфагора маємо:

$$2AK^2 = AB^2;\ AK^2 = \frac{AB^2}{2};\ AK = \frac{BA}{\sqrt{2}};\ AK = \frac{AB\sqrt{2}}{2};\ AK = \frac{4\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ см},$$

$BK = 4$ см. $S_{ABCD} = BK \cdot AD = 4 \cdot 8 = 32$ см^2.
Відповідь: 32 см^2.



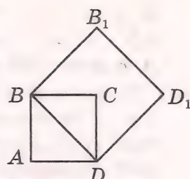
553. Нехай $ABCD$ — ромб. $S_{ABCD} = 24$ см^2, $P_{ABCD} = 24$ см, $BK \perp AD$ — висота. Знайти BK — ?
Враховуючи, що $P_{ABCD} = AB$; $4AB = 24$: $AB = 6$ см, $S_{ABCD} = BK \cdot AD$. Маємо: $BK \cdot 6 = 24$; $BK = 4$ см.
Відповідь: 4 см.



554. Нехай $ABCD$ — даний ромб. AC і BD — діагоналі, $M \in AB$, $N \in BC$, $K \in CD$, $E \in AD$, $AM = BM = BN = NC = CK = KD = AE = ED$. $MNKE$ — прямокутник, так як $ME \parallel BD \parallel NK$, $MN \parallel AC \parallel EK$ (MN, EK, ME, NK — середні лінії відповідних трикутників за означенням), ($BD \perp AC$ за властивостями ромбу, тому $ME \perp EK$, $ME \perp MN$, $NK \perp EK$, $NK \perp MN$).
Так як $AC = 30$ см, $BD = 16$ см (за умовою).
Маємо: $MN = EK = 15$ см; $ME = NK = 8$ см, $S_{MNKE} = 15 \cdot 8 = 120$ см^2.
Відповідь: 120 см^2.

555. Нехай $ABCD$ — даний ромб. $\angle B = \angle D = 150°$, $BK \perp AD$ — висота, $BK = 5$см. Знайти S_{ABCD} — ?
За властивостями ромба $\angle A = \angle C = 180° - 150° = 30°$.
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$), $AB = 2BK = 10$ см (гіпотенуза в два рази більше катета, який лежить напроти кута в 30° в прямокутному трикутнику).
$S_{ABCD} = BK \cdot AD = 5 \cdot 10 = 50$ см^2.
Відповідь: 50 см^2.

556. Нехай $ABCD$ — даний квадрат. $AB = a$, $a > 0$, BD — діагональ квадрата. BB_1D_1D — квадрат. Довести $S_{BB_1D_1D}$ вдвічі більше S_{ABCD}.

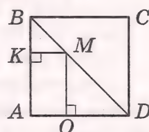


$S_{ABCD} = a^2$; $BD = a\sqrt{2}$; $S_{BB_1D_1D} = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$.

Знайдемо $S_{BB_1D_1D} : S_{ABCD} = 2a^2 : a^2 = 2 : 1$.

Доведено.

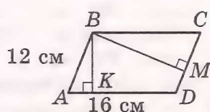
557. Нехай $ABCD$ даний квадрат. BD — діагональ. $M \in BD$, $MK \perp AB$, $MO \perp AD$, $MK = 180$ см $= 1{,}8$ м; $MO = 2{,}2$ м. Знайти S_{ABCD} — ?



$S_{ABCD} = AB^2$; $AB = MK + MO = 1{,}8 + 2{,}2 = 4$ м. $S_{ABCD} = 16$ м² ($MO = OD$ ΔMOD — прямокутний рівнобедрений). *Відповідь*: 16 м².

558. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.

$AB = 12$ см, $AD = 16$ см, $BK \perp AD$, $BM \perp CD$ — висоти, $BM > BK$ одна із висот $= 15$ см. Знайти S_{ABCD} — ?

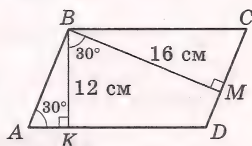


$S_{ABCD} = BK \cdot AD$; $S_{ABCD} = BM \cdot DC$; Маємо рівняння

$BK \cdot AD = BM \cdot DC$; $\dfrac{BK}{BM} = \dfrac{DC}{AD}$; $\dfrac{BK}{BM} = \dfrac{12}{16}$; $\dfrac{BK}{BM} = \dfrac{3}{4}$.

Нехай $BK = 3k$, $BM = 4k$, $k > 0$. Тому маємо $BM = 15$; $3k = 15$; $k = 5$. $S_{ABCD} = 15 \cdot 12 = 180$ см², $BM > BK$. *Відповідь*: 180 см².

559. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. $BK \perp AD$, $BM \perp CD$, $BK = 12$ см, $BM = 16$ см, $\angle KBM = 30°$. Знайти S_{ABCD} — ?



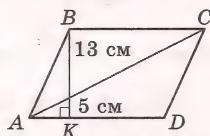
Враховуючи, що $\angle KBM = \angle A = 30°$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний, $AB = 24$ см ($AB = 2BK$).

$S_{ABCD} = 24 \cdot 16 = 384$ см². *Відповідь*: 384 см².

560. Рівноскладені фігури не є рівновеликими.

561. Нехай $ABCD$ — даний ромб, AC — діагональ, $BK \perp AD$, $BO = 13$ см, $OK = 5$ см.

Знайти площу ромба.

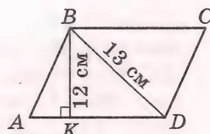


За властивостями діагоналей ромба маємо AC — бісектриса $\angle A$. Розглянемо ΔAKB — прямокутний, $BK = 18$ см. За властивістю бісектриси трикутника маємо: $\dfrac{BO}{OK} = \dfrac{AB}{AK} = \dfrac{13}{5}$, тобто $AB = 13k$, $AK = 5k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(13k)^2 = (5k)^2 + 18^2$; $169k^2 = 25k^2 + 324$; $144k^2 = 324$; $k^2 = 2{,}25$; $k = 1{,}5$.

Тобто $AB = 13 \cdot 1{,}5 = 19{,}5$. $S_{ABCD} = AD \cdot BK = 19{,}5 \cdot 18 = 351$ см².

Відповідь: 351 см².

562. Нехай $ABCD$ — даний ромб, $BD = 13$ см, $BK \perp AD$, $BK = 12$ см. Знайти S_{ABCD} — ?



Для розв'язання задачі розглянемо ΔBKD — прямокутний. Із теореми Піфагора маємо:

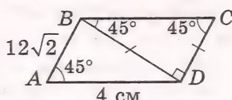
$KD^2 = 13^2 - 12^2$; $KD = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ см.

Нехай $AK = x$, $x > 0$, $AD = (x + 5)$ см.

Розглянемо ΔAKB — прямокутний за теоремою Піфагора:

$(x + 5)^2 = x^2 + 12^2$; $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 144$; $10x = 119$ $x = 11,9$,
$AD = 11,9 + 5 = 16,9$ (см); $S_{ABCD} = 16,9 \cdot 12 = 202,8$ см^2.
Відповідь: 202,8 см^2.

563. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція. $AB = CD$, BK — бісектриса. Знайти $\angle A$ і $\angle B$ — ?
Бісектриса тупого кута рівнобічної трапеції поділила її на рівносторонній трикутник і паралелограм.



$AB = CD$, $\angle ABK = \angle KBC$, так як $BC \parallel AD$, то $\angle CBK = \angle AKB$ (внутрішні різносторонні). ΔABK — рівнобедрений $AB = AK$, так як $KBCD$ — паралелограм ра означенням $BK \parallel CD$, $BC \parallel KD$, то $BK = CD \Leftrightarrow \Delta ABK$ — рівносторонній $\angle A = \angle D = 60°$, $\angle B = 2 \cdot 60° = 120°$.
Відповідь: 60°; 120°; 120°; 60°.

564. Нехай $ABCD$ даний паралелограм. $BD \perp DC$, $\angle A = 45°$, $AD = 4$ см. Знайти $S_{\Delta ABC}$, $S_{\Delta BCD}$ — ?
Розглянемо ΔBDC — прямокутний за умовою. Так як $\angle A = \angle C = 45°$, то $\angle DBC = 45° \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \Delta BDC$ — рівнобедрений, прямокутний. $BD = DC$.
Із теореми Піфагора $BC^2 = 2BD^2$;

B C 45° 45° $12\sqrt{2}$ A 45° D 4 см

$$BD^2 = \frac{BC^2}{2}; \quad BD = \frac{BC}{\sqrt{2}}; \quad BD = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (см)};$$

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} BD \cdot DC = \frac{1}{2} BD^2 = \frac{1}{2}\left(2\sqrt{2}\right)^2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ см}^2;$$

$$S_{ABCD} = BD \cdot DC = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8\text{см}^2; \;\Leftrightarrow\; S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = 4 \text{ см}^2. \Rightarrow$$ Тобто маємо

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ADC} = S_{ABCD} : 2 = 8 : 2 = 4$ см^2.
Відповідь: 4 см^2; 4 см^2.

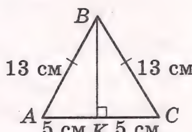
§ 17. Площі трикутника, ромба і трапеції

572. а) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 = 20$ см^2; б) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ см^2;

в) $S_{\Delta ABC} = \frac{4^2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ см.

Відповідь: а) 20 см^2; б) 24 см^2; в) $4\sqrt{3}$ см^2.

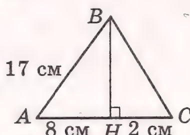
573. а) Нехай ΔABC — даний рівнобедрений трикутник. $AB = BC = 13$ см, $AC = 10$ см. BK — висота, медіана. Тобто $AK = KC = 5$ см. Розглянемо ΔAKB — прямокутний. Із теореми Піфагора маємо $BK^2 = AB^2 - AK^2$;



$BK = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ см. Тобто

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 = 60$ см^2. *Відповідь*: 60 см^2.

б) Нехай ΔABC — даний, $AB = 17$ см, $BH \perp AC$ — висота даного трикутника, $AH = 8$ см; $HC = 2$ см. Для розв'язання задачі розглянемо ΔAHB — прямокутний. Із теореми Піфагора маємо



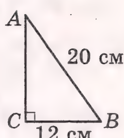
$BH^2 = AB^2 - AH^2$; $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2}$;

$BH = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ см.

Тобто $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = \frac{150}{2}$ см^2 = 75 см^2.

Відповідь: 75 см^2.

574. а) Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). $AB = 20$ см, $BC = 12$ см. Знайдемо AC.

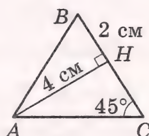


Із теореми Піфагора маємо $AC^2 = AB^2 - BC^2$;

$AC = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{(20-12)(20+12)} = \sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{256} = 16$ см;

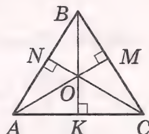
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$ см^2. *Відповідь*: 96 см^2.

б) Нехай ΔABC — даний, $AH \perp BC$ — висота, $AH = 4$ см, $BH = 2$ см. Розглянемо ΔAHC — прямокутний, рівнобедрений, так як $\angle HAC = \angle C = 45°$, тобто $AH = HC = 4$ см. $BC = BH + HC = 2 + 4 = 6$ см.



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ см^2. *Відповідь*: 12 см^2.

575. Нехай ΔABC — даний, BK, AM і CN — висоти трикутника, $BK = 15$ см; $CN = 12$ см. $AM = 20$ см. $S_{\Delta ABC} = 150$ см^2.



Розглянемо для розв'язання задачі: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC; S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CN \cdot AB$. Тобто маємо:

$AC = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AM}$; $BC = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AM}$; $AB = \frac{2S_{\Delta ABC}}{CM}$, тобто

$P = AC + BC + AB = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BK} + \frac{2S_{\Delta ABC}}{AM} + \frac{2S_{\Delta ABC}}{CM} = \frac{2 \cdot 150}{15} + \frac{2 \cdot 150}{20} + \frac{2 \cdot 150}{12} =$

$= 20 + 15 + 25 = 60$ см^2. *Відповідь*: 60 см^2.

576. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $CK = 4$ см, $CK \perp AB$ — висота, $P_{\Delta ACB} = 20$ см^2. Враховуючи, що

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$, маємо $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AB = 20$;

$2AB = 20$; $AB = 10$ см. *Відповідь*: 10 см.

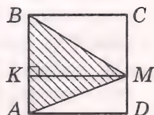
577. Нехай $ABCD$ — даний квадрат. $AB = 1$ см, $MD = a$, $\angle CMD = \angle BKA$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔABK і ΔCDM — прямокутні ($\angle ABK = \angle CDM = 90°$), $CD = AB$, $\angle CMD = \angle AKB$ за умовою).

Тобто $\Delta ABK = \Delta CDM$ за катетом і гострим кутом.

Тому $AKCM$ — паралелограм за ознакою, $AK \parallel CM$, $AK = CM$, $KC \parallel AM$. Знайдемо площу квадрата $S_{ABCD} = 1^2 = 1$ см^2 і площу $S_{\Delta CDM} = \frac{1}{2} a$; $S_{AKCM} = S_{ABCD} - 2S_{\Delta CDM} = 1 - 2\frac{1}{2} a = 1 - a$.

Відповідь: $(1 - a)$ од^2.

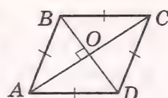
578. а) Нехай $ABCD$ — даний квадрат, $AB = 1$ од. Для розв'язання задачі проведемо $MK \parallel AB$, MK — висота трикутника ΔABM, $MK \parallel AD \parallel BC$, тобто $MK = 1$.



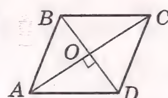
Маємо $S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} BK \cdot MK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$ од. кв.

Відповідь: $\frac{1}{2}$ од. кв.

579. Нехай $ABCD$ — даний ромб, AC і BD — діагоналі. $BD = 8$ м, $AC = 20$ м. То за формулою $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ маємо $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 20 = 80$ м^2. *Відповідь*: 80 см^2.



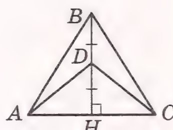
580. Нехай $ABCD$ — даний ромб. За умовою $AC > BD$ вдвічі. Нехай $BD = x$, $x > 0$, $AC = (2x)$ см. $S_{ABCD} = 64$ см^2. Для розв'язання задачі запишемо $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$, маємо $\frac{1}{2} x \cdot 2x = 64$; $x^2 = 64$; $x = 8$. Тобто $BD = 8$ см, $AC = 16$ см. *Відповідь*: 8 см; 16 см.



581. Нехай дано ΔABC, $BH \perp AC$ — висота, $BD = DH$.

Довести: $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$.

Для розв'язання задачі розглянемо ΔABC. Маємо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC$. Розглянемо ΔADC.

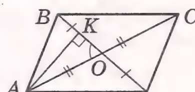


Маємо $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} DH \cdot AC$. За умовою маємо $BD = DH$, тобто $BH = 2DH$,

$DH = \frac{BH}{2}$. Звідки $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BH}{2} \cdot AC = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} BH \cdot AC\right) = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$. Доведено.

582. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. AC і BD — діагоналі. Довести: $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta AOD}$.

Для доведення розглянемо ΔABD і ΔAOD. Проведемо перпендикуляр з вершини A на BD, $AK \perp BD$. За властивостями паралелограма маємо $BO = OD$.



$S_{\Delta ABO} = \frac{1}{2} AK \cdot BO$, а $S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AK \cdot OD$. AK являється висотою ΔABO і ΔAOD. ΔAOD — тупокутний. Враховуючи, що $BO = OD$, маємо $S_{\Delta ABO} = \frac{1}{2} AK \cdot OD$ і $S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AK \cdot OD$, тобто $S_{\Delta ABO} = S_{\Delta AOD}$. Доведено.

583. а) Нехай $a = 4$ см, $b = 10$ см, $h = 6$ см.

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{4+10}{2} \cdot 6 = 7 \cdot 6 = 42$ см.

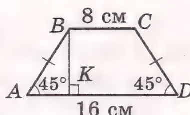
Відповідь: 42 см^2.

б) $m = h = 8$ см. Враховуючи, що $m = \frac{a+b}{2}$ — середня лінія, маємо

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = mh$. Маємо $S = 8 \cdot 8 = 64$ см^2. *Відповідь*: 64 см^2.

584. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $BC \parallel AD$, $BC = 8$ см, $AD = 16$ см, $\angle A = \angle D = 45°$. Для розв'язання задачі проведемо висоту трапеції з вершини тупого кута $\angle B$, $BK \perp AD$.

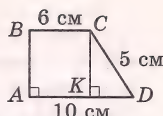
$AK = (AD - BC) : 2 = (16 - 8) : 2 = 4$ см.



Розглянемо ΔAKB — прямокутний і рівнобедрений, так як $\angle A = \angle ABK = 45°$, то маємо $AK = BK = 4$ см.

Звідки $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = \frac{16+8}{2} \cdot 4 = 24 \cdot 2 = 48$ см^2. *Відповідь*: 48 см^2.

585. Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція, $\angle A = \angle B = 90°$, $BC \parallel AD$. $BC = 6$ см, $AD = 10$ см, $CD = 5$ см. Для розв'язання задачі проведемо висоту трапеції з вершин кута $\angle C$, $CK \perp KD$. Враховуючи, що $KD = AD - BC = 10 - 6 = 4$ см, маємо $KD = 4$ см.

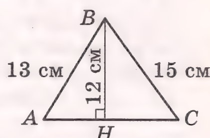


Розглянемо ΔCKD— прямокутний ($\angle CKD = 90°$) і єгипетський, $CD = 5$ см — гіпотенуза, $KD = 4$ см — катет, тобто $CK = 3$ см.

Маємо $S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK = \frac{6 + 10}{2} \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$ см^2. *Відповідь*: 24 см^2.

586. а) Нехай ΔABC — даний. $AB = 13$ см, $BC = 15$ см, $BH \perp AC$ — висота, $BH = 12$ см. Для розв'язання задачі розглянемо ΔAHB і ΔCHB — прямокутні ($\angle AHB = \angle CHB = 90°$).

Із теореми Піфагора маємо:



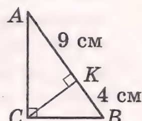
$$\left[\begin{array}{l} AH^2 = AB^2 - BH^2; \\ HC^2 = BC^2 - HC^2; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} AH = \sqrt{13^2 - 12^2}; \\ HC = \sqrt{15^2 - 12^2}; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} AH = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{25} = 5 \text{ см}; \\ HC = \sqrt{(15-12)(15+12)} = \sqrt{3 \cdot 27} = 9 \text{ см}. \end{array}\right.$$

Тобто $AC = AH + HC = 5 + 9 = 14$ см. Тобто площа ΔABC дорівнює:

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = 6 \cdot 14 = 84$ см^2. *Відповідь*: 84 см^2.

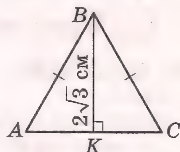
б) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $CK \perp AB$ — висота, $AK = 9$ см, $BK = 4$ см.



За метричними співвідношеннями прямокутного трикутника маємо $CK^2 = AK \cdot KB$; $CK^2 = 9 \cdot 4$; $CK = 3 \cdot 2 = 6$ см. Враховуючи, що $AB = AK + KB = 9 + 4 = 13$ см, маємо

$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$; $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 13 = 3 \cdot 13 = 39$ см^2. *Відповідь*: 39 см^2.

в) Нехай ΔABC — рівносторонній, тобто $AB = BC = AC$, $BK \perp AC$ — висота, $BK = 2\sqrt{3}$ см. Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). Нехай $AK = x$, $x > 0$, то $AB = 2x$ ($\angle ABK = 30°$). За теоремою Піфагора маємо

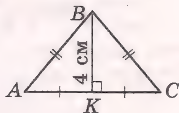


$AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(2x)^2 = x^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2$; $4x^2 = x^2 + 12$; $3x^2 = 12$; $x^2 = 4$; $x = 2$.

Тобто $AK = 2$ см, то $AB = AC = 4$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$ см^2.

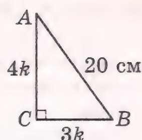
Відповідь: $4\sqrt{3}$ см^2.

587. а) Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $BK \perp AC$ — висота, $BK = 4$ см. $P_{\Delta ABC} = 16$ см. Враховуючи, що $P_{\Delta ABC} = 2AB + AC = 2AB + 2AK$, так як BK — медіана, висота ΔABC, то маємо $AK = KC$, звідки $AC = 2AK$, то $2(AB + AK) = 16$, тобто $AB + AK = 8$ см.Нехай $AK = x$, то $AB = (8 - x)$ см. Для знаходження x розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$). За теоремою Піфагора маємо

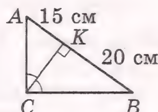


$AB^2 = AK^2 + BK^2$; $(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$; $64 - 16x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 16$;
$16x = 64 - 16$; $16x = 48$; $x = 3$. Звідки $AK = 3$ см, то $AC = 2 \cdot 3 = 6$ см.

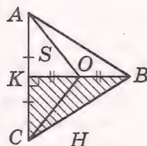
Маємо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ см^2. *Відповідь*: 12 см^2.



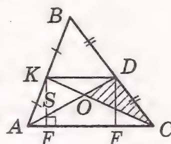
б) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$,
$AC : CB = 4 : 3$, $AB = 20$ см.
ΔACB — прямокутний, єгипетський, його сторони пропорційні, $AC = 4k$, $k > 0$, $BC = 3k$, то $AB = 5k$.
Маємо $5k = 20$; $k = 4$. Тобто $AC = 4 \cdot 4 = 16$ см,
$BC = 3 \cdot 4 = 12$ см. Маємо $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$ см^2.
Відповідь: 96 см^2.



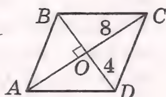
588. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, CK — бісектриса $\angle C$. $AK = 15$ см, $BK = 20$ см.
За властивістю бісектриси трикутника маємо
$\frac{AK}{KB} = \frac{AC}{CB}$; $\frac{AC}{CB} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, тобто $AC = 3k$, $k > 0$,
k — коефіцієнт пропорційності, $BC = 4k$, то $AB = 5k$ (ΔABC— єгипетський, прямокутний, AB — гіпотенуза, AC і CB — катети). Враховуючи, що $AB = AK + BK = 15 + 20 = 35$ см, то маємо: $5k = 35$; $k = 7$. Звідки $BC = 4 \cdot 7 = 28$ см; $AC = 3 \cdot 7 = 21$ см.
Маємо $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 21 = 294$ см^2.
Відповідь: 294 см^2.



589. Нехай ΔABC — даний, $S_{\Delta AKO} = S$, $AK = KC$, $KO = OB$.
Знайти: $S_{\Delta KBC}$ — ?
Розглянемо ΔAKB і ΔCKB — прямокутні за умовою, $\Delta AKB = \Delta CKB$ за двома катетами ($AK = KC$ за умовою, BK — спільна сторона), тобто $S_{\Delta AKB} = S_{\Delta CKB}$. Розглянемо ΔAKO — прямокутний ($\angle AKO = 90°$).
$S_{\Delta AKO} = \frac{1}{2} AK \cdot KO$, тобто $\frac{1}{2} AK \cdot KO = S$; $AK \cdot KO = 2S$.
$S_{\Delta CKB} = \frac{1}{2} KC \cdot BK = \frac{1}{2} KC \cdot 2 \cdot KO = KC \cdot KO = 2S$. *Відповідь*: $2S$.

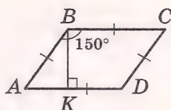


590. Нехай ΔABC — даний. $S_{\Delta AOK} = S$; $AK = KB$; $BD = DC$.
Знайти: $S_{\Delta DOC}$ — ?
Для розв'язання з'єднаємо т. K і т. D, KD — середня лінія ΔABC за означенням. Розглянемо трапецію за означенням $AKDC$ ($KD \parallel AC$). Проводимо висоти трапеції KE і DF з вершин K і D на AC. Розглянемо ΔAKC і ΔADC.
$KE = DF$ — висоти трикутників, AC — спільна сторона.
Тобто $S_{\Delta AKC} = S_{\Delta ADC}$. Звідки $S_{\Delta AKO} = S_{\Delta AKC} - S_{\Delta AOC}$; $S_{\Delta ODC} = S_{\Delta ADC} - S_{\Delta AOC}$.
Тоді $S_{\Delta AKO} = S_{\Delta DOC} = S$. *Відповідь*: S.



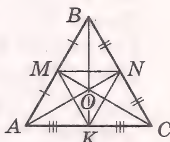
591. Нехай $ABCD$ — даний ромб. AC і BD — діагоналі, $BD = 8$ см. $S_{ABCD} = 24$ см^2.
Для розв'язання задачі використаємо $S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
Маємо $\frac{1}{2} \cdot 8d_2 = 24$; $d_2 = 24 : 4 = 6$ см, тобто $AC = 6$ см.
Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($\angle AOB = 90°$ за властивостями ромба), $AO = OC = 3$ см; $BO = OD = 4$ см. За теоремою Піфагора маємо $AB^2 = AO^2 + BO^2$; $AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$; $AB = \sqrt{25} = 5$ см. Тобто $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 5 = 20$ см. *Відповідь*: 20 см.

592. Нехай $ABCD$ — даний ромб. $P_{ABCD} = 24$ см, $\angle B = \angle D = 150°$. Враховуючи, що $P_{ABCD} = 4AB$, маємо $4AB = 24$; $AB = 6$ см. За властивостями ромба маємо $\angle A = 180° - \angle B = 180° - 150° = 30°$. Проведемо висоту з вершини $\angle B$ на сторону AD, $BK \perp AD$ і розглянемо ΔAKB — прямокутний.



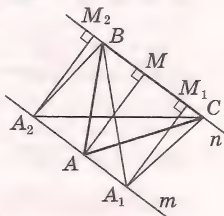
$BK = \frac{1}{2}AB$ (катет, який лежить напроти кута в 30°, в два рази менше за гіпотенузу), тобто $BK = 3$ см. $S_{ABCD} = AD \cdot AK = 6 \cdot 3 = 18$ см².
Відповідь: 18 см².

593. Нехай ΔABC — даний; AN, BK в CM — медіани, тобто $AM = MB$; $BN = NC$; $AK = KC$. Довести, що $S_{\Delta AOM} = S_{\Delta MOB} = S_{\Delta BON} = S_{\Delta NOC} = S_{\Delta KOC} = S_{\Delta AKO}$.
Дивись задачу № 590. Аналогічно. Розглянути трапецію $AMNC$ ($MN \parallel AC$ за означенням). $S_{\Delta AOM} = S_{\Delta NOC}$.
Розглянути $ABNK$ — трапецію за означенням, NK — середня лінія ΔABC за означенням, $NK \parallel AB$, Аналогічно задачі № 590 $S_{\Delta BON} = S_{\Delta AOK}$.



Розглянути трапецію за означенням $MBCK$ ($MK \parallel BC$, MK — середня лінія за означенням ΔABC). Аналогічно задачі № 590 $S_{\Delta KOC} = S_{\Delta MOB}$.
Тобто маємо $S_{\Delta AOM} = S_{\Delta MOB} = S_{\Delta BON} = S_{\Delta NOC} = S_{\Delta KOC} = S_{\Delta AKO}$. Доведено.

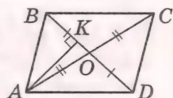
594. Нехай ΔABC — даний, $m \parallel BC$, $A \in m$. Довести:
$S_{\Delta A_2BC} = S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_1BC} = \ldots = S$ будь-якого трикутника з основою BC та вершиною на прямій m.
Для доведення розглянемо ΔABC. Проведемо висоти з вершини A на BC, $AM \perp BC$ — висота. Розглянемо ΔA_1BC і ΔA_2BC, A_1 і $A_2 \in m$, $m \parallel BC$ за умовою. Проведемо висоти цих трикутників A_1M і A_2M відповідно. $A_2M_2 = AM = A_1M_1$, відстані між паралельними прямими рівні.



Тобто $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AM \cdot BC$; $S_{\Delta A_2BC} = \frac{1}{2}A_2M \cdot BC$; $S_{\Delta A_1BC} = \frac{1}{2}A_1M \cdot BC$.

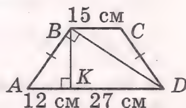
Маємо $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_2BC} = S_{\Delta A_1BC} = \ldots = S$ будь-якого трикутника з основою BC і вершиною на прямій $m \parallel BC$. Тобто трикутники рівновеликі.

595. Нехай $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагоналі. Довести: $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD} = S_{\Delta BOC} = S_{\Delta AOD}$.
Розглянемо ΔAOB і ΔCOD: $OC = AO$, $BO = OD$ за властивостями паралелограма, $AB = CD$. $\Delta AOB = \Delta COD$ за трьома сторонами. Тобто $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$.



Розглянемо ΔAOD і ΔBOC: $OC = OA$, $BO = OD$, $BC = AD$, тобто $\Delta AOD = \Delta BOC$ за трьома сторонами. Маємо $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta AOD}$.
Проводимо $AK \perp BD$, $S_{\Delta ABO} = S_{\Delta AOD}$ ($BO = OD$), AK — висота цих трикутників, тобто маємо $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD} = S_{\Delta BOC} = S_{\Delta AOD}$. Доведено.

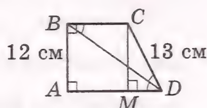
596. а) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $BC \parallel AD$; $BC = 15$ см, $AD = 39$ см. $BK \perp AB$, BD — діагональ.
Для розв'язання задачі знайдемо
$AK = (AD - BC) : 2 = (39 - 15) : 2 = 24 : 2 = 12$ см.



Розглянемо ΔABD — прямокутний, $\angle ABD = 90°$. За метричним співвідношенням $BK^2 = AK \cdot KD$, так як $KD = AD - AK = 39 - 12 = 27$ см.

$BK^2 = 12 \cdot 27$; $BK = \sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{324} = 18$ см. Маємо $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BK$;

$S_{ABCD} = \dfrac{39 + 15}{2} \cdot 18 = 27 \cdot 18 = 486$ см^2. *Відповідь*: 486 см^2.



б) Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція ($\angle A = \angle B = 90°$), $BC \parallel AD$, $AB = 12$ см, $CD = 13$ см, BD — діагональ, бісектриса $\angle D$.

Розглянемо ΔBCD: $\angle CDB = \angle CBD$ так як $\angle ACB = \angle DBC$ — внутрішні різносторонні, $BC \parallel AD$, BD — січна, тобто ΔBCD за властивостями рівнобедрений.

Маємо $BC = CD = 13$ см.

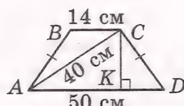
Розглянемо ΔCMD — прямокутний, $\angle CMD = 90°$, $CD = 13$ см — гіпотенуза, $CM = AB = 12$ см. Із теореми Піфагора маємо $MD^2 = CD^2 - CM^2$;

$MD = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = 5$.

Тобто $AD = AM + MD = 13 + 5 = 18$ см ($AM = BC$).

Маємо: $S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot CM$; $S_{ABCD} = \dfrac{13 + 18}{2} \cdot 12 = 31 \cdot 6 = 186$ см^2.

Відповідь: 186 см^2.



597. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD$, $BC \parallel AD$. $BC = 14$ см, $AD = 50$ см. $AC = 40$ см — діагональ.

Для розв'язання задачі знайдемо $BK = (AD - BC) : 2 = (50 - 14) : 2 = 36 : 2 = 18$ см.

Розглянемо ΔAKC — прямокутний (CK — висота, $CK \perp AD$), $\angle AKC = 90°$.

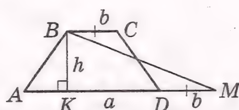
Враховуючи, що $AK = AD - AK = 50 - 18 = 32$ см.

Із теореми Піфагора маємо: $CK^2 = AC^2 - AK^2$;

$CK = \sqrt{40^2 - 32^2} = \sqrt{(40 - 32)(40 + 32)} = \sqrt{8 \cdot 72} = \sqrt{16 \cdot 36} = 4 \cdot 6 = 24$ см.

Тобто $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot CK = \dfrac{50 + 14}{2} \cdot 24 = 64 \cdot 12 = 768$ см^2.

Відповідь: 768 см^2.



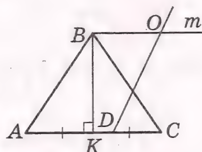
598. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $BC = b$, $AD = a$, $a > 0$, $b > 0$. Площа трапеції дорівнює

$S_{ABCD} = \dfrac{a + b}{2} \cdot h$ ($BK = h$ — висота).

Для того щоб побудувати трикутник рівновеликий даному, треба продовжити сторону AD і відкласти від т. D відрізок $DM = BC = b$, тобто маємо $AM = AD + DM = a + b$. Розглянемо ΔAMB.

Маємо $S_{\Delta ABM} = \dfrac{1}{2} AM \cdot BK = \dfrac{a + b}{2} \cdot h$. Тобто $S_{\Delta ABM} = S_{ABCD} = \dfrac{a + b}{2} \cdot h$,

що і потребувалось довести. Доведено.



599. Нехай дано ΔABC, $BK \perp AC$ — висота.

1) На стороні AC ΔABC відкладаємо т. D. $AD = DC$, тобто поділимо відрізок AC навпіл.

2) Через т. B проводимо пряму паралельно AC, $m \parallel AC$.

3) На прямій m від т. B відкладаємо відрізок $BO = AD$.

4) З'єднаємо т. O і D, отримали $ABOD$ — паралелограм, $AB \parallel OD$, $BO \parallel AD$ за означенням. $S_{ABCD} = BK \cdot AD$, так як $AD = \dfrac{AC}{2}$, то маємо

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$. Враховуючи, що $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC$, то ми отримали паралелограм рівновеликий даному.

600. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник, $AC \perp BD$, AC і BD — діагоналі. Довести: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC$.

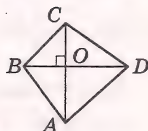
Для доведення розглянемо ΔBOC, ΔCOD, ΔAOD і ΔAOB — прямокутні за умовою. Маємо $S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot OC$; $S_{\Delta COD} = \frac{1}{2} CO \cdot OD$; $S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AO \cdot OD$ і $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} AO \cdot BO$.

За властивістю площі маємо: $S_{ABCD} = S_{\Delta BOC} + S_{\Delta COD} + S_{\Delta AOD} + S_{\Delta AOD} =$

$= \frac{1}{2} BO \cdot OC + \frac{1}{2} CO \cdot OD + \frac{1}{2} AO \cdot OD + AO \cdot BO =$

$= \frac{1}{2}(BO \cdot OC + AO \cdot BO) + \frac{1}{2}(CO \cdot OD + \frac{1}{2} AO \cdot OD) =$

$= \frac{1}{2} BO(OC + AO) + \frac{1}{2} OD(CO + AO) = \left| \begin{matrix} OC + AO = AC \\ BO + OD = BD \end{matrix} \right| =$



$= \frac{1}{2} BO \cdot AC + \frac{1}{2} OD \cdot AC = \frac{1}{2} AC(BO + OD) = \frac{1}{2} AC \cdot BD$, що і потребу лось довести. Доведено.

601. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. Для того, щоб поділити паралелограм на три рівновеликі частини, проведемо через вершину A перпендикуляри до сторін DC і BC, $AK \perp DC$, $AM \perp BC$.

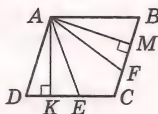
Маємо $S_{ABCD} = AK \cdot DC$ і $S_{ABCD} = AM \cdot BC$.

Поділимо сторони паралелограма DC і BC так, щоб виконувалась умова $DE : EC = 2 : 1$, $BF : FC = 2 : 1$, тобто $DE = \frac{2}{3} DC$ і $BF = \frac{2}{3} BC$.

Розглянемо ΔDAE і ΔABF. Маємо

$S_{\Delta DAE} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot DE = \frac{1}{2} AK \cdot \frac{2}{3} DC = \frac{1}{3} AK \cdot DC$;

$S_{\Delta BAF} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BF = \frac{1}{2} AM \cdot \frac{2}{3} BC = \frac{1}{3} AM \cdot BC$.



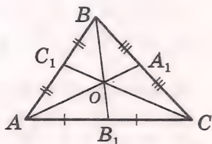
Тобто, враховуючи, що $S_{ABCD} = AM \cdot BC = AK \cdot DC$, маємо $S_{\Delta BAF} = \frac{1}{3} S$ і $S_{\Delta BAF} = \frac{1}{3} S$, що і потребувалось довести. Доведено.

602. Нехай ΔABC — даний. AA_1; BB_1; CC_1 — медіани, тобто маємо $AC_1 = C_1B$; $BA_1 = A_1C$; $AB_1 = B_1C$. Медіани перетинаються в т. O. Використовуємо доведене раніше, що $S_{\Delta AOB_1} = S_{\Delta AOC_1} = S_{\Delta C_1OB} = S_{\Delta BOA_1} = S_{\Delta A_1OC} = S_{\Delta B_1OC}$.

То маємо:

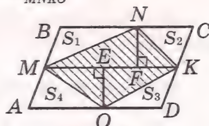
а) $S_{\Delta AOC} = S_{\Delta AOB_1} + S_{\Delta B_1OC} = 2S_{\Delta AOB_1} = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{6} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$;

б) $S_{BA_1OC_1} = S_{\Delta BOA_1} + S_{\Delta C_1OB} = 2S_{\Delta BOA} = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{6} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$.



Відповідь: а) $\frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$; б) $\frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$.

603. а) Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $AM = MB$, $CK = KD$. $S_{\Delta MBN} = S_1$; $S_{\Delta NCK} = S_2$; $S_{\Delta AMO} = S_4$; $S_{\Delta ODK} = S_3$ за умовою. Знайти: S_{MNKO} — ?



Так як за умовою $AM = BM$ і $CK = KD$, то $MK \parallel AD \parallel BC$, маємо $MBCK$ і $AMKD$ — паралелограми, то за властивостями паралелограма маємо $BC = MK$, $MK = AD$. Проводимо висоти паралелограма $MBCK$ і $AMKD$. $NE \perp MK$, $OE \perp MK$.

Маємо: $S_{\Delta MNK} = \frac{1}{2} NE \cdot MK$; $S_{\Delta MBN} = \frac{1}{2} NE \cdot BN$; $S_{\Delta NCK} = \frac{1}{2} NE \cdot NC$.

$$S_{\Delta MBN} + S_{\Delta NCK} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} NE(BN + NC) = \frac{1}{2} NE \cdot BC = \frac{1}{2} NE \cdot MK,$$

тобто $S_{\Delta MNK} = S_1 + S_2$.

Розглянемо ΔMKO:

$S_{\Delta MKO} = \frac{1}{2} EO \cdot MK$; $S_{\Delta MAO} = \frac{1}{2} EO \cdot AO$; $S_{\Delta KDO} = \frac{1}{2} EO \cdot OD$, то

$S_{\Delta MAO} + S_{\Delta KDO} = S_3 + S_4 = EO(AO + OD) = \frac{1}{2} EO \cdot AD = \frac{1}{2} EO \cdot MK$, тобто

$S_{\Delta MKO} = S_3 + S_4$. Звідки $S_{MNKO} = S_{\Delta MNK} + S_{\Delta MKO} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$.

Доведено.

Відповідь: $S_{MNKO} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$.

б) Нехай ΔABC — даний. $AM = MN$, $BN = NK$, $MK = KC$. $S_{\Delta MNK} = S$. Знайти: $S_{\Delta ABC}$ — ?

Зробимо додаткову побудову. Проведемо висоти з вершин B і N на MC. $BO_1 \perp MC$, $NO \perp OC$. Розглянемо ΔBO_1K і ΔNOK. Враховуючи, що $BO_1 \parallel NO$ і ΔBO_1K і ΔNOK — прямокутні, мають спільний кут $\angle K$, то маємо $\angle BO_1K \backsim \Delta NOK$

за гострим кутом. Звідки $\frac{BO_1}{NO} = \frac{BK}{BN} = \frac{2}{1}$ $(BN = 2BK)$, тобто $BO_1 = 2NO$.

Розглянемо ΔMNK і ΔBKC. Маємо $S_{\Delta MNK} = \frac{1}{2} NO \cdot MK$; $S_{\Delta BKC} = \frac{1}{2} BO_1 \cdot KC$,

так як $S_{\Delta MNK} = S$ і $S_{\Delta MNK} = S_{\Delta BKC} = \frac{1}{2} \cdot NO \cdot KC = NO \cdot MO = 2S$.

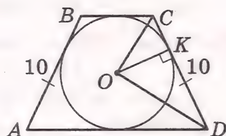
З аналогічних доведень маємо $S_{\Delta AMC} = 2S$ і $S_{\Delta ANB} = 2S$.

Звідки $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ANC} + S_{\Delta AMC} + S_{\Delta BKC} + S = 2S + 2S + 2S + S = 7S$.

Відповідь: $S_{\Delta ABC} = 7S$.

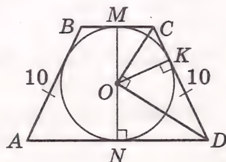
604. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD = 10$ см. $OK = r = 4$ см. $AD \parallel BC$.

Знайти: S_{ABCD} — ?



$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot MN$, $MN = h = 2r$, так як в трапецію вписано коло. $NM = 8$ см, то

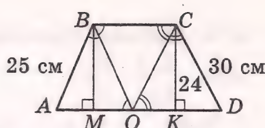
$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot 8 = 4(AD + BC)$.



За властивістю вписаного кола в чотирикутник маємо $AB + CD = BC + AD$, тобто $BC + AD = 2 \cdot 10 = 20$, то $S_{ABCD} = 4 \cdot 20 = 80$ см².

Відповідь: 80 см².

605. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = 25$ см, $CD = 30$ см. $CK = BM = 24$ см, $CK \perp AD$, $BM \perp AB$ — висоти, BO і CO — бісектриси. Знайти: S_{ABCD} — ?



Для розв'язання задачі розглянемо ΔCKD і ΔAMB — прямокутні. Із теореми Піфагора маємо $KD^2 = CD^2 - CK^2$;

$$KD = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{(30-24)(30+24)} = \sqrt{6 \cdot 54} = 6 \cdot 3 = 18 \text{ см};$$

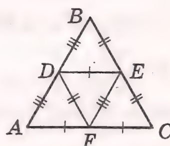
$$AM^2 = AB^2 - BM^2; \ AM = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{49} = 7 \text{ см}.$$

За умовою BO і OC — бісектриси тупих кутів трапеції, тобто $\angle ABO = \angle OBC$ і $\angle BCO = \angle OCD$, так як $BC \parallel AD$, то маємо $\angle CBO = \angle AOB$ і $\angle BOD = \angle COD$ — внутрішні різносторонні, а BO і CO — січні. Звідки маємо, що ΔCOD і ΔBOA — рівнобедрені, кути при основі рівні, тобто $CD = OD$ і $BO = AO$. Маємо: $AD = AO + OD = 30 + 25 = 55$ см; $BC = AD - AM - KD = 55 - (7 + 18) = 55 - 25 = 30$ см. Звідки

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BM = \frac{55 + 30}{2} \cdot 24 = 85 \cdot 12 = 1020 \text{ см}^2.$$

Відповідь: 1020 см^2.

606. Нехай дано ΔABC; $AD = BD$; $BE = EC$; $AF = FC$ за умовою, так як т. D, E, F — середини відповідних сторін AB, BC, AC трикутника ΔABC.



Довести: $S_{\Delta DBE} = \dfrac{1}{3} S_{ADEC}$.

Для доведення розглянемо ΔADF, ΔFEC, ΔDFE і ΔDBE. Враховуючи, що DE, DF, EF — середні лінії трикутника ΔABC за означенням, маємо: $DE = \dfrac{1}{2} AC$; $EF = \dfrac{1}{2} AB$; $DF = \dfrac{1}{2} BC$. Звідки маємо $DE = FC = AE$; $EF = AD = BD$; $DF = BE = EC$. Тобто $\Delta ADF = \Delta FEC = \Delta DFE = \Delta DBE$ за трьома сторонами.

Звідки маємо $S_{ADEC} = 3 \cdot S_{\Delta ADF} = 3 \cdot S_{\Delta BDE}$. Тобто $S_{\Delta DBE} = \dfrac{1}{3} S_{ADEC}$.

Доведено.

607. Нехай $ABCD$ — дана трапеція. $BC \parallel AD$; $BC = 2$ см; $AD = 8$ см.

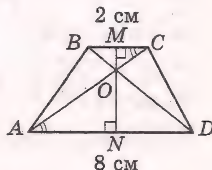
Знайти: а) $\dfrac{CO}{AC}$; б) $\dfrac{OD}{BD}$; в) $\dfrac{MO}{ON}$; г) $S_{\Delta BOC}$ і $S_{\Delta AOD}$.

Розглянемо ΔBOC і ΔAOD:

$\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні, $\angle DAC = \angle BCA$ — внутрішні різносторонні. $AD \parallel BC$, AC — січна, то $\Delta AOD \sim \Delta BOC$ за двома кутами.

Тому маємо із подібності $\dfrac{BO}{OD} = \dfrac{OC}{AO} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$.

а) $\dfrac{CO}{AC}$ — ? Нехай $BC = k$, $k > 0$, $AD = 4k$.



$AC = AO + OC = k + 4k = 5k$. Звідки $\dfrac{CO}{AC} = \dfrac{1}{5}$;

б) $\dfrac{OD}{BD}$ — ? Нехай $BD = 4k$, $CO = k$, $k > 0$.

$BD = BO + OD = 5k$. Тобто маємо $\dfrac{OD}{BD} = \dfrac{4}{5}$;

в) Із подібності трикутників $\Delta BOC \sim \Delta ADO$ маємо $\frac{OC}{AO}=\frac{BC}{AD}=\frac{MO}{ON}=\frac{1}{4}$, тобто $\frac{MO}{ON}=\frac{1}{4}$;

г) $\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta AOD}}=k^2$, тобто $\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta AOD}}=\frac{1}{16}$.

Відповідь: а) $\frac{CO}{AC}=\frac{1}{5}$; б) $\frac{OD}{BD}=\frac{4}{5}$; в) $\frac{MO}{ON}=\frac{1}{4}$; г) $\frac{1}{16}$.

§ 18. Застосування площ

614. а) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$; $\frac{AB}{A_1B_1}=3$; $S_{\Delta A_1B_1C_1}=9$ см^2; $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}=k^2$, тобто $S_{\Delta ABC}=3^2\cdot 9=81$см^2;

б) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$; $\frac{AB}{A_1B_1}=3$; $S_{\Delta ABC}=9$ см^2; $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}=k^2$,

тобто $S_{\Delta A_1B_1C_1}=\frac{S_{\Delta ABC}}{k^2}=\frac{9}{3^2}=1$.

Відповідь: а) 81 см^2; б) 1 см^2.

615. $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, тобто $k=\frac{1}{3}$, то маємо $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}=k^2=\frac{1}{9}$. *Відповідь*: 1 : 9.

616. а) Нехай $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$; $S_{\Delta ABC}=24$ см^2; $S_{\Delta A_1B_1C_1}=6$ см^2, $AB=8$ см.

Враховуючи, що $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}=k^2$, то маємо $k^2=\frac{24}{6}$; $k^2=4$; $k=2$.

Тобто $\frac{AB}{A_1B_1}=k$; $A_1B_1=\frac{AB}{k}=\frac{8}{2}=4$ см.

Відповідь: 4 см.

б) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$; $BC=2$ см, $B_1C_1=6$ см; $S_{\Delta A_1B_1C_1}=18$ см^2.

Враховуючи, що $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}=k^2$, $k=\frac{BC}{B_1C}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, то маємо

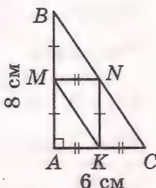
$S_{\Delta ABC}=k^2\cdot S_{\Delta A_1B_1C_1}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 18=2$ см^2.

Відповідь: 2 см^2.

617. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C=90°$.

$AC=8$ см, $BC=6$ см. MN, NK — середні лінії ΔACB.

Знайти: $S_{\Delta MNK}$ — ?



Враховуючи, що MN і NK — середні лінії, то за властивостями середньої лінії маємо $MN=\frac{1}{2}BC$;

$MN \parallel BC$; $NK=\frac{1}{2}AC$, $NK \parallel AC$; $MK=\frac{1}{2}AB$, $MK \parallel AB$.

То $\Delta ACB \sim \Delta MNK$ за пропорційністю трьох сторін, тобто

$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MKN}}=\left(\frac{BC}{MN}\right)^2=k^2$.

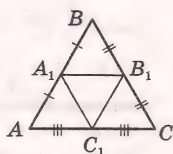
Із подібності трикутників маємо $\frac{BC}{MN}=\frac{6}{\frac{1}{2}6}=\frac{2}{1}=2$, тобто $k=2$, $k>0$,

k — коефіцієнт пропорційності.

$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ см^2, то маємо $S_{\Delta MKN} = \frac{S_{\Delta ACB}}{k^2} = \frac{24}{2^2} = 6$ см^2.

Відповідь: 6 см^2.

618. Нехай дано ΔABC, A_1B_1; B_1C_1; A_1C_1 — середні лінії ΔABC, $S_{\Delta A_1B_1C_1} = 5$ см^2. Знайти: $S_{\Delta ABC}$ — ?



За умовою A_1B_1; B_1C_1; A_1C_1 — середні лінії трикутника, тобто $AA_1 = A_1B$; $BB_1 = B_1C$; $AC = C_1C$ за властивістю середньої лінії трикутника маємо: $A_1B_1 \parallel AC$;

$A_1B_1 = \frac{1}{2} AC$; $B_1C_1 \parallel AB$; $B_1C_1 = \frac{1}{2} AB$; $A_1C_1 \parallel BC$;

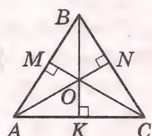
$A_1C_1 = \frac{1}{2} BC$. Тобто $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ за пропорційністю трьох сторін,

то маємо, що коефіцієнт подібності $k = \frac{1}{2}$, враховуючи, що $\frac{S_{\Delta A_1B_1C_1}}{S_{\Delta ABC}} = k^2$.

маємо $S_{\Delta ABC} = \frac{S_{\Delta A_1B_1C_1}}{k^2} = \frac{5}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 5 \cdot 4 = 20$ см^2.

Відповідь: 20 см^2.

619. Нехай ΔABC — даний. BK, AN, CN — висоти, тобто $BK \perp AC$, $AN \perp BC$, $CN \perp AB$. $BK = 21$ см, $AN = 28$ см, $CM = 60$ см. $AC = 1$ м $= 100$ см. Знайти: $P_{\Delta ABC}$ — ?



За методом площин маємо

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} AN \cdot BC = \frac{1}{2} MC \cdot AB$,

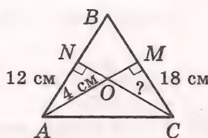
тобто $BK \cdot AC = AN \cdot BC = MC \cdot AB$. Звідки $AN \cdot BC = 2100$;

$MC \cdot AB = 2100$; $BC = \frac{2100}{28} = 75$ см; $AB = \frac{2100}{60} = 35$ см.

Маємо $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 100 + 75 + 35 = 210$ см.

Відповідь: 210 см.

620. Нехай ΔABC — даний, $AB = 12$ см, $BC = 18$ см, $AK \perp BC$, $CM \perp AB$, $AK = 4$ см. Знайти: MC — ?



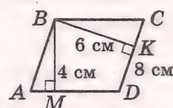
За методом площин маємо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot MC$. Звідки $\frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot MC$;

$AK \cdot BC = AB \cdot MC$; $MC = \frac{AK \cdot BC}{AB}$, то $MC = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot 18}{\underset{3}{\cancel{12}}} = 6$ см.

Відповідь: 6 см.

621. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, BM і BK — висоти, тобто $BM \perp AD$, $BK \perp CD$, $BM = 4$ см, $BK = 6$ см, $CD = 8$ см. Знайти: P_{ABCD} — ?



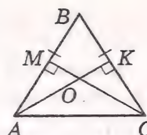
За методом площин маємо $S_{ABCD} = BM \cdot AD = BK \cdot CD$, тобто $BM \cdot AD = BK \cdot CD$, звідки

$AD = \frac{BK \cdot CD}{BM} = \frac{6 \cdot 8}{4} = 12$ см.

Маємо $P_{ABCD} = 2 \cdot (12 + 8) = 40$ см.

Відповідь: 40 см.

622. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $CM \perp AB$, $AK \perp BC$, CM і AK — висоти. Довести, що $CM = AK$.

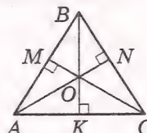


Для доведення використовуємо метод площин:

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CM \cdot AB$ і $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AK \cdot BC$. Звідки

$\frac{1}{2}CM \cdot AB = \frac{1}{2}AK \cdot BC$; $CM \cdot AB = AK \cdot BC$, так як за умовою ΔABC — рівнобедрений, то маємо $AB = BC$, звідки $CM = AK$. Доведено.

623. Нехай ΔABC — даний, $AN = CM = BK$ — висоти. Довести, що ΔABC— рівносторонній.



Для доведення використовуємо метод площин:

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BK \cdot AC = \frac{1}{2}AN \cdot BC = \frac{1}{2}MC \cdot AB$,

тобто $BK \cdot AC = AN \cdot BC = MC \cdot AB$.

Враховуючи, що за умовою $AN = CM = BK$, то маємо $AC = BC = AB$, тобто ΔABC — рівносторонній за означенням. Доведено.

624. Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$; $k = 3$. За умовою $S_{\Delta ABC} > S_{\Delta A_1B_1C_1}$ на 24 см². Нехай

$S_{\Delta A_1B_1C_1} = x$, $x > 0$, то $S_{\Delta ABC} = x + 24$. Маємо $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = k^2$, то $\frac{x + 24}{x} = 3^2$,

звідки $x + 24 = 9x$; $8x = 24$; $x = 3$. Тобто $S_{\Delta A_1B_1C_1} = 3$ см², то $S_{\Delta ABC} = 27$ см².

Відповідь: 3 см² і 27 см².

625. Нехай $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$; $S_{\Delta ABC} = 75$ м², $S_{\Delta A_1B_1C_1} = 300$ м², $P_{\Delta ABC} = 54$ м.

Знайти: $P_{\Delta A_1B_1C_1}$ — ?

Так як $k^2 = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}}$, то маємо $k^2 = \frac{75}{300}$; $k^2 = \frac{1}{4}$, тобто $k = \frac{1}{2}$.

Враховуючи, що $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta A_1B_1C_1}} = k$, то $P_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{P_{\Delta ABC}}{k} = 54 : \frac{1}{2} = 108$ см.

Відповідь: 108 см.

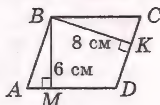
626. $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$; $AB : A_1B_1 = \frac{2}{3}$, $S_{\Delta A_1B_1C_1} = 81$ см². Знайти: $S_{\Delta ABC}$ — ?

З умови задачі маємо $k = \frac{2}{3}$, то $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = k^2$, то

$S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 81 = \frac{4 \cdot \cancel{81}^{9}}{\cancel{9}_{1}} = 36$ см². *Відповідь*: 36 см².

627. Нехай площа земельної ділянки трикутної форми на плані $S = 2{,}5$ см², площа самої ділянки S_1. Оскільки масштаб плану 1 : 1000, то маємо $\frac{S}{S_1} = \left(\frac{1}{1000}\right)^2$, звідки маємо $S_1 = S \cdot 1000^2 = 2{,}5 \cdot 1000^2 = 2\,500\,000$ см² = = 250 м². *Відповідь*: 250 м².

628. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм. BM і BK — висоти, $BM = 6$ см, $BK = 8$ см. $P_{ABCD} = 56$ см.

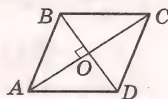


Для розв'язання задачі маємо $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$; тобто $2(AB + AD) = 56$; $AB + AD = 28$ см. За методом площин, враховуючи, що $BM \perp AD$, $BK \perp CD$ — висоти, маємо: $S_{ABCD} = BM \cdot AD = BK \cdot CD$, тобто $BM \cdot AD = BK \cdot CD$. Нехай $AB = x$, $x > 0$, то $AD = (24 - x)$ см. Маємо рівняння $6x = 2(28 - x)$; $6x = 224 - 8x$; $6x + 8x = 224$; $14x = 224$; $x = 224 : 14$; $x = 16$.

Отже: $AB = 16$ см, $AD = 28 - 16 = 12$ см. *Відповідь*: 16 см; 12 см.

629. Нехай $ABCD$ — даний ромб, AC і BD — діагоналі, $BD = 30$ см, $AC = 40$ см. Знайти: h — висоту ромба.

Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOB — прямокутний. За властивостями ромба $\angle AOB = 90°$;



$AO = \frac{AC}{2} = 20$ см; $BO = \frac{BD}{2} = 15$ см.

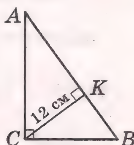
За теоремою Піфагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$;

$AB = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$ см.

За методом площин маємо: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40 = 600$ см^2;

$S_{ABCD} = AB \cdot h = 25h$. Маємо рівняння $25h = 60$; $k = 600 : 25 = 24$ см. *Відповідь*: 24 см.

630. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$; $CB : AC = 3 : 4$; $CK = 12$ см — висота. Знайти: AC і BC.

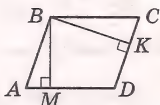


Для розв'язання задачі розглянемо ΔACB — прямокутний, єгипетський. Катети $CB = 3k$, $AC = 4k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, то $AB = 5\ k$. За методом площин маємо

$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$; $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} CK \cdot AB$; $\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} CK \cdot AB$;

$AC \cdot BC = CK \cdot AB$. Тобто маємо рівняння $4k \cdot 3k = 12 \cdot 5k$; $12k^2 = 60k$; $12k^2 - 60k = 0$; $12k(k - 5) = 0$; $k \neq 0$, $k = 5$. Отже, $CB = 3 \cdot 5 = 15$ см; $AC = 4 \cdot 5 = 20$ см. *Відповідь*: 15 см; 20 см.

631. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $BK = BM$ — висоти. Довести: $ABCD$ — ромб.

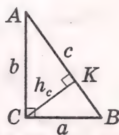


За методом площин маємо:

$S_{ABCD} = BK \cdot CD = BM \cdot AC$.

Звідки $BK \cdot CD = BM \cdot AC$. Враховуючи, що за умовою $BK = BM$, маємо $AD = DC$. Отже, $AB = BC = CD = AD$, то $ABCD$ — ромб за означенням. Доведено.

632. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, де $AC = b$; $BC = a$; $AB = c$; a, b, $c > 0$; $CK \perp AB$ — висота.

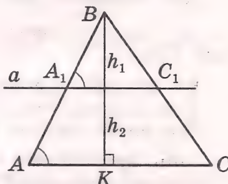


Довести: $h_c = \frac{ab}{c}$.

За методом площин маємо $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} ab$

і $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} h_c \cdot c$, то $\frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} h_c \cdot c$; $ab = h_c \cdot c$; $h_c = \frac{ab}{c}$. Доведено.

633. Нехай дано ΔABC, $a \parallel AC$, $A_1 \in AB$, $C_1 \in BC$, $S_{\Delta A_1BC_1} = S_{AA_1C_1C}$.



Знайти: $BA_1 : A_1A$; $BC_1 : C_1C$ — ?

Розглянемо ΔA_1BC_1 і ΔABC, $\angle B$ — спільний, $\angle A = \angle A_1$ — відповідні, $A_1C_1 \parallel AC$.

Тобто $\Delta A_1BC_1 \backsim \Delta ABC$. Звідки

$\frac{BA_1}{BA} = \frac{BC_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{h_1}{h} = k$, $k > 0$; $k^2 = \frac{S_{\Delta A_1BC}}{S}$.

Так як $S_{\Delta A_1BC_1} = S_{AA_1C_1C}$, то $S_{\Delta ABC} = 2S_{\Delta A_1B_1C_1}$; $k^2 = \frac{1}{2}$; $k = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

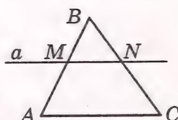
Маємо $\frac{BA_1}{BA} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $BA = B_1A + A_1A$, то $\frac{BA}{BA_1} = \frac{\sqrt{2}}{1}$; $\frac{B_1A + A_1A}{BA_1} = \sqrt{2}$;

$1 + \frac{A_1A}{BA_1} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{A_1A}{BA_1} = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow \frac{BA_1}{A_1A} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$;

$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{1}$. Отже, $\frac{C_1C}{BC_1} = \sqrt{2}+1$; то $\frac{BC_1}{C_1C} = \sqrt{2}+1$.

Відповідь: $\frac{BC_1}{C_1C} = \frac{BA_1}{A_1A} = \frac{\sqrt{2}+1}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

634. Нехай дано ΔABC, пряма $a \parallel AC$, пряма a поділяє ΔABC у відношенні 9 : 16.



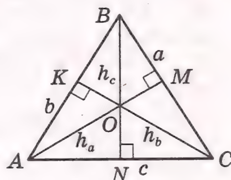
Для побудови прямої $a \parallel AC$ і поділяє ΔABC у відношенні 9 : 16 враховуємо, що $\frac{S_{\Delta MBN}}{S_{\Delta ABC}} = k^2$ ($\Delta MBN \backsim \Delta ABC$); $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta MBN} + S_{AMNC}$, то маємо $\frac{S_{\Delta MBN} + S_{AMNC}}{S_{\Delta MBN}} = k^2$;

$1 + \frac{S_{AMNC}}{S_{\Delta MBN}} = k^2$, тобто $k^2 = 1 + \frac{9}{16}$; $k^2 = \frac{25}{9}$; $k = \frac{5}{3}$, то $\frac{AB}{BM} = \frac{5}{3}$;

$AB = AM + BM$, маємо $\frac{AM + MB}{MB} = \frac{5}{3}$; $\frac{AM}{MB} + 1 = \frac{5}{3}$; $\frac{AM}{MB} = \frac{5}{3} - 1$;

$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$; $\frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$; $\frac{MN}{AC} = \frac{3}{5}$. *Відповідь*: $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$; $\frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$; $\frac{MN}{AC} = \frac{3}{5}$.

635. Довести, що $a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}$.



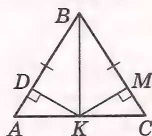
Нехай дано ΔABC, $CK = h_b$; $AM = h_a$; $BM = h_c$ — висоти; $AM = b$, $BC = a$, $AC = c$, a, b, $c > 0$.
Для доведення використовуємо метод площин.

Маємо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}h_a \cdot a = \frac{1}{2}h_b \cdot b = \frac{1}{2}h_c \cdot c$.

Тобто $\frac{1}{2}h_a \cdot a = \frac{1}{2}h_b \cdot b = \frac{1}{2}h_c \cdot c \Leftrightarrow h_a a = h_b b = h_c c \Rightarrow a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}$.

Доведено.

636. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $K \in AC$ — основа трикутника, $KM \perp BC$, $KD \perp AD$.
Довести: $KM + KD = \text{const}$.
Для доведення маємо

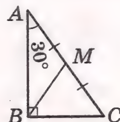


$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AKB} + S_{\Delta CKB} = \frac{1}{2}DK \cdot AB + \frac{1}{2}KM \cdot BC =$

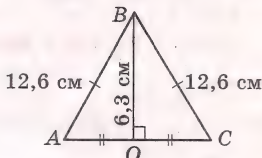
$= \frac{1}{2}BC(DK + KM)$ (врахували, що за умовою $AB = BC$).

Так як за умовою $K \in AC$, а S і AB — незмінні, то $DK + KM = \text{const}$ і не залежить від вибору точки.

637. Нехай дано ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$, $\angle A = 30°$, BM — медіана. Довести, що ΔBMC — рівносторонній.
За властивістю медіани прямокутного трикутника маємо $BM = AM = MC$.



Розглянемо ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$. $BC = \frac{AC}{2}$ (так як катет, який лежить напроти кута 30°, в 2 рази менше гіпотенузи), тобто $BC = AM$, маємо $BM = MC = BC$, тобто ΔBMC — рівносторонній за означенням. Доведено.



638. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC = 12{,}6$ см, BO — медіана, $BO = 6{,}3$ см.

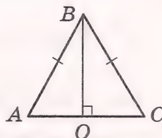
За властивістю медіани рівнобедреного трикутника маємо $AO = OC$, BO — медіана, висота, тобто $\angle AOB = 90°$. Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($\angle AOB = 90°$).

Так як катет $BO = 6{,}3$ см в 2 рази менше гіпотенузи $AB = 12{,}6$ см, то $\angle A = 30°$. Враховуючи, що $\angle A = \angle C = 30°$, $\angle B = 180° - (30° + 30°) = 120°$.
Відповідь: 30°; 30°; 120°.

Задачі для підготовки до контрольної роботи № 4

1. $180(n - 2) = 1080$; $n - 2 = 1080 : 180$; $n - 2 = 6$; $n = 8$. *Відповідь*: 8.

2. Враховуючи, що площа квадрата $S_{кв.} = a^2$, то маємо $a^2 = 144$; $a = 12$ см ($a > 0$). Ширина прямокутника: $12 - 2 = 10$ см, а довжина: $12 + 2 = 14$ см. $S_{прям.} = 10 \cdot 14 = 140$ см². *Відповідь*: 140 см².

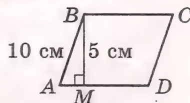


3. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, $AB : AC = 5 : 6$. $BO = 8$ см — висота, $BO \perp AC$.

Нехай $AB = 5k$, $AC = 6k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника, BO — медіана, тобто $AO = \frac{AC}{2} = \frac{6k}{2} = 3k$.

Розглянемо ΔAOB — прямокутний ($\angle AOB = 90°$), єгипетський, так як $AB = 5k$, $AO = 3k$, то $BO = 4k$. Маємо $4k = 8$; $k = 2$.

Звідки $AC = 6 \cdot 2 = 12$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BO \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$ см².
Відповідь: 48 см².

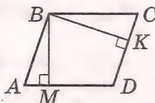


4. Нехай $ABCD$ — даний ромб, $BM = 5$ см — висота ромба, $S_{ABCD} = 50$ см².

Знайдемо сторону ромба. Оскільки $S_{ABCD} = BM \cdot AD$, то $AD = \frac{S_{ABCD}}{BM}$; $AD = \frac{50}{5} = 10$ см.

Розглянемо ΔAMB — прямокутний, $\angle AMB = 90°$. $AB = 10$ см — гіпотенуза, $BM = 5$ см — катет, то $\angle A = 30°$, так як катет BM в 2 рази менше за гіпотенузу.

За властивостями ромба $\angle A = \angle C = 30°$, а $\angle B = 180° - \angle A$, маємо $\angle B = \angle C = 180° - 30° = 150°$. *Відповідь*: 30°; 150°; 30°; 150°.

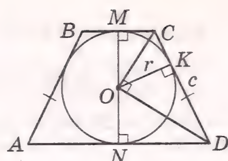


5. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, BM і BK — висоти. $BM = 15$ см, $BK = 18$ см, $BM \perp AD$, $BK \perp CD$.

Нехай $A_1B_1C_1D_1$ — паралелограм, рівновеликий паралелограму $ABCD$. $S_{A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD}$. B_1M_1 і B_1K_1 — висоти $A_1B_1C_1D_1$ і $A_1D_1 = 3AD$; $C_1D_1 = 3CD$.

Враховуючи, що $S_{ABCD} = S_{A_1B_1C_1D_1}$ за умовою, маємо $S_{ABCD} = BM \cdot AD = BK \cdot CD$, тобто $15AD = 18CD$, так $S_{A_1B_1C_1D_1} = B_1M_1 \cdot A_1D_1 = B_1M_1 \cdot 3AD$ і $S_{A_1B_1C_1D_1} = B_1K_1 \cdot C_1D_1 = B_1K_1 \cdot 3CD$. Маємо: $15AD = B_1M_1 \cdot 3AD$; $B_1M_1 = 5$ см і $18\,CD = B_1K_1 \cdot 3CD$; $B_1K_1 = 6$ см. *Відповідь*: 5 см; 6 см.

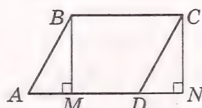
6. Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AB = CD = c$, $BC \parallel AD$. В трапецію вписане коло з центом O, $OK = r$. Довести: $S = 2cr$.



За властивістю чотирикутника, описаного навколо кола, маємо $AB + CD = BC + AD$, тобто $BC + AD = 2c$. Враховуючи, що MN — висота, то $MN = 2r$, $MN \perp AD$, $MN \perp BC$.

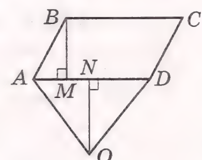
Маємо $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot MN = \dfrac{2c}{r} \cdot 2r = 2cr$. Доведено.

639. $ABCD$ — паралелограм, $BCNM$ — прямокутник. $S_{ABCD} = AD \cdot BM$, $S_{BCNM} = BM \cdot MN$.



Розглянувши ΔAMB — прямокутний ($\angle AMB = 90°$), маємо $BM < AB$, катет менше за гіпотенузу, тобто $S_{BCNM} < S_{ABCD}$. Доведено.

640. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм, $BM \perp AD$ — висота ΔADO, $NO \perp AD$. $S_{ABCD} = S_{\Delta ADO}$. Порівняти AD і BM.



Розглянемо $ABCD$ — паралелограм. $S_{ABCD} = BN \cdot AD$.

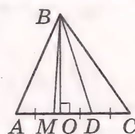
Для ΔADO: $S_{\Delta ADO} = \dfrac{1}{2} NO \cdot AO$.

За умовою маємо $S_{ABCD} = S_{\Delta ADO}$, то $BN \cdot AD = \dfrac{1}{2} NO \cdot AD$,

тобто $BN = \dfrac{1}{2} NO$, $NO = 2BN$. Звідки маємо: висота трикутника в 2 рази більша за висоту паралелограма.

Відповідь: в 2 рази висота трикутника більша за висоту паралелограма.

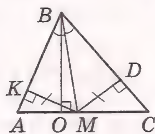
641. Нехай ΔABC — даний. Поділимо сторону AC на три рівних відрізка $AM = MD = DC$. Проведемо прямі $BM = BD$ і розглянемо ΔAMB, ΔMDB, ΔDCB. BO — висота ΔABC, ΔAMB, ΔMDB і ΔDCB. Тобто маємо



$S_{\Delta AMB} = \dfrac{1}{2} BO \cdot AM$, $S_{\Delta MDB} = \dfrac{1}{2} BO \cdot MD$, $S_{\Delta DCB} = \dfrac{1}{2} DC \cdot BO$.

Враховуючи, що $AM = MD = DC$, маємо $S_{\Delta DCB} = S_{\Delta AMB} = S_{\Delta MDB}$. Тобто трикутники рівновеликі.

642. Нехай дано ΔABC, BM — бісектриса. $MK \perp AB$, $MD \perp BC$, $MK \perp AB$, $MK = MD$. Довести: $\dfrac{AM}{MC} = \dfrac{AB}{BC}$.



Для доведення розглянемо ΔAMB і ΔCMB.

За методом площин будемо мати:

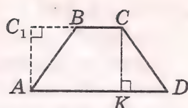
$S_{\Delta AMB} = \dfrac{1}{2} MK \cdot AB = \dfrac{1}{2} BO \cdot AM$ і $S_{\Delta CMB} = \dfrac{1}{2} MD \cdot BC = \dfrac{1}{2} BO \cdot MC$. Тобто

$$\begin{cases} MK \cdot AB = BO \cdot AM; \\ MD \cdot BC = BO \cdot MC; \\ MK = MD \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MD \cdot AB = BO \cdot AM; \\ MD \cdot BC = BO \cdot MC; \\ MK = MD \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MD = \dfrac{BO \cdot AM}{AB}; \\ MD = \dfrac{BO \cdot MC}{BC} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{BO \cdot AM}{AB} = \frac{BO \cdot MC}{BC} \Leftrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MC}{BC}, \text{ тобто } \frac{AM}{AB} = \frac{MC}{BC}.$$

Доведено.

643. а) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $BC : AD = 2 : 3$, $S_{ABCD} = 50$ см², AC — діагональ.



Знайти: $S_{\Delta ABC}$ і $S_{\Delta ACD}$ — ?

Розглянемо $ABCD$ — трапецію.

$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CK$. Нехай $BC = 2k$, $AD = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності. Маємо $S_{ABCD} = \frac{2K + 3K}{2} \cdot CK = \frac{5}{2} k \cdot CK$.

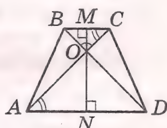
Враховуючи, що $S_{ABCD} = 50$ см², то $\frac{5}{2} k \cdot CK = 50$; $k \cdot CK = \frac{50 \cdot 2}{5} = 20$.

Розглянемо ΔACD: $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} CK \cdot AD = \frac{1}{2} CK \cdot 3k = \frac{3}{2} k \cdot CK = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30$ см².

Розглянемо ΔABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} C_1A \cdot BC = \frac{1}{2} CK \cdot 2k = CK \cdot k = 20$ см².

Відповідь: 20 см²; 30 см².

б) Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, $S_{ABCD} = 50$ см². $BC : AD = 2 : 3$, AC і BD — діагоналі.



Знайти: $S_{\Delta AOB}$, $S_{\Delta COD}$, $S_{\Delta AOD}$, $S_{\Delta BOC}$ — ?

Розглянемо ΔBOC і ΔAOD: $\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні, $\angle DAO = \angle ACB$ — внутрішні різносторонні, тобто $\Delta BCO \sim \Delta DAO$.

Маємо $\frac{BC}{AD} = \frac{MO}{ON} = \frac{2}{3}$, тобто $BC = 2k$, $AD = 3k$, $MO = 2k$, $ON = 3k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності, $MN = MO + ON = 5k$.

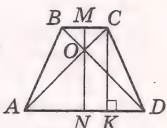
Враховуючи, що $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot MN$. маємо $\frac{2k + 3k}{2} \cdot 5k = 50$;

$\frac{25}{2} k^2 = 50$; $k^2 = \frac{100}{25}$; $k^2 = 4$; $k = 2$. Тобто $BC = 4$ см, $MO = 4$ см, $ON = 6$ см, $AD = 6$ см. $S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} MO \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ см²; $S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} 6 \cdot 6 = 18$ см²;

$S_{\Delta COD} = S_{\Delta ACD} - S_{\Delta AOD} = 30 - 18 = 12$ см²; $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta BOC} = 20 - 8 = 12$ см².

Відповідь: 12 см²; 8 см²; 18 см².

644. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $BC \parallel AD$, AC і BD — діагоналі. Довести: $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$; $\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta AOD}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2$.



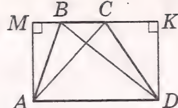
Для доведення $S_{\Delta AOB} = S_{COD}$ розглянемо ΔACD і ΔABC, ΔABD: $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} CK \cdot AD$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CK \cdot BC$; $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} CK \cdot AD$;

$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta AOD}$; $S_{\Delta COD} = S_{\Delta ACD} - S_{\Delta AOD}$.

Маємо $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} CK \cdot AD - S_{\Delta AOD}$; $S_{\Delta COD} = \frac{1}{2} CK \cdot AD - S_{\Delta COD}$, враховуючи, що $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ACD}$, то маємо $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$. З подібності трикутників $\Delta BOC \sim \Delta AOD$ (за двома кутами) маємо $\frac{BC}{AD} = \frac{MO}{ON} = k$;

$$\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta AOD}} = \frac{\frac{1}{2} MO \cdot BC}{\frac{1}{2} ON \cdot AD} = \frac{BC \cdot MO}{ON \cdot AD} = \frac{BC}{AD} \cdot \frac{MO}{ON} = k \cdot k = k^2 = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2.$$ Доведено.

645. Нехай $ABCD$ — чотирикутник, AC і BD — діагоналі, $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$. Довести: $ABCD$ — паралелограм або трапеція.



Для доведення проведемо висоти з вершин A і D на BC, $AM \perp BC$, $DK \perp BC$.

Знайдемо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC$, $S_{\Delta DBC} = \frac{1}{2} DK \cdot BC$.

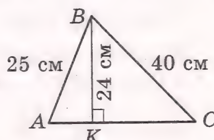
$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta BOC}$ і $S_{\Delta COD} = S_{\Delta BCD} - S_{\Delta BOC}$.

За умовою $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$, то маємо $S_{\Delta ABC} - S_{\Delta BOC} = S_{\Delta BCD} - S_{\Delta BOC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BCD}$.

Тобто $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} DK : BC$, $AM \cdot BC = DK \cdot BC$, то $AM = DK$.

Тобто, якщо $AM = DK$, то $AD \parallel BC$. За означенням $ABCD$ — трапеція або паралелограм. Доведено.

646. Нехай ΔABC — даний гострокутний, $AB = 25$ см, $BC = 40$ см, $BK \perp AC$ — висота, $BK = 24$ см.



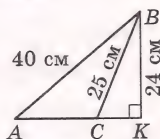
Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB і ΔCKB — прямокутні ($\angle AKB = \angle CKB = 90°$). Із теореми Піфагора маємо $AK^2 = AB^2 - BK^2$;

$AK = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{49} = 7$ см; $KC^2 = BC^2 - BK^2$;

$KC = \sqrt{40^2 - 24^2} = \sqrt{(40-24)(40+24)} = \sqrt{16 \cdot 64} = 4 \cdot 8 = 32$ см.

Тобто $AC = AK + KC = 7 + 32 = 39$ см.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 79 = 12 \cdot 39 = 468$ см^2.



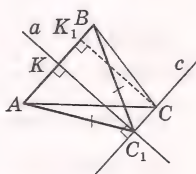
Задача має два розв'язка. ΔABC може бути тупокутним.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BK = 12 \cdot AC$, де $AC = AK - CK = 32 - 7 = 25$ см.

Тобто $S_{\Delta ABC} = 12 \cdot 25 = 300$ см^2.

Відповідь: 468 см^2; 300 см^2.

647. а) Нехай дано ΔABC. Для побудови рівнобедреного трикутника, рівновеликого даному з основою AB, маємо:

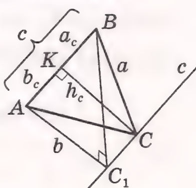


1) Проведемо пряму c через вершину C, $c \parallel AB$.
2) Відрізок AB ділимо навпіл $AK = BK$.
3) Через т. K проводимо пряму a, $a \perp c$, C_1 — вершина.
4) З'єднаємо т. A і т. C_1, т. B і т. C_1.

Розглянемо ΔABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CK_1$ ($CK_1 \perp AB$ — висота). Розглянемо ΔABC_1: $S_{\Delta ABC_1} = \frac{1}{2} C_1K \cdot AB$ ($C_1K \perp c$ за побудовою, $c \parallel AB$, тобто $C_1K = CK_1$).

Маємо $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABC_1}$. ΔABC_1 — рівнобедрений за властивостями, C_1K — висота і медіана за побудовою; $AC_1 = BC_1$.

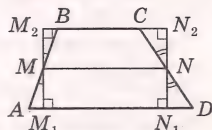
б) Нехай дано ΔABC. Для побудови прямокутного трикутника, рівновеликого даному з гіпотенузою AB, маємо:



1) Проведемо пряму c через т. C, $c \parallel AB$.
2) Враховуючи, що AB — гіпотенуза, CK — висота. Нехай $CK = h_c$, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

За метричними співвідношеннями в прямокутному трикутнику маємо $h_c^2 = a_c \cdot b_c$, $c = a_c + b_c$, $b_c = c - a_c$, то $h^2 = a_c(c - a_c)$, $h^2 = a_c c - a_c^2$; $a_c^2 - a_c c + h^2 = 0$. Розв'яжемо квадратне рівняння відносно a_c. Маємо $a_c = \dfrac{c \pm \sqrt{c^2 - 4h^2}}{2}$; $c^2 - 4h^2 > 0$, то $c^2 > 4h^2$, $c > 2h$. Тобто для побудови треба знайти довжину $AB = c$, $CK = h_c$. Обчислити a_c. Відкласти на відрізку $AB - a_c$. Отримати т. K і провести перпендикуляр на пряму c, отримавши шукану вершину C_2. Побудувати трикутник можливо тільки якщо $c^2 > 4h^2$.

648. Проводимо MN — середню лінію трапеції. Через т. M і N проводимо перпендикуляри на AD. $\Delta AM_1M = \Delta MM_2B$ — прямокутні, рівні за гіпотенузою і гострим кутом. $\Delta NN_1D = \Delta NC_2N$ — прямокутні, рівні за гіпотенузою і гострим кутом. Тобто розрізаємо трапецію по лінії MM_1 і NN_1. Отримаємо прямокутник $M_1M_2N_2N_1$.



649. Нехай ΔACB. Означимо $AC = a$, $BC = b$, $AC = c$, $h_a = 15$ см, $h_b = 20$ см, $h_c = 12$ см. Довести: ΔACB — прямокутний.

За методом площин маємо $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}h_a a = \dfrac{1}{2}h_b b = \dfrac{1}{2}h_c c$, тобто

$$\frac{1}{2}h_a a = \frac{1}{2}h_b b = \frac{1}{2}h_c c \Leftrightarrow \quad h_a a = h_b b = h_c c \Leftrightarrow \begin{cases} h_a a = h_b b; \\ h_a a = h_c c; \\ h_b b = h_c c \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 15a = 20b; \\ 15a = 12c; \\ 20b = 12c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{20}{15}b; \\ c = \dfrac{15}{12}a; \\ c = \dfrac{20}{12}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{4}{3}b; \\ c = \dfrac{5}{4}a; \\ c = \dfrac{5}{3}b. \end{cases} \Leftrightarrow$$

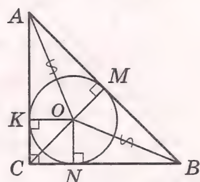
Знайдемо $a^2 + b^2 = \left(\dfrac{4}{3}b\right)^2 + b^2 = \dfrac{16}{9}b^2 + b^2 = \dfrac{25}{9}b^2 = \left(\dfrac{5}{3}b\right)^2$; $c = \dfrac{5}{3}b$.

За теоремою, оберненою до теореми Піфагора, маємо ΔACB — прямокутний. Доведено.

650. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$. В трикутник вписано коло з центром O, $OM = ON = OK = r$. Довести: $S_{\Delta ABC} = AM \cdot MB$.

Так як центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис, то CO, BO, AO — бісектриси $\angle C$, $\angle B$ і $\angle A$ відповідно.

Тобто $CKON$ — квадрат, $OK = ON = r$ ($OK \perp AC$, $ON \perp BC$), то $S_{CKON} = r^2$.



$\Delta ONB = \Delta OMB$ — прямокутні і рівні за гіпотенузою і катетом (OB — спільна сторона, $ON = OM = r$) $\Leftrightarrow NB = MB$.

$\Delta AKO = \Delta AMO$ — прямокутні, рівні за гіпотенузою і катетом (AO — спільна сторона, $OK = OM = r$) $\Leftrightarrow AK = AM$.

$S_{\Delta AKO} = S_{\Delta AMO} = \dfrac{1}{2}OM \cdot AM = \dfrac{1}{2}r \cdot AM$;

$S_{\Delta ONB} = S_{\Delta OMB} = \frac{1}{2} OM \cdot MB = \frac{1}{2} r \cdot MB.$

Розглянемо ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.

$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2}(KC + AK)(CN + NB) = \frac{1}{2}(r + AM)(r + MB);$

$S_{\Delta ACB} = S_{CKON} + 2S_{\Delta AMO} + 2S_{\Delta OMB} = r^2 + r \cdot AM + r \cdot MB$, то маємо
$S_{\Delta ABC} = r^2 + r \cdot AM + r \cdot MB = (r + AM)(r + MB);$
$r^2 + r \cdot AM + r \cdot MB = r^2 + r \cdot AM + r \cdot MB + AM \cdot MB;$
звідки маємо $S_{\Delta ABC} = AM \cdot MB$. Доведено.

651. Нехай дано трикутник зі сторонами a, b і c та площею S. Довести, що $S < (ab + bc + ac) : 6$.

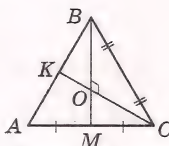
Для доведення використовуємо формулу для знаходження площі трикутника. $S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin\alpha = \frac{1}{2} bc \sin\beta = \frac{1}{2} ac \sin\gamma$.

Враховуючи, що значення $\sin\alpha \le 1$; $\sin\beta \le 1$; $\sin\gamma \le 1$, то маємо

$$\oplus \begin{cases} S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin\alpha; \\ S_\Delta = \frac{1}{2} bc \sin\beta; \\ S_\Delta = \frac{1}{2} ac \sin\gamma; \end{cases} \quad \begin{cases} 3S_\Delta = \frac{1}{2}(ab \sin\alpha + bc \sin\beta + ac \sin\gamma); \\ \sin\alpha \le 1; \\ \sin\beta \le 1; \\ \sin\gamma \le 1. \end{cases}$$ Звідки маємо:

$3S < \frac{1}{2}(ab + bc + ac)$, тобто $S < \frac{1}{6}(ab + bc + ac)$. Доведено.

652. Нехай дано ΔABC, BM і CK — медіани, $\angle BOC = 90°$, $BM = m_b$, $CK = m_c$. Знайти: S — ?



Враховуючи властивість медіан трикутника, тобто медіани точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, то маємо:

$OC = \frac{2}{3} m_c$; $OK = \frac{1}{3} m_c$; $BO = \frac{2}{3} m_b$; $ON = \frac{1}{3} m_b$.

За методом площин маємо:

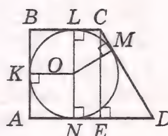
$S_{\Delta MBC} = S_{\Delta BOC} + S_{\Delta MOC} = \frac{1}{2} BO \cdot OC + \frac{1}{2} OM \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} m_b \cdot \frac{2}{3} m_c +$
$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m_b \cdot \frac{2}{3} m_c = \frac{2}{9} m_b m_c + \frac{1}{9} m_b m_c = \frac{3}{9} m_b m_c = \frac{1}{3} m_b m_c.$

За властивістю медіани маємо: $AM = MC$, $AK = KB$, то

$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} AM \cdot m_b = \frac{1}{2} m_b \cdot MC = S_{\Delta BMC} = \frac{1}{3} m_b m_c$. Тобто

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABM} + S_{\Delta MBC} = \frac{2}{3} m_b m_c$. *Відповідь:* $S = \frac{2}{3} m_b m_c$.

653. а) Нехай $ABCD$ — дана прямокутна трапеція, $BC \parallel AD$, $\angle A = \angle B = 90°$, вписано коло з центром O. Довести: $S = AD \cdot BC$.



Для розв'язання задачі позначимо $AD = a$, $BC = b$, a, $b > 0$, $OM = r$, $AB = h_{\text{тр.}} = 2r$, $r > 0$, r — радіус вписаного кола. Оскільки

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = \frac{a + b}{2} \cdot 2r = (a + b)r.$

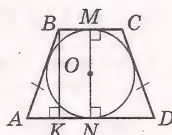
За властивістю описаного чотирикутника навколо кола маємо:
$AD + BC = AB + CD$, тобто $a + b = 2r + CD$.
Розглянемо ΔCED — прямокутний, $\angle CED = 90°$. За теоремою Піфагора маємо $CD^2 = CE^2 + ED^2$, тобто $CD^2 = (2r)^2 + (a - b)^2$. Маємо:

$$\begin{cases} a + b = 2r + CD; \\ CD^2 = (2r)^2 + (a-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} CD = (a+b) - 2r; \\ CD^2 = (2r)^2 + (a-b)^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} CD^2 = (a+b)^2 + 4r - 4r(a+b); \\ CD^2 = 4r^2 + (a-b)^2. \end{cases} \cancel{4r^2} + a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 + \cancel{4r^2} - 4r(a+b);$$

$\cancel{a^2} - 2ab + \cancel{b^2} = \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - 4r(a+b)$; $4r(a + b) = 4ab$; $r(a + b) = ab$, то враховуючи, що $S = (a + b) \cdot r$, маємо $S = ab$. Доведено.

б) Нехай $ABCD$ — дана рівнобічна трапеція, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, вписане коло з центром O. BK — висота, $BK \perp AD$.



Довести: $BK = \sqrt{BC \cdot AD}$.
Враховуючи властивість чотирикутника, описаного навколо кола, маємо: $BC + AD = AB + CD$; так як $AB = CD$, то $2AB = BC + AD$, $AB = \dfrac{BC + AD}{2}$.

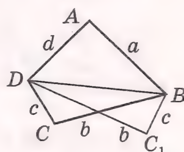
Для доведення маємо $AK = \dfrac{AD - BC}{2}$ ($ABCD$ — рівнобічна трапеція за умовою).
Розглянемо ΔAKB — прямокутний, $\angle AKB = 90°$. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 = AK^2 + BK^2$, тобто $BK^2 = AB^2 - AK^2$;

$$BK^2 = \left(\frac{BC + AD}{2}\right)^2 - \left(\frac{AD - BC}{2}\right)^2 = \left(\frac{BC + AD}{2} - \frac{AD - BC}{2}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{BC + AD}{2} + \frac{AD - BC}{2}\right) = \left(\frac{BC + \cancel{AD} - \cancel{AD} + BC}{2}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{BC} + AD + AD - \cancel{BC}}{2}\right) =$$

$= \dfrac{2BC}{2} \cdot \dfrac{2AD}{2} = BC \cdot AD$. Тобто $BK^2 = BC \cdot AD$; $BK = \sqrt{BC \cdot AD}$. Доведено.

654. Нехай a, b, c, d — довжини сторін чотирикутника, площа — S. Довести: $S \le \dfrac{1}{2}(ac + ba)$.

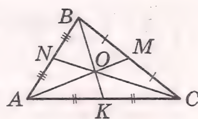


Якщо би a, c і b, d були би сусідніми сторонами чотирикутника, то наша нерівність була б беззаперечна тому, що площа трикутника не перевищує полу добутку його двох сторін.
Тому зробимо сторони a і c сусідніми. Перетворимо чотирикутник $ABCD \to ABC_1D$. $\Delta BC_1D = \Delta BCD$. Чотирикутник ABC_1D рівновеликий чотирикутнику $ABCD$. Проводимо діагональ AC_1, отримаємо два трикутника, у яких сторони відповідно дорівнюють a, c і b, d.

Маємо: $S_1 \le \dfrac{1}{2}ac$ і $S_2 \le \dfrac{1}{2}bd$, тобто $S = S_1 + S_2 \le \dfrac{1}{2}ac + \dfrac{1}{2}bd \le \dfrac{1}{2}(ac + bd)$;

$S \le \dfrac{1}{2}(ac + ba)$. Доведено.

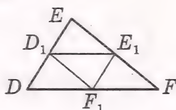
655. Нехай дано ΔABC: BK, AM, CN — медіани. $DE = AM$; $EF = BK$; $DF = CN$ ΔDEF. Довести, що $S_{\Delta DEF} : S_{\Delta ABC} = 3 : 4$.



Враховуючи властивість медіан трикутника, тобто точкою перетину діляться у відношенні $2 : 1$,

то зробимо додаткову побудову. Поділимо сторони трикутника ΔDEF, де $DE = AM$; $EF = BK$; $DF = CN$ у відношенні 2 : 1. Маємо:

$\begin{cases} \Delta DD_1F_1 = \Delta OKC; \\ \Delta D_1E_1E = \Delta OMB; \\ \Delta E_1F_1F = \Delta ONA \end{cases}$ — за двома сторонами і куту між ними.



Враховуючи, що $S_{\Delta OKC} = S_{\Delta OMB} + S_{\Delta AON} = \frac{S_{\Delta ABC}}{6}$,

то маємо $S_{\Delta DD_1F_1} + S_{\Delta D_1E_1E} + S_{\Delta E_1F_1F} = 3 \cdot \frac{S_{\Delta ABC}}{6} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$.

Враховуючи, що $F_1E_1 = KC = \frac{AC}{2}$; $D_1E_1 = BM = \frac{BC}{2}$; $D_1F_1 = BN = \frac{BA}{2}$,

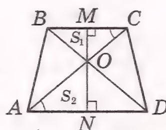
то маємо $\Delta F_1E_1D_1 \sim \Delta ABC$ за пропорційністю трьох сторін.

Враховуючи, що $\frac{S_{\Delta F_1E_1D_1}}{S_{\Delta ABC}} = k^2$ а $k = \frac{1}{2}$, то маємо $S_{\Delta F_1E_1D_1} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$;

$S_{\Delta FDE} = S_{\Delta F_1D_1E_1} + S_{\Delta DD_1F_1} + S_{\Delta D_1E_1E} + S_{\Delta E_1FF_1} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC} + \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{3}{4} S_{\Delta ABC}$, тобто

$\frac{S_{\Delta FDE}}{3S_{\Delta ABC}} = 3 : 4$. Доведено.

656. Нехай $ABCD$ — дана трапеція, $AD \parallel BC$, AC і BD — діагоналі, $S_{\Delta BOC} = S_1$, а $S_{\Delta AOD} = S_2$. Знайти: S_{ABCD} — ?



Враховуючи, що $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot MN$ (MN — висота трапеції). Розглянемо ΔBOC і ΔAOD: $\angle BOC = \angle AOD$ — вертикальні; $\angle DAO = \Delta BCO$ — внутрішні різносторонні ($BC \parallel AD$, AC — січна). Тобто $\Delta BOC \sim \Delta DAO$, маємо

із подібності $\frac{BC}{AD} = \frac{OC}{OA} = \frac{OM}{ON} = k$, $k > 0$ ($OM \perp BC$; $ON \perp AD$; $OM + ON = MN$).

Враховуємо, що $\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta AOD}} = k^2$, тобто $\frac{S_1}{S_2} = k^2$, то маємо $k = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$. Звідки

$\frac{BC}{AD} = \frac{OM}{ON} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}$, то $BC = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} \cdot AD$, $OM = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} \cdot ON$.

Запишемо:

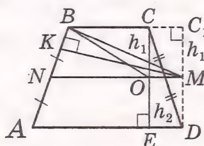
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\left(AD + \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} \cdot AD\right)(OM + ON) = \frac{1}{2} AD\left(1 + \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}\right)\left(\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} ON + ON\right) =$$

$$= \frac{1}{2} AD \cdot ON\left(1 + \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}\right)^2 = \left|S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AD \cdot ON = S_2\right| = S_2 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}\right)^2 =$$

$$= S_2 \cdot \left(\frac{\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}\right)^2 = \frac{S_2 \cdot \left(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1}\right)^2}{S_2} = \left(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1}\right)^2 = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1S_2}.$$

Відповідь: $S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1S_2}$.

657. Нехай дано $ABCD$ — трапеція. $BC \parallel AD$, $CM = MD$, $M \in CD$. $MK \perp AB$, $K \in AB$. Довести: $S_{ABCD} = MK \cdot AB$.



Для доведення проведемо висоту трапеції з вершини C, $DE \perp AD$, $CE \perp BC$.

Проведемо середню лінію MN; $MN \parallel AD \parallel BC$; $MN = \frac{AD+BC}{2}$. Позначимо $CO = h_1$; $OE = h_2$; $CE_1 = CO + OE = h_1 + h_2 = h$; $h_2 = \frac{h}{2}$; $h_1 = \frac{h}{2}$.

За методом площин маємо:

$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2}h_2 = S_{ANMO} + S_{\Delta NMB} + S_{\Delta BCM} = \frac{AD+MN}{2}h_2 + \frac{1}{2}NB \cdot MK + \frac{1}{2}BC \cdot h_1 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(AD + \frac{AD+BC}{2}\right)h_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot MK + \frac{1}{2}BC \cdot h_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}AD + \frac{BC}{2}\right)\frac{h}{2} +$$

$$+ \frac{1}{4} \cdot AB \cdot MK + \frac{1}{4}BC \cdot h = \frac{1}{8}h(3AD+BC) + \frac{1}{4}AB \cdot MK + \frac{1}{4}hBC =$$

$$= \left[\frac{1}{8}h(3AD+BC) + \frac{1}{4}hBC\right] + \frac{1}{4}AB \cdot MK = \left[\frac{h}{2}\left(\frac{3}{4}AD + \frac{BC}{4} + \frac{BC}{2}\right)\right] + \frac{1}{4}AB \cdot MK =$$

$$= \left[\frac{h}{2}\left(\frac{3}{4}AD + \frac{BC}{4} + \frac{BC}{2}\right)\right] + \frac{1}{4}AB \cdot MK = \frac{3}{8}h(AD+BC) + \frac{1}{4}AB \cdot MK.$$

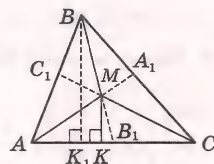
Так як $\frac{AB+CD}{2}h = \frac{3}{8}(AD+BC) + \frac{1}{4}AB \cdot MK$;

$\frac{1}{4}AB \cdot MK = \frac{4(AB+CD)}{8}h - \frac{3}{8}h(AD+BC)$; $\frac{1}{4}AB \cdot MK = \frac{AB+CD}{8}h$;

$2AB \cdot MK = (AB+CD)h$; $AB \cdot MK = \frac{(AB+CD)}{2}h$.

То маємо $S_{ABCD} = AB \cdot MK$. Доведено.

658. Нехай ΔABC — даний. $S_{\Delta AMB} = S_{\Delta BMC} = S_{\Delta AMC}$. Довести: AA_1; BB_1; CC_1 — медіани.



Знайдемо $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BK_1$ (BK_1 — висота, $BK_1 \perp AC$); $S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2}AC \cdot MK_1$ (MK_1 — висота, $MK_1 \perp AC$). Враховуючи, $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMB} + S_{\Delta BMC} + S_{\Delta AMC} = 3 \cdot S_{\Delta AMC}$. Тобто маємо

$\frac{1}{2}AC \cdot BK_1 = \frac{3}{2}AC \cdot MK_1 \Leftrightarrow BK_1 = 3MK_1$.

Розглянемо ΔABB_1. Маємо:

$$S_{\Delta ABB_1} = S_{\Delta AMB_1} + S_{\Delta AMB} = S_{\Delta AMB_1} + S_{\Delta AMC} = \left|S_{\Delta AMB} = S_{\Delta AMC}\right| =$$

$= \frac{1}{2}MK_1 \cdot AB_1 + \frac{1}{2}MK_1AC = \frac{1}{2}MK_1(AB_1 + AC)$. Так як $S_{\Delta ABB_1} = \frac{1}{2}AB_1 \cdot BK_1$,

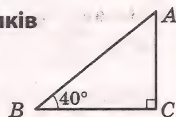
то $\frac{1}{2}AB_1 \cdot BK = \frac{1}{2}MK_1(AB_1 + AC)$; $AB_1 \cdot BK_1 = MK_1(AB_1 + AC)$;

$AB_1 \cdot BK_1 = MK_1 \cdot AB_1 + MK_1 \cdot AC$; $3MK_1 \cdot AB_1 - AB_1 \cdot MK_1 = MK_1 \cdot AC$;

$2MK_1 \cdot AB_1 = MK_1 \cdot AC$, тобто $2AB_1 = AC$; $AB_1 = \frac{AC}{2}$, тобто BB_1 — медіана.

Для AA_1 і CC_1 аналогічні доведення. Доведено.

§ 19. Розв'язання прямокутних трикутників



666. $BC = 3$ см, $AC = 2{,}5$ см, $AB = 3{,}9$ см.

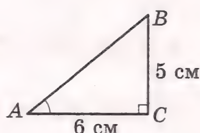
$\sin\angle B = \sin 40° = \frac{AC}{AB} = \frac{2{,}5}{3{,}9} = 0{,}641$;

$\cos\angle B = \cos 40° = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{3,9} = 0,769;$

$\text{tg}\,\angle B = \text{tg}\,40° = \frac{AC}{BC} = \frac{2,5}{3} = 0,833.$

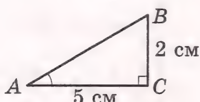
Відповідь: sin 40° = 0,641; cos 40° = 0,769; tg 40° = 0,833.

667. а) $\text{tg}\,\angle A = \frac{5}{6}$; $AC = 5k$, $BC = 6k$, $k > 0$.



Нехай $k = 1$, то $AC = 5$ см, $BC = 6$ см.
ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$; $AC = 6$ см; $BC = 5$ см.

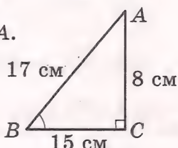
б) $\sin\angle A = \frac{2}{5}$; $AC = 2k$, $AB = 5k$, $k > 0$.



Нехай $k = 1$, $AC = 2$ см, $AB = 5$ см.
ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$; $BC = 2$ см, $AB = 5$ см.

Побудова кутів $\text{tg}\,\angle A = \frac{5}{6}$ і $\sin\angle A = \frac{2}{5}$ зводиться до побудови прямокутних трикутників.

668. Нехай ΔACB — прямокутний трикутник ($\angle C = 90°$).
$AC = 15$ см, $BC = 8$ см. Знайти: $\sin\angle A$, $\cos\angle A$, $\text{tg}\,\angle A$.
$\angle A < \angle B$, так як $BC < AC$.



Розглянемо ΔACB — прямокутний. Із теореми Піфагора маємо: $AB^2 = AC^2 + BC^2$;

$AB = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17.$ Знайдемо

$\sin\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{17};\quad \cos\angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17};\quad \text{tg}\,\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{15}.$

Відповідь: $\sin\angle A = \frac{8}{17};\quad \cos\angle A = \frac{15}{17};\quad \text{tg}\,\angle A = \frac{8}{15}.$

669. Маємо основну тригонометричну тотожність: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1.$ Тобто: 1 : 1. Може.

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{9}{16} = \frac{16+81}{144} = \frac{97}{144};\quad \frac{97}{144} \neq 1.$ Ні.

670. а) $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, то $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{144}{169}} =$

$\sqrt{\frac{169-144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13};$

б) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, то $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$

в) $\sin\alpha = \frac{15}{17}$, то $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{15}{17}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{225}{289}} = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17};$

$\text{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{15}{17} : \frac{8}{17} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$

Відповідь: а) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$; б) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\text{tg}\,\alpha = \frac{15}{8}$.

671. а) $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, то $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4}{3}$;

б) $\cos\alpha = \frac{2}{3}$, то $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3} : \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: а) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$; б) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

672. а) $1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha + \cancel{\cos^2\alpha} - \cancel{\cos^2\alpha} = \sin^2\alpha$;

б) $\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos 2\alpha = \frac{\sin\alpha\cdot\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}} = \sin\alpha$;

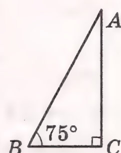
в) $1 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 + 1 = 2$.

673. а) $1+\sin^2\alpha = \cancel{\sin^2\alpha} + \cos^2\alpha - \cancel{\sin^2\alpha} = \cos^2\alpha$;

б) $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} : \sin\alpha = \frac{\sin\alpha\cdot 1}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$;

в) $\frac{\sin\alpha\cdot\cancel{\cos\alpha}}{\cos^{\cancel{2}}\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$.

674. Вимірюємо $BC = 1$ см; $AC = 4{,}5$ см; $AB = 4{,}6$ см.

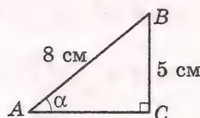


$\sin\angle B = \sin 75° = \frac{AC}{AB} = \frac{4,5}{4,6} = 0,978$;

$\cos\angle B = \cos 75° = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{4,6} = 0,217$;

$\operatorname{tg}\angle B = \operatorname{tg} 75° = \frac{AC}{BC} = \frac{4,5}{1} = 4,5$; $\operatorname{ctg}\angle B = \operatorname{ctg} 75° = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{4,5} = 0,222$.

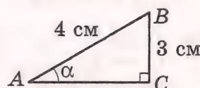
675. а) $\sin\alpha = \frac{5}{8}$; $\sin\alpha = \frac{b}{c}$. Нехай $b = 5$ см, $c = 8$ см.



ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $BC = b = 5$ см; $AB = c = 8$ см.

б) $\cos\alpha = \frac{3}{4}$; $\cos\alpha = \frac{a}{c}$.

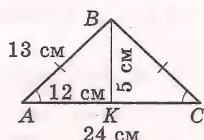
Тобто нехай $a = 3$ см, $c = 4$ см.



ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$; $AC = a = 3$ см; $AB = c = 4$ см.

Побудова кутів $\sin\alpha = \frac{5}{8}$ і $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ зводиться до побудови прямокутних трикутників.

676. Нехай ΔACB — рівнобедрений, $AC = BC$, $CK \perp AB$ — висота, $CK = 5$ см, $AB = 24$ см. Знайти: $\sin\angle A$; $\cos\angle A$; $\operatorname{tg}\angle A$; $\operatorname{ctg}\angle A$ ($\angle A = \angle B$).



Розглянемо ΔAKC — прямокутний. CK — висота, медіана, тобто $AK = KB = 12$ см.

$\sin\angle A = \frac{CK}{AC}$; $\cos\angle A = \frac{AK}{AC}$; $\operatorname{tg}\angle A = \frac{CK}{AC}$; $\operatorname{ctg}\angle A = \frac{AK}{CK}$.

Із теореми Піфагора маємо $AC^2 = AK^2 + CK^2$;

$AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ см, тобто $\sin\angle A = \frac{5}{13}$;

$\cos\angle A = \frac{12}{13}$; $\text{tg}\,\angle A = \frac{5}{12}$; $\text{ctg}\,\angle A = \frac{12}{5}$.

Відповідь: $\sin\angle A = \frac{5}{13}$; $\cos\angle A = \frac{12}{13}$; $\text{tg}\,\angle A = \frac{5}{12}$; $\text{ctg}\,\angle A = \frac{12}{5}$.

677. Для визначення скористаємось формулою $\text{tg}\,\alpha \cdot \text{ctg}\,\alpha = 1$. Тобто:
а) $0{,}4 \cdot 2{,}5 = 1$. Так. б) $1{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}99$. Ні.

в) $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) = (\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$. Так.

678. Із основної тотожності маємо $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \mid : \cos^2\alpha \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \text{tg}^2\,\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \mid : \sin^2\alpha \Leftrightarrow 1 + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Leftrightarrow 1 + \text{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$.

Доведено.

679. а) $\sin\angle A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\cos\angle A = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$;

$\cos\angle A = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\text{tg}\,\angle A = \frac{\sin\angle A}{\cos\angle A} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3}$;

$\text{ctg}\,\angle A = \frac{\cos\angle A}{\sin\angle A} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

б) $\cos\angle A = 0{,}28$, то

$\sin\angle A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - 0{,}28^2} = \sqrt{1 - 0{,}0784} = \sqrt{0{,}9216} = 0{,}96$;

$\text{tg}\,\angle A = \frac{\sin\angle A}{\cos\angle A} = \frac{0{,}96}{0{,}28} = 3{,}429$; $\text{ctg}\,\angle A = \frac{\cos\angle A}{\sin\angle A} = \frac{0{,}28}{0{,}96} = 0{,}292 \approx \frac{7}{24}$;

в) $\text{tg}\,\angle A = 2$, то $\text{ctg}\,\angle A = \frac{1}{\text{tg}\,\angle A} = \frac{1}{2}$; маємо: $1 + \text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$1 + 2^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $5 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$; $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$;

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

680. а) $\sin\alpha = 0{,}5$. Знайти: $\text{ctg}\,\alpha$ — ?

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$; $\cos\alpha = \sqrt{1 - (0{,}5)^2} = \sqrt{1 - 0{,}25} = \sqrt{0{,}75} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, то

$\text{ctg}\,\alpha \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

б) $\text{tg}\,\alpha$ — ?, якщо $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$1 + \text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 + \text{tg}^2\,\alpha$; $\frac{4}{3} = 1 + \text{tg}^2\,\alpha$; $\text{tg}^2\,\alpha = \frac{4}{3} - 1$;

$\text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{3}$; $\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

681. а) $\dfrac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{\sin^2\alpha}=\dfrac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\mathrm{ctg}^2\,\alpha;$

б) $\cos\alpha-\cos\alpha\cdot\sin^2\alpha=\cos\alpha(1-\sin^2\alpha)=\cos\alpha\cdot\cos^2\alpha=\cos^3\alpha;$

в) $\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha-\cos^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha.$

682. а) $\dfrac{\cos\alpha}{\mathrm{ctg}\,\alpha}=\dfrac{\cos\alpha}{1}:\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{1\cdot\cos\alpha}=\sin\alpha;$

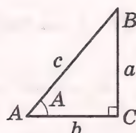
б) $\sin\alpha\cos\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha+\sin^2=\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{1\cdot1\cdot\sin\alpha}+\sin^2\alpha=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1;$

в) $\cos^2+\mathrm{tg}^2\cdot\cos^2\alpha=\cos^2\alpha(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha)=\cos^2\alpha\cdot\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1.$

683. Довести, що $\mathrm{tg}\,\angle A>\sin\angle A$.

Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C=90°$).

$BC=a$; $AC=b$; $AB=c$.



$\mathrm{tg}\,\angle A=\dfrac{a}{b};\quad \sin\angle A=\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow\quad \dfrac{a}{b}>\dfrac{a}{c},$ так як $c>b$. Доведено.

684. Довести, що $\cos\angle A<\mathrm{ctg}\,\angle A$.

Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C=90°$). $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$.

$\cos\angle A=\dfrac{b}{c},\quad \mathrm{ctg}\,\angle A=\dfrac{b}{a}.$ Маємо: $\dfrac{b}{c}<\dfrac{b}{a},$ так як $c>a$ (c — гіпотенуза). Доведено.

685. а) $\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha-\cos^3\alpha}=\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha(1-\cos^2\alpha)}=\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha\sin^2\alpha}=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\mathrm{tg}\,\alpha;$

б) $\mathrm{tg}^2\,\alpha(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)=\mathrm{tg}^2\,\alpha(1-\sin^2\alpha)=\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\cos^2\alpha=\sin^2\alpha;$

в) $\dfrac{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\,\alpha}=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}:\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\mathrm{tg}^2\,\alpha.$

686. а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2+\sin^2\alpha-$
$-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=2\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha=2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=2\cdot1=2;$

б) $\dfrac{1}{\sin\alpha}-\cos\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha=\dfrac{1}{\sin\alpha}-\cos\alpha\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha}=\sin\alpha;$

в) $\dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha}{\cos^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\,\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\,\alpha=1+\mathrm{tg}^2\,\alpha-\mathrm{tg}^2\,\alpha=1.$

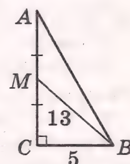
688. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C=90°$.

$BC=5$ см, MB — медіана ($AM=MC$), $MB=13$ см.

Знайти: $S_{\Delta ACB}$ — ?

Розглянемо ΔMCB — прямокутний ($\angle C=90°$).

Із теореми Піфагора $MC^2=MB^2-BC^2$;



$MC=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$ см. $AC=24$ см.

$S_{\Delta ACB}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}\cdot24\cdot5=12\cdot5=60$ см^2.

Відповідь: 60 см^2.

§ 20. Обчислення значень тригонометричних функцій

695. а) $\sin x=\cos36°$; $x=90°-36°=54°$; $\sin(90°-x)=\cos x$;

б) $\cos x=\sin82°$; $x=90°-82°=8°$; $\cos(90°-x)=\sin x$;

в) $\mathrm{tg}\,x=\sqrt{3}$; $x=60°$; г) $\cos x=\sin x$; $x=45°$.

Відповідь: а) $x=54°$; б) $x=8°$; в) $x=60°$; г) $x=45°$.

696. а) $\cos x = \sin 50°$; $x = 90° - 50° = 40°$; $\cos(90° - x) = \sin x$;
б) $\sin x = 0,5$; $x = 30°$; в) $\text{tg}\ x = 1$; $x = 45°$.
Відповідь: а) $x = 40°$; б) $x = 30°$; в) $x = 45°$.

697. $\sin 80° = 0,985$; $\sin 32° = 0,53$; $\cos 18° = 0,951$; $\cos 54° = 0,588$;
$\text{tg}\ 65° = 2,14$; $\text{tg}\ 10° = 0,176$.

698. а) $\sin 30° + \text{tg}\ 45° = 0,5 + 1 = 1,5$; б) $\cos 30° \cdot \text{tg}\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} = 1,5$;

в) $\sqrt{2}\sin 45° - \cos 60° = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Відповідь: а) 1,5; б) 1,5; в) 0,5.

699. а) $\sqrt{3}\cos 30° - \cos 60° = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$;

б) $\cos 45° \cdot \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

в) $\sin 60° \cdot \text{tg}\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Відповідь: а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{2}$.

700. ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $\angle A$ і $\angle B$ — гострі кути.
а) $\cos \angle A = 0,6 \Rightarrow \sin \angle B = \cos \angle A = 0,6$; $\cos \angle B = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$;
б) $\sin \angle B = 0,6 \Rightarrow \angle A = 30° \Leftrightarrow \angle B = 90° - 30° = 60°$,
$\cos 60° = \frac{1}{2}$, $\text{tg}\ 60° = \sqrt{3}$.

Відповідь: а) $\sin \angle B = 0,6$; $\cos \angle B = 0,8$; б) $\cos \angle A = \frac{1}{2}$; $\text{tg}\ \angle A = \sqrt{3}$.

701. а) $\sin(90° - \alpha) = 0,8 \Rightarrow \cos \alpha = 0,8$; $\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$;

б) $\text{tg}(90° - \alpha)$ — ? Якщо $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha = \beta = 45°$, $\text{tg}(90° - \alpha) = 1$.

Відповідь: а) $\cos \alpha = 0,8$; $\sin \alpha = 0,6$;

б) $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\text{tg}\ \alpha = \text{tg}\ \beta = 1$, $\alpha = \beta = 45°$.

702. а) $\text{tg}\ x = \text{ctg}\ 22°$; $x = 90° - 22° = 68°$; $\text{tg}(90° - x) = \text{ctg}\ x$;
б) $\cos(90° - x) = 0,5$; $\sin x = 0,5$; $x = 30°$.
Відповідь: а) $x = 68°$; б) $x = 30°$.

703. а) $\text{ctg}\ x = \text{tg}\ 14°$; $x = 90° - 14° = 76°$; $\text{ctg}(90° - x) = \text{tg}\ x$;
б) $\text{tg}\ x = \text{ctg}\ x \Rightarrow x = 45°$.
Відповідь: а) $x = 76°$; б) $x = 45°$.

704. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $\angle A$ і $\angle B$ — гострі кути прямокутного трикутника.

а) $\sin \angle B = \frac{1}{\sqrt{5}}$, то $\cos \angle A = \sin \angle B = \frac{1}{\sqrt{5}}$;

$\sin \angle A = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \text{tg}\ \angle A = \frac{2}{\sqrt{5}} : \frac{1}{\sqrt{5}} = 2$.

Відповідь: $\cos \angle A = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin \angle A = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\text{tg}\ \angle A = 2$.

б) $\text{ctg}\,\angle A = \sqrt{3}$, то $\text{tg}\,\angle B = \sqrt{3}$; так як $1 + \text{tg}^2\,\angle B = \dfrac{1}{\cos^2\angle B}$, то

$1 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\angle B}$; $\dfrac{1}{\cos^2\angle B} = 4$; $\cos^2\angle B = \dfrac{1}{4}$; $\cos\angle B = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \angle B = 60°$.

$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Відповідь: $\text{tg}\,\angle B = \sqrt{3}$; $\cos\angle B = \dfrac{1}{2}$; $\sin\angle B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

в) $\sin^2\angle A + \sin^2\angle B$, так як $\sin\angle A = \cos\angle B$, то маємо $\cos^2\angle B + \sin^2\angle B = 1$.
Відповідь: 1.

705. а) $\text{tg}(90° - \alpha) = \dfrac{1}{3}$, $\text{tg}\,\beta = \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ $\text{ctg}\,\alpha = \dfrac{1}{3}$, $\text{tg}\,\alpha = 3$ ($\text{tg}\,\alpha \cdot \text{ctg}\,\alpha = 1$).

Враховуючи, що $1 + \text{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, маємо $1 + 3^2 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 10$;

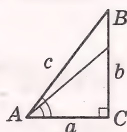
$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{10}$; $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$; $\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{10}} = \sqrt{\dfrac{9}{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Відповідь: $\text{tg}\,\alpha = 3$; $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$; $\sin\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

б) $\cos^2\alpha + \cos^2(90° - \alpha) = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$. *Відповідь*: 1.

706. За умовою $\cos\angle A + \cos\angle B = b$, так як $\cos\angle A = \sin\angle B$; $\cos\angle B = \sin\angle A$, то $\sin\angle A + \sin\angle B = b$. *Відповідь*: b.

707. Так як $\sin\angle A = \dfrac{b}{c}$ і $\text{tg}\,\angle A = \dfrac{b}{a}$, тобто відношення протилежного катета до гіпотенузи і до прилеглого катета відповідно, при зростанні кута $\angle A$ — протилежний катет прямокутного трикутника збільшиться, а прилеглий катет — зменшиться.



Враховуючи, що $\cos\angle A = \dfrac{a}{c}$ і $\text{ctg}\,\angle A = \dfrac{a}{b}$, тобто відношення прилеглого катета до гіпотенузи і до протилежного катету відповідно, маємо, що $\sin\angle A$ і $\text{tg}\,\angle A$ зростають, а $\cos\angle A$ і $\text{ctg}\,\angle A$ спадають. Доведено.

708. а) $\sin 23° < \cos 65°$; $\sin 23° < \sin 25°$; б) $\text{tg}\,36° > \text{ctg}\,64°$; $\text{tg}\,36° > \text{tg}\,26°$.

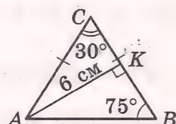
709. $\text{tg}\,15° \cdot \text{tg}\,30° \cdot \text{tg}\,45° \cdot \text{tg}\,60° \cdot \text{tg}\,75° = \text{tg}\,15° \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{tg}\,75° =$

$= \text{tg}\,15° \cdot \text{tg}\,75°$.

Враховуючи, що $\text{tg}\,15° = \text{ctg}\,75$, маємо $\text{ctg}\,75° \cdot \text{tg}\,75° = 1$. *Відповідь*: 1.

710. Довести, що $\text{tg}\,1° \cdot \text{tg}\,2° \cdot \ldots \cdot \text{tg}\,88° \cdot \text{tg}\,89° = 1$. Враховуючи, що $\text{tg}\,1° = \text{ctg}\,89°$; $\text{tg}\,2° = \text{ctg}\,88°$; $\text{tg}\,3° = \text{ctg}\,87°$ і що $\text{tg}\,\alpha \cdot \text{ctg}\,\alpha = 1$, маємо $\text{ctg}\,89° \cdot \text{ctg}\,88° \cdot \text{ctg}\,87° \cdot \ldots \cdot \text{tg}\,87° \cdot \text{tg}\,88° \cdot \text{tg}\,89° = 1$. Доведено.

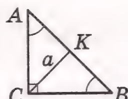
711. Нехай ΔACB — рівнобедрений,
$AC = CB$, $AK \perp CB$. $\angle A = \angle B = 75°$.
Знайти: $S_{\Delta ABC}$ — ?
Враховуючи, що $\angle A + \angle C + \angle B = 180°$,
то $\angle C = 180° - 2 \cdot 75° = 30°$.
Розглянемо ΔAKC – прямокутний ($\angle AKC = 90°$),
то $AC = 2AK = 12$ см (гіпотенуза в два рази більше,



ніж катет, який лежить напроти кута в 30° в прямокутному трикутнику). Тобто $AC = BC = 12$ см. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$ см^2.

Відповідь: 36 см^2.

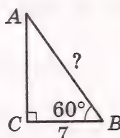
712. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $CK \perp AB$, $CK = a$, CK — найменша висота, так як $AC = BC$, $\angle A$ і $\angle B$ — гострі. В рівнобедреному трикутнику CK — медіана, висота. Тому $AB = 2CK = 2a$.



$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^2$ (см^2). *Відповідь*: a^2 (см^2).

§ 21. Розв'язування прямокутних трикутників

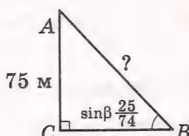
718. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $CB = 7$ см, $\angle B = 60°$. Знайти: AB — ?



Оскільки $\cos 60° = \frac{BC}{AB}$, то $AB = \frac{BC}{\cos 60°} = \frac{7}{\frac{1}{2}} = 14$ см.

Тобто $AB = 14$ см.
Відповідь: 14 см.

719. Для розв'язання задачі побудуємо ΔACB — прямокутний, де катет $AC = 75$ м відповідає різниці висот між нижньою і верхньою станціями, $\sin \angle B = \frac{25}{74}$.

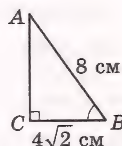


Оскільки $\sin \angle B = \frac{AC}{AB}$, то $AB = \frac{AC}{\frac{25}{74}}$;

$AB = 75 : \frac{25}{74} = \frac{74 \cdot \cancel{75}^{3}}{\cancel{25}_{1}} = 222$ м, тобто $AB = 222$ м.

Відповідь: 222 м.

720. Нехай ΔACB — прямокутний, де $AB = 8$ см, $BC = 4\sqrt{2}$ см.
Знайти: $\angle A$ і $\angle B$ — ?

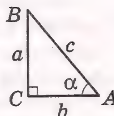


Оскільки $\cos \angle B = \frac{BC}{AB}$, то $\cos \angle B = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, тобто

$\cos \angle B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, то $\angle B = 45°$ і $\angle A = 90° - 45° = 45°$.

Відповідь: 45°; 45°.

721. а) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $c = 8$; $\alpha = 30°$.
Знайти: a, b, $\angle B$ — ?



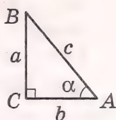
Оскільки $\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$; $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, то $\sin 30° = \frac{a}{8}$,

то $a = 8 \cdot \sin 30° = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$; $\cos 30° = \frac{b}{c}$, то

$b = c \cdot \cos 30° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$; $\angle B = 90° - 30° = 60°$.

Відповідь: 4; $4\sqrt{3}$; 60°.

б) Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $c = 10$, $\alpha = 42°$. Знайти: a, b, $\angle B$ — ?



Оскільки $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, то $a = c \sin 42° = 10 \cdot 0{,}669 = 6{,}69$.

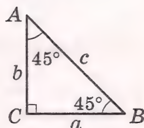
Оскільки $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, то $b = c \cdot \cos 42° = 10 \cdot 0{,}743 = 7{,}43$;

$\sin 42° = 0{,}669$; $\cos 42° = 0{,}743$; $\angle B = 90° - 42° = 48°$.

Відповідь: 48°; 6,69; 7,43.

722. а) $a = 2$, $= 45°$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$, $\angle B = \beta$. Знайти: b, c, $\angle A$ — ?

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle A = 90° - 45° = 45°$. Оскільки $\angle A = \angle B = 45°$, то ΔACB — прямокутний рівнобедрений, $AC = BC = 2$.

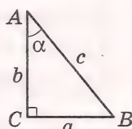


$$\cos\angle B = \frac{BC}{AB}, \text{ то } AC = \frac{BC}{\cos 45°} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

Відповідь: $2\sqrt{2}$; 2; 2; 45°.

б) $a = 4$, $\alpha = 18°$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$. $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$, $\angle A = \alpha$. Знайти: b, c, $\angle A$ — ?

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 18° = 72°$.



Оскільки

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AC}, \text{ то } AC = \frac{BC}{\sin\alpha}, \quad AC = \frac{4}{\sin 18°} = \frac{4}{0,309} \approx 12,9.$$

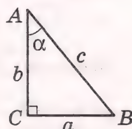
Із теореми Піфагора маємо: $b^2 = c^2 - a^2$; $b^2 = 12{,}9^2 - 4^2 = 150{,}41$;

$b = \sqrt{150,41} \approx 12,3$.

Відповідь: 12,3; 12,9; 4; 72°.

723. а) $c = 12$; $\alpha = 25°$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle B = 90° - 28° = 62°$.



Оскільки $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, то $a = c \sin\alpha$;

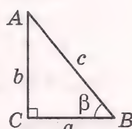
$b = c \cos\alpha$, то $a = 12 \sin 28° = 12 \cdot 0{,}469 \approx 5{,}6$;

$b = 12 \cos 28° = 12 \cdot 0{,}883 \approx 10{,}6$. $\sin 28° = 0{,}469$; $\cos 28° = 0{,}883$.

Відповідь: 5,6; 10,6; 62°.

б) $a = 8$; $\beta = 40°$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 40° = 50°$.



Оскільки $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{c}$, то $b = a \operatorname{tg}\beta = 8 \operatorname{tg} 40° = 8 \cdot 0{,}839 \approx 6{,}7$.

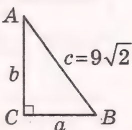
Оскільки $\cos\beta = \frac{a}{c}$, то $c = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{8}{\cos 40°} = \frac{8}{0,766} \approx 10,4$.

$\operatorname{tg} 40° = 0{,}839$; $\cos 40° = 0{,}766$.

Відповідь: 6,7; 10,4; 50°.

724. а) $c = 9\sqrt{2}$, $a = 9$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$. Знайти: b, $\angle A$, $\angle B$ — ?

Із теореми Піфагора маємо $b^2 = c^2 - a^2$;

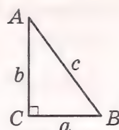


$$b = \sqrt{(9\sqrt{2})^2 - 9^2} = \sqrt{162 - 81} = \sqrt{81} = 9.$$

Оскільки $a = b = 9$, то ΔACB — прямокутний рівнобедрений. $\angle A = \angle B = 45°$.

Відповідь: 9; 9; 45°; 45°.

б) $c = 25$, $a = 24$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.
Знайти: b, $\angle A$, $\angle B$ — ?



Із теореми Піфагора маємо $b^2 = c^2 - a^2$;

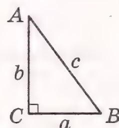
$b = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = 7$; $b = 7$.

Оскільки $\cos\angle B = \dfrac{a}{c}$, то $\cos\angle B = \dfrac{24}{25} = 0,96$, то $\angle B = 16°$.

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle A = 90° - 16° = 74°$.

Відповідь: 7; 74°; 16°.

725. а) $a = 6\sqrt{3}$, $b = 6$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.
За теоремою Піфагора маємо $c^2 = a^2 + b^2$;



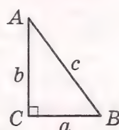
$c = \sqrt{\left(6\sqrt{3}\right)^2 + 6^2} = \sqrt{108 + 36} = \sqrt{144} = 12.$

Оскільки $\sin\angle A = \dfrac{a}{c}$, то $\sin\angle a = \dfrac{{}^{1}\not{6}\sqrt{3}}{\not{12}_{\,2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

то $\angle A = 60°$, то $\angle B = 90° - 60° = 30°$.

Відповідь: 12; 60°; 30°.

б) $a = 9$, $b = 40$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.
За теоремою Піфагора маємо $c^2 = a^2 + b^2$, то



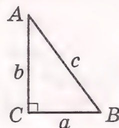
$c = \sqrt{9^2 + 40^2} = \sqrt{81 + 1600} = \sqrt{1681} = 41.$

Оскільки $\sin\angle A = \dfrac{a}{c}$, то $\sin\angle A = \dfrac{9}{41} = 0,2195$,

то $\angle A = 13°$, то $\angle B = 90° - 13° = 77°$.

Відповідь: 41; 13°; 77°.

726. а) $a = 6$, $c = 10$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.



Із теореми Піфагора маємо $b^2 = c^2 - a^2$; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$;

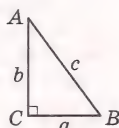
$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8.$

Оскільки $\cos\angle B = \dfrac{a}{c} = \dfrac{6}{10} = 0,6$, то $\angle B = 53°$.

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle A = 90° - 53° = 37°$.

Відповідь: 8; 53°; 37°.

б) $a = 5$, $b = \sqrt{11}$. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$.



Із теореми Піфагора маємо $c^2 = a^2 + b^2$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

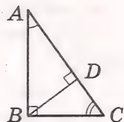
$c = \sqrt{5^2 + \left(\sqrt{11}\right)^2} = \sqrt{25 + 11} = \sqrt{36} = 6.$

Оскільки $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{a}{b}$, то $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{5}{\sqrt{11}} = 1,51$, то $\angle A = 56°$.

Оскільки $\angle A + \angle B = 90°$, то $\angle B = 90° - 56° = 34°$.

Відповідь: 6; 56°; 34°.

727. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$, $BD \perp AC$ — висота. Довести: $AD \cdot \operatorname{tg}\angle A = DC \cdot \operatorname{tg}\angle C$.



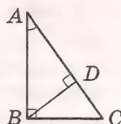
Розглянемо ΔBDA і ΔBDC — прямокутні ($\angle BDA = 90°$ і $\angle BDC = 90°$). Оскільки $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BD}{AD}$,

то $BD = AD \cdot \operatorname{tg}\angle A$. Оскільки $\operatorname{tg}\angle C = \dfrac{BD}{DC}$,

то $BD = DC \cdot \operatorname{tg}\angle C$. $\Leftrightarrow$ $AD \cdot \operatorname{tg}\angle A = DC \cdot \operatorname{tg}\angle C$.

Доведено.

728. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$, $BD \perp AC$ — висота. Довести: $\frac{BD}{\sin \angle A} = AC \cos \angle A$.

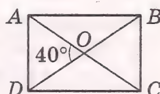


Розглянемо ΔBDA — прямокутний, $\angle BDA = 90°$. Оскільки $\sin \angle A = \frac{BD}{AD}$, то $AB = \frac{BD}{\sin \angle A}$.

Розглянемо ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$. Оскільки $\cos \angle A = \frac{AB}{AC}$, то $AB = AC \cdot \cos \alpha$. Маємо: $\frac{BD}{\sin \angle A} = AC \cos \angle A$.

Доведено.

729. Нехай $ABCD$ — прямокутник, AC і BD — діагоналі, $\angle AOD = 40°$, $AC = BD = 10$ см. Знайти: AD і DC — ?

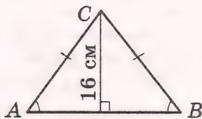


Для розв'язання задачі розглянемо ΔAOD і ΔDOC — рівнобедрені ($AO = OD$; $DO = DC$ — властивості діагоналей прямокутника), тобто $\angle DAC = (180° - 40°) : 2 = 70°$, $\angle ACD = 20°$.

Розглянемо ΔADC — прямокутний, $\angle D = 90°$. Оскільки $\sin \angle A = \frac{DC}{AC}$, то $DC = AC \cdot \sin \angle A$; $DC = 10 \sin 70° = 10 \cdot 0,94 = 9,4$; $\cos \angle A = \frac{AD}{AC}$, то $AD = AC \cdot \cos \angle A$; $AD = 10 \cos 70° = 10 \cdot 0,342 = 3,42$.

Відповідь: 9,4; 3,4.

730. Нехай ΔACB — рівнобедрений, $AC = BC$, $\sin \angle A = \sin \angle B = \frac{8}{17}$, $CO \perp AB$, $CO = 16$ см.



Знайти: AB — ?

CO — медіана, висота, бісектриса ΔACB ($AO = OB$).

Розглянемо ΔAOC — прямокутний ($\angle AOC = 90°$). Оскільки $\sin \angle A = \frac{CO}{AC}$, то $AC = CO : \sin \angle A$; $AC = 16 : \frac{8}{17} = \frac{^2\not{16} \cdot 17}{\not{8}_1} = 3,4$ см.

Із теореми Піфагора: $AO^2 = AC^2 - CO^2$;

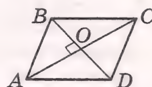
$AO = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{(34-16)(34+16)} = \sqrt{18 \cdot 50} =$

$= \sqrt{36 \cdot 25} = 30$ см $\Rightarrow$ $AB = 2AO = 2 \cdot 30 = 60$ см.

Відповідь: 60 см.

731. Нехай $ABCD$ — ромб, $AC = 24$ см, $BD = 10$ см.

Знайти: $\angle A$ і $\angle B$ — ?



За властивостями діагоналей ромба маємо

$AO = \frac{AC}{2} = 12$ см; $BO = \frac{BD}{2} = 5$ см.

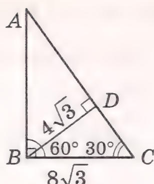
ΔAOB — прямокутний ($\angle AOB = 90°$). $\text{tg} \angle BAO = \frac{BO}{AO}$, тобто

$\text{tg} \angle BAO = \frac{5}{12} = 0,417$; $\angle BAO = 23°$, то

$\angle A = 46° \Rightarrow \angle B = 180° - 46° = 134°$.

Відповідь: 46°; 134°.

732. а) Нехай ΔABC— прямокутний, $\angle B = 90°$. $BD \perp AC$, $BD = 4\sqrt{3}$, $\angle DBC = 60°$. Знайти: AB, BC, AC — ?



Розглянемо ΔBDC — прямокутний, $\angle BDC = 90°$. Оскільки $\angle DBC = 60°$, то $\angle C = 30°$, то $BC = 8\sqrt{3}$ (гіпотенуза в 2 рази більша за катет, який лежить напроти кута в 30°).

Розглянемо ΔABC— прямокутний, $\angle B = 90°$.

Оскільки $\operatorname{tg} 30° = \dfrac{AB}{BC}$, то $AB = BC \operatorname{tg} 30° = 8\sqrt{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 8$ см.

За теоремою Піфагора маємо $AC^2 = AB^2 + BC^2$;

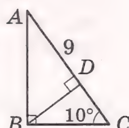
$AC = \sqrt{\left(8\sqrt{3}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{192 + 64} = \sqrt{256} = 16$ см.

Відповідь: 8 см; $8\sqrt{3}$ см; 16 см; 60°; 30°.

б) Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90$. $BD \perp AC$, $AD = 9$, $\angle C = 10°$. Знайти: AB, BC, AC — ?

Оскільки $\angle A + \angle C = 90°$, то $\angle A = 90° - 10° = 80°$.

Розглянемо ΔABD — прямокутний, $\angle ADB = 90°$.



$\cos\angle A = \dfrac{AD}{AB}$; $AB = \dfrac{AD}{\cos\angle A}$; $AB = \dfrac{9}{\cos 80°} = \dfrac{9}{0,174} = 51,8$.

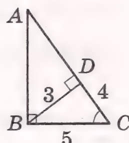
Оскільки $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BC}{AB}$, то $BC = AB \operatorname{tg} \angle A$;

$BC = 51,8 \cdot \operatorname{tg} 80° = 51,8 \cdot 5,67 = 293,94$. Оскільки

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AC}$, то $AC = \dfrac{BC}{\sin\angle A}$; $AC = \dfrac{293,94}{\sin 80°} = \dfrac{293,94}{0,985} = 298,48$.

Відповідь: 51,8; 293,94; 298,48; 80°.

733. Нехай ΔABC — прямокутний, $\angle B = 90°$, $BD \perp AC$, $BD = 3$ см, $DC = 4$ см. Знайти: AB, BC, AC — ?



Розглянемо ΔBDC — прямокутний ($\angle BDC = 90°$).

$BC = 5$ см (єгипетський трикутник з катетами 3 і 4 см).

Оскільки $\operatorname{tg}\angle C = \dfrac{BD}{DC}$, то $\operatorname{tg}\angle C = \dfrac{3}{4} = 0,75$, то $\angle C = 53°$.

Розглянемо ΔABC — прямокутний.

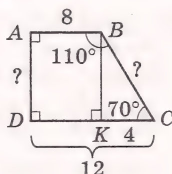
Оскільки $\operatorname{tg}\angle C = \dfrac{AB}{BC}$, то $AB = BC \cdot \operatorname{tg}\angle C = 5 \cdot \dfrac{3}{4} = 3,75$.

За теоремою Піфагора маємо $AC^2 = AB^2 + BC^2$;

$AC = \sqrt{(3,75)^2 + 5^2} = \sqrt{14,0625 + 25} = \sqrt{39,0625} = 6,25$ см.

$\angle A = 90° - 53° = 37°$. *Відповідь*: 53°; 37°; 5; 3,75; 6,25.

734. Нехай $ABCD$ — прямокутна трапеція, $AB = 8$, $DC = 12$, $\angle B = 110°$ за умовою. Знайти: AD і BC — ?

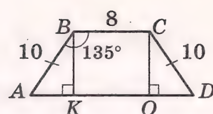


Проведемо із вершини B трапеції $ABCD$ висоту на сторону DC, $BK \perp DC$. $\angle C = 180° - 110° = 70°$ ($AB \parallel DC$, $\angle B$ і $\angle C$ — внутрішні односторонні, тобто $\angle B + \angle C = 180°$). Знайдемо відрізок $KC = DC - AB = 12 - 8 = 4$. Для розв'язання задачі розглянемо ΔBKC — прямокутний ($\angle BKC = 90°$).

Оскільки $\operatorname{tg} 70° = \dfrac{BK}{KC}$, то $BK = KC \cdot \operatorname{tg} 70° = 4 \cdot 2,75 = 11$. За теоремою Піфагора маємо $BC^2 = BK^2 + KC^2$; $BC = \sqrt{BK^2 + KC^2}$;

$BC = \sqrt{11^2 + 4^2} = \sqrt{121 + 16} = \sqrt{137} = 11,7$. *Відповідь*: 11; 11,7.

735. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція, $AB = CD = 10$ см, $BC = 8$ см, $\angle B = \angle C = 135°$.
Знайти: m — середню лінію.



Так як $m = \dfrac{AD + BC}{2}$, знайдемо AD — ?

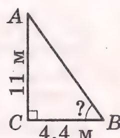
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 135° = 45°$ ($AD \parallel BC$). Проведемо із вершини B перпендикуляр на AD, $BK \perp AD$ і розглянемо ΔAKB — прямокутний ($\angle AKB = 90°$).

Оскільки $\cos 45° = \dfrac{AK}{AB}$, то $AK = AB \cdot \cos 45°$; $AK = 10 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$. $AK = OD$

($\Delta AKB = \Delta CDO \Rightarrow AK = OD$), тобто $AD = 2AK + KO = 2 \cdot 5\sqrt{2} + 8 = 10\sqrt{2} + 8$,

то $m = \dfrac{10\sqrt{2} + 8 + 8}{2} = \dfrac{10\sqrt{2} + 16}{2} = 5\sqrt{2} + 8$. *Відповідь*: $5\sqrt{2} + 8$.

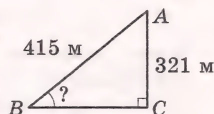
736. Для розв'язання задачі побудуємо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). Нехай $AC = 11$ м $BC = 4{,}4$ м. Знайти: $\angle B$ — ?



Оскільки $\operatorname{tg} \angle B = \dfrac{AC}{BC}$, то $\operatorname{tg} \angle B = \dfrac{11}{4,4} = 2,5$, то $\angle B = 68°$.

Відповідь: 68°.

737. Для розв'язання задачі побудуємо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). Нехай $AB = 415$ м, $AC = 321$ м.
Знайти: $\angle B$ — ?



Оскільки $\sin \angle B = \dfrac{AC}{AB}$, то $\sin \angle B = \dfrac{321}{415} = 0,773$,

то $\angle B = 51°$.
Відповідь: 51°.

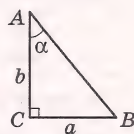
738. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $AC + BC = m$ або $a + b = m$, $\angle A = \alpha$. Знайти: AC, BC, AB — ?

Розглянемо ΔACB — прямокутний. Оскільки $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{a}{b}$, $a + b = m$, $a = m - b$,

то маємо $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{m - b}{b}$; $b \operatorname{tg} \alpha = m - b$; $b(\operatorname{tg} \alpha + 1) = m$; $b = \dfrac{m}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$.

Маємо: $a = m - \dfrac{m}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \dfrac{m(\operatorname{tg} \alpha + 1 - 1)}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \dfrac{m \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$.

За теоремою Піфагора маємо:

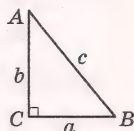


$$AB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{(\operatorname{tg} \alpha + 1)^2} + \frac{m^2}{(\operatorname{tg} \alpha + 1)^2}} = \sqrt{\frac{m^2(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{(\operatorname{tg} \alpha + 1)^2}} =$$

$$= \frac{m}{\operatorname{tg} \alpha + 1}\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{m}{\operatorname{tg} \alpha}\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{m}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{m}{\sin \alpha}.$$

Відповідь: $\dfrac{m}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$; $\dfrac{m \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$; $\dfrac{m}{\sin \alpha}$.

739. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle A - \angle B = \varphi$, $AB = c$.
Знайти: BC, AC— ?
Так як $\angle A + \angle B = 90°$ за умовою, маємо,



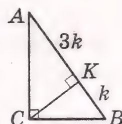
що $\angle A - \angle B = \varphi$, тор $2\angle A = 90° + \varphi$; $\angle A = 45° + \dfrac{\varphi}{2}$.

Оскільки $\cos \angle A = \dfrac{AC}{AB}$, то $AC = AB \cos\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right) = c \cos\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right)$.

Оскільки $\sin \angle A = \dfrac{BC}{AB}$, то $BC = AB \sin\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right) = c \sin\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right)$.

Відповідь: $c \cos\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right)$; $c \sin\left(45° + \dfrac{\varphi}{2}\right)$.

740. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).



$KB : AK = 1 : 3$. Знайти: $\angle A$ і $\angle B$ — ?

Нехай $KB = k$, $AK = 3k$, $AB = 4k$, $k > 0$, k — коефіцієнт пропорційності.

Із метричних співвідношень в прямокутному трикутнику маємо: $BC^2 = BK \cdot AB$, тобто $BC^2 = k \cdot 4k = 4k^2$;

$AC^2 = AK \cdot AB$; $AC^2 = 3k \cdot 4k = 12k^2$, тобто $BC = 2k$; $AC = 2\sqrt{3}k$.

Оскільки $\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC}$, то $\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{2k}{2\sqrt{3}k} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, тобто $\angle A = 30°$, то

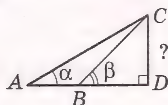
$\angle B = 90° - \angle A = 90° - 30° = 60°$.

Відповідь: 30°; 60°.

741. Нехай ΔADC — прямокутний, $\angle D = 90°$, $\angle CAD = \alpha$, $\angle CBD = \beta$, $AB = d$. Знайти: CD— ?

Розглянемо ΔADC і ΔBDC — прямокутні ($\angle D = 90°$). Оскільки

$\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{CD}{AD}$, то $CD = AD \operatorname{tg} \alpha$. Оскільки $\operatorname{tg} \beta = \dfrac{CD}{BD}$, то $CD = BD \operatorname{tg} \beta$.



Маємо рівняння: $AD \operatorname{tg} \alpha = BD \operatorname{tg} \beta$.

Оскільки $AD = BD + d$, то

$(BD + d) \operatorname{tg} \alpha = BD \operatorname{tg} \beta$, то

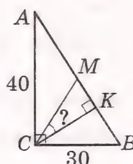
$BD \operatorname{tg} \alpha + d \operatorname{tg} \alpha = BD \operatorname{tg} \beta$;

$BD \operatorname{tg} \alpha - BD \operatorname{tg} \beta = -d \operatorname{tg} \alpha$; $BD(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) = -d \operatorname{tg} \alpha$;

$BD = \dfrac{d \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$, то $CD = BD \operatorname{tg} \beta = \dfrac{d \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha} \cdot \operatorname{tg} \beta = \dfrac{d \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$.

Відповідь: $\dfrac{d \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$.

742. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $AC = 40$, $BC = 30$, CM — медіана ($AK > KB$), $CK \perp AB$.



Знайти: $\angle CMK$ — ?

Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$;

$AB = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50$, тобто $AM = MB = CM = 25$.

Оскільки $\operatorname{tg} \beta = \dfrac{AC}{BC}$, то $\operatorname{tg} \beta = \dfrac{40}{30} = \dfrac{4}{3}$,

маємо $\angle B = 53°$; $\angle A = 90° - 53° = 37°$. $\angle KCB = 37°$;

$\angle ACK = 53° \Rightarrow \angle MCK = 53° - 37° = 16°$.

Відповідь: 16°.

Задачі для підготовки до контрольної роботи № 5

1. I спосіб: Якщо $\cos \angle A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, то $\angle A = 45°$, то $\sin \angle A = \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

$\operatorname{tg} \angle A = \operatorname{tg} 45° = 1$.

II спосіб: $\sin \angle A = \sqrt{1 - \cos^2 \angle A} = \sqrt{1 - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \angle A = 45°$;

$\text{tg}\,\angle A = \dfrac{\sin\angle A}{\cos\angle A} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} : \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 1$. *Відповідь*: $\sin\angle A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tg}\,\angle A = 1$.

2. $\dfrac{\cos^2\alpha}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)} = \dfrac{\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 1$. *Відповідь*: 1.

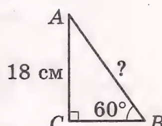
3. $2\sin 60° + 4\cos 60° - \text{ctg}\,30° - 2\,\text{tg}\,45° = 2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} + 4\cdot\dfrac{1}{2} - \sqrt{3} - 2\cdot 1 =$

$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2 = 0$. *Відповідь*: 0.

4. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$), $AC = 18$ см, $\angle B = 60°$.

Оскільки $\text{ctg}\,60° = \dfrac{BC}{AC}$, то $BC = 18\cdot\text{ctg}\,60° = 18\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$.

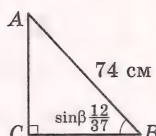
Оскільки $\sin 60° = \dfrac{AC}{AB}$, то



$AB = \dfrac{AC}{\sin 60°} = \dfrac{18\cdot 2}{\sqrt{3}} = \dfrac{36}{\sqrt{3}} = \dfrac{36\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3}$.

Відповідь: $6\sqrt{3}$; $12\sqrt{3}$.

5. Нехай ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).



Оскільки $\sin\angle B = \dfrac{AC}{AB}$, то

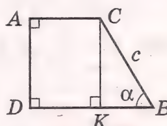
$AC = AB\cdot\sin\angle B = 74\cdot\dfrac{12}{37} = 24$ см. $\sin\angle B = \dfrac{12}{37}$.

Із теореми Піфагора $BC^2 = AB^2 - BC^2$;

$BC = \sqrt{74^2 - 24^2} = \sqrt{(74-24)(74+24)} = \sqrt{50\cdot 98} = \sqrt{100\cdot 49} = 70$ см.

Тобто $P_{\Delta ACB} = AC + BC + AB = 24 + 70 + 74 = 168$ см. *Відповідь*: 168 см.

6. Нехай $ABCD$ — прямокутна трапеція, $BC = c$, $\angle B = \alpha$.



Довести: $m = \dfrac{c(1+\sin\alpha)}{2}$ (m — середня лінія).

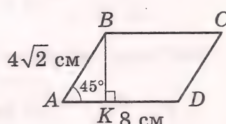
Якщо за умовою $ABCD$ — описана прямокутна трапеція, то виконується умова $AC + BD = AD + BC$,

тобто $m = \dfrac{AD + CB}{2}$. Для розв'язання задачі проведемо з вершини C перпендикуляр на BD, $CK \perp BD$, і розглянемо ΔCKB — прямокутний.

Оскільки $\sin\alpha = \dfrac{CK}{CB}$, то $CK = c\sin\alpha$, так як $AD = CK = c\sin\alpha$, маємо

$m = \dfrac{c\sin\alpha + c}{2} = \dfrac{c(1+\sin\alpha)}{2}$. Доведено.

743. Нехай $ABCD$ — даний паралелограм.



$AB = CD = 4\sqrt{2}$ см, $AD = BC = 8$ см, $\angle A = 45°$.

Знайти: BK ($BK \perp AD$) і S_{ABCD} — ?

Для розв'язання задачі розглянемо ΔAKB — прямокутний. Оскільки

$\sin 45° = \dfrac{BK}{AB}$, то $BK = AB\sin 45° = 4\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 4$ см.

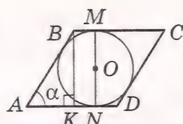
$S_{ABCD} = BK\cdot AD = 4\cdot 8 = 32$ см^2. *Відповідь*: 4 см; 32 см^2; $4\sqrt{2}$ см.

744. Нехай $ABCD$ — ромб, $\angle A = \alpha$. В ромб вписано коло з радіусом r ($OM = ON = r$). Знайти: AB і S_{ABCD} — ?

Враховуючи, що $MN = BK$ ($MN = 2r$) $= h_{\text{ромба}}$.

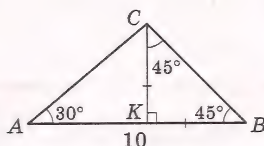
Розглянемо ΔABK ($\angle AKB = 90°$).

Оскільки $\sin\alpha = \frac{BK}{AB}$, то $AB = \frac{BK}{\sin\alpha} = \frac{2r}{\sin\alpha}$.



Маємо: $S_{ABCD} = BK \cdot AC = 2r \cdot \frac{2r}{\sin\alpha} = \frac{4r^2}{\sin\alpha}$.

Відповідь: $\frac{4r^2}{\sin\alpha}$; $\frac{2r}{\sin\alpha}$.



745. Нехай ΔACB — даний, $AB = 10$, $\angle A = 30°$, $\angle B = 45°$. Знайти: AC і BC — ?

Для розв'язання задачі проведемо висоту ΔACB, $CK \perp AB$ і розглянемо ΔAKC і ΔBKC — прямокутні ($\angle AKC = \angle BKC = 90°$). ΔBKC — прямокутний рівнобедрений, $\angle KBC = \angle KCB = 45°$, тобто $BK = CK = x$, $x > 0$; $AK = (10 - x)$ см. Із ΔAKC — прямокутного $AC = 2x$, $x > 0$. Маємо із теореми Піфагора рівняння: $(2x)^2 = x^2 + (10 - x)^2$; $4x^2 = x^2 + 100 - 20c + x^2$; $2x^2 + 20x - 100 = 0$; $x^2 + 10x - 50 = 0$;

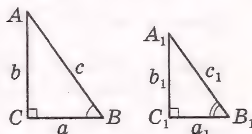
$D = 100 + 200 = 300$; $\sqrt{D} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$; $x_1 = \frac{-10 + 10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} - 5$;

$x_2 = -5\sqrt{3} - 5$ $(x > 0)$ — не є розв'язком задачі. Тобто $CK^2 = BK = 5\sqrt{3} - 5$, $AK = 15 - 5\sqrt{3}$.

Оскільки $\sin 30° = \frac{CK}{BC}$, то $AC = \frac{CK}{\sin 30°} = 2 \cdot \left(5\sqrt{3} - 5\right) = 10\sqrt{3} - 10$.

Оскільки $\sin 45° = \frac{CK}{BC}$, то $BC = \frac{CK}{\sin 45°} = \frac{\left(5\sqrt{3} - 5\right) \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{3} - 10}{\sqrt{2}} =$

$= \frac{\left(10\sqrt{3} - 10\right) \cdot \sqrt{2}}{5} = \left(5\sqrt{3} - 5\right)\sqrt{2}$. *Відповідь*: $10\sqrt{3} - 10$; $\left(5\sqrt{3} - 5\right)\sqrt{2}$.



746. Нехай ΔACB і $\Delta A_1C_1B_1$ — дані прямокутні трикутники. Довести, що $\frac{\sin\angle B}{\sin\angle B_1} = \frac{b}{b_1}$; $\frac{\cos\angle B}{\cos\angle B_1} = \frac{a}{a_1}$, $c = c_1$ за умовою.

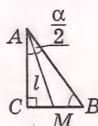
Оскільки $\sin\angle B = \frac{b}{c}$, то $c = \frac{b}{\sin\angle B}$. Оскільки $\sin\angle B_1 = \frac{b_1}{c_1}$, то

$c_1 = \frac{b_1}{\sin\angle B_1}$, так як $c = c_1$, то $\frac{b}{\sin\angle B} = \frac{b_1}{\sin\angle B_1}$, маємо $\frac{b}{b_1} = \frac{\sin\angle B}{\sin\angle B_1}$.

Оскільки $\cos\angle B = \frac{a}{c}$, то $c = \frac{a}{\cos\angle B}$. Оскільки $\cos\angle B_1 = \frac{a_1}{c_1}$, то

$c_1 = \frac{a}{\cos\angle B_1}$, так як $c = c_1$, то $\frac{a}{\cos\angle B} = \frac{a_1}{\cos\angle B_1}$, маємо $\frac{a}{a_1} = \frac{\cos\angle B}{\cos\angle B_1}$.

Доведено.



747. Нехай ΔACB — прямокутний, $\angle C = 90°$, $AM = l$ — бісектриса $\angle ACM = \angle MAB = \frac{\alpha}{2}$. Знайти: AB — ?

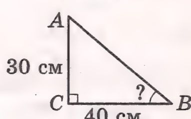
Розглянемо ΔACM — прямокутний ($\angle C = 90°$).

Оскільки $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{AC}{AM}$; то $AC = l\cos\frac{\alpha}{2}$.

Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$).

Оскільки $\cos\alpha = \dfrac{AC}{AB}$, то $AB = \dfrac{AC}{\cos\alpha} = \dfrac{l\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$. *Відповідь*: $\dfrac{l\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$.

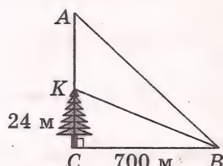
748. Для розв'язання задачі розглянемо ΔACB — прямокутний, де $AC = 30$ см, $BC = 40$ см. Знайти треба $\angle B$ — це кут нахилу сходів.



Оскільки $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{AC}{BC}$, то $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{30}{40} = \dfrac{3}{4} = 0,75$.

Маємо: $\angle B = 37°$. *Відповідь*: 37°.

749. Для розв'язання задачі розглянемо ΔKCB — прямокутний. $BC = 700$ м, $KC = 24$ м (висота дерев).

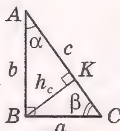


Оскільки $\operatorname{tg}\angle KBC = \dfrac{KC}{BC}$, то

$\operatorname{tg}\angle KBC = \dfrac{24}{700} = 0,034$, то $\angle KBC = 2°$.

Літак повинен підніматися під кутом більше 2°, щоб не зачепити дерев. *Відповідь*: більше 2°.

750. Нехай ΔACB — прямокутний. $AC = b$, $b > 0$; $BC = a$, $AB = c$, $\angle B = \beta$, $\angle A = \alpha$; $CK \perp AB$ — висота, $CK = h_c$. Довести: $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2}$.



Розглянемо ΔCKB — прямокутний ($\angle CKB = 90°$).

За означенням $\sin\beta = \dfrac{CK}{CB} = \dfrac{h_c}{a}$; $\cos\beta = \dfrac{h_c BK}{BC} = \dfrac{BK}{a}$.

Розглянемо ΔCKA — прямокутний ($\angle CKB = 90°$).

За означенням $\sin\alpha = \dfrac{CK}{AC} = \dfrac{h_c}{b}$; $\cos\alpha = \dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AK}{b}$.

Розглянемо ΔACB — прямокутний ($\angle C = 90°$). За означенням:

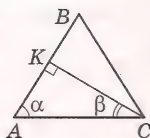
$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = \dfrac{a}{c}, \cos\alpha = \dfrac{b}{c};\\ \sin\beta = \dfrac{b}{c}, \cos\beta = \dfrac{a}{c}.\end{array}\right.$ З основної тригонометричної тотожності маємо:

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, то так як $\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{h_c}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{c}\right)^2 = 1;\\ \left(\dfrac{h_c}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{c}\right)^2 = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{h_c^2}{a^2} + \dfrac{a^2}{c^2} + \dfrac{h_c^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{c^2} = 2$; $\dfrac{a^2 + b^2}{c^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{h_c^2}{a^2} + \dfrac{h_c^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{h_c^2}$.

Доведено.

751. Нехай ΔABC — рівнобедрений за умовою $AB = BC$, $\cos\angle A = a$. Знайти: $\operatorname{tg}\angle ACK = \operatorname{tg}\beta$ — ?



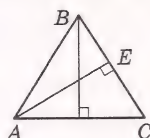
Розглянемо ΔAKC — прямокутний. За умовою $CK \perp AB$.

За означенням $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{AK}{KC}$ або $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$.

Враховуючи, що $\angle A + \angle C = 90°$, тобто $\alpha + \beta = 90°$, то $\beta = 90° - \alpha$, маємо $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(90° - \alpha)}{\cos(90° - \alpha)} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{a}{\sin\alpha}$.

Так як $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то $\sin^2 \alpha = 1 - a^2$; $\sin\alpha = \sqrt{1-a^2}$, то маємо $\operatorname{tg}\beta = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$. *Відповідь*: $\operatorname{tg}\beta = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$.

752. Нехай ΔABC — рівнобедрений, $AB = BC$, AE і BD — висоти, $2AE = BD$. Знайти: $\cos \angle C$ — ?



Розглянемо ΔBDC і ΔAEC — прямокутні ($\angle BDC = \angle AEC = 90°$), $\angle C$ — спільний, подібні за гострим кутом, то маємо $\frac{AE}{BD} = \frac{AC}{BC} = \frac{2DC}{BC}$.

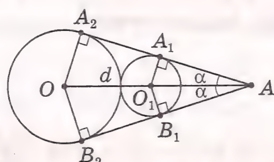
Розглянемо ΔBDC — прямокутний ($\angle BDC = 90°$). $\operatorname{tg}\angle C = \frac{BD}{DC}$.

З ΔAEC — прямокутного: $\sin\angle C = \frac{AE}{AC}$. Маємо $\operatorname{tg}\angle C = \frac{\sin\angle C}{\cos\angle C} = \frac{2AE}{DC}$;

$$\sin\angle C = \frac{AE}{2DC} \Rightarrow \cos\angle C = \frac{\sin\angle C\cdot DC}{2AE} \Leftrightarrow \cos\angle C = \frac{AE\cdot DC}{2AE\cdot 2DC} = \frac{1}{4}.$$

Відповідь: $\cos\angle C = \frac{1}{4}$.

753. Нехай дано два кола з центрами O і O_1. $OA_2 = R_2$; $O_1A_1 = R_1$; $OO_1 = d$; $\angle A = 2\alpha$.



Знайти: R_2 і R_1 — ?

Так як $\Delta OA_1A = \Delta OB_1A$ і $\Delta O_1A_1A = \Delta O_1B_1A$ за гіпотенузою і катетом, то маємо $\angle A_1AO_1 = \angle O_1AB_1 = \alpha$.

Із ΔOA_2A і ΔO_1A_1A — прямокутних ($\angle OA_2A = \angle O_1A_1A = 90°$) за означенням маємо $OA_2 = OA \sin\alpha$; $O_1A_1 = O_1A \sin\alpha$.

Так як $OA = OO_1 + O_1A = d + O_1A$, то маємо $O_1A_1 = O_1A \sin\alpha$;
$OA_2 = (d + O_1A)\sin\alpha = d\sin\alpha + O_1A\sin\alpha \Rightarrow OA_2 - O_1A_1 = d\sin\alpha$,

тобто $\oplus\begin{cases} R_2 - R_1 = d\sin\alpha; \\ R_1 + R_2 = d; \end{cases}$ / $2R_2 = d + d\sin\alpha$; $(O_1A_1 = R_1;\ OA_2 = R_2)$; $R_2 = \frac{1}{2}d(1+\sin\alpha)$;

$R_1 = \frac{1}{2}d(1-\sin\alpha)$. *Відповідь*: $\frac{1}{2}d(1+\sin\alpha)$; $\frac{1}{2}d(1-\sin\alpha)$.

754. $\sin 75°$ — ?

$\sin 30° = 2\sin 15°\cos 15° = \frac{1}{2}$; $4\sin^2 15°\cos^2 15° = \frac{1}{4}$;

$\sin^2 15°\cos^2 15° = \frac{1}{16}$; $(1-\cos^2 15°)\cos^2 15° = \frac{1}{16}$; $\cos^2 15° - \cos^4 15° = \frac{1}{16}$;

$\cos^4 15° - \cos^2 15° + \frac{1}{16} = 0$.

Нехай $\cos^2 15 = t$, $t \ge 0$. $t^2 - t + \frac{1}{16} = 0 \,\big|\, :16$; $16t^2 - 16t + 1 = 0$;

$D = 64 - 16 = 48$; $t_1 = \frac{8+\sqrt{48}}{16} = \frac{8+4\sqrt{3}}{16} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$;

$t_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$. Тобто $\cos^2 15° = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$; $\cos 15° = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}}$;

$\sin 75° = \cos(90° - 15°) = \cos 15° = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}}$. *Відповідь*: $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

ФІЗИКА

Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Довгий С. О., Кірюхіна О. О.



РОЗДІЛ 1. ТЕПЛОВІ ЯВИЩА

Частина І. Температура. Внутрішня енергія. Теплопередача

Кількість теплоти — це фізична величина, що дорівнює енергії, яку тіло одержує або віддає в ході теплопередачі.
Q — кількість теплоти; $[Q]$ = Дж.
$Q = cm\Delta t$, де c — питома теплоємність речовини; m — маса; Δt — зміна температури.
— Питома теплоємність речовини — це фізична величина, що характеризує речовину і чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати речовині масою 1 кг, щоб нагріти її на 1 °С $c = \frac{Q}{m\Delta t}$; $[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$.

Вправа 8

3) *Дано*:
m = 40 г = 0,04 кг
t_1 = 20 °C
t_2 = 80 °C
Q — ?

Розв'язання:
Користуємося формулою для розрахунку кількості теплоти, необхідної для нагрівання речовини $Q = cm\Delta t$, де $\Delta t = t_2 - t_1$, а питому теплоємність сталі знайдемо в таблиці.

$$c = 500\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};\quad [Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};$$

$Q = 500 \cdot 0{,}04 \cdot (80 - 20) = 1200$ (Дж) = 1,2 кДж.
Відповідь: 1,2 кДж теплоти пішло на нагрівання ложки.

4) *Дано*:
Δt = 160 °C
m = 250 г = 0,25 кг
Q = 20 кДж = 20 000 Дж
c — ?

Розв'язання:
Користуємося формулою для розрахунку питомої теплоємності $c = \frac{Q}{m\Delta t}$;

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};\quad c = \frac{20\,000}{0{,}25 \cdot 160} = 500\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}\right).$$

За таблицею питомої теплоємності деяких речовин з'ясовуємо, що тіло виготовлене із сталі.
Відповідь: можливо, деталь сталева.

6) *Дано*:
m_1 = 500 г = = 0,5 кг
m_2 = 1,5 кг
t_1 = 20 °C
t_2 = 100 °C
Q — ?

Розв'язання:
В процесі нагрівання теплоту будуть отримувати обидва тіла, тому $Q = Q_1 + Q_2$, де $Q_1 = c_1m_1(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання каструлі;
$Q_2 = c_2m_2(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води.
Значення питомої теплоємності знаходимо в таблиці:

$$c_1 = 900\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};\quad c_2 = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}.$$

$Q = c_1m_1(t_2 - t_1) + c_2m_2(t_2 - t_1)$;

$$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}} = \text{Дж};$$

$Q = 920 \cdot 0{,}5 \cdot (100 - 20) + 4200 \cdot 1{,}5 \cdot (100 - 20) =$ 540 800 (Дж) = 540,8 кДж.
Відповідь: передано 540,8 кДж теплоти.

7) *Дано*:

$m = 2$ т $= 2000$ кг
$V = 0{,}5$ л $= 0{,}0005$ м^3
$t_1 = 100$ °C
$t_2 = 0$ °C

h — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для розрахунку кількості теплоти при охолодженні тіла $Q = cm_1(t_1 - t_2)$, де $m_1 = \rho V$ — маса води.

Густину води знайдемо в таблиці: $\rho = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Питому теплоємність води знайдемо в таблиці: $c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$.

Для знаходження висоти підйому скористуємося формулою для потенціальної енергії тіла, піднятого над землею.

Густину $E = mgh$, де $g = 9{,}8\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$ — стала величина.

За умовами у задачі $Q = E$, отже, $c\rho V(t_1 - t_2) = mgh$;

$$h = \frac{c\rho V(t_1 - t_2)}{mg};\quad [h] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot °\text{C} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot °\text{C} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м};$$

$$h = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0{,}0005 \cdot (100 - 0)}{2000 \cdot 9{,}8} = 10{,}5\ (\text{м}).$$

Відповідь: можна підняти вантаж на висоту 10,5 м.

Вправа 9

1) *Дано*:

$V_1 = 80$ л
$t_1 = 10$ °C
$t_2 = 100$ °C
$t = 25$ °C

V_2 — ?

Розв'язання:

За рівнянням теплового балансу, все тепло, яке віддає гаряча вода, передається на нагрівання холодної води.

Отже, $Q_1 = Q_2$, де $Q_1 = cm_1(t - t_1)$ — кількість теплоти, яку отримає холодна вода; $Q_2 = cm_2(t_2 - t)$ — кількість теплоти, яку віддає гаряча вода.

Масу води знаходимо за формулою $m = \rho V$.

Тоді $c\rho V_1(t - t_1) = c\rho V_2(t_2 - t)$; $V_1(t - t_1) = V_2(t_2 - t)$;

$$V_2 = \frac{V_1(t - t_1)}{t_2 - t};\quad [V_2] = \frac{\text{л} \cdot °\text{C}}{°\text{C}} = \text{л};\quad V_2 = \frac{80 \cdot (25 - 10)}{100 - 25} = 16\ (\text{л}).$$

Відповідь: треба додати 16 л води.

2) *Дано*:

$m_1 = 2$ кг
$t_1 = 40$ °C
$m_2 = 4$ кг
$t_2 = 85$ °C

t — ?

Розв'язання:

Аналогічно задачі № 1. $Q_1 = Q_2$.

$Q_1 = cm_1(t - t_1)$ — кількість теплоти, яку отримає холодна вода;

$Q_2 = cm_2(t_2 - t)$ — кількість теплоти, яку віддає гаряча вода.

$cm_1(t - t_1) = cm_2(t_2 - t)$; $m_1t - m_1t_1 = m_2t_2 - m_2t$;

$$m_1t + m_2t = m_2t_2 + m_1t_1;\quad t = \frac{m_2t_2 + m_1t_1}{m_1 + m_2};\quad [t] = \frac{\text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{кг}} = °\text{C};$$

$$t = \frac{4 \cdot 85 + 2 \cdot 40}{2 + 4} = 70\ (°\text{C}).$$

Відповідь: температура суміші 70 °C.

3) *Дано*:

$m_1 = 200$ г $= 0{,}2$ кг
$m_2 = 250$ г $= 0{,}25$ кг
$t_2 = 15$ °C
$t = 25$ °C

t_1 — ?

Розв'язання:

Сталевий брусок віддає кількість теплоти $Q_1 = m_1c_1(t_1 - t)$.

Вода отримує теплоту $Q_2 = c_2m_2(t - t_2)$.

Значення питомих теплоємностей сталі та води знаходимо в таблиці.

$$c_1 = 500\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}};\quad c_2 = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}.$$

$Q_1 = Q_2$. $c_1m_1(t_1 - t) = c_2m_2(t - t_2)$; $c_1m_1t_1 - c_1m_1t = c_2m_2(t - t_2)$;

$$t_1 = \frac{c_2m_2(t-t_2) + c_1m_1t}{c_1m_1};\quad [t_1] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}\cdot\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}\cdot\text{Дж}\cdot\text{кг}} = {}^\circ\text{C};$$

$$t_1 = \frac{4200\cdot 0,25\cdot(25-15) + 500\cdot 0,2\cdot 25}{500\cdot 0,2} = 130\ ({}^\circ\text{C}).$$

Відповідь: температура в печі 130 °C.

4) *Дано*:

$m_1 = 200$ г $= 0,2$ кг
$m_2 = 400$ г $= 0,4$ кг
$t_1 = 20$ °C
$m_3 = 800$ г $= 0,8$ кг
$t_2 = 69$ °C
$t = 25$ °C

c_3 — ?

Розв'язання:

В процесі теплообміну вода і латунна посудина нагріваються, а срібло охолоджується.
Отже, $Q_1 + Q_2 = Q_3$, де $Q_1 = c_1m_1(t - t_1)$ — кількість теплоти, передана латуні; $Q_2 = c_2m_2(t - t_1)$ — кількість теплоти, передана воді;
$Q_3 = c_3m_3(t_2 - t)$ — кількість теплоти, яку віддає срібло.
Значення питомих теплоємностей речовин знайдемо в таблиці.

$$c_1 = 400\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}};\quad c_2 = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}.$$

Збираємо всі значення в одне рівняння: $c_1m_1(t - t_1) + c_2m_2(t - t_1) = c_3m_3(t_2 - t)$.

$$c_3 = \frac{c_1m_1(t-t_1) + c_2m_2(t-t_1)}{m_3(t_2-t)};\quad [c_3] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}\cdot\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}};$$

$$c_3 = \frac{400\cdot 0,2\cdot(25-20) + 4200\cdot 0,4\cdot(25-20)}{0,8\cdot(69-25)} = 250\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}\right).$$

Відповідь: питома теплоємність срібла $250\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$.

Частина II. Зміна агрегатного стану речовини. Теплові двигуни

Питома теплота плавлення — фізична величина, що характеризує певну речовину й дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати твердій кристалічній речовині масою 1 кг, щоб за температури плавлення повністю перевести її в рідину.

λ — питома теплота плавлення; $[\lambda] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; $\lambda = \frac{Q}{m}$.

Кількість теплоти, яку необхідно витратити на плавлення певної речовини, узятої за температури плавлення, дорівнює кількості теплоти, що виділяється під час кристалізації цієї речовини. $Q = \lambda m$.

Вправа 12

1) *Дано*:

$m = 500$ г $= 0,5$ кг

Q — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для кількості теплоти, яку необхідно витратити на плавлення речовини.

$Q = \lambda m$, де $\lambda = 213\ \frac{кДж}{кг}$ — питома теплота плавлення міді (знаходимо в таблиці). $213\ \frac{кДж}{кг} = 213\ 000\ \frac{Дж}{кг}$.

$[Q] = \frac{Дж \cdot кг}{кг} = Дж$; $Q = 213\ 000 \cdot 0{,}5 = 106\ 500$ (Дж) = 106,5 кДж.

Відповідь: необхідно 106,5 кДж теплоти.

3) *Дано*: $m = 100$ кг; $t_2 = 0$ °C; $t_1 = 1400$ °C. Q — ?

Розв'язання:

За умовами задачі сталь кристалізується, а потім охолоджується. Отже, $Q = Q_1 + Q_2$.

$Q_1 = \lambda m$ — кількість теплоти, яка виділяється при кристалізації, де $\lambda = 84\ \frac{кДж}{кг} = 84\ 000\ \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота плавлення сталі.

$Q_2 = cm(t_1 - t_2)$ — кількість теплоти, яка виділяється при охолодженні сталі, де $c = 500\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність сталі.

$A = \lambda m + cm(t_1 - t_2)$; $[Q] = \frac{Дж \cdot кг}{кг} + \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} = Дж$;

$Q = 84\ 000 \cdot 100 + 500 \cdot 100 \cdot (1400 - 0) = 78\ 400\ 000$ (Дж) = 78,4 МДж.

Відповідь: під час кристалізації виділяється 78,4 МДж теплоти.

4) *Дано*: $m = 25$ г $= 0{,}025$ кг; $t_1 = -15$ °C; $t_2 = 0$ °C; $t_3 = 10$ °C. Q — ?

Розв'язання:

Для перетворення льоду на воду необхідно лід спочатку нагріти до температури плавлення, потім його розплавити, а отриману воду нагріти, тобто $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$, де $Q_1 = c_1m(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання льоду; $c_1 = 2100\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$;

$Q_2 = \lambda m$ — кількість теплоти, необхідна для плавлення льоду; $\lambda = 332\ \frac{кДж}{кг} = 332\ 000\ \frac{Дж}{кг}$;

$Q_3 = c_2m(t_3 - t_2)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води; $c_2 = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$.

$Q = c_1m(t_2 - t_1) + \lambda m + c_2m(t_3 - t_2)$; $[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} + \frac{Дж \cdot кг}{кг} + \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} = Дж$;

$Q = 2100 \cdot 0{,}025 \cdot (0 + 15) + 332\ 000 \cdot 0{,}025 + 4200 \cdot 0{,}025 \cdot (10 - 0) =$
$= 10137{,}5$ (Дж) = 10,1 кДж.

Відповідь: потрібно 10,1 кДж теплоти.

5) *Дано*: $m_1 = m_2$; $t = 0$ °C. t_1 — ?

Розв'язання:

В процесі теплообміну лід розтанув, а вода охолоджується. $Q_1 = Q_2$, де $Q_1 = \lambda m_1$ — кількість теплоти, яка необхідна для танення льоду; $Q_2 = cm_2(t_1 - t)$ — кількість теплоти, яку віддає вода при охолодженні.

$\lambda = 332\ 000\ \frac{Дж}{кг}$; $c = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$.

$\lambda m_1 = cm_2(t_1 - t)$; $\lambda = c(t_1 - t)$ (тому що за умовами задачі $m_1 = m_2$);

$\lambda = ct_1 - ct$; $t_1 = \dfrac{\lambda + ct}{c}$; $[t_1] = \dfrac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot \text{Дж}} = {}^\circ\text{C}$; $t_1 = \dfrac{332\,000 + 4200 \cdot 0}{4200} = 79\ ({}^\circ\text{C})$.

Відповідь: температура води була 79 °C.

7) *Дано*: *Розв'язання*:

$v = 300\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 27\ {}^\circ\text{C}$

n — ?

Під час удару вся кінетична енергія кулі перетворюється на кількість теплоти, яка потрібна для нагрівання кулі до температури плавлення та подальшого плавлення частини кулі.

$E = Q_1 + Q_2$, де $E = \dfrac{mv^2}{2}$ — кінетична енергія кулі.

$Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, яку отримала куля при нагріванні до температури плавлення. $c = 140\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$; $t_2 = 327\ {}^\circ\text{C}$.

$Q_2 = \lambda m_1$ — кількість теплоти, яка йде на плавлення свинцю. $\lambda = 25\,000\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

$m_1 = n \cdot m$ — маса розплавленого свинцю.

$$\frac{mv^2}{2} = cm(t_2 - t_1) + \lambda \cdot n \cdot m;\quad \frac{v^2}{2} - c(t_2 - t_1) = \lambda \cdot n;\quad n = \frac{\dfrac{v^2}{2} - c(t_2 - t_1)}{\lambda};$$

$$n = \frac{\dfrac{300^2}{2} - 140 \cdot (327 - 27)}{25\,000} = 0{,}12.$$

Відповідь: розплавилася 0,12 частина свинцю.

Питома теплота пароутворення — це фізична величина, що характеризує певну речовину й дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати рідині масою 1 кг, щоб за незмінної температури перетворити її на пару.

L — **питома теплота пароутворення;** $L = \dfrac{Q}{m}$; $[L] = \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Вправа 14

3) *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 10$ кг

Q — ?

Якщо воду взяли за температури кипіння, можна користуватися формулою для розрахунку кількості теплоти, необхідної для пароутворення.

$Q = Lm$; $[Q] = \dfrac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$.

Питому теплоту пароутворення води знайдемо в таблиці.

$L = 2{,}3\ \dfrac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 2\,300\,000\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

$Q = 2\,300\,000 \cdot 10 = 23\,000\,000$ (Дж) $= 23$ МДж.

Відповідь: необхідно передати воді 23 МДж теплоти.

5) *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 10$ кг

$t_1 = 0\ {}^\circ\text{C}$

$t_2 = 100\ {}^\circ\text{C}$

ΔE — ?

Зміна внутрішньої енергії льоду дорівнює кількості теплоти, що треба передати льоду при теплообміні.

$\Delta E = Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$, де $Q_1 = \lambda m$ — кількість теплоти, необхідна для розплавлення льоду;

$Q_2 = cm(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води;
$Q_3 = Lm$ — кількість теплоти, необхідна для перетворення води на пару.

Значення питомої теплоємності води, питомої теплоти плавлення та пароутворення знаходимо в таблиці.

$\lambda = 332 \frac{кДж}{кг} = 332\,000 \frac{Дж}{кг}$; $L = 2,3 \frac{МДж}{кг} = 2\,300\,000 \frac{Дж}{кг}$;

$c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$.

$\Delta E = \lambda m + cm(t_2 - t_1) + Lm$; $[\Delta E] = \frac{Дж \cdot кг}{кг} + \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} + \frac{Дж \cdot кг}{кг} = Дж$;

$\Delta E = 332\,000 \cdot 10 + 4200 \cdot 10 \cdot (100 - 0) + 2\,300\,000 \cdot 10 =$
$= 30\,520\,000$ (Дж) $= 30,52$ МДж.

Відповідь: внутрішня енергія збільшилася на 30,52 МДж.

— Питома теплота згоряння палива — це фізична величина, яка характеризує певне паливо і чисельно дорівнює кількості теплоти, що виділяється в процесі повного згоряння 1 кг цього палива.

q — питома теплота згоряння палива, $q = \frac{Q}{m}$; $[q] = \frac{Дж}{кг}$.

— Коефіцієнт корисної дії нагрівника — це фізична величина, яка характеризує ефективність нагрівника й дорівнює відношенню корисно зужитої теплоти до всієї теплоти, яка може бути виділена в процесі повного згоряння палива $\eta = \frac{Q_{кор.}}{Q_{повна}}$.

Зазвичай ККД подають у відсотках $\eta = \frac{Q_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\,\%$.

— Тепловий двигун — це машина, яка працює циклічно й енергію палива перетворює на механічну роботу.

— Коефіцієнт корисної дії теплового двигуна — це фізична величина, що характеризує економічність теплового двигуна й показує, яка частина всієї енергії, що «запасена» в паливі, перетворюється на корисну роботу $\eta = \frac{A_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\,\%$.

Вправа 15

2) *Дано*:
$m = 10$ кг
Q — ?

Розв'язання:
Кількість теплоти, що виділяється при згорянні палива знаходимо за формулою $Q = q \cdot m$, де $q = 27 \frac{МДж}{кг} = 27\,000\,000 \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота згоряння кам'яного вугілля.

$[Q] = \frac{Дж \cdot кг}{кг} = Дж$; $Q = 27\,000\,000 \cdot 10 = 270\,000\,000$ (Дж) $=$
$= 270$ МДж.

Відповідь: виділяється 270 МДж теплоти.

3) *Дано*:
$Q = 92$ кДж $= 92\,000$ Дж
m — ?

Розв'язання:
Користуємося формулою для розрахунку кількості теплоти, що виділяється при згорянні палива $Q = qm$; $m = \frac{Q}{q}$,

де $q = 46\ \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 46\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота згоряння гасу.

$$m = \frac{92\,000}{46\,000\,000} = 0,002\ (\text{кг}) = 2\ \text{г}.$$

Відповідь: маса гасу 2 г.

4) *Дано*:

$m_1 = 300$ г $= 0,3$ кг
$t_1 = 15$ °C
$t_2 = 75$ °C
$m_2 = 8$ г $= 0,008$ кг

η — ?

Розв'язання:

За означенням ККД $\eta = \frac{Q_{\text{кор.}}}{Q_{\text{повна}}} \cdot 100\ \%$,

де $Q_{\text{кор.}} = cm_1(t_2 - t_1)$ — нагріваємо воду.
$Q_{\text{повна}} = qm_2$ — спалюємо спирт.
Значення питомої теплоємності води та питомої теплоти згоряння спирту знаходимо в таблиці.

$$c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};\quad q = 27\ \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 27\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

$$\eta = \frac{cm_1(t_2 - t_1)}{qm_2} \cdot 100\ \%;\quad [\eta] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{кг} \cdot \%}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{Дж} \cdot \text{кг}} = \%;$$

$$\eta = \frac{4200 \cdot 0,3 \cdot (75 - 15)}{27\,000\,000 \cdot 0,008} \cdot 100 = 35\ (\%).$$

Відповідь: ККД нагрівника 35 %.

5) *Дано*:

$V = 2$ л $= 0,002$ м^3
$t_1 = 20$ °C
$m = 42$ г $= 0,042$ кг
$\eta = 40$ %

t_2 — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для ККД $\eta = \frac{Q_{\text{кор.}}}{Q_{\text{повна}}} \cdot 100\ \%$,

де $Q_{\text{кор.}} = cm_1(t_2 - t_1)$ — нагріваємо воду.
$Q_{\text{повна}} = qm$ — спалюємо природний газ.

$m_1 = \rho V$ — маса води; $\rho = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — густина води.

$$c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}};\quad q = 44\ \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 44\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

$$\eta = \frac{c\rho V(t_2 - t_1)}{qm} \cdot 100\ \%;\quad t_2 = \frac{\frac{\eta qm}{100\ \%} + c\rho V t_1}{c\rho V};$$

$$[t_2] = \frac{\frac{\% \cdot \text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot \%} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{м}^3}}{\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{м}^3}} = \frac{\text{Дж} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{Дж}} = {}^\circ\text{C};$$

$$t_2 = \frac{\frac{40 \cdot 44\,000\,000 \cdot 0,042}{100} + 4200 \cdot 1000 \cdot 0,002 \cdot 20}{4200 \cdot 1000 \cdot 0,002} = 108\ ({}^\circ\text{C}).$$

Вода могла нагрітися тільки до 100 °C, тому можна зробити висновок, що частина води перетворилася на пару.
Відповідь: температура води 100 °C.

Вправа 16

1) *Дано:*

$Q_{повна} = 500$ кДж

$A_{кор.} = 125$ кДж

η — ?

Розв'язання:

За означенням ККД теплового двигуна $\eta = \frac{A_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\ \%$;

$[\eta] = \frac{кДж}{кДж} \cdot \% = \%$; $\eta = \frac{125}{500} \cdot 100 = 25\ (\%)$.

Відповідь: ККД теплового двигуна 25 %.

2) *Дано:*

$m = 0,5$ кг

$A_{кор.} = 7$ МДж $= 7\ 000\ 000$ Дж

η — ?

Розв'язання:

За означенням $\eta = \frac{A_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\ \%$,

де $Q_{повна} = qm$ — кількість теплоти, яка виділяється при згорянні палива.

Питому теплоту згоряння палива знаходимо з таблиці.

$$q = 42\ \frac{МДж}{кг} = 42\ 000\ 000\ \frac{Дж}{кг}.$$

$$\eta = \frac{A_{кор.}}{qm} \cdot 100\ \%; \quad [\eta] = \frac{Дж \cdot кг}{Дж \cdot кг} \cdot \% = \%; \quad \eta = \frac{7\ 000\ 000 \cdot 100}{42\ 000\ 000 \cdot 0,5} = 33,3\ (\%).$$

Відповідь: ККД двигуна 33,3 %.

3) *Дано:*

$\eta = 20\ \%$

$V = 10$ л $= 0,01$ м^3

$A_{кор.}$ — ?

Розв'язання:

За означенням ККД двигуна $\eta = \frac{A_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\ \%$,

де $Q_{повна} = qm$ — згорає паливо.

Питому теплоту згоряння бензину знайдемо в таблиці.

$$q = 46\ \frac{МДж}{кг} = 46\ 000\ 000\ \frac{Дж}{кг}.$$

Масу бензину знайдемо за формулою $m = \rho V$, де $\rho = 710\ \frac{кг}{м^3}$ — густина бензину.

$$\eta = \frac{A_{кор.}}{q\rho V} \cdot 100\ \%; \quad A_{кор.} = \frac{\eta q \rho V}{100\ \%}; \quad [A_{кор.}] = \frac{\% \cdot Дж \cdot кг \cdot м^3}{кг \cdot м^3 \cdot \%} = Дж;$$

$$A_{кор.} = \frac{20 \cdot 46\ 000\ 000 \cdot 710 \cdot 0,01}{100} = 65\ 320\ 000\ (Дж) = 65,32\ МДж.$$

Відповідь: корисна робота дорівнює 65,32 МДж.

4) *Дано:*

$v = 90\ \frac{км}{год} = 25\ \frac{м}{с}$

$l = 100$ км $= 100\ 000$ м

$\eta = 25\ \%$

N — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для ККД двигуна.

$\eta = \frac{A_{кор.}}{Q_{повна}} \cdot 100\ \%$, де $Q_{повна} = qm$ — згорає бензин; $q = 46\ \frac{МДж}{кг} = 46\ 000\ 000\ \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота згоряння бензину.

$A_{кор.}$ знаходимо із формули для потужності. $N = \frac{A}{t}$, де $t = \frac{l}{v}$.

Отже, $A_{кор.} = \frac{Nl}{v}$. Тоді $\eta = \frac{Nl}{vqm} \cdot 100\ \%$.

З цього рівняння знаходимо потужність.

$$N = \frac{\eta v q m}{l \cdot 100\ \%}; \quad [N] = \frac{\% \cdot м \cdot Дж \cdot кг}{с \cdot кг \cdot м \cdot \%} = \frac{Дж}{с} = Вт;$$

$$N = \frac{25 \cdot 25 \cdot 46\ 000\ 000 \cdot 4}{100\ 000 \cdot 100} = 11\ 500\ (Вт) = 11,5\ кВт.$$

Відповідь: середня потужність двигуна 11,5 кВт.

РОЗДІЛ 2. ЕЛЕКТРИЧНІ ЯВИЩА. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Частина I. Електричний заряд. Електричне поле. Електричний струм

Вправа 19

4) *Дано*:

$q = -1$ Кл

N — ?

Розв'язання:

Кількість надлишкових електронів знайдемо із формули

$q = N \cdot e$; $N = \frac{q}{e}$, де $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд електрона.

$$[N] = \frac{Кл}{Кл} = [б/р]; \quad N = \frac{-1}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18}.$$

Відповідь: $6{,}25 \cdot 10^{18}$ електронів передано тілу.

6) *Дано*:

$m = 5$ г $= 0{,}005$ кг

$F_т$ — ?

Розв'язання:

Сила, з якою Земля притягує до себе всі тала, називається силою тяжіння $F_т = mg$, де $g = 9,8\ \frac{Н}{кг}$.

$$[F_т] = \frac{кг \cdot Н}{кг} = Н; \quad F_т = 0{,}005 \cdot 9{,}8 = 0{,}05\ (Н).$$

Відповідь: сила тяжіння дорівнює 0,05 Н.

Закон Кулона: сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів прямо пропорційна добутку модулів цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними $F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$, **де** $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

Вправа 20

4) *Дано*:

$F_{ел.} = 156$ мН $= 0{,}156$ Н

$V = 0{,}4$ см^3 $= 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ м^3

$\rho = 12\ \frac{г}{см^3} = 12\ 000\ \frac{кг}{м^3}$

$F_{пр.}$ — ?

Розв'язання:

Якщо кулька нерухома, можна вважати, що сили, які діють на неї, скомпенсовані, тобто $F_{ел.} = F_{пр.} + F_{тяж.}$,

де $F_{тяж.} = mg$; $m = \rho V$.

Отже, $F_{пр.} = F_{ел.} - \rho V g$;

$$[F_{пр.}] = Н - \frac{кг \cdot м^3 \cdot Н}{м^3 \cdot кг} = Н;$$

$F_{пр.} = 0{,}156 - 600 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}8 = 0{,}0032\ (Н) =$
$= 32$ мН.

Відповідь: сила натягу нитки 32 мН.

6) *Дано*: *Розв'язання*:

$q_1 = 8 \cdot 10^{-19}$ Кл
$q_2 = -2{,}4 \cdot 10^{-19}$ Кл
$q_3 = 2{,}4 \cdot 10^{-18}$ Кл

N_1 — ?
N_2 — ?
N_3 — ?

Кількість електронів знаходимо за формулою $q = Ne$;

$N = \frac{q}{e}$; $[N] = \frac{Кл}{Кл} = [б/р]$; $N_1 = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = -5$ (може бути);

$N_2 = \frac{-2,4 \cdot 10^{-19}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,5$ (не може бути);

$N_3 = \frac{2,4 \cdot 10^{-18}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 15$ (може бути).

Вправа 21

4) *Дано*: *Розв'язання*:

$q_1 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл

q — ?

Користуємося законом збереження електричного заряду $q_1 + q_2 = \text{const}$.
Повний заряд системи дорівнює сумі зарядів.
$q' = q_1 + q_2$; $q' = -3 \cdot 10^{-9} + 9 \cdot 10^{-9} = 6 \cdot 10^{-9}$ (Кл).
Після дотику заряд системи рівномірно розділиться між кульками.

$q = \frac{q'}{2}$; $q = \frac{6 \cdot 10^{-9}}{2} = 3 \cdot 10^{-9}$ (Кл).

Відповідь: заряд кожної кульки дорівнює $3 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Вправа 22

2) *Дано*: *Розв'язання*:

$q_1 = q_2 = q$
$q_1' = q_2' = 2q$

$\frac{F'}{F}$ □ ?

Користуємося законом Кулона.

У першому випадку: $F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2}$.

У другому випадку: $F' = k\frac{q_1' \cdot q_2'}{r^2} = \frac{4kq^2}{r^2}$.

Тоді $\frac{F'}{F} = \frac{4kq^2 \cdot r^2}{r^2 \cdot kq^2} = 4$.

Відповідь: сила взаємодії збільшиться в 4 рази.

3) *Дано*: *Розв'язання*:

$F_1 = 9F_2$
$q_1 = q_2 = q_1' = q_2' = q$

$\frac{r_2}{r_1}$ □ ?

Користуємося законом Кулона.

$F_1 = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2}$; $F_1 = k\frac{q_1' \cdot q_2'}{r_2^2}$; $\frac{F_1}{F_2} = \frac{kq_1 \cdot q_2 \cdot r_2^2}{r_1^2 \cdot kq_1' \cdot q_2'} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$.

Користуємося тим, що $F_1 = 9F_2$, тоді $\frac{9F_2}{F_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$;

$9 = \frac{r_2^2}{r_1^2}$; $\frac{r_2^2}{r_1^2} = \sqrt{9} = 3$.

Відповідь: відстань збільшилася в 3 рази.

4) *Дано*: *Розв'язання*:

$r = 16$ см $= 0,16$ м
$N = 2 \cdot 10^{10}$
$q_1 = q_2 = q$

F — ?

Силу взаємодії точкових зарядів знаходимо за законом Кулона $F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2}$. Значення електричного заряду знаходимо з формули $q = N \cdot e$, де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — елементарний заряд.

Тоді $F = \frac{k(Ne)^2}{r^2}$; $[F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \text{Н}$;

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{0{,}16^2} = 0{,}36 \cdot 10^{-3}\ (\text{Н}) = 0{,}36\ \text{мН}.$$

Відповідь: сила взаємодії кульок 0,36 мН.

5) *Дано*:

$q_1 = -5$ нКл $= -5 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = 15$ нКл $= 15 \cdot 10^{-9}$ Кл
$r = 60$ см $= 0{,}6$ м

F — ?

Розв'язання:

Силу взаємодії кульок знаходимо за законом Кулона $F = \frac{kq^2}{r^2}$, де q — електричний заряд кульок після взаємодії.

$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}^2}$ — стала величина.

Значення електричного заряду q знаходимо із закону збереження електричного заряду $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$; $q = \frac{-5 \cdot 10^{-9} + 15 \cdot 10^{-9}}{2} = 5 \cdot 10^{-9}$ (Кл);

$[F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \text{Н}$; $F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (5 \cdot 10^{-9})^2}{0{,}6^2} = 6{,}25 \cdot 10^{-7}$ (Н) $= 0{,}625$ мкН.

Відповідь: сила взаємодії кульок 0,625 мкН.

Вправа 24

5) *Дано*:

$Q_{\text{кор.}} = 81$ МДж $= 810\,000\,000$ Дж
$\eta = 45$ %

m — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для ККД $\eta = \frac{Q_{\text{кор.}}}{Q_{\text{повна}}} \cdot 100\ \%$, де $Q_{\text{повн.}} = qm$.

Значення питомої теплоти згоряння палива знаходимо в таблиці

$q = 10 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 10\,000\,000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; $\eta = \frac{Q_{\text{кор.}}}{qm} \cdot 100\ \%$; $m = \frac{Q_{\text{кор.}}}{q\eta} \cdot 100\ \%$;

$[m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \%}{\text{Дж} \cdot \%} = \text{кг}$; $m = \frac{81\,000\,000 \cdot 100}{10\,000\,000 \cdot 45} = 18$ (кг).

Відповідь: потрібно спалити 18 кг дров.

Вправа 25

6) *Дано*:

$N = 702$ МВт $=$
$= 702\,000\,000$ Вт
$h = 54$ м
$\eta = 92$ %
$t = 1$ хв $= 60$ с

m — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для ККД $\eta = \frac{A_{\text{кор.}}}{A_{\text{повна}}} \cdot 100\ \%$, де $A_{\text{повна}} = mgh$, $A_{\text{кор.}} = N \cdot t$.

$\eta = \frac{Nt}{mgh} \cdot 100\ \%$; $m = \frac{Nt \cdot 100\ \%}{\eta gh}$;

$[m] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{с} \cdot \% \cdot \text{кг}}{\% \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{кг}}{\text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \text{кг}$;

$m = \frac{702\,000\,000 \cdot 60 \cdot 100}{92 \cdot 9{,}8 \cdot 54} = 84\,800\,000$ (кг) $= 84\,800$ т.

Відповідь: маса води 84 800 т.

— Сила струму — це фізична величина, що характеризує електричний струм і чисельно дорівнює заряду, який проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу I — сила струму; $I = \frac{q}{t}$; $[I]$ = А.
— Знаючи одиницю сили струму, одержуємо означення одиниці електричного заряду $q = I \cdot t$; $[q]$ = А · с = Кл.
1 Кл — це заряд, який проходить через поперечний переріз провідника за 1 с при силі струму в провіднику 1 А.

Вправа 27

2) *Дано:*
I = 200 мА = 0,2 А
q = 24 Кл
t — ?

Розв'язання:
Користуємося формулою для сили струму.

$I = \frac{q}{t}$, тоді $t = \frac{q}{I}$; $[t] = \frac{\text{Кл}}{\text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{с}$;

$t = \frac{24}{0,2} = 120$ (с) = 2 хв.

Відповідь: протягом 2 хв проходить заряд через поперечний переріз провідника.

4) *Дано:*
t = 10 хв = 600 с
I = 0,3 А
q — ?

Розв'язання:
Користуємося формулою для сили струму $I = \frac{q}{t}$, тоді $q = I \cdot t$. $[q]$ = А · с = Кл; $q = 0,3 \cdot 600 = 180$ (Кл).
Відповідь: заряд дорівнює 180 Кл.

5) *Дано:*
t = 10 с
$N = 2 \cdot 10^{20}$
I — ?

Розв'язання:
За означенням сили струму $I = \frac{q}{t}$, де q — електричний заряд, який можна знайти за формулою $q = N \cdot e$;
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — елементарний заряд.

$I = \frac{Ne}{t}$; $[I] = \frac{\text{Кл}}{\text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{А}$; $I = \frac{2 \cdot 10^{20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10} = 3,2$ (А).

Відповідь: 3,2 А.

— Електрична напруга на певній ділянці кола — це фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі електричного поля з переміщення одиничного позитивного заряду по цій ділянці U — електрична напруга;
$U = \frac{A}{q}$; $[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$.

Вправа 28

3) *Дано:*
q = 3 Кл
A = 0,12 кДж = = 120 Дж
U — ?

Розв'язання:
За означенням електричної напруги $U = \frac{A}{q}$;
$[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$; $U = \frac{120}{3} = 40$ (В).
Відповідь: електрична напруга дорівнює 40 В.

4) *Дано*: *Розв'язання*:

$q = 60$ Кл
$A_е = A_т$
$m = 200$ г $= 0,2$ кг
$h = 360$ м
U — ?

Роботу сили тяжіння знаходимо за формулою $A_т = mgh$. Роботу електричного струму знаходимо з формули для електричної напруги $U = \frac{A_е}{q}$, $A_е = Uq$. За умовами задачі значення робіт однакове, тому $mgh = Uq$.

За цим рівнянням знаходимо електричну напругу

$$U = \frac{mgh}{q}; \quad [U] = \frac{кг \cdot Н \cdot м}{кг \cdot Кл} = \frac{Дж}{Кл} = В; \quad U = \frac{0,2 \cdot 9,8 \cdot 360}{60} = 12 \text{ (В)}.$$

Відповідь: напруга дорівнює 12 В.

5) *Дано*: *Розв'язання*:

$t = 1$ год $= 3600$ с
$U = 0,5$ А
$U = 220$ В
A — ?

Роботу електричного струму знаходимо з рівняння для електричної напруги $U = \frac{A}{q}$; $A = Uq$. Значення електричного заряду знаходимо з формули для сили струму $I = \frac{q}{t}$; $q = I \cdot t$.

Отже, $A = UIt$; $[A] = В \cdot А \cdot с = \frac{Дж \cdot Кл}{Кл} = Дж$;

$A = 220 \cdot 0,5 \cdot 3600 = 396\ 000$ (Дж) $= 396$ кДж.

Відповідь: робота електричного струму дорівнює 396 кДж.

7) *Дано*: *Розв'язання*:

$F = 50$ Н
$x = 2$ см $= 0,02$ м
k — ?

Умови задачі запишемо, користуючись графіком. За законом Гука $F = kx$, тоді $k = \frac{F}{x}$; $[k] = \frac{Н}{м}$;

$k = \frac{50}{0,02} = 2500 \left(\frac{Н}{м}\right)$. *Відповідь*: $2500 \frac{Н}{м}$.

Вправа 29

1) *Дано*: *Розв'язання*:

$I = 1,2$ А
$U = 18$ В
R — ?

Для знаходження опору електричної лампи користуємося законом Ома $I = \frac{U}{R}$, тоді $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{В}{А} = Ом$; $R = \frac{18}{1,2} = 15$ (Ом).

Відповідь: опір електричної лампи 15 Ом.

2) *Дано*: *Розв'язання*:

$I_1 = 4$ А
$U_1 = 8$ В
$I_2 = 4$ А
$U_2 = 10$ В
$I_3 = 2$ А
$U_3 = 8$ В
$I_4 = 1$ А
$U_4 = 8$ В
R_1 — ?
R_2 — ?
R_3 — ?
R_4 — ?

Умови задачі запишемо, користуючись графіком. Користуємося законом Ома для кожного випадку.

$I = \frac{U}{R}$, $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{В}{А} = Ом$; $R_1 = \frac{8}{4} = 2$ (Ом);

$R_2 = \frac{10}{4} = 2,5$ (Ом); $R_3 = \frac{8}{2} = 4$ (Ом); $R_4 = \frac{8}{1} = 8$ (Ом).

Відповідь: опори провідників відповідно дорівнюють 2 Ом, 2,5 Ом, 4 Ом, 8 Ом.

3) *Дано*: *Розв'язання*:

$I = 1{,}5$ А
$R = 150$ Ом

U — ?

Користуємося законом Ома $I = \frac{U}{R}$;

$[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U = 1{,}5 \cdot 150 = 225$ (В).

Відповідь: напруга на кінцях спіралі 225 В.

5) *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 12$ В
$t = 5$ хв $= 300$ с
$q = 60$ Кл

R — ?

Електричний опір знаходимо із закону Ома $I = \frac{U}{R}$;

$R = \frac{U}{I}$, де I — сила струму.

$I = \frac{q}{t}$; $R = \frac{U \cdot t}{q}$; $[R] = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{Ом}$;

$R = \frac{12 \cdot 300}{60} = 60$ (Ом).

Відповідь: опір провідника 60 Ом.

6) *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 1{,}5$ Ом
$U = 6$ В
$n = 16$

$C_А$ — ?

Ціна поділки — це значення величини між двома сусідніми позначками.

Знайдемо силу струму, яку показує амперметр.

$I = \frac{U}{R}$; $[I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$; $I = \frac{6}{1{,}5} = 4$ (А).

Ціна поділки буде дорівнювати $C_А = \frac{I}{n}$; $C_А = \frac{4}{16} = 0{,}25$ (А).

Відповідь: ціна поділки амперметру дорівнює 0,25 А.

8) *Дано*: *Розв'язання*:

$S = 10$ мм^2 =
$= 0{,}1$ см^2
$d = 10$ см

m — ?

Масу знаходимо за формулою $m = \rho V$, де ρ — густина речовини (знайдемо в таблиці); $\rho = 8{,}9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

$V = l \cdot S$, де l — довжина дроту; $l = \varpi \cdot d$; $m = \rho \varpi d \cdot S$;

$[m] = \frac{\text{г} \cdot \text{см} \cdot \text{см}^2}{\text{см}^3} = \text{г}$; $m = 8{,}9 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 0{,}1 = 28$ (г).

Відповідь: маса кільця 28 г.

Вправа 30

2) *Дано*: *Розв'язання*:

$l = 2$ м
$S = 6{,}8$ мм^2

R — ?

Значення електричного опору знайдемо за формулою

$R = \rho \frac{l}{S}$, де $\rho = 0{,}017 \ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ — питомий опір міді.

$[R] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{мм}^2} = \text{Ом}$; $R = \frac{0{,}017 \cdot 2}{6{,}8} = 0{,}005$ (Ом) = 5 мОм.

Відповідь: опір мідного дроту 5 мОм.

4) *Дано*: *Розв'язання*:

$S = 0{,}2$ мм^2
$I = 0{,}4$ А
$U = 4{,}4$ В

l — ?

Довжину дроту знайдемо з формули для електричного опору.

$R = \rho \frac{l}{S}$, де $R = \frac{U}{I}$ (за законом Ома).

$$\frac{U}{I}=\rho\frac{l}{S};\quad l=\frac{US}{I\rho};\quad [l]=\frac{В\cdot мм^2\cdot м}{А\cdot Ом\cdot мм^2}=\frac{Ом\cdot м}{Ом}=м;$$

$\rho=1,1\,\frac{Ом\cdot мм^2}{м}$ — питомий опір ніхрому; $l=\frac{4,4\cdot 0,2}{0,4\cdot 1,1}=2$ (м).

Відповідь: довжина дроту 2 м.

5) Якщо дріт розрізали навпіл, довжина його зменшилась в 2 рази.

$l_2=\frac{l_1}{2};\; l_1=2l_2.$

Якщо половини дроту звили, площа поперечного перерізу збільшилася вдвічі.

$S_2=2S_1.$ $R_1=\rho\frac{l_1}{S_1}$ — був опір дроту; $R_2=\rho\frac{l_2}{S_2}$ — став опір дроту.

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{l_1\cdot S_2}{S_1\cdot l_2}=\frac{2l_2\cdot 2S_1}{S_1\cdot l_2}=4;\quad R_1=4R_2.$$

Відповідь: опір зменшився у 4 рази.

6) *Дано*: *Розв'язання*:

$l=100$ м
$U=7$ В
$I=10$ А
m — ?

Масу знаходимо за формулою $m=\rho_т V_т$, де $\rho_т=2700\,\frac{кг}{м^3}$ — густина алюмінію; $V_т=l\cdot S$ — об'єм тіла.
Площу поперечного перерізу знайдемо, користуючись законом Ома та формулою для електричного опору.

$R=\frac{U}{I};\quad R=\rho_{ел}\cdot\frac{l}{S};\quad \frac{U}{I}=\rho_{ел.}\cdot\frac{l}{S},$ де $\rho_{ел}=2,8\cdot 10^{-8}$ Ом · м — питомий опір алюмінію.

$$S=\frac{\rho_{ел}\cdot lI}{U};\quad V_т=\frac{l\cdot\rho_{ел}\cdot lI}{U};\quad m=\frac{\rho_т\cdot\rho_{ел}\cdot l^2 I}{U};$$

$$[m]=\frac{кг\cdot Ом\cdot м\cdot м^2\cdot А}{м^3\cdot В}=\frac{кг\cdot В\cdot А}{В\cdot А}=кг;$$

$$m=\frac{2700\cdot 2,8\cdot 10^{-8}\cdot 100^2\cdot 10}{7}=1,08\text{ (кг)}.$$

Відповідь: маса дроту 1,08 кг.

— Закономірності послідовного з'єднання провідників:
1) Сила струму в усій ділянці кола та в усіх провідниках однакова: $I=I_1=I_2=...=I_n$.
2) Загальна напруга на всій ділянці кола дорівнює сумі напруг на окремих провідниках: $U=U_1+U_2+...+U_n$.
3) Загальний опір послідовно з'єднаних провідників обчислюється за формулою: $R=R_1+R_2+...R_n$.
— Закономірності паралельного з'єднання провідників:
1) Напруга на кожному провіднику і на всій ділянці є однаковою: $U=U_1=U_2=...=U_n$.
2) Сила струму в нерозгалуженій частині кола дорівнює сумі сил струмів у відгалуженнях: $I=I_1+I_2+...+I_n$.
3) Загальний опір ділянки кола можна обчислити за формулою: $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_4}$.

Вправа 31

1) *Дано*:

$R_1 = R_2 = 2$ Ом
$I = 0,5$ А

U — ?
U_1 — ?
U_2 — ?
R — ?

Розв'язання:

За умовами задачі провідники з'єднані послідовно, тому $I = I_1 = I_2$; $U = U_1 + U_2$; $R = R_1 + R_2$.
За законом Ома знаходимо значення напруги на кожному провіднику.

$U = I \cdot R$; $[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U_1 = 2 \cdot 0,5 = 1$ (В);

$U_2 = 2 \cdot 0,5 = 1$ (В); $U = 1 + 1 = 2$ (В).
Загальний опір дорівнює $R = 2 + 2 = 4$ (Ом).
Відповідь: напруга, подана на ділянку, дорівнює 2 В, напруга на кожному провіднику дорівнює 1 В; загальний опір ділянки 4 Ом.

2) *Дано*:

$R = 65$ Ом
$R_1 = R_2 = 15$ Ом

R_3 — ?

Розв'язання:

Провідники з'єднані послідовно, тому $R = R_1 + R_2 + R_3$, отже, $R_3 = R - R_1 - R_2$; $R_3 = 65 - 15 - 15 = 35$ (Ом).
Відповідь: опір реостата 35 Ом.

3) *Дано*:

$R_1 = 120$ Ом
$R_2 = 130$ Ом
$U = 100$ В

U_1 — ?

Розв'язання:

За умовами задачі провідники з'єднані послідовно, тому $U = U_1 + U_2$; $R = R_1 + R_2$; $I = I_1 = I_2$.
Знайдемо силу струму на ділянці кола за формулою

$I = \frac{U}{R}$, де $R = 120 + 130 = 250$ (Ом).

$[I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$; $I = \frac{100}{250} = 0,4$ (А).

Знаючи силу струму, обчислюємо напругу.

$U_1 = I_1 R_1$; $[U_1] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U_1 = 0,4 \cdot 120 = 48$ (В).

Відповідь: покази вольтметра 48 В.

4) *Дано*:

$R_1 = 650$ Ом
$I_2 = 80$ мА $= 0,08$ А
$U = 72$ В

R_2 — ?

Розв'язання:

Користуємося закономірностями послідовного з'єднання провідників $I = I_1 = I_2$; $R = R_1 + R_2$.
Знайдемо опір ділянки кола. За законом Ома

$R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$; $R = \frac{72}{0,08} = 900$ (Ом).

$R_2 = R - R_1$; $R_2 = 900 - 650 = 250$ (Ом).
Відповідь: опір другого провідника 250 Ом.

5) *Дано*:

$R_1 = 5$ Ом
$R_2 = 8$ Ом
$R_3 = 15$ Ом
$U_2 = 1,6$ В

I — ?
U — ?

Розв'язання:

Знайдемо значення I_2, користуючись законом Ома.

$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$; $[I_2] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$; $I_2 = \frac{1,6}{8} = 0,2$ (А).

Провідники з'єднані послідовно, тому $I = I_1 = I_2 = I_3 = 0,2$ А; $R = R_1 + R_2 + R_3$; $R = 5 + 8 + 15 = 28$ (Ом).
Напругу на ділянці кола знаходимо за законом Ома.

$U = IR$; $[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U = 0,2 \cdot 28 = 5,6$ (В).

Відповідь: сила струму на ділянці кола 0,2 А, а напруга 5,6 В.

6) *Дано:*

$I_л = 0,3$ А
$U = 220$ В
$R = 1100$ Ом

I — ?

Розв'язання:

За законом Ома знайдемо силу струму в мережі $I = \frac{U}{R}$;

$[I] = \frac{В}{Ом} = \frac{В \cdot А}{В} = А;\quad I = \frac{220}{1100} = 0,2$ (А).

В мережі сила струму 0,2 А, а лампа ліхтарика розрахована на силу струму 0,3 А, лампу можна увімкнути в мережу.

7) *Дано:*

$R_V = 900$ Ом
$U_1 = U$
$U_2 = 5U$

R — ?

Розв'язання:

За законом Ома знайдемо силу струму: у першому випадку $I = \frac{U_1}{R_V}$; у другому випадку $I = \frac{U_2}{R_V + R}$.

Якщо сила струму однакова, можна записати

$\frac{U_1}{R_V} = \frac{U_2}{R_V + R}$ або $\frac{U}{R_V} = \frac{5 \cdot U}{R_V + R}$.

Тоді $5R_V = R_V + R$; $R = 4R_V$;

$R = 4 \cdot 900 = 3600$ (Ом).

Відповідь: опір резистора 3600 Ом.

8) *Дано:*

$m = 240$ г $= 0,24$ кг
$h_1 = 1$ м
$h_2 = 70$ см $= 0,7$ м

$A_{F_т}$ □ ?

Розв'язання:

Робота сили тяжіння чисельно дорівнює зміні потенціальної енергії.

$A_{F_т} = \Delta E_p;\quad E_{p_1} = mgh_1;\quad E_{p_2} = mgh_2;$

$A_{F_т} = E_{p_1} + E_{p_2};\quad [E_p] = \frac{кг \cdot Н \cdot м}{кг} = Дж;$

$E_{p_1} = 0,24 \cdot 9,8 \cdot 1 = 2,4$ (Дж);

$E_{p_2} = 0,24 \cdot 9,8 \cdot 0,7 = 1,68$ (Дж);

$A_{F_т} = 2,4 + 1,68 = 4,08$ (Дж).

Відповідь: сила тяжіння виконала роботу 2,4 Дж, 1,68 Дж відповідно на кожному етапі, та 4,08 Дж за весь час падіння.

Вправа 32

2) *Дано:*

$R_1 = 100$ Ом
$R_2 = 150$ Ом
$I = 2,4$ А

U — ?

Розв'язання:

Напругу на ділянці знайдемо за законом Ома для ділянки кола $U = I \cdot R$; $[U] = А \cdot Ом = \frac{А \cdot В}{А} = В$.

Провідники з'єднані паралельно, значення опору знаходимо із закономірності $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$;

$\frac{1}{R} = \frac{1}{100} + \frac{1}{150} = \frac{5}{300}\left(\frac{1}{Ом}\right)$. Тоді $R = \frac{300}{5} = 60$ (Ом).

$U = 2,4 \cdot 60 = 144$ (В).

Відповідь: напруга на ділянці дорівнює 144 В.

3) *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$U = 120$ В $R_1 = 200$ Ом $R_2 = 300$ Ом I — ? I_1 — ? I_2 — ?	Користуємося закономірностями паралельного з'єднання провідників: $U = U_1 = U_2$; $I = I_1 + I_2$ та законом Ома для ділянки кола: $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$; $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$;

$$[I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}; \quad I_1 = \frac{120}{200} = 0,6\ (\text{А});$$

$$I_2 = \frac{120}{300} = 0,4\ (\text{А}); \quad I = 0,6 + 0,4 = 1\ (\text{А}).$$

Відповідь: сила струму в лампах відповідно дорівнює 0,6 А, 0,4 А; у нерозгалуженій частині кола — 1 А.

4) *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$l_1 = l_2 = l_3$ $S_1 = S_2 = S_3$ $I_1 <> I_2 <> I_3$	Якщо дроти з'єднані паралельно, то напруга на кожному з них буде однаковою. Сила струму буде більшою там, де опір провідника буде меншим.

Опір провідників залежить від довжини площі поперечного перерізу та матеріалу, з якого виготовлено провідник.

Якщо $l_1 = l_2 = l_3$ і $S_1 = S_2 = S_3$, то опір буде залежати тільки від матеріалу.

$R \sim \rho$ $\left(R = \rho \frac{l}{S}\right)$, де ρ — питомий опір провідника.

$$\rho_1 = \rho_{\text{заліза}} = 0,1\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}; \quad \rho_2 = \rho_{\text{міді}} = 0,017\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}};$$

$$\rho_3 = \rho_{\text{срібла}} = 0,016\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}.$$

$\rho_{\text{срібла}}$ — найменший, отже, і сила струму в ньому буде найбільша.

5) *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$R_1 = R_6 = 7$ Ом $R_2 = 1$ Ом $R_3 = 5$ Ом $R_4 = 12$ Ом $R_5 = 4$ Ом $U = 4$ В R — ? I — ?	Для знаходження загального опору ділянки кола користуємося закономірностями послідовного та паралельного з'єднання. Опори R_4 та R_5 з'єднані паралельно. $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$; $\frac{1}{R'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12}$; $R' = \frac{12}{4} = 3$ (Ом). Опори R' та R_2 з'єднані послідовно. $R'' = R' + R_2$; $R'' = 3 + 1 = 4$ (Ом).

Опори R_1 та R_3 з'єднані послідовно. $R''' = R_1 + R_3$; $R''' = 7 + 5 = 12$ (Ом).
Опори R'' та R''' з'єднані паралельно.

$$\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''}; \quad \frac{1}{R_n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3+1}{12} = \frac{4}{12}; \quad R_n = \frac{12}{4} = 3\ (\text{Ом}).$$

Опори R_n та R_6 з'єднані послідовно. $R = R_n + R_6$; $R = 3 + 7 = 10$ (Ом).
Силу струму знаходимо за законом Ома для ділянки кола.

$$I = \frac{U}{R}; \quad [I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}; \quad I = \frac{4}{10} = 0,4\ (\text{А}).$$

Відповідь: загальний опір ділянки кола 10 Ом, сила струму в ділянці 0,4 А.

6) *Дано*: *Розв'язання*:

$R_1 = 3$ Ом $R_2 = 2$ Ом $R_3 = 8$ Ом $I_3 = 0{,}1$ А U — ?	Для того щоб знайти напругу, необхідно визначити силу струму у нерозгалуженій ділянці та загальний опір ділянки. Резистори R_2 та R_3 з'єднані паралельно, тому $U_2 = U_3$ або $I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3$ (за законом Ома для ділянки кола). Тоді $I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2}$; $[I_2] = \frac{\text{А} \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} = \text{А}$; $I_2 = \frac{0{,}1 \cdot 8}{2} = 0{,}4$ (А).

$I = I_1 = I_2 + I_3$; $I = 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}5$ (А).

Знаходимо опір кола. $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_3 \cdot R_2}$ (паралельне з'єднання).

$R' = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$; $R = R_1 + R'$ (послідовне з'єднання).

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3};\quad R = 3 + \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 4{,}6 \text{ (Ом)}.$$

$U = I \cdot R$; $[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U = 0{,}5 \cdot 4{,}6 = 2{,}3$ (В).

Відповідь: напруга на полюсах джерела струму 2,3 В.

7) *Дано*: *Розв'язання*:

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 5$ Ом $I_2 = 300$ мА $= 0{,}3$ А I_1 — ?	Знайдемо напругу на ділянці кола, коли всі ключі розімкнені. $U = I_2 \cdot R$, де $R = R_1 + R_2$ (опори з'єднані послідовно).

$[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U = 0{,}3 \cdot (5 + 5) = 3$ (В).

Знайдемо опір кола, коли ключ K_1 замкнули.
$R = R_1 + R'$, де R' — опір резисторів R_2 та R_4.

Ці опори з'єднані паралельно, тому $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}$; $\frac{1}{R'} = \frac{R_4 + R_2}{R_2 \cdot R_4}$;

$$R' = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4};\quad R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4};\quad R = 5 + \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 7{,}5 \text{ (Ом)}.$$

Знаючи напругу і опір, знайдемо силу струму за законом Ома.

$$I_1 = \frac{U}{R};\quad [I_1] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А};\quad I_1 = \frac{3}{7{,}5} = 0{,}4 \text{ (Ом)}.$$

Відповідь: амперметр буде показувати 0,4 А.

9) *Дано*: *Розв'язання*:

$I_1 = 2$ А $I_2 = 10$ А $R_А = 0{,}07$ Ом $R_ш$ — ?	Сила струму на ділянці дорівнює $I_1 = \frac{U}{R_А}$ — в першому випадку (без шунта); $I_2 = I_А + I_ш$ — в другому випадку; $I_2 = \frac{U}{R_А} + \frac{U}{R_ш}$.

За умовами задачі $I_2 = 5I_1$, тому можна записати $\frac{U}{R_А} + \frac{U}{R_ш} = 5 \cdot \frac{U}{R_А}$;

$$\frac{1}{R_А} + \frac{1}{R_ш} = \frac{5}{R_А};\quad \frac{1}{R_ш} = \frac{5}{R_А} - \frac{1}{R_А};\quad R_ш = \frac{R_А}{4};$$

$$R_ш = \frac{0{,}07}{4} = 0{,}0175 \text{ (Ом)} = 17{,}5 \text{ мОм}.$$

Відповідь: опір шунта 17,5 мОм.

Частина III. Робота і потужність електричного струму. Електричний струм у різних середовищах

— Формула для розрахунку роботи електричного струму на даній ділянці кола: $A = UIt$; $[A]$ = В · А · с = Дж.
— Потужність електричного струму — фізична величина, що характеризує швидкість виконання струмом роботи й дорівнює відношенню роботи струму до часу, за який цю роботу виконано: P — потужність електричного струму $P = \frac{A}{t}$; $P = UI$; $[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ = Вт; $[P]$ = В · А = Вт.
— Закон Джоуля — Ленца: кількість теплоти, яка виділяється під час проходження струму в провіднику, прямо пропорційна квадрату сили струму, опору провідника й часу проходження струму $Q = I^2Rt$.

Вправа 33

2) Довести, що 1 Дж = 1 В · А · с.

Доведення: $1\ \text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = 1\ \frac{\text{Дж} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{Дж}$.

3) *Дано*:

t = 15 хв = 900 с
U = 10 В
I = 0,8 А

A — ?

Розв'язання:

Роботу електричного струму знайдемо за формулою $A = UIt$. $[A]$ = В · А · с = Дж; $A = 10 \cdot 0{,}8 \cdot 900 = 7200$ (Дж) = 7,2 кДж.

Відповідь: робота струму дорівнює 7,2 кДж.

4) *Дано*:

t = 5 хв = 300 с
R_1 = 10 Ом
R_2 = 25 Ом
U = 100 В

а) A_1 — ?
A_2 — ?
б) A_1 — ?
A_2 — ?

Розв'язання:

а) Якщо провідники з'єднані паралельно, напруга на кожному з них буде дорівнювати $U = U_1 = U_2 = 100$ В.

Роботу електричного струму знайдемо за формулою

$$A = \frac{U^2}{R}t; \quad [A] = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{с}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{В}} = \text{Дж};$$

$$A_1 = \frac{100^2}{10} \cdot 300 = 300\,000\ (\text{Дж}) = 300\ \text{кДж};$$

$$A_2 = \frac{100^2}{25} \cdot 300 = 120\,000\ (\text{Дж}) = 120\ \text{кДж};$$

б) Якщо провідники з'єднані послідовно, сила струму змінюватися не буде. Знайдемо значення сили струму, користуючись законом Ома.

$I = \frac{U}{R}$, де $R = R_1 + R_2$.

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}; \quad [I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}; \quad I = \frac{100}{10 + 25} = 2{,}86\ (\text{А}).$$

Роботу електричного струму знайдемо за формулою $A = I^2Rt$;

$$[A] = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \frac{\text{А}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Дж};$$

$A_1 = 2{,}86^2 \cdot 10 \cdot 300 = 24\ 490$ (Дж) = 24,5 кДж;
$A_2 = 2{,}86^2 \cdot 25 \cdot 300 = 61\ 347$ (Дж) = 61,3 кДж.

Відповідь: робота струму у кожному провіднику відповідно дорівнює:
а) при паралельному з'єднанні 300 кДж, 120 кДж;
б) при послідовному з'єднані 24,5 кДж, 61,3 кДж.

5) *Дано:*

$m = 1$ т $= 1000$ кг
$h = 19$ м
$t = 50$ с
$\eta = 80$ %
$U = 380$ В

I — ?

Розв'язання:

Користуємося формулою для ККД

$$\eta = \frac{A_{кор.}}{A_{повна}} \cdot 100\ \%, \text{ де } A_{кор.} = mgh;\ A_{повна} = UIt.$$

$$\eta = \frac{mgh}{IUt} \cdot 100\ \%;\quad I = \frac{mgh}{Ut\eta} \cdot 100\ \%;$$

$$[I] = \frac{кг \cdot Н \cdot м \cdot \%}{кг \cdot В \cdot с \cdot \%} = \frac{Н \cdot м}{В \cdot с} = \frac{Н \cdot м \cdot Кл}{Дж \cdot с} = \frac{Н \cdot м \cdot А \cdot с}{Н \cdot м \cdot с} = А;$$

$$I = \frac{1000 \cdot 9,8 \cdot 19 \cdot 100}{380 \cdot 50 \cdot 80} = 12,5\ (А).$$

Відповідь: електродвигун споживає 12,5 А.

6) При послідовному з'єднанні $P_1 = \frac{U^2}{R}$,

де $R = R_1 + R_2 = 2R_1$ (за умовами задачі опори однакові); $P_1 = \frac{U^2}{2R_1}$.

При паралельному з'єднанні $P_2 = \frac{U^2}{R}$, де $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R_1}$; $R = \frac{R_1}{2}$;

$$P_2 = \frac{2U^2}{R_1};\quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{2U^2 \cdot 2R_1}{R_1 \cdot U^2} = 4.$$

Відповідь: при паралельному з'єднанні електропечі споживали більшу потужність у 4 рази.

Вправа 34

1) *Дано:*

$t = 10$ хв $= 600$ с
$R = 30$ Ом
$I = 4$ А

Q — ?

Розв'язання:

Кількість теплоти знаходимо за законом Джоуля — Ленца: $Q = I^2Rt$; $[Q] = А^2 \cdot Ом \cdot с = \frac{А^2 \cdot В \cdot с}{А} = Дж$;

$Q = 4^2 \cdot 30 \cdot 600 = 288\ 000$ (Дж) $= 288$ кДж.

Відповідь: виділиться 288 кДж теплоти.

2) *Дано:*

$R_1 = 10$ Ом
$R_2 = 20$ Ом
$U = 100$ В
$t = 5$ с

Q_1 — ?
Q_2 — ?

Розв'язання:

Користуємося законом Джоуля — Ленца: $Q = I^2Rt$,

де $I = \frac{U}{R}$, тоді $Q = \frac{U^2}{R}t$; $[Q] = \frac{В^2 \cdot с}{Ом} = \frac{В^2 \cdot с \cdot А}{В} = Дж$;

$$Q_1 = \frac{100^2}{10} \cdot 5 = 5000\ (Дж) = 5\ кДж;$$

$$Q_2 = \frac{100^2}{20} \cdot 5 = 2500\ (Дж) = 2,5\ кДж.$$

Відповідь: у кожному провіднику відповідно виділяється 5 кДж та 2,5 кДж теплоти.

4) *Дано:*

$t = 5$ хв $= 300$ с
$m = 0,2$ кг
$t_1 = 14$ °C
$t_2 = 100$ °C
$I = 2$ А

U — ?

Розв'язання:

Якщо витратами енергії можна знехтувати, то вся теплота, яку отримуємо від електромережі, йде на нагрівання води.

$Q_1 = Q_2$, де $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води; $Q_2 = UIt$ — кількість теплоти, отримана від електрокип'ятильника.

$c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$ — питома теплоємність води.

$cm(t_2 - t_1) = UIt$; $U = \frac{cm(t_2 - t_1)}{It}$; $[U] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C} \cdot \text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}$;

$$U = \frac{4200 \cdot 0,2 \cdot (100 - 14)}{2 \cdot 300} = 120,4\ (\text{В}).$$

Відповідь: електрокип'ятильник розрахований на 120,4 В.

5) *Дано*:

$m = m_1 = m_2 =$
$= 200$ г $= 0,2$ кг
$t_1 = 20$ °C
$R_1 = 12$ Ом
$R_2 = 24$ Ом
$t = 7$ хв $= 420$ м
$I = 1,5$ А

t_2 — ?

Розв'язання:

Аналогічно задачі № 4.
$Q_1 = Q_2$, де $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$;
$Q_2 = I^2Rt$ — закон Джоуля — Ленца.
Для першого калориметра $cm(t_2 - t_1) = I^2R_1t$;

$$t_2 = \frac{I^2R_1t + mct_1}{mc}.$$

Для другого калориметра $t_2 = \frac{I^2R_2t + mct_1}{mc}$;

$c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$ — питома теплоємність води.

$$[t_2] = \frac{\text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} + \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}}{\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}} = \frac{\frac{\text{В} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с}}{\text{А}} + \text{Дж}}{\frac{\text{Дж}}{°\text{C}}} = \frac{\text{Дж} \cdot °\text{C}}{\text{Дж}} = °\text{C}.$$

Для першого нагрівача $t_2 = \frac{1,5^2 \cdot 12 \cdot 420 + 4200 \cdot 0,2 \cdot 20}{0,2 \cdot 4200} = 33,5\ (°\text{C})$.

Для другого нагрівача $t_2 = \frac{1,5^2 \cdot 24 \cdot 420 + 4200 \cdot 0,2 \cdot 20}{0,2 \cdot 4200} = 47\ (°\text{C})$.

Відповідь: температура в першому калориметрі буде 33,5 °C, в другому — 47 °C.

6) *Дано*:

$U = 120$ В
$Q = 1$ МДж $= 1\,000\,000$ Дж
$t = 1$ год $= 3600$ с
$d = 0,5$ мм

l — ?

Розв'язання:

Користуємося законом Джоуля — Ленца

$Q = \frac{U^2}{R}t$, де $R = \rho\frac{l}{S}$ — опір дроту;

$\rho = 1,1\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ — питомий опір ніхрому;

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ — площа поперечного перерізу дроту.

$$Q = \frac{U^2 \cdot St}{\rho l} = \frac{U^2 \cdot \pi d^2 t}{4\rho l};\quad l = \frac{U^2 \cdot \pi d^2 t}{4Q\rho};$$

$$[l] = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{Дж} \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2} = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{А}}{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В}} = \text{м};$$

$$l = \frac{120^2 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 3600}{4 \cdot 1\,000\,000 \cdot 1,1} = 9,25\ (\text{м}).$$

Відповідь: довжина дроту 9,25 м.

7) *Дано*:

$m_1 = m_2$

$\lambda_1 = 213\ \frac{кДж}{кг} = 213\,000\ \frac{Дж}{кг}$

$\lambda_2 = 25\ \frac{кДж}{кг} = 25\,000\ \frac{Дж}{кг}$

$c_1 = 400\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$c_2 = 140\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$t_м = 1087\ °C$

$t_{св} = 327\ °C$

$t_1 = 27\ °C$

$\frac{Q_1}{Q_2}$ — ?

Розв'язання:

Кількість теплоти, яку необхідно витратити на розплавлення міді, дорівнює $Q_1 = c_1m_1(t_м - t_1) + \lambda_1m_1$. Відповідно, для свинцю $Q_2 = c_2m_2(t_{св} - t_1) + \lambda_2m_2$.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_1m_1(t_м - t_1) + \lambda_1m_1}{c_2m_2(t_{св} - t_1) + \lambda_2m_2} = \frac{c_1(t_м - t_1) + \lambda_1}{c_2(t_{св} - t_1) + \lambda_2};$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{400 \cdot (1087 - 27) + 213\,000}{140 \cdot (327 - 27) + 25\,000} = 9{,}5.$$

Відповідь: для того щоб розплавити мідь, необхідно теплоти в 9,5 разів більше.

Вправа 35

1) *Дано*:

$I = 6$ А

$U = 220$ В

P — ?

Розв'язання:

Потужність струму розраховуємо за формулою $P = IU$; $[P] = В \cdot А = Вт$; $P = 220 \cdot 6 = 1320$ (Вт) $= 1{,}32$ кВт.

Відповідь: максимально допустима потужність 1,32 кВт.

— Закон електролізу (перший закон Фарадея): маса речовини, яка виділяється на електроді, прямо пропорційна заряду, який пройшов через електроліт. $m = kq$, де k — електрохімічний еквівалент.

— Електрохімічний еквівалент чисельно дорівнює масі певної речовини, яка виділяється на електроді внаслідок проходження через електроліт заряду 1 Кл $[k] = \frac{кг}{Кл}$.

— Перший закон електролізу можна записати у вигляді $m = kIt$, де I — сила струму в електроліті; t — час, протягом якого триває електроліз.

Вправа 37

4) *Дано*:

$m = 25$ г

$I = 0{,}5$ А

t — ?

Розв'язання:

Користуємося першим законом електролізу $m = kIt$, тоді $t = \frac{m}{kI}$, де k — електрохімічний еквівалент срібла.

$$k = 1{,}12\ \frac{мг}{Кл} = 0{,}00112\ \frac{г}{Кл}. \quad [t] = \frac{г \cdot Кл}{г \cdot А} = \frac{А \cdot с}{А} = с;$$

$$t = \frac{25}{0{,}00112 \cdot 0{,}5} = 44\,642\ (с) = 12 \text{ год } 24 \text{ хв.}$$

Відповідь: електроліз тривав 12 год 24 хв.

5) *Дано*:

$t = 2$ год $= 7200$ с

$U = 2$ В

$R = 0{,}4$ Ом

m — ?

Розв'язання:

Користуємося першим законом електролізу.

$m = kIt$, де $k = 1{,}12\ \frac{мг}{Кл}$ — електрохімічний еквівалент срібла.

Силу струму знайдемо за законом Ома для ділянки кола.

$$I = \frac{U}{R};\quad m = \frac{kUt}{R};\quad [m] = \frac{\text{мг}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{Кл}\cdot\text{Ом}} = \frac{\text{мг}\cdot\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}}{\text{В}\cdot\text{Кл}} = \frac{\text{мг}\cdot\text{Кл}}{\text{Кл}} = \text{мг};$$

$$m = \frac{1{,}12\cdot 2\cdot 7200}{0{,}4} = 40\,320\ (\text{мг}) = 40{,}32\ \text{г}.$$

Відповідь: маса срібла 40,32 г.

6) *Дано*:

$t = 50$ хв $= 3000$ с
$m = 3$ г
$R = 0{,}4$ Ом

P — ?

Розв'язання:

Потужність розраховуємо за формулою $P = I^2R$. Значення сили струму знайдемо із закону електролізу $m = kIt$,

де $k = 0{,}01\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}} = 0{,}00001\ \frac{\text{г}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент водню.

$$I = \frac{m}{kt};\quad P = \frac{m^2R}{k^2t^2};\quad [P] = \frac{\text{г}^2\cdot\text{Ом}\cdot\text{Кл}^2}{\text{г}^2\cdot\text{с}^2} = \frac{\text{В}\cdot\text{А}^2\cdot\text{с}^2}{\text{А}\cdot\text{с}^2} = \text{В}\cdot\text{А} = \text{Вт};$$

$$P = \frac{3^2\cdot 0{,}4}{0{,}00001^2\cdot 3000^2} = 4000\ (\text{Вт}) = 4\ \text{кВт}.$$

Відповідь: потужність дорівнює 4 кВт.

8) *Дано*:

$a = 55$ мкм $= 55\cdot 10^{-6}$ м
$S = 40$ см^2 $= 4\cdot 10^{-3}$ м^2

m — ?

Розв'язання:

Масу знаходимо за формулою $m = \rho V$,

де $\rho = 10\,500\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — густина срібла;

$V = S\cdot a$ — об'єм срібла.

$$m = \rho S a;\quad [m] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}^2}{\text{м}^3} = \text{кг};$$

$m = 10\,500\cdot 4\cdot 10^{-3}\cdot 55\cdot 10^{-6} = 2{,}31\cdot 10^{-3}$ (кг) $= 2{,}31$ г.

Відповідь: маса срібла 2,31 г.

Вправа 38

1) 5) *Дано*:

$m = 2{,}52$ г
$I = 1{,}4$ А
$k = 1{,}12\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}} = 0{,}00112\ \frac{\text{г}}{\text{Кл}}$

t — ?

Розв'язання:

Користуємося першим законом електролізу $m = kIt$; $t = \frac{m}{kI}$;

$$[t] = \frac{\text{г}\cdot\text{Кл}}{\text{г}\cdot\text{А}} = \frac{\text{А}\cdot\text{с}}{\text{А}} = \text{с};$$

$$t = \frac{2{,}52}{0{,}00112\cdot 1{,}4} = 1607\ (\text{с}) = 26\ \text{хв}\ 47\ \text{с}.$$

6) *Дано*:

$I = 1{,}4$ А
$t = 1607$ с
$U = 11$ В

E — ?

Розв'язання:

Витрачена енергія чисельно дорівнює роботі.
$E = A = UIt$; $[E] = \text{В}\cdot\text{А}\cdot\text{с} = \text{Дж}$;
$E = 11\cdot 1{,}4\cdot 1607 = 24747{,}8$ (Дж) $= 24{,}75$ кДж.

Відповідь: 5) час електролізу 26 хв 47 с; 6) витрачено 24,75 кДж енергії.

2) *Дано:* *Розв'язання:*

$t = 15$ хв $= 900$ с $S = 0{,}01$ м^2 $I = 0{,}48$ А	Користуємося першим законом електролізу $m = kIt$, де $k = 0{,}34\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент цинку.
a — ?	

Масу речовини знаходимо за формулою $m = \rho V$, де $\rho = 7100\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — густина цинку; $V = S \cdot a$ — об'єм цинку.

$$\rho Sa = kIt;\ \ a = \frac{kIt}{\rho S};\ \ [a] = \frac{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^3}{\text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \text{м};$$

$$a = \frac{0,34 \cdot 10^{-6} \cdot 0,48 \cdot 900}{7100 \cdot 0,01} = 2 \cdot 10^{-6}\ (\text{м}).$$

Відповідь: товщина шару цинку 2 мкм.

3) *Дано:* *Розв'язання:*

$I = 1{,}8$ А $n = 12$ $S_1 = 50$ см$^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м^2 $a = 58$ мкм $= 58 \cdot 10^{-6}$ м $k_{\text{ср.}} = 1{,}12\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}} = 1{,}12 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}$	Аналогічно задачі № 2. $m = kIt$, $m = \rho V$, де $\rho = 10\,500\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — густина срібла; $V = S \cdot a$, $S = S_1 \cdot n$; $\rho S_1 na = kIt$; $t = \frac{\rho S_1 na}{kI}$;
t — ?	

$$[t] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{Кл}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{с};$$

$$t = \frac{10\,500 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 58 \cdot 10^{-6}}{1,12 \cdot 10^{-6} \cdot 1,8} = 18125\ (\text{с}) = 5\ \text{год}\ 2\ \text{хв}.$$

Відповідь: електроліз тривав 5 год 2 хв.

4) *Дано:* *Розв'язання:*

$m_{\text{д}} = 0{,}12 m_{\text{м}}$ $m_{\text{м}} = 2$ кг $U = 6$ В	За першим законом Фарадея $m = kq$, а $q = \frac{m}{k}$. Кількість електроенергії буде дорівнювати роботі електричного стуму $E = A$;
E — ?	

роботу можна знайти з формули для напруги $U = \frac{A}{q}$; $A = E = Uq$.

$E = \frac{Um}{k}$, де m — маса чистої міді;

$m = m_{\text{м}} - m_{\text{д}} = 0{,}88 m_{\text{м}}$.

$E = \frac{0,88 \cdot m_{\text{м}} \cdot U}{k}$; $k = 0,33 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент міді;

$$[E] = \frac{\text{кг} \cdot \text{В} \cdot \text{Кл}}{\text{кг}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}} = \text{Дж};$$

$$E = \frac{0,88 \cdot 2 \cdot 6}{0,33 \cdot 10^{-6}} = 32 \cdot 10^{6}\ (\text{Дж}) = 32\ \text{МДж}.$$

Відповідь: необхідно витратити 32 МДж енергії.



РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ФІЗИКА

Сиротюк В. Д.

63. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 1$ кг $t_1 = 20$ °C $t_2 = 100$ °C	Кількість теплоти, яку потрібно надати воді при нагріванні, знаходимо за формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$,
Q — ?	де $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води.

$[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} = Дж$; $Q = 4200 \cdot 1 \cdot (100 - 20) = 336\,000$ (Дж) $=$

$= 336$ кДж. *Відповідь*: потрібно надати 336 кДж теплоти.

64. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 500$ г $= 0,5$ кг $t_1 = 20$ °C $t_2 = 220$ °C	Кількість теплоти знаходимо за формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$,
Q — ?	де $c = 920 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність алюмінію.

$[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} = Дж$; $Q = 920 \cdot 0,5 \cdot (220 - 20) = 92\,000$ (Дж) $= 92$ кДж.

Відповідь: потрібно затратити 92 кДж теплоти.

65. *Дано*: *Розв'язання*:

$t_1 = 800$ °C $m = 2$ кг $t_2 = 50$ °C	Кількість теплоти, яку віддасть нагріта деталь, знаходимо за формулою $Q = cm(t_1 - t_2)$, де $c = 500 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність сталі.
Q — ?	$[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} = Дж$; $Q = 500 \cdot 2 \cdot (800 - 50) = 750\,000$ (Дж) $= 750$ кДж. *Відповідь*: деталь віддасть 750 кДж теплоти.

66. *Дано*: *Розв'язання*:

$V = 2$ л $= 0,002$ м^3 $t_1 = 11$ °C $t_2 = 48$ °C	Кількість теплоти, яку отримала вода, знаходимо за формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$, де $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води.
Q — ?	Масу води знайдемо за формулою $m = \rho V$, де $\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$ — густина води.

Тоді $Q = c\rho V(t_2 - t_1)$; $[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot м^3 \cdot °C}{кг \cdot °C \cdot м^3} = Дж$;

$Q = 4200 \cdot 1000 \cdot 0,002 \cdot (48 - 11) = 310\,800$ Дж $= 310,8$ кДж.
Відповідь: вода одержала 310,8 кДж теплоти.

67. *Дано*: *Розв'язання*:

$t_1 = 80$ °C $t_2 = 60$ °C $T_1 = 1$ год $V_1 = 120$ л $= 0,12$ м^3 $T_2 = 24$ год	Розрахуємо кількість теплоти, яку віддає вода за 1 годину. $Q_1 = cm(t_1 - t_2)$, де $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води.
Q — ?	$m = \rho V$, де $\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$ — густина води.

$Q_1 = c\rho V(t_1 - t_2)$. $[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C} \cdot \text{м}^3} = \text{Дж}$;

$Q_1 = 4200 \cdot 0,12 \cdot 1000 \cdot (80 - 60) = 10\ 080\ 000$ (Дж) = 10,08 МДж.

За добу вода віддасть теплоти в 24 рази більше.

$Q = 24Q_1$; $Q = 24 \cdot 10,08 = 241,92$ (МДж).

Відповідь: за добу вода віддає 241,92 МДж теплоти.

68. *Дано*:

$t_1 = 37$ °C
$t_2 = 4$ °C
$m_1 = 800$ кг
$c_1 = 3900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$
$t_3 = 0$ °C
$t_4 = 30$ °C
$c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$
$Q_1 = Q_2$

Q_1 — ?
m_2 — ?

Розв'язання:

Кількість теплоти, яка виділяється під час охолодження молока, знаходимо за формулою

$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_2)$. $[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C} \cdot \text{м}^3} = \text{Дж}$;

$Q = 3900 \cdot 800 \cdot (37 - 4) = 102\ 960\ 000$ (Дж) = 102,96 (МДж).

Масу води, яку можна підігріти за рахунок охолодження молока, знаходимо з формули

$Q_2 = c_2 m_2 (t_4 - t_3)$.

$m_2 = \frac{Q_2}{c_2(t_4 - t_3)}$, де $Q_2 = Q_1$ — за умовами задачі.

$[m_2] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{Дж} \cdot °\text{C}} = \text{кг}$; $m_2 = \frac{102\,960\,000}{4200 \cdot (30 - 0)} = 817,1$ (кг).

Відповідь: виділяється 102,96 МДж теплоти; можна нагріти 817,1 кг води.

69. *Дано*:

$\Delta t = 10$ °C
$Q = 1$ кДж = 1000 Дж

m — ?

Розв'язання:

Масу води знайдемо з рівняння для кількості теплоти $Q = cm\Delta t$; $m = \frac{Q}{c\Delta t}$,

де $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$ — питома теплоємність води.

$[m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{Дж} \cdot °\text{C}} = \text{кг}$; $m = \frac{1000}{4200 \cdot 10} = 0,024$ (кг) = 24 г.

Відповідь: можна нагріти 24 г води.

72. *Дано*:

$m = 2$ кг

Q — ?

Розв'язання:

Кількість теплоти, необхідну для плавлення, знаходимо за формулою $Q = \lambda m$, де $\lambda = 87\,300 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота плавлення срібла.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $Q = 87\ 300 \cdot 2 = 174\ 600$ (Дж) = 174,6 кДж.

Відповідь: потрібно 174,6 кДж теплоти.

73. *Дано*:

$m = 10$ кг
$t = 0$ °C

Q — ?

Розв'язання:

Лід взято при температурі $t = 0$ °C, це є температура плавлення льоду, тому для визначення кількості теплоти, необхідної для плавлення льоду, достатньо формули $Q = \lambda m$, де $\lambda = 332\,400 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота плавлення льоду.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $Q = 332\ 400 \cdot 10 = 3\ 324\ 000$ (Дж) = 3,324 МДж.

Відповідь: треба затратити 3,324 МДж теплоти.

74. *Дано:* *Розв'язання:*

$Q = 125$ кДж $= 125\ 000$ Дж

m — ?

Для знаходження маси користуємося формулою кількості теплоти, яку потрібно затратити для плавлення тіла $Q = \lambda m$, де $\lambda = 67\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота плавлення золота.

$m = \frac{Q}{\lambda}$; $[m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \text{кг}$; $m = \frac{125\,000}{67\,000} = 1,87$ (кг).

Відповідь: маса золота 1,87 кг.

75. *Дано:* *Розв'язання:*

$m = 5$ кг

Q — ?

Кількість теплоти знаходимо за формулою $Q = \lambda m$, де $\lambda = 332\,400\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота плавлення льоду.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $Q = 332\ 400 \cdot 5 = 1\ 662\ 000$ (Дж) $= 1662$ кДж.

Відповідь: виділиться 1662 кДж теплоти.

78. *Дано:* *Розв'язання:*

$m = 2$ кг

$t_1 = 0$ °C

Q — ?

Температура плавлення олова $t_2 = 232$ °C, тому перед тим, як олово буде плавитися, його треба нагріти. Отже, $Q = Q_1 + Q_2$, де $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ — олово нагрівається до температури плавлення; $c = 250\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$ — питома теплоємність олова.

$Q_2 = \lambda m$ — олово плавиться; $\lambda = 59\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; $Q = cm(t_2 - t_2) + \lambda m$;

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C}} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$;

$Q = 250 \cdot 2 \cdot (232 - 0) + 59\ 000 \cdot 2 = 234\ 000$ (Дж) $= 234$ кДж.

Відповідь: треба затратити 234 кДж теплоти.

79. *Дано:* *Розв'язання:*

$m = 4$ кг

$t_1 = 7$ °C

$t_2 = 327$ °C

$c = 140\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$

$\lambda = 24\,300\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$

Q — ?

Аналогічно № 78. $Q = Q_1 + Q_2$; $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$; $Q_2 = \lambda m$; $Q = cm(t_2 - t_1) + \lambda m$;

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C}} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$;

$Q = 140 \cdot 4 \cdot (327 - 7) + 24\ 300 \cdot 4 = 276\ 400$ (Дж) $=$ $= 276,4$ кДж.

Відповідь: треба затратити 276,4 кДж теплоти.

80. *Дано:* *Розв'язання:*

$m = 5$ кг

$t_1 = 20$ °C

$t_2 = 660$ °C

$\lambda = 393\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$

$c = 920\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}}$

$Q_1 = 500$ кДж

Q — ?

Аналогічно № 78.

$Q = cm(t_2 - t_1) + \lambda m$;

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot °\text{C}}{\text{кг} \cdot °\text{C}} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$;

$Q = 920 \cdot 5 \cdot (660 - 20) = 393\ 000 \cdot 5 =$ $= 4\ 909\ 000$ (Дж) $= 4909$ кДж.

$Q > Q_1$.

Відповідь: неможна повністю розплавити штабу.

86. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 150$ г $= 0{,}15$ кг
$t = 100$ °C

Q — ?

Кількість теплоти, яка потрібна для випаровування води, знаходимо за формулою $Q = Lm$, де $L = 2\,300\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота пароутворення води. $[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$;

$Q = 2\ 300\ 000 \cdot 0{,}15 = 345\ 000$ (Дж) $= 345$ кДж.

Відповідь: потрібно 345 кДж теплоти.

87. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 10$ кг

Q — ?

Кількість теплоти, яка виділяється при конденсації пари, знаходимо за формулою $Q = Lm$, де $L = 2\,300\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота пароутворення води.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $Q = 2\ 300\ 000 \cdot 10 = 23\ 000\ 000$ (Дж) $= 23$ МДж.

Відповідь: потрібно 23 МДж теплоти.

91. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 5$ кг
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 100$ °C

Q— ?

Для розрахунку кількості теплоти при нагріванні води користуємося формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$, де $c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — питома теплоємність води.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}} = \text{Дж}$; $Q = 4200 \cdot 5 \cdot (100 - 20) = 168000$ (Дж) $= 1{,}68$ МДж.

Відповідь: потрібно 1,68 МДж теплоти.

92. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 5$ кг
$t_2 = 0$ °C
$t_1 = 100$ °C

$Q_1 <> Q_2$

При конденсації пари виділяється кількість теплоти $Q_1 = Lm$, де $L = 2\,300\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота пароутворення води.

При охолодженні води виділяється кількість теплоти $Q_2 = cm(t_1 - t_2)$, де $c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — питома теплоємність води.

$[Q_1] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $[Q_2] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{м}^3} = \text{Дж}$;

$Q_1 = 2\ 300\ 000 \cdot 5 = 11\ 500\ 000$ (Дж) $= 11{,}5$ МДж;
$Q_2 = 4200 \cdot 5 \cdot (100 - 0) = 2\ 100\ 000$ (Дж) $= 2{,}1$ МДж. $Q_1 > Q_2$.

Відповідь: більше виділяється теплоти при конденсації пари.

93. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 2$ кг
$t_1 = -10$ °C

Q — ?

Для перетворення льоду на пару треба спочатку лід нагріти, потім розплавити, потім отриману воду нагріти до температури кипіння та перетворити на пару.

Отже, $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$, де $Q_1 = c_1 m(t_2 - t_1)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання льоду; $c_1 = 2100\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — питома теплоємність

льоду; $t_1 = 0$ °C — температура плавлення льоду; $Q_2 = \lambda m$ — кількість теплоти, необхідна для плавлення льоду;

$\lambda = 332\,400\ \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота плавлення льоду;

$Q_3 = c_2 m(t_3 - t_2)$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води;

$c_2 = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води;

$t_3 = 100$ °C — температура кипіння води;
$Q_4 = Lm$ — кількість теплоти, необхідна для пароутворення;

$L = 2\,300\,000\ \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота пароутворення води.

$Q = c_1 m(t_2 - t_1) + \lambda m + c_2 m(t_3 - t_2) + Lm;$

$$[Q] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} + \frac{Дж \cdot кг}{кг} + \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{кг \cdot °C} + \frac{Дж \cdot кг}{кг} = Дж;$$

$Q = 2100 \cdot 2 \cdot (0 + 10) + 332\,400 \cdot 2 + 4200 \cdot 2 \cdot (100 - 0) + 2\,300\,000 \cdot 2 =$
$= 6\,146\,800$ (Дж) $= 6{,}147$ МДж.
Відповідь: потрібно 6,147 МДж теплоти.

100. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 12$ кг

Q — ?

При згорянні кам'яного вугілля виділяється кількість теплоти, що дорівнює $Q = qm$,

де $q = 27\ \frac{МДж}{кг} = 27\,000\,000\ \frac{Дж}{кг}$ — питома теплота згоряння кам'яного вугілля.

$[Q] = \frac{Дж \cdot кг}{кг} = Дж;$ $Q = 27\,000\,000 \cdot 12 = 324\,000\,000$ (Дж) $= 324$ МДж.

Відповідь: виділяється 324 МДж теплоти.

101. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 2$ кг

$m_{C_2} = 0{,}9m$

m_{CO_2} — ?

Знайдемо масу чистого вуглецю в 2 кг кам'яного вугілля:
$m_{C_2} = 0{,}9 \cdot m;$ $m_{C_2} = 0{,}9 \cdot 2 = 1{,}8$ (кг) $= 1800$ г.
Якщо під час спалювання 12 г чистого вуглецю виділяється 44 г вуглекислого газу, то при згорянні 1,8 кг чистого вуглецю виділяється $m_{CO_2} = \frac{1800 \cdot 44}{12} = 6600$ (г) $= 6{,}6$ кг.

Відповідь: маса вуглекислого газу 6,6 кг.

103. *Дано*: *Розв'язання*:

$a = 4$ м
$b = 2{,}8$ м
$c = 2{,}5$ м
$m_1 = 10$ кг
$V_1 = 7$ м^3
$V_к = 0{,}2V_п$

m — ?

Об'єм кімнати знаходимо за формулою $V = abc$;
$[V] = м \cdot м \cdot м = м^3$; $V = 4 \cdot 2{,}8 \cdot 2{,}5 = 28$ (м^3).
Об'єм кисню в кімнаті дорівнює $V_к = 0{,}2 \cdot 28 = 5{,}6$ (м^3).
Якщо згоряння 10 кг сухої деревини потребує 7 м^3 кисню, то масу деревини при наявності 5,6 м^3 кисню знайдемо з пропорції $\begin{matrix} 10\ кг — 7\ м^3 \\ m — 5{,}6\ м^3 \end{matrix}$; $m = \frac{5{,}6 \cdot 10}{7} = 8$ (кг).
Відповідь: може згоріти 8 кг сухої деревини.

104. *Дано:* *Розв'язання:*

$m_1 = 15$ кг
$m_2 = 7$ кг
Q_1 — ?
Q_2 — ?

Кількість теплоти, яка виділяється при згорянні палива, знаходимо за формулою $Q_1 = q_1 m_1$, де $q_1 = 34\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота згоряння деревного вугілля; $Q_2 = q_2 m_2$, де $q_2 = 25\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота згоряння спирту.

$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}$; $Q_1 = 34\ 000\ 000 \cdot 15 = 510\ 000\ 000$ (Дж) = 510 МДж;
$Q_2 = 25\ 000\ 000 \cdot 7 = 175\ 000\ 000$ (Дж) = 175 МДж. $Q_1 > Q_2$.

Відповідь: під час згоряння вугілля виділяється 510 МДж теплоти, під час згоряння спирту — 175 МДж.

105. *Дано:* *Розв'язання:*

$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 10$ г = 0,01 кг
Δt — ?

Користуємося рівнянням теплового балансу $Q_1 = Q_2$, де $Q = cm_1\Delta t$ — кількість теплоти, необхідна для нагрівання води;
$Q_2 = qm_2$ — кількість теплоти, що виділяється при згорянні спирту;
$c = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — питома теплоємність води;
$q = 25\,000\,000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — питома теплота згоряння спирту.
$cm_1\Delta t = qm_2$;
$\Delta t = \frac{qm_2}{cm_1}$; $[\Delta t] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{кг}} = {}^\circ\text{C}$; $\Delta t = \frac{25\,000\,000 \cdot 0,001}{4200 \cdot 2} = 29,76\ ({}^\circ\text{C})$.

Відповідь: вода нагрілася б на 29,76 °С.

119. *Дано:* *Розв'язання:*

$v = 1000\ \frac{\text{км}}{\text{год}} = 278\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$t = 5$ с
l — ?

Відстань знаходимо за формулою $l = v \cdot t$.
$[l] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{м}$; $l = 278 \cdot 5 = 1390$ (м).
Відповідь: автомобіль подолає 1390 м.

129. *Дано:* *Розв'язання:*

$t = 4$ год
$v = 80\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$
$l_1 = 2,5$ м
N — ?

Відстань, що проходить автомобіль, знаходимо за формулою $l = v \cdot t$; $[l] = \frac{\text{км} \cdot \text{год}}{\text{год}} = \text{км}$; $l = 80 \cdot 4 = 320$ (км).
Якщо добова норма кисню на 1 людину відповідає 2,5 км шляху автомобіля, то кількість людей знайдемо за формулою $N = \frac{l}{l_1}$; $N = \frac{320}{2,5} = 128$.
Відповідь: автомобіль позбавляє кисню 128 осіб.

130. *Дано:* *Розв'язання:*

$t_1 = 1$ год
$m_1 = 8$ т
$l = 2550$ км
$v = 850\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$
m — ?

Час руху лайнера знаходимо за формулою
$t = \frac{l}{v}$; $[t] = \frac{\text{км} \cdot \text{год}}{\text{км}} = \text{год}$; $t = \frac{2550}{85} = 3$ (год).
Якщо за 1 год лайнер спалює 8 т кисню, то за 3 години він спалить в 3 рази більше кисню. $m = 8 \cdot 3 = 24$ (т).
Відповідь: на 24 т біднішим на кисень стане повітря.

154. *Дано:*

$q_1 = 2{,}3 \cdot 10^{-6}$ Кл
$q_2 = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ Кл
$r = 1{,}7$ см $= 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м
F — ?

Розв'язання:

Користуємося законом Кулона: $F = k\dfrac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$;

$$[F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \text{Н};$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-5}}{(1{,}7 \cdot 10^{-2})^2} = 25 \cdot 10^2\ (\text{Н}) = 2500\ (\text{Н}).$$

Відповідь: сила взаємодії зарядів 2500 Н.

178. *Дано:*

$q = -6{,}4 \cdot 10^{-10}$ Кл
$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
N — ?

Розв'язання:

Кількість електронів знаходимо за формулою

$$N = \frac{q}{e};\quad N = \frac{-6{,}4 \cdot 10^{-10}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4 \cdot 10^9.$$

Відповідь: кількість електронів $4 \cdot 10^9$.

179. *Дано:*

$q = -4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл
$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
N — ?

Розв'язання:

$$N = \frac{q}{e};\quad N = \frac{-4{,}8 \cdot 10^{-19}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3.$$

Відповідь: існує частинка з зарядом $-4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл; кількість елементарних зарядів — 3.

180. *Дано:*

$q = 1$ Кл
N — ?

Розв'язання:

Кількість елементарних зарядів знайдемо за формулою

$$N = \frac{q}{e};\quad N = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 6{,}25 \cdot 10^{18}.$$

Відповідь: кількість елементарних зарядів дорівнює $6{,}25 \cdot 10^{18}$.

182. *Дано:*

$q_1 = 10$ нКл
$q_2 = 16$ нКл
q — ?

Розв'язання:

Користуємося законом збереження електричного заряду.
$q_1 + q_2 = \text{const} = q'$.
Заряд системи $q' = 10 + 16 = 26$ (нКл).

Після зіткнення і розведення кульки будуть мати однаковий заряд

$$q = \frac{q'}{2};\quad q = \frac{26}{2} = 13\ (\text{нКл}).$$

Відповідь: після зіткнення заряди кульок дорівнюють 13 нКл.

183. *Дано:*

$q_1 = 6$ нКл
$q_2 = -4$ нКл
$q_3 = 7$ нКл
q — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 182. $q_1 + q_2 + q_3 = q'$ — заряд системи.

$q = \dfrac{q'}{2}$ — заряд кожної кульки після зіткнення.

$$q = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3};\quad q = \frac{6 - 4 + 7}{3} = 3\ (\text{нКл}).$$

Відповідь: заряд кожної кульки після зіткнення 3 нКл.

191. *Дано:*

$v = 300\,000\ \dfrac{\text{км}}{\text{с}} = 3 \cdot 10^8\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$
$R_1 = 6{,}4 \cdot 10^6$ м
$R_2 = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м
t_1 — ?
t_2 — ?

Розв'язання:

Час руху знаходимо за формулою $t = \dfrac{l}{v}$, де

$$l = R_2.\ [t] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{м}} = \text{с};\quad t_2 = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 500\ (\text{с}).$$

Довжину екватора знайдемо за формулою

$L = 2\pi R$; $[L]$ = м; $L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^5$ (м).

Тоді час руху $t_1 = \frac{L}{v}$; $t_1 = \frac{4 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^8} = 1{,}3 \cdot 10^3 = 0{,}0013$ (с).

Відповідь: час поширення електричного поля на відстань, що дорівнює земному екватору, — 0,0013 с, на відстань від Землі до Сонця — 500 с.

192. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
t = 1 год = 3600 с $v = 0{,}006\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$	Відстань знаходимо за формулою $l = vt$; $[l] = \frac{\text{см} \cdot \text{с}}{\text{с}}$ = см; $l = 0{,}006 \cdot 3600 = 21{,}6$ (см).
l — ?	*Відповідь*: електрон переміститься на 21,6 см.

202. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
I = 1,4 А t =10 хв = 600 с	Електричний заряд знаходимо за формулою для сили струму $I = \frac{q}{t}$, тоді $q = It$.
q — ?	$[q]$ = А · с = Кл; $q = 1{,}4 \cdot 600 = 840$ (Кл). *Відповідь*: електричний заряд дорівнює 840 Кл.

203. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
t = 1 хв = 60 с q = 36 Кл	Силу струму знаходимо за формулою $I = \frac{q}{t}$;
I — ?	$[I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}}$ = А; $I = \frac{36}{6} = 0{,}6$ (А). *Відповідь*: сила струму дорівнює 0,6 А.

204. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
I = 6 мкА = $6 \cdot 10^{-6}$ А y = 10 хв = 600 с	Аналогічно № 202. $q = I \cdot t$; $[q]$ = А · с = Кл; $q = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 600 = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ (Кл) = 3,6 мКл.
q — ?	*Відповідь*: заряд дорівнює 3,6 мКл.

205. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
q = 10 Кл I = 2 А	Час проходження електричного заряду знаходимо з рівняння для сили струму.
t — ?	$I = \frac{q}{t}$, тоді $t = \frac{q}{I}$; $[t] = \frac{\text{Кл}}{\text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}}$ = с; $t = \frac{10}{2} = 5$ (с). *Відповідь*: час проходження заряду дорівнює 5 с.

206. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
I = 4 А q = 20 Кл	Аналогічно № 205.
t — ?	$t = \frac{q}{I}$; $[t] = \frac{\text{Кл}}{\text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}}$ = с; $t = \frac{20}{4} = 5$ (с). *Відповідь*: час проходження заряду 5 с.

207. 2000 мА = 2 А; 100 мА = 0,1 А; 55 мА = 0,055 А; 3 кА = 3000 А.

211. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
q = 12 Кл A = 240 Дж	Напругу знаходимо за формулою $U = \frac{A}{q}$; $[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$ = В;
U — ?	$U = \frac{240}{12} = 20$ (В). *Відповідь*: напруга дорівнює 20 А.

212. *Дано*:

$A = 10$ кДж $= 10\,000$ Дж
$q = 10$ Кл

U — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 211. $U = \frac{A}{q}$; $[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$;

$U = \frac{10\,000}{10} = 1000$ (В) $= 1$ кВ.

Відповідь: напруга дорівнює 1 кВ.

213. *Дано*:

$q = 100$ Кл
$A = 600$ Дж

U — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 211. $U = \frac{A}{q}$; $[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$; $U = \frac{600}{100} = 6$ (В).

Відповідь: напруга дорівнює 6 В.

220. *Дано*:

$U = 220$ В
$I = 0{,}5$ А

R — ?

Розв'язання:

Для знаходження опору, користуємося законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$, тоді $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$;

$R = \frac{220}{0{,}5} = 440$ (Ом).

Відповідь: електричний опір дорівнює 440 Ом.

221. *Дано*:

$U = 220$ В
$R = 75$ Ом

I — ?

Розв'язання:

Користуємося законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$;

$[I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$; $I = \frac{220}{75} = 2{,}93$ (А).

Відповідь: сила струму дорівнює 2,93 А.

222. *Дано*:

$R = 15$ Ом
$U = 4{,}5$ В

I — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 221. $I = \frac{U}{R}$; $[I] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$;

$I = \frac{4{,}5}{15} = 0{,}3$ (А). *Відповідь*: сила струму дорівнює 0,3 А.

223. *Дано*:

$U = 120$ В
$I = 10$ мА $= 0{,}01$ А

R — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 220. $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$;

$R = \frac{120}{0{,}01} = 12\,000$ (Ом) $= 12$ кОм.

Відповідь: опір вольтметра 12 кОм.

224. *Дано*:

$I = 0{,}5$ А
$U = 120$ В

R — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 220. $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$; $R = \frac{120}{0{,}5} = 240$ (Ом).

Відповідь: опір електричної лампи 240 Ом.

225. *Дано*:

$U = 1{,}2$ кВ $= 1200$ В
$I = 50$ мА $= 0{,}05$ А

R — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 220. $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$;

$R = \frac{1200}{0{,}05} = 24\,000$ (Ом) $= 24$ кОм.

Відповідь: опір кола 24 кОм.

226. *Дано:* *Розв'язання:*

$R = 1000$ Ом
$I = 8$ мА $= 0{,}008$ А

U — ?

Для знаходження напруги користуємося законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$, тоді $U = I \cdot R$;
$[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$; $U = 0{,}008 \cdot 1000 = 8$ (В).
Відповідь: треба прикласти напругу 8 В.

227. *Дано:* *Розв'язання:*

$R = 0{,}1$ Ом
$I = 10$ А

U — ?

Аналогічно № 226. $U = I \cdot R$; $[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$;
$U = 10 \cdot 0{,}1 = 1$ (В).
Відповідь: напруга дорівнює 1 В.

228. *Дано:* *Розв'язання:*

$R = 20$ Ом
$I = 0{,}4$ А

U — ?

Аналогічно № 226. $U = I \cdot R$; $[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{А}} = \text{В}$;
$U = 0{,}4 \cdot 20 = 8$ (В).
Відповідь: напруга дорівнює 8 В,

229. *Дано:* *Розв'язання:*

$q_1 = 450$ Кл
$t_1 = 5$ хв $= 300$ с
$q_2 = 15$ Кл
$t_2 = 10$ с

I_1 — ?
I_2 — ?

Суму струму знаходимо за формулою $I = \frac{q}{t}$;
$[I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{А}$; $I_1 = \frac{450}{300} = 1{,}5$ (А);
$I_2 = \frac{15}{10} = 1{,}5$ (А). $I_1 = I_2$.
Відповідь: сила струму, яка проходить через рамки, однакова та дорівнює 1,5 А.

230. *Дано:* *Розв'язання:*

$t = 1$ с
$I = 5$ А

N — ?

Кількість електронів знаходимо за формулою $N = \frac{q}{e}$, де q — електричний заряд, який проходить через поперечний переріз провідника за 1 с; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — елементарний заряд.

Електричний заряд знаходимо із формули для сили струму $I = \frac{q}{t}$, тоді $q = I \cdot t$. Отже, $N = \frac{It}{e}$; $[N] = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = [\text{б /р}]$; $N = \frac{5 \cdot 1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}125 \cdot 10^{19}$.
Відповідь: проходить $3{,}125 \cdot 10^{19}$ електронів.

231. *Дано:* *Розв'язання:*

$t = 1$ с
$N = 3{,}1 \cdot 10^{18}$

I — ?

Силу струму знаходимо за формулою $I = \frac{q}{t}$, де q — заряд, який проходить через поперечний переріз провідника;
$q = N \cdot e$ ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — елементарний заряд).
$I = \frac{Ne}{t}$; $[I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{А}$; $I = \frac{3{,}1 \cdot 10^{18} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1} = 0{,}496$ (А).
Відповідь: сила струму дорівнює 0,496 А.

237. *Дано:*

$U = 220$ В
$R_1 = 22$ Ом
$R_2 = 240$ Ом

I_1 — ?
I_2 — ?

Розв'язання:

Користуємося законом Ома для ділянки кола: $I_1 = \frac{U}{R_1}$;

$I_2 = \frac{U}{R_2}$; $[I] = \frac{В}{Ом} = \frac{В \cdot А}{В} = А$; $I_1 = \frac{220}{22} = 10$ (А);

$I_2 = \frac{220}{240} = 0,92$ (А).

Відповідь: сили струму в чайнику і в лампі дорівнюють 10 А та 0,92 А відповідно.

241. *Дано:*

$S = 100$ мм^2
$l = 80$ м

R — ?

Розв'язання:

Опір знаходимо за формулою $R = \rho\frac{l}{S}$,

де $\rho = 0,017\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м}$ — питомий опір міді.

$$[R] = \frac{Ом \cdot мм^2 \cdot м}{м \cdot мм^2} = Ом; \quad R = \frac{0,017 \cdot 80}{100} = 0,0136\ (Ом) = 13,6\ мОм.$$

Відповідь: опір мідного кабелю 13,6 мОм.

242. *Дано:*

$l = 1$ км $= 1000$ м
$S = 51$ мм^2
$\rho = 0,017\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м}$

R — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 241.

$R = \rho\frac{l}{S}$; $[R] = \frac{Ом \cdot мм^2 \cdot м}{м \cdot мм^2} = Ом$;

$R = \frac{0,017 \cdot 1000}{51} = 0,33$ (Ом).

Відповідь: опір дроту 0,33 Ом.

245. *Дано:*

$R = 5$ Ом
$S = 0,2$ мм^2

l — ?

Розв'язання:

Довжину дроту знайдемо з формули для електричного опору $R = \frac{\rho l}{S}$; $l = \frac{RS}{\rho}$, де $\rho = 0,4\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м}$ — питомий опір нікеліну.

$[l] = \frac{Ом \cdot мм^2 \cdot м}{Ом \cdot мм^2} = м$; $l = \frac{5 \cdot 0,2}{0,4} = 2,5$ (м).

Відповідь: довжина дроту 2,5 м.

246. *Дано:*

$I = 0,05$ А
$U = 8,5$ В
$S = 0,5$ мм^2

l — ?

Розв'язання:

Довжину дроту знаходимо з формули для електричного опору $R = \rho\frac{l}{S}$; $l = \frac{RS}{\rho}$, де $\rho = 0,017\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м}$ — питомий опір міді.

Значення опору знаходимо із закону Ома для ділянки кола.

$$I = \frac{U}{R}, \text{ тоді } R = \frac{U}{I}. \text{ Отже, } l = \frac{US}{I\rho}; \quad [l] = \frac{В \cdot мм^2 \cdot м}{А \cdot Ом \cdot мм^2} = \frac{В \cdot м \cdot А}{А \cdot В} = м;$$

$$l = \frac{8,5 \cdot 0,5}{0,05 \cdot 0,017} = 5000\ (м) = 5\ км.$$

Відповідь: довжина дроту 5 км.

248. *Дано*: *Розв'язання*:

$l = 5$ м
$S = 0,12$ мм^2
$I = 1,5$ А
$U = 24$ В

ρ — ?

Питомий опір знаходимо за формулою $\rho = \frac{RS}{l}$, де $R = \frac{U}{I}$ — електричний опір провідника (знаходимо із закону Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$).

$$\rho = \frac{US}{Il}; \quad [\rho] = \frac{\text{В} \cdot \text{мм}^2}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}; \quad \rho = \frac{24 \cdot 0,12}{1,5 \cdot 5} = 0,384 \left(\frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}\right).$$

Відповідь: питомий опір нікеліну дорівнює $0,384 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$.

250. *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 30$ Ом
$N = 50$
$N_1 = 15$

R_1 — ?

Знайдемо опір кожного витка.

$R' = \frac{R}{N}$; $R' = \frac{30}{50} = 0,6$ (Ом).

Якщо ввімкнути 15 витків реостата, опір збільшиться на $R_1 = R' \cdot N_1$; $R_1 = 0,6 \cdot 15 = 9$ (Ом).

Відповідь: опір збільшиться на 9 Ом.

251. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 120$ В
$I = 5$ А
$S = 0,3$ мм^2

l — ?

Довжину провідника визначаємо за формулою для електричного опору $R = \frac{\rho l}{S}$; $l = \frac{RS}{\rho}$, де $\rho = 1,1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ — питомий опір ніхрому;

$R = \frac{U}{I}$ — електричний опір провідника знаходимо, користуючись законом Ома для ділянки кола.

Отже, $l = \frac{US}{I\rho}$; $[l] = \frac{\text{В} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{м} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{В}} = \text{м}$; $l = \frac{120 \cdot 0,3}{5 \cdot 1,1} = 6,55$ (м).

Відповідь: довжина провідника 6,55 м.

252. *Дано*: *Розв'язання*:

$S_1 = 2$ мм^2
$R_1 = R_2$
$S_2 = 5$ мм^2
$l_2 = 17$ м

l_1 — ?

Користуємося формулою для електричного опору.

$R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1}$ — електричний опір мідного дроту,

де $\rho_1 = 0,017 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ — питомий опір міді;

$R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}$ — електричний опір алюмінієвого дроту,

де $\rho_2 = 0,028 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ — питомий опір алюмінію.

За умовами задачі $R_1 = R_2$, тому $\rho_1 \frac{l_1}{S_1} = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}$.

$$l_1 = \frac{\rho_2 l_2 \cdot S_1}{S_2 \rho_1}; \quad [l_1] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2} = \text{м}; \quad l_1 = \frac{0,028 \cdot 17 \cdot 2}{5 \cdot 0,017} = 11,2 \text{ (м)}.$$

Відповідь: довжина мідного дроту 11,2 м.

253. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 220$ В $I = 0,44$ А R — ?	Для знаходження електричного опору користуємося законом Ома для ділянки кола. $I = \frac{U}{R}$; $R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{В}{А} = Ом$; $R = \frac{220}{0,44} = 500$ (Ом). *Відповідь*: опір спіралі лампи 500 Ом.

254. *Дано*: *Розв'язання*:

$l = 2$ км $= 2000$ м $R = 1,36$ Ом m — ?	Для знаходження маси, користуємося формулою $m = \rho V$, де $\rho = 8900\ \frac{кг}{м^3}$ — густина міді; $V = Sl$ — об'єм міді; $m = \rho Sl$.

Площу поперечного перерізу S знайдемо з формули для електричного опору $R = \rho_е \frac{l}{S}$, де $\rho_е = 0,017\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м} = 1,7 \cdot 10^{-8}\ Ом \cdot м$ — питомий опір міді.

$S = \frac{\rho_е l}{R}$. Тоді $m = \frac{\rho\rho_е \cdot l^2}{R}$; $[m] = \frac{кг \cdot Ом \cdot м \cdot м^2}{м^3 \cdot Ом} = кг$;

$m = \frac{8900 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 2000^2}{1,36} = 445$ (кг). *Відповідь*: маса міді 445 кг.

255. *Дано*: *Розв'язання*:

$U_1 = 12$ В $U_2 = 220$ В N — ?	Для визначення кількості ламп користуємося закономірностями послідовного з'єднання провідників $U = U_1 + U_2 + ... + U_n$. Якщо лампи однакові, можна записати цю закономірність так: $U = N \cdot U_1$, тоді $N = \frac{U}{U_1}$; $N = \frac{220}{12} = 18,3$; кількість ламп повинна бути цілим числом, тому $N = 19$. *Відповідь*: кількість ламп повинна бути не менше 19.

256. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 220$ В $R_1 = R_2$ U_1 — ? U_2 — ?	Якщо лампи однакові і з'єднані послідовно, то $U = U_1 + U_2$ і $U_1 = U_2$. Тоді $U = 2U_1$; $U_1 = \frac{U}{2}$; $U_1 = \frac{220}{2} = 110$ (В). *Відповідь*: напруга на кожній лампі 110 В.

257. *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 1020$ Ом $R_1 = R_2$ $R_3 = 120$ Ом R_1 — ? R_2 — ?	Користуємося закономірностями послідовного з'єднання. $R = R_1 + R_2 + R_3$; $R = 2R_1 + R_3$ (тому що опір ламп однаковий); $R_1 = \frac{R - R_3}{2}$; $R_1 = \frac{1020 - 120}{2} = 450$ (Ом); $R_2 = 450$ Ом. *Відповідь*: опір кожної лампи 450 Ом.

268. *Дано*: *Розв'язання*:

$t = 10$ хв $= 600$ с
$I = 0{,}2$ А
$U = 220$ В

A — ?

Роботу електричного струму знаходимо за формулою $A = UIt$. $[A] = \text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \text{Дж}$; $A = 220 \cdot 0{,}2 \cdot 600 = 26\,400$ (Дж) $= 26{,}4$ кДж.

Відповідь: робота струму дорівнює 26,4 кДж.

269. *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 80$ Ом
$U = 220$ В

P — ?

Користуємося формулою для потужності $P = UI$ та законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$. Тоді $P = \frac{U^2}{R}$;

$[P] = \frac{\text{В}^2}{\text{Ом}} = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт}$; $P = \frac{220^2}{80} = 605$ (Вт).

Відповідь: плитка розрахована на потужність 604 Вт.

270. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 220$ В
$I = 0{,}25$ А

P — ?

Потужність струму знаходимо за формулою $P = UI$;
$[P] = \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт}$; $P = 220 \cdot 0{,}25 = 55$ (Вт).

Відповідь: потужність струму в лампі 55 Вт.

271. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 220$ В
$P = 100$ Вт

I — ?

Для знаходження сили струму користуємося формулою для потужності $P = UI$, тоді $I = \frac{P}{U}$;

$[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{В}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$; $I = \frac{100}{220} = 0{,}45$ (А).

Відповідь: сила струму в лампі 0,45 А.

273. *Дано*: *Розв'язання*:

$U = 220$ В
$P = 600$ Вт

I — ?

Аналогічно № 271. $I = \frac{P}{U}$; $[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{В}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$;

$I = \frac{600}{220} = 2{,}73$ (А).

Відповідь: сила струму в електроплитці 2,73 А.

274. *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 120$ Ом
$t = 40$ хв $= 2400$ с
$I = 1{,}5$ А

Q — ?

Користуємося формулою закону Джоуля — Ленца

$Q = I^2Rt$; $[Q] = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \frac{\text{А}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \text{Дж}$;

$Q = 1{,}5^2 \cdot 120 \cdot 2400 = 648\,000$ (Дж) $= 648$ кДж.

Відповідь: кількість теплоти дорівнює 648 кДж.

276. *Дано*: *Розв'язання*:

$P_1 = 100$ Вт
$P_2 = 25$ Вт
$U = U_1 = U_2 = 220$ В

I_1 — ?
I_2 — ?
R_1 — ?
R_2 — ?

Силу струму знайдемо з формули для потужності $P = UI$;

$I = \frac{P}{U}$; $[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{В}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В}} = \text{А}$;

$I_1 = \frac{100}{220} = 0{,}45$ (А); $I_2 = \frac{25}{220} = 0{,}11$ (А).

За законом Ома знайдемо опори ламп.

$R = \frac{U}{I}$; $[R] = \frac{В}{А} = Ом$; $R_1 = \frac{220}{0,45} = 489$ (Ом); $R_2 = \frac{220}{0,11} = 2000$ (Ом);

$R_2 > R_1$. *Відповідь*: сили струму в лампах 0,45 А та 0,11 А відповідно; опір другої лампи більший.

279. *Дано*:

$P_1 = P_2 = 100$ Вт
$U_1 = U_2 = 120$ В
$U = 220$ В

I — ?
$U_л$ — ?

Розв'язання:

Розрахуємо опір ламп, користуючись формулою для потужності $P_1 = \frac{U_1^2}{R_1}$; $R_1 = \frac{U_1^2}{P_1}$;

$[R_1] = \frac{В^2}{Вт} = \frac{В^2}{В \cdot А} = \frac{В}{А} = Ом$; $R_1 = \frac{120^2}{100} = 144$ (Ом);

$R_1 = R_2 = 144$ (Ом) — лампи однакові за умовами задачі. Знайдемо силу струму в колі за законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U}{R}$,
де $R = R_1 + R_2$ — лампи з'єднані послідовно;

$[I] = \frac{Вт}{В} = \frac{В \cdot А}{В} = А$; $I = \frac{220}{144+144} = 0,76$ (А).

За законом Ома знайдемо напругу на кожній лампі.

$U_л = IR_1$; $U_л = IR_2$ — лампи однакові; $[U_л] = А \cdot Ом = \frac{А \cdot В}{А} = В$;
$U_л = 0,76 \cdot 144 = 109,4$ (В).

Відповідь: сила струму в колі 0,76 А; напруга на кожній лампі 109,4 В.

282. *Дано*:

$P = 1,2$ кВт $= 1200$ Вт
$U = 220$ В
$t = 3$ хв $= 180$ с
$V = 1,5$ л $= 0,0015$ м^3
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 100$ °C

I — ?
Q — ?

Розв'язання:

Значення сили струму знаходимо з формули для потужності $P = UI$; $I = \frac{P}{U}$;

$[I] = \frac{Вт}{В} = \frac{В \cdot А}{В} = А$; $I = \frac{1200}{220} = 5,45$ (А).

Кількість теплоти розраховуємо за законом Джоуля — Ленца: $Q = UIt$.
$[Q] = В \cdot А \cdot с = Дж$;
$Q = 220 \cdot 5,45 \cdot 180 = 216\,000$ (Дж) $= 216$ кДж.

Розрахуємо кількість теплоти, необхідну для нагрівання води:

$Q_1 = cm(t_2 - t_1)$, $m = \rho V$, де $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води;

$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$ — густина води.

$Q_1 = c\rho V(t_2 - t_1)$; $[Q_1] = \frac{Дж \cdot кг \cdot м^3 \cdot °C}{кг \cdot °C \cdot м^3} = Дж$;

$Q_1 = 4200 \cdot 1000 \cdot 0,0015 \cdot (100 - 20) = 504\,000$ (Дж) $= 504$ Кдж. $Q_1 > Q$.
Відповідь: в нагрівальному елементі виділяється 216 кДж теплоти, цієї теплоти не вистачить, щоб нагріти воду.

284. *Дано*:

$t = 20$ хв $= 1200$ с
$R = 100$ Ом
$U = 220$ В
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 100$ °C

Q — ?
m — ?

Розв'язання:

Кількість теплоти знаходимо за формулою

$Q = \frac{U^2}{R}t$; $[Q] = \frac{В^2 \cdot с}{Ом} = \frac{В^2 \cdot А \cdot с}{В} = В \cdot А \cdot с = Дж$;

$Q = \frac{220^2 \cdot 1200}{100} = 580\,800$ (Дж) $= 580,8$ кДж.

Масу води, яку можна нагріти за рахунок цієї кількості теплоти, знаходимо за формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$; $m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)}$, де $c = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води. $[m] = \frac{Дж \cdot кг \cdot °C}{Дж \cdot °C} = кг$; $m = \frac{580\,800}{4200 \cdot (100 - 20)} = 1,73$ (кг).

Відповідь: виділяється 580,8 кДж теплоти, маса води 1,73 кг.

285. *Дано*: *Розв'язання*:

$R = 80$ Ом
$U = 220$ В
$V = 3$ л $= 0,003$ м^3
$t_1 = 10$ °C
$t_2 = 100$ °C
$\eta = 60\ \% = 0,6$

t — ?

ККД установки дорівнює $\eta = \frac{Q_{кор.}}{A_{в.}}$.

$Q_{кор.} = cm(t_2 - t_1)$, де $m = \rho V$ — маса води;

$c = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — питома теплоємність води;

$A_{в.} = \frac{U^2}{R}$ — робота електричного струму.

$$\eta = \frac{c\rho V(t_2 - t_1)R}{U^2 \cdot t}; \quad t = \frac{c\rho V(t_2 - t_1)R}{U^2 \cdot \eta};$$

$$[t] = \frac{Дж \cdot кг \cdot м^3 \cdot °C \cdot Ом}{кг \cdot °C \cdot м^3 \cdot В^2} = \frac{Дж \cdot В}{В^2 \cdot А} = \frac{В \cdot А \cdot с}{В \cdot А} = с;$$

$$t = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0,03 \cdot (100 - 10) \cdot 80}{220^2 \cdot 0,6} = 3124\ (с) \approx 52\ хв.$$

Відповідь: потрібно 52 хв, щоб закипів чайник.

304. *Дано*: *Розв'язання*:

$q_1 = 1$ Кл
$m_1 = 1,118$ мг
$q_1 = 500$ Кл

m_2 — ?

Користуємося законом електролізу $m = kIt$, де $It = q$; $m = kq$.
Значення електрохімічного еквівалента для *даної* речовини є сталою величиною, тому $k = \frac{m_1}{q_1} = \frac{m_2}{q_2}$.

З цього співвідношення і знайдемо m_2.

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot q_2}{q_1}; \quad [m_2] = \frac{мг \cdot Кл}{Кл} = мг; \quad m_2 = \frac{1,118 \cdot 500}{1} = 559\ (мг).$$

Відповідь: маса срібла 559 мг.

305. *Дано*: *Розв'язання*:

$m = 2,45$ г $= 2,45 \cdot 10^{-3}$ кг
$t = 60$ хв $= 3600$ с
$U = 2$ А

k — ?

За законом електролізу $m = kIt$,

тоді $k = \frac{m}{It}$; $[k] = \frac{кг}{А \cdot с} = \frac{кг}{Кл}$;

$$k = \frac{2,45 \cdot 10^{-3}}{3600 \cdot 2} = 0,34 \cdot 10^{-6} \left(\frac{кг}{Кл}\right).$$

Відповідь: електрохімічний еквівалент цинку $0,34 \cdot 10^{-6}\ \frac{кг}{Кл}$.

306. *Дано*:

$t = 50$ хв $= 3000$ с

$m = 1{,}98$ г $= 1{,}98 \cdot 10^{-3}$ кг

I — ?

Розв'язання:

Користуємося законом електролізу $m = kIt$; $I = \dfrac{m}{kt}$, де $k = 0{,}33 \cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент міді.

$$[I] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Кл}}{\text{кг} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{А}; \quad I = \frac{1{,}98 \cdot 10^{-3}}{0{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 3600} = 2\ (\text{А}).$$

Відповідь: сила струму 2 А.

308. *Дано*:

$m_1 = 75$ г

$k_1 = 0{,}0104\ \dfrac{\text{мг}}{\text{Кл}}$

$k_2 = 0{,}0367\ \dfrac{\text{мг}}{\text{Кл}}$

m_2 — ?

Розв'язання:

Користуємося законом електролізу $m = kIt$ або $m = kq$.

Через розчин проходив однаковий заряд, тому $q = \dfrac{m_1}{k_1} = \dfrac{m_2}{k_2}$, отже, $m_2 = \dfrac{m_1 k_2}{k_1}$;

$$[m_2] = \frac{\text{г} \cdot \text{мг} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot \text{мг}} = \text{г}; \quad m_2 = \frac{75 \cdot 0{,}0367}{0{,}0104} = 264{,}4\ (\text{г}).$$

Відповідь: виділилось 264,6 г хлору.

309. *Дано*:

$m_1 = 3{,}3$ кг

$q_1 = q_2$

m_2 — ?

Розв'язання:

Аналогічно № 308. $\dfrac{m_1}{k_1} = \dfrac{m_2}{k_2}$, де $k_1 = 0{,}33 \cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент міді;

$k_2 = 0{,}0112 \cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{Кл}}$ — електрохімічний еквівалент срібла.

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot k_2}{k_1}; \quad [m_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot \text{кг}} = \text{кг};$$

$$m_2 = \frac{3{,}3 \cdot 0{,}0112 \cdot 10^{-6}}{0{,}33 \cdot 10^{-6}} = 0{,}112\ (\text{кг}) = 112\ \text{г}.$$

Відповідь: можна одержати 112 г срібла.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

УКРАЇНСЬКА МОВА

Глазова О. П.



3. 1. Спасибі вам, люди печерного віку (зверт.), що з вигуків, звуків, з умовного крику (однор. чл.), полюючи разом (відокр. обст., вираж. дієприсл. зв.), ви мову створили, стократно примноживши розум і сили (відокр. обст., вираж. дієприсл. зв.). 2. Що ми без мови? (питал. реч.). Без води криниця, без плоду нива, квітка без бджоли (скл. реч.). Це — наші крила (тире між підм. і прис. на місці пропущ. дієсл. *є*). З нею ми орли. 3. Вивчай інші мови. Це дасть можливість не тільки оволодіти ключами до скарбниць духовності інших народів, а й об'єктивно оцінити свою мову (кома перед протист. спол. *а*). 4. Я більш ростиму, як людина, чим більше знатиму я мов, та перше слово — Україна! (кома при порівнянні, кома в складному реченні, тире між підметом і присудком).

5. *Тема*: українська Вікіпедія як найбільша енциклопедія українців.

Головна думка: підтримай українське, пишайся українським, поширюй його.

Сучасний інформаційний простір — сукупність результатів семантичної діяльності людства. Це банк і база даних, технологія їх супроводу та використання, телекомунікаційні системи.

6. Персональний — особистий, власний, приватний. Домінувати — переважати, мати перевагу. Абсолютно — цілком, повністю. Поліфонічність — багатоголосся.

7. 1. На уроці йшла мова про спілкування та обмін інформацією. 2. Меню сайта — компас для користувача. 3. Мені спало на думку скористатися електронним тлумачним словником. 4. Навчатися рідної мови можна й треба протягом усього життя. 5. Необхідно опанувати вміння грамотного письма.

9. Про мову — 1 і 3 речення, про мовлення — 2 і 4.

Тільки сумлінне вивчення мови може нам дати правильне й багате мовлення.

10. Сприйняття мовлення: 2, 3, 6 речення. Творення: 1, 4, 5, 7 речення.

16. Лісова галявина схожа на живу парасольку, виткану з мільйонів листочків і пелюсток. Не приходять сюди ні люди, ні звірі. Тільки їжаки шарудять вечорами, перекочуючись таємничими клубками. А під чорним каменем живе старий вуж. Його видовжене тіло чорне й блискуче. Жовтогарячі цятки на голові вицвіли й стали білими.

У цьому місці завжди пригадується казка. Ніби росте десь тут товсте й м'ясисте стебло. А на ньому розцвітає яскрава червона квітка. А хто знайде її та зірве, той ніколи не буде сиротою, тому що кожна стрічна жінка буде йому за матір, а кожен чоловік — за батька. У кожній сім'ї стане він рідним, а своєму народові буде улюбленим сином. Як ітиме він глухою пущею, то розступиться та пуща, широкий проляже шлях. Як ітиме через болото, засохне твань, ствердне трясовина.

Отаку дивну казку розповідають старі люди.

Тип мовлення: розповідь з елементами опису, стиль тексту художній.

19. 1. Добридень тобі, Україно моя! (комою виділено поширене звертання) 2. «Осоння», «красень», «линути», «дружина»... О незбагненні чари давніх слів! 3. Запахло хлібом — це уже жнива. 4. Вічна мудрість простої людини в паляниці звичайній живе. 5. Дивна сила нас несе на крилах мрій. 6. У літеплі лелiє біла вулиця.

У переносному значенні: чари слів, мудрість живе, сила несе, вулиця лелiє.

20. *Іншомовні слова*: урбанізація, кардинально, контакти, калейдоскоп.

23. Неологізми — слова, що позначають нові поняття і явища. Нетизянин — активний користувач Інтернетом. Вікіпедист — той, хто бере участь у створенні Вікіпедії. Ґаджет — цікава технічна новинка у вигляді електронного пристрою, що поєднує в собі високі технології і цілком реальне застосування. Скайп — програма, що застосовує відеозв'язок. Твіт — коротке повідомлення в сервісі мікроблогів Twitter. Селфі — вид фотографії, зроблений самим фотографованим. Нетспік — специфічний, проміжний між усним і письмовим мовлення, що виник у спілкуванні через Інтернет.

25. 1. Історична галузь, що досліджує світогляд і діяльність українського козацтва, традиції Запорозької Січі, її контакти і зв'язки із західноєвропейським світом називається козакознавством. 2. Чесно оцінюй свої можливості, не вдаючись до самозвеличення та самомилування. 3. Дехто зі школярів і студентів таки відчув на собі вплив інтернетозалежності. 4. За айпадом зустрічають, а за розумом проводжають. 5. Комп'ютер витіснив з життя вже і ТБ, і книжку. Не тільки кіт, а кожен з нас вхопити мріє мишку.

Неологізми: інтернетозалежність, айпад, комп'ютер, ТБ.

26. *Історизми*: литаври (ударний музичний інструмент), козак (вільна людина з кріпосних селян або міської бідноти, що втекла), лірник (народний співець-музикант, що акомпанує собі на лірі), ясир (бранець, полонений), яничари (у султанській Туреччині — солдати регулярної піхоти), яса (сигнал, чутка, гучний звук, вітання гарматним залпом)

Архаїзми: свічадо (дзеркало, підсвічник для багатьох свічок), корба (пристрій з ручкою, яку крутять для надання обертального руху), стезя (стежка), перст (палець руки).

27. 1. Час зберіг для нас пам'ять про славних українських лицарів. Серед згадок — картина відомого художника Іллі Рєпіна. Слід зазначити, що всі персонажі картини мають цілком реальних прототипів. Багато з ким Рєпін був особисто знайомий. Велику частину амуніції, зброї, іншої козацької атрибутики, зокрема прапори, автор змалював з експонатів колекції Дмитра Яворницького. Є два варіанти цієї картини. Другий, до речі, зберігається в Харківському художньому музеї.

2. Перед вами картина відомого українського художника Іллі Рєпіна «Запорожці пишуть листа турецькому султанові». Розгляньмо її уважніше. У центрі бачимо писаря. Це чи не єдиний персонаж, що володіє грамотою. Судячи з одягу, це семінарист. Також привертають увагу дві зовсім протилежні постаті. Це козак у червоному жупані, що щиро так сміється, і похмурий запорожець з пов'язкою на голові. Атмосферою картини став сміх, молодість, упевненість, відвага. Це головні риси козацтва.

3. Знаєш, мамо, я так багато хотів тобі сказати! А зараз, побачивши, просто хочеться погладити твою сиву голову й поцілувати натруджені руки. Не плач, рідна, я ж живий, я поряд. Чуєш, ми ж козаки, захисники. Нам не страшний сам чорт. Ось учора, наприклад, зібралися листа писати султанові. Ти уявляєш, він нам запропонував перейти на бік Османської імперії. Нам, козакам, запропонувати зраду! Ніколи цього не буде.

29. *Політичне й суспільне життя*: 2. (демократія, засоби масової інформації, конституційне право, об'єктивна інформація).

Наукові проблеми: 1. (речовина, нейтрино, космос).

Офіційно-ділові стосунки: 3. (характеристика, адміністрація, установа, організація, підприємство, навчальний заклад).

Термін — слово або словосполучення, застосоване для зазначення деякого поняття.

30. Травмування — пошкодження. Лихоманка — пропасниця. Задишка — ядуха. Напад — приступ. Рубець — шрам. Трансплантація — пересаджування. Впорскування — ін'єкція. Спонтанний — самовільний. Еритроцити — червонокрівці. Здавлювання — компресія.

Загальновживана (нейтральна) лексика — це слова, які використовують усі носії мови незалежно від рівня освіти, соціального статусу, місця проживання.

Стилістично забарвлені слова — це слова, що вживаються лише в певних стилях. До них належать: наукова, політична, розмовна лексика.

31. *Професійні*: альпіністське спорядження, скельні гаки, карабін, страховка.

Просторічні: моднячий, умгу, звиняй, хитрюга.

32. *Стилістично забарвлені слова*: побазікати, лепечуть, шпарко, розторохтілася, теревенив, розпатякував, баляндрасить.

Синоніми: базікати, лепетати, торохтіти, теревенити, патякати, баляндрасити, казати, мовити, дейкати, гомоніти, гуторити, молоти.

33. Вакації — канікули. Пішники — стежки. Ватра — вогнище. Бокораш — плотогон. Дараба — пліт. Буркут — природне джерело. Маржина — худоба. Бескеття — урвище, провалля. Цімбор — товариш, друг.

Діалектні слова використовували у своїх творах: М. Коцюбинський «Тіні забутих предків», О. Кобилянська «Земля», В. Стефаник «Камінний хрест».

34. 1. Чумацький Шлях лежав над головою, як стезя (з. с.) вічності, по якій ішли в давнину, ідуть сьогодні, йтимуть завтра. 2. Нас поривали вічно в дорогу мовонаснага (н.), слово спромога (н.). 3. Збираюсь в незнану дорогу, не знаю, чи переборю, бо недруг стріляє з-за рогу, боїться вставати на прю (з. с.). 4. Приведення Збройних Сил у бойову готовність (п. с.) означає їхнє розгортання для успішного ведення бойових дій (п. с.) з метою відбиття агресії (п. с.) противника. 5. Нетизяни (н.), живімо дружно! 6. На родинне свято я несу італійський торт тирамісу (н.).

35. Майбутнє вибудовуватимуть освічені люди. Я з повагою ставлюся до іноземної мови, старанно перекладаю тексти, правильно відповідаю на уроках. Учитель вважає, що я кмітливий учень. Наступний урок — математика, це мій улюблений предмет. Мені поталанило — я розв'язав цю задачу.

36. Зустріло якось Левеня Черепаху, і оскільки було це Левеня самотнім, то й вирішило потоваришувати. Що воно тільки не робило! І з солодощами приходило, і з подарунками, навіть найулюбленішою іграшкою поділилося. Та Черепаха все не вірила в добрі наміри Левеняти. Вирішило тоді Левеня підкорити Черепаху своїм співом. Узяло гітару, вивчило найромантичнішу пісню й прилаштувалося під вікном Черепахи. Так солодко виспівувало, що серце Черепахи розтануло. Вийшла Черепаха на вулицю. Та левова натура взяла гору. Спрацював інстинкт хижака. Кинулося Левеня до Черепахи. Та зась. Швидко Черепаха сховалася у свій панцир. Так і довіряй комусь.

37. Піднестися духом — вірити в краще. Плечем до плеча — дружньо, злагоджено. Хто з мечем прийде, той від меча і загине — хто прийде до нас з війною, той програє ту війну. Голову покласти — героїчно померти, захищаючи Батьківщину. Віддати в архів — позбутися чогось.

38. *Тема*: цінність фразеології, зокрема народної. *Стиль*: науковий.

39. Іду на ви — оголошувати війну (Святослав, Київська Русь). Який хан, така й орда — який керівник, такий і підлеглий (Україна). Скинути ідола у Дніпро — рішуче розірвати з минулим (Володимир, Київська Русь). Мати городів руських — Київ (Київська Русь). Закрутити веремію — здійняти колотнечу, влаштувати неспокій (Україна). Наче на турка йде — помолодшати (Україна). З відкритим забралом — відверто (Франція). Козацькому роду нема переводу — відважний, сміливий (Україна). За круглим столом — переговори, усі учасники яких рівноправні (Франція). Ще не вмерла козацька мати — бути вільним (Україна). Після нас хоч потоп — байдуже, що буде після нас (Франція). Наполеонівські плани — великі, далекоглядні плани (Франція).

Менталітет — це система переконань, уявлень і поглядів індивідууму або суспільної групи, відтворення сукупного досвіду попередніх поколінь.

40. Піднестися духом — оживати (*ант.* упасти у відчай). Семимильні кроки — швидко рухатися до мети (*ант.* черепаша хода). Вести вперед — керувати, верховодити (*ант.* пасти задніх). Підносити до неба — возвеличувати (*ант.* топтати в болото). Рукою подати — близько (*ант.* за тридев'ять земель). Пальця в рот не клади — може постояти за себе (*ант.* мухи не скривдить).

41. Сам на сам — наодинці з собою. Шукати себе — визначати своє покликання. Перевершити самого себе — зробити краще, ніж раніше.

Насамперед слід займатися самовихованням та самоосвітою. Як каже народна мудрість: «За одягом зустрічають, а за розумом проводжають».

42. Сізіфова праця — марна робота, даремна. Не знати ціну грошам — марно витрачати. Піт проливати — тяжко працювати. Докласти руки — виконати роботу. Знайти ключ — знайти вихід. Байдики бити — нічого не робити. П'яте колесо до воза — щось непотрібне, зайве.

43. Опанувати себе — стримуватися, заспокоюватися. Тішити око — бути гарним, привабливим. Терпець урвався — можливості терпіти вичерпалися (співчуття). Впадати в око — бути особливо помітним. Замилювати очі — обдурювати, хитрувати (обурення). Затамувати подих — затамувати дихання. Впав у неласку — втрачати чиюсь прихильність (страх). Брати близько до серця — переживати (співчуття)

44. З причин економії було прийняте соломонове рішення: проілюструвати книжку чорно-білими малюнками. Часом, щоб приховати суть речей, доводиться вдаватися до езопової мови. Словник для вивчення мови був як нитка Аріадни. Ушосте переписуючи вправу, школяр зрозумів, що виконує сізіфову працю.

45. **План**

1. Фразеологізми — мудрість народу, що формувалася віками.
2. Звідки беруться фразеологізми.
3. Навіщо вони потрібні.
4. Пояснення деяких фразеологізмів.

Авгієві стайні — захаращене, забруднене місце. Жив колись цар Авгій, що сильно любив коней. Тримав їх аж три тисячі у своїх стайнях.

Ніхто ці стайні не чистив аж тридцять років. Аж ось цю справу цар доручив Гераклові. Той, окрім того, що був надзвичайно сильним, ще й розумним був. Спрямував Геракл річки прямо на стайні. І бурхливий потік за добу вимив увесь бруд.

Аршин проковтнути — триматися неприродно прямо (аршин — це міра довжини в один лікоть. У давнину майстри й купці користувалися лінійками довжиною 71 см).

Повернутися до наших баранів — не відволікатися від основної теми.

Водити за ніс — обманювати. Цей вислів пов'язаний з ярмарковими забавами. Цигани водили ведмедів за кільце, яке було в носі у цих звірів. Примушували бідолах виконувати різноманітні трюки, обіцяючи щось смачненьке.

Ось де собака зарита — ось у чому справа. Один австрійський вояк брав із собою у всі свої походи вірного собаку. Та якось, рятуючи господаря, чотирилапий загинув. Солдат поховав собаку і поставив на його могилі пам'ятник. Через 200 років лише місцеві жителі могли показати туристам могилу собаки.

Всипати по перше число — суворо покарати. Що-що, а цей вираз усім знайомий. Звідки він прийшов до нас? Зі старої школи, де учнів пороли щотижня, незалежно від того, правий чи винуватий. І якщо вихователь перестарався, то наступне покарання відтягувалося до першого числа наступного місяця.

Голос волаючого в пустелі — заклики, яких ніхто не чує. Походить з Біблії. Один пророк волав з пустелі до ізраїльтян прокласти шлях Богу. Але вони його не почули чи не хотіли чути.

46. У кожного повинно бути улюблене заняття. Моїм хобі, справою, якою можна відвести душу, є вишивання бісером. Спочатку було важко. Треба докладати багато зусиль, аби маленькі бісеринки лягали рівненько одна за одною. Та коли перша картина була готова — у мене виросли крила. Це був прекрасний подарунок мамі на свято. Зрештою, це ще й спосіб показати себе в ділі. Усім хочу порадити: якщо ви не знаєте, куди себе діти — знайдіть улюблену справу. Це велике задоволення — зробити щось гарне своїми руками.

49. — Привіт! Щось ти зачастив до бібліотеки.

— Ти знаєш, якось до душі одна книжка припала. Тепер щось схоже шукаю. Та й тобі раджу. Ось.

— Фантастика? Що це ти? У дитинство впав? Я полюбляю науково-популярну літературу.

— А я ось читаю і ламаю голову над тим, що ж буде далі.

— Тепер я знатиму твою ахіллесову п'яту. Я назубок усі наукові книжки в цій бібліотеці знаю. Читаючи їх, щоразу ніби Америку відкриваю.

— Кожному своє. Я у фантастиці шукаю себе. Звичайно, не всьому написаному вірю. Розумію, що папір стерпить усе. Спробуй, може, і тобі сподобається, бо багато того, про що колись писали фантасти, зараз реальність і нікого не дивує.

— Не заговорюй мені зуби, друже. Наукова література — це моя нитка Аріадни. Саме вона й поведе мене правильним шляхом у житті.

50. — Ти знаєш, я схиляю коліна перед акторами. Яка гра!

— А мене взяв за душу музичний супровід. Гра акторів така собі...

— Ні, ти не правий. Мені аж мурашки по спині поповзли, коли головна актриса говорила свій монолог.
— Що вартий той монолог без притишеної музики? Мене кидало то в жар, то в холод.
— Тобі як горохом об стіну.
— Та й ти і вухом не ведеш, коли я так намагаюся тебе переконати у своїй правоті.

54.

У префіксі	У корені	У суфіксі	У закінченні
Роздум, зцілити, безстрашний, прізвище, недооцінка	Блакитний, захист, земля, жінка, чистота, допомагати, хазяїн, кішка	Сонечко, вуличка, товариський, місяченько, уславлений, юнацький, коріння материнський, добриво, птаство, хмаровиння, запорізький, вузличок	Красуне, піснею, вітру, відсотка, у гривнях, миру

56. Прещедрий, придніпровський, по-українськи, правильний, справедливий, щасливий, комп'ютер, принтер, олімпіада, розумничка, старанний, контрастний, жовтень, меценатство, листопад, мереживо, пестливий, розповіддю, безпомилковий, професор, об'єднання, товариство, святковий, не здивуватися, скорочення, радісний, несказанний, непримиренний, півкраїни, пів-Одеси, Євросоюз, яскраво-синій, жовтогарячий.

57. Риса характеру, що виражається у відверто ворожому ставленні до інших людей, тварин, усього світу, зветься агресивністю. Фізична або вербальна поведінка людини, спрямована на пошкодження або руйнування, називається агресією. Часом агресія переростає в насильство.
Як убезпечитися від нападу агресора? Передусім слід визначити ступінь реальності загрози. Трапляється, за агресивною поведінкою потенційний нападник приховує свою розгубленість і слабкість. Таку демонстративну агресивність легко подолати впевненістю і спокоєм.
Якщо ж за агресивною поведінкою стоїть неподоланна сила, для спротиву необхідно знайти спільників. Навіть боячись агресора, люди вас підтримають. Для спільного захисту їм потрібен приклад і лідер. Тож станьте і першим, і другим.
Тема: Що таке агресивність. *Ідея*: Як протистояти агресії.

58. *Стиль* — публіцистичний.
Спалах, агресія, міжособистісна, механізм, психологічний, тренування, змагання, переносити, символічний, об'єкти, боксер, суперник, втихомирювати, музичний, складання.
Розділові знаки: у 2 — кома в складному реченні, 4 — дієприслівниковий зворот, 5 — двокрапка і коми при узагальнюючому слові та однорідних членах речення.

59. 1. Співчуття — перший крок до людяності. 2. Немає мудрості над щирість. 3. Розумна людина ніколи не починає розмови зі слова «я». 4. Того не засміють, хто сам із себе сміятись уміє. 5. На справедливий жарт ніхто не гнівається. 6. Заздрісність і камінь з'їдає. 7. Радісний настрій — це здоров'я душі. 8. Абияка згода краща від великої сварки. 9. Чого добротою не вдієш, того злістю не виграєш.
Співчуття — чуйне ставлення до чийого-небудь горя, переживань. Мудрість — володіння знанням, розумінням, досвідом, обачністю

та інтуїтивним розумінням включно зі здатністю також використовувати ці вміння. Щирість — правдивість, відсутність протиріч між реальними почуттями та намірами стосовно іншої людини. Заздрість — самолюбне і недружелюбне невдоволення тим, чим інша людина насолоджується. Доброта — чутливе, дружнє ставлення до людей, привітність, ласка. Злість — почуття недоброзичливості, злоба, почуття роздратування, досади, гніву.

60. *Словосполучення з останнього речення*: маємо плекати, плекати історичну пам'ять, осмислювати проблеми сучасності, визначати перспективи, визначати шляхи досягнення мети.
Тема: У кожного сьоя Україна. *Головна думка*: Пам'ятаймо історію й осмислюймо проблеми сучасності.

61. Священний (який?) обов'язок, захисник (чого?) батьківщини, незрівнянна (яка?) сміливість, рішуче (як?) діяти, дотримати (чого?) слова, виявити (що?) відповідальність, когось із (кого?) нас, вчасно (коли?) відгукнутися, п'ятнадцятий (котрий?) боєць, оволодіти (чим?) вмінням, відважна (яка?) душа, подякувати (за що?) за мужність, йти (до чого?) до перемоги.

62. *Словосполучення*: відважні побратими, діяти свідомо, готові до всього, рухатися до мети, вирізнятися з-поміж інших, відстоювати справедливість, тверда впевненість, високо сягнути.

63. Я зацікавився походженням символу тризуб. Саме він є нашим Державним Гербом. Тризуб був і є знаком влади. Цей символ відомий здавна.

64. З козацького роду, пустили на воду, плавають на човні,
прапор на флагштоці, на розвиток чайки.
Реконструкція — перебудова існуючих об'єктів виробничого й цивільного призначення. Мас-медіа — преса, радіо, телебачення, Інтернет тощо. Флагшток — вертикальна жердина для прапора.
Застарілі слова: козацький, курінь, керманич, весляр, гармаш, військовий товмач.

65. Мрії про щасливе майбутнє, цікавість до історичного минулого, навички читання вголос, збирати корисну інформацію, дуже цікавий фільм, повні наполегливості учні, завжди потрібно вчитися, повага до старших людей, готові завжди допомогти, цінувати чийсь досвід, хтось із молодших братів, уміння переконувати співрозмовника, визначити свою мету, охоче працювати в колективі, пишатися результатом друга.
Інтернет потрібен не лише для розваг, а й для пошуку корисної інформації. Для досягнення чогось у житті завжди потрібно вчитися. Дуже добре, коли ти правильно визначив свою мету в житті.

66. Опанувати комп'ютерну техніку, підключений до мережі Інтернет, сучасні засоби навчання, етикет комп'ютерного листування, листуватися за допомогою електронної пошти, надісланий на електронну адресу, допомогти в застосуванні мультимедійної техніки.
Інтернет — усесвітня система взаємосполучених комп'ютерних мереж, що базуються на комплекті Інтернет-протоколів.
Етикет — норми й правила, які відображають уявлення про гідну поведінку людей у суспільстві.

Мультимедійний — комбінування різних форм представлення інформації на одному носієві, наприклад, текстової, звукової, графічної.

67. Улюблене заняття (ім.), думки збігаються, аркуш (ім.) паперу, правильна відповідь (ім.), не заважайте (дієсл.) зосередитись, замовити (дієсл.) автобус.

68. *Іменникові*: калиновий міст, захмарні мрії, мовчазні зорі.

Прикметникові: гарний на вроду, вдячний учителю, блідий від хвилювання, невибагливий до умов, корисний для всіх.

Займенникові: ми з тобою, кожний із них.

Дієслівні: розчулити піснею, зроблено ретельно, написавши (дієприсл.) лист, добре вихований (дієприкм.), стривожений (дієприкм.) побаченим, невпинно мчати.

Словосполучення зі словами в переносному значенні: калиновий міст, мовчазні зорі, захмарні мрії.

69. Близько до школи, дуже щиро, третій від центру, удвоє тонший, два з п'яти, надзвичайно приязно, рівно сто, найближче до мети, дві третіх поля, навпростець найшвидше.

70. Надзвичайно швидкий (прикм.), зберігати (дієсл.) інформацію, національна пам'ять (ім.), значно ширше (присл.), свою історію (ім.), допомагають (дієсл.) суспільству, своє минуле (ім.), укорінюватися (дієсл.) в історії.

Темпоритм — поєднання темпу, ритму, емоційності. *Вивчення національної пам'яті* — дослідження фундаментальних історичних цінностей народу. *Національна пам'ять* — фундаментальні історичні цінності народу. *Місце пам'яті* — місця, у яких відбувалися події, що стають взірцем або прикладом певного явища. *Меморіали* — об'єкт або архітектурна, скульптурна споруда, архітектурно-ландшафтний ансамбль в пам'ять про щось або когось.

71. Народні пісні — пісні народу. Дніпрові пороги — пороги Дніпра. Степове роздолля — роздолля степу. Духовна міць — міць духу. Отаманів бунчук — бунчук отамана. Гетьманська влада — влада гетьмана. Отаманове слово — слово отамана. Кобзарева пісня — пісня кобзаря. Металева постать — постать з металу. Кам'яний п'єдестал — п'єдестал з каменю. Кінська збруя — збруя коня. Музейні експонати — експонати музею. Живописні твори — твори живопису. Побутові предмети — предмети побуту. Родовідна пам'ять — пам'ять родоводу.

72. *Стійкі словосполучення*: відчувати крила за плечима (бути сповненим натхнення), обтинати крила (позбавити високих прагнень, поривань, мрій), на рівній нозі (бути рівноправними), всипати перцю (лаяти, сварити, дошкуляти критикою), брати ноги на плечі (тікати, бігти), тринадцятий номер (зайвий), обливатися потом (важко працювати), плести кренделі ногами (танцювати), муляти очі (набридати присутністю).

Вільні словосполучення: відчувати впевненість (пр.), обтинати сухі гілки (скл.), на правій нозі (пр.), всипати борошна (пр.), брати книжки в бібліотеці (скл.), одинадцятий номер (пр.), обливатися водою (пр.), плести гачком шкарпетки (скла.), муляти п'яти (пр.).

73. Я — українець. Щедро я для друзів одкриваю душу. Я тисну руку Вам щосили і перед Вами б'ю чолом. Ніколи не кривили ми душею, ділили щастя з добрими людьми. Я на голос батьків з діда-прадіда йду, розділяючи з ними і славу й біду. Ви не сидіть склавши руки, не очікуйте манни з неба! Я працював несамовито, зціпивши зуби, майже не спочиваючи. Таки наші взяли гору, таки ми йдемо попереду!

74. Козацькі пісні, — просте, за змістом, за допомогою закінчення залежного слова, іменне; реалії середньовіччя — просте, за змістом, іменне; боротьба проти нападників — просте, за змістом, за допомогою закінчення і прийменника, іменне; звеличено патріотизм — просте, за змістом, за допомогою закінчення залежного слова, дієслівне; козацька воля — просте, за змістом, іменне.

75. *Іменникові*: середньовічна епоха — просте, за змістом, головне слово — епоха, іменне; герої пісень — просте, за змістом, за допомогою закінчення залежного слова, головне слово — герої, іменне.

Прикметникові: популярна серед українців — просте, за змістом, за допомогою закінчення і прийменника, головне слово — популярна, прикметникове; сильний духом — просте, за змістом, за допомогою закінчення залежного слова, головне слово — сильний, прикметникове.

Дієслівні: цікавлять сучасників — просте, за змістом, за допомогою закінчення залежного слова, головне слово — цікавлять, дієслівне; ніколи не змінювався — просте, за змістом, головне слово — не змінювався, дієслівне.

Шлягер — дуже популярна пісня, хіт.

Терен — місцевість, територія.

76. **План**

1. Козаки — члени самоврядних чоловічих військових громад.
2. Військова справа.
3. Охорона та контроль шляхів.
4. Морські рейди на чайках.
5. Захист українських земель.
6. Відродження традиційних козацьких цінностей.
7. Плекання історичної пам'яті.

77. Скіфська пектораль, мозаїка Софії Київської, Чернігівські капітелі, Києво-Печерська лавра.

78. *Скіфи* — народ, що жив у першому тисячолітті до нашої ери в степах Євразії. *Курган* —земляний насип над стародавньою могилою, усередині часто з дерев'яною або дерев'яно-кам'яною конструкцією, що містить одну або кілька тілопальних чи скелетних могил. *Стела* — кам'яна, мармурова, гранітна або дерев'яна плита з висіченими текстами або зображеннями. *Вапняк* — корисна копалина. *Монумент* — значний за розмірами пам'ятник штучного походження. *Скульптура* — ліпка, пластика, вид образотворчого мистецтва, твори якого мають об'ємну, тривимірну форму і виконуються з твердих чи пластичних матеріалів.

Стиль — публіцистичний. *Тип* — розповідь з елементами опису.

79. *Тема*: історія скіфів. *Ідея*: скіф — символ свободи, незалежності, непідкорення, пращур сучасних українців.

Ментальність — спосіб мислення, загальна духовна налаштованість, установка індивіда або соціальної групи до навколишнього світу.

Риси, які хотілося б бачити в сучасних українцях: висока освіченість, патріотизм, віра в себе й інших, цілеспрямованість, свободолюбність, духовність.

80. *Стиль*: публіцистичний. *Тип*: розповідь з елементами опису.

Ярус — ряд, лад, порядок у довжину, за рівнем. *Орнамент* — візерунок, утворений на ритмічному повторенні геометричних елементів, стилізованих рослинних чи тваринних мотивів.

Слова іншомовного походження: скіфи, територія, суспільство, археолог, пектораль, епоха, античний, ювелірний, діаметр, ярус, історія.

План

1. Вага, діаметр, проба пекторалі.
2. Три яруси.
3. Зображення тваринного світу й життя людей.

81. Головна думка: нерозривний зв'язок минулого з майбутнім; поважати й пам'ятати минуле.

82. Після екскурсії до Національного музею історії України ми вирішили оглянути кілька пам'яток історії та культури. Школярі поклали квіти до пам'ятника Тарасу Шевченку. Це наш найулюбленіший пам'ятник, він завжди викликає в нас почуття захоплення. Ми взяли активну участь у обговоренні побаченого під час екскурсії. Гостей столиці вражає музей просто неба. Одна із найдавніших і найцінніших пам'яток України — Софія Київська.

83. *Прості речення.* Хіба не пов'язана пам'ять про видатних осіб та їхню діяльність із річковою й колодязною водою? (пит.) Шануймо, бережімо воду! (спон., оклич.) Вона уособлює вічне оновлення, продовження життя. У Холодному Яру на Чигиринщині й досі стоїть могутній дуб Максима Залізняка (пр.). Довго пам'ятатиму дуб Максима Залізняка, що зберігся в урочищі Холодний Яр на Чигиринщині (скл.).

84. *Фразеологізми*: не можна відірвати очей (дуже гарний); подих перехоплює (бути зачарованим, здивованим).

Тече Дніпро безмежно, безкінечно (пр.). У даль віків біжить Дніпро, сурмить дзвінка вода (скл.). Скажи ж мені, Дніпре, які вітрові все кличуть тебе крізь степи і гаї? (пр., звертання). Я очей не можу відірвати від плеса чарівного (пр.). Воду п'є з Дніпра вересень, сам-один пливе селезень (скл.). Я не напився твоєї солодкої, Дніпре, води (пр., звертання). Я бачив Амазонку, але подих перехоплює від величності Дніпра (скл.). Дніпро не всохне, поки є струмки, а буде він, то будем ми, нівроку! (скл., вставне слово).

85. На березі козак Швайка зупинився, вдихнув на повні груди й сказав: «Приїхали. Здоров був, Дніпре!» Та Дніпра не було видно. Навколо купчилися очерети й червонястий верболіз. З верболозу вигулькнули вершники, зодягнені по-козацьки. У кожного була зброя, а на голові зведена набакир смушкова шапка. Довговусий здоровань загорлав: «Та це ж Пилип! Де це ти пропадав?» Швайка пояснив друзям: «Це сам Вирвизуб!» Той уважно придивився до хлопців і сказав: «А це що за козаки? Чи не рано їм до шаблі братися?» «Де там рано? Саме час! — відказав Швайка, а з мить додав: Вони нас з тобою, пане-товаришу, незабаром за пояс заткнуть».

Фразеологізм: заткнути за пояс (перевершити в чомусь).

87. Якщо народ не пам'ятає свого минулого, він не матиме майбутнього. Наштовхнувшись на пам'ять, час усвідомлює своє безсилля. Чи ж

знайдеться людина, яку не вразила б старовина, засвідчена й підтверджена уславленими пам'ятками? Коли ти п'єш воду, не забувай про копачів криниці! Криниця — символ святості, чистоти й високої духовності, а також спадкоємності поколінь і традицій. Шевченкова криниця випоїла духовно нас усіх.

89. *Аматор* — непрофесіонал, самодіяльний митець, технік, дослідник. *Містифікація* — вигадка, витівка з метою ввести когось в оману жартома або зі злісним наміром. *Легенда* — епічний фольклорний жанр, що представляє історичні факти або вигадані події у формі опоетизованої оповіді про давнє минуле. *Безапеляційність* — незаперечність, категоричність. *Головна думка*: берегти історичну пам'ять; цікавитися історією, людьми, що творили її; розуміти різницю між вигадкою та реальністю.

90. 1. Чому твір Олександра Шаховського був перенасичений українськими піснями? 2. Чи відомо, авторкою яких саме пісень була Маруся Чурай? 3. Чи можливо, що колись з'явиться документ, що засвідчив би існування Марусі Чурай? 4. Хто з українських авторів звертався до образу легендарної співачки? 5. Чому образ Марусі Чурай є насамперед трагічним, аніж щасливим?

91. — Шановний, а ви теж вважаєте, що історія життя Марусі Чурай — вигадка?

— Я науковець. Довіряю лише фактам. Так, на жаль, доказів ніяких нема, що була така співачка.

— Але ж легенди не з'являються на порожньому місці!

— Ви маєте рацію, юначе.

— А що ви скажете на те, що в шкільній програмі є така тема: «Пісні Марусі Чурай»? Серед них ми вчимо «Віють вітри...», «Засвіт стали козаченьки», «Ой, не ходи, Грицю...».

— Справді, я чув про це і вніс у шкільну програму поправки. Поки чекаю на відповідь.

— Може, Ви залишите цю історичну постать у спокої? Не варто розчаровувати її шанувальників. Навіть у тому випадку, коли історичних доказів нема.

92. *Покликання* — внутрішній потяг, здатність, схильність до певної сфери, професії. *Інтригувати* — здійснювати інтриги проти кого-небудь; збуджувати цікавість загадковістю, неясністю, таємничістю; зацікавлювати. *Іншомовні слова.* Технології — сукупність знань, послідовність. Хаотично — безладно, неорганізовано. Бібліотека — книгозбірня. Магістраль — головна лінія. Конспект — стислий виклад.

94. *Тема*: життя та значний внесок в археологічну науку Вікентія Хвойки. *Головна думка*: прикрий випадок може на краще змінити наше життя; навіть у поганому роздивіться щось хороше; ніколи не здаватися.

План

1. Почесне місце Вікентія Хвойки.
2. Відкриття старовинної землеробської культури.
3. Історія роду видатного вченого.
4. Вікентій Хвойка шукає себе.
5. Вогонь знищив лабораторію.
6. Повернення до давнього улюбленого заняття — археології.
7. Відкриття археолога-самоука.
8. Великий внесок археолога в науку.

96. Щире слово будь-яку браму відчиняє. Язик ранить дужче за шаблю. Добре слово дорожче за смерть. Слова в торбі не сховаєш (односкл.). Мовчуна часто сприймають за мудреця (односкл.). Сказано коротко, зате ясно (односкл.).

97. *Односкладні речення.* Розрізняють такі стилі спілкування: авторитарний, демократичний, ліберальний. До думок і почуттів інших людей йому байдуже. Вислуховувати будь-які заперечення чи пропозиції йому нецікаво. Дискутувати з таким співрозмовником або дуже важко, або неможливо. Авторитарних людей зазвичай уникають. З ним цікаво й приємно. Демократичний стиль спілкування визнано найбільш ефективним і оптимальним. Самостійно приймати рішення йому не хочеться. Легше погодитися з кимось, знявши з себе відповідальність.

Іншомовні слова: стиль, авторитарний, демократичний, ліберальний, агресивно, дискутувати, інтерес, ефективний, оптимальний.

98. Ми з особливою увагою, пошаною ставимося до Божого Слова. Не поспілкувавшись із людиною, не хвали її (односкл., прис.). Житимеш мирно, стримуючи язика (односкл., прис.). Нехтуючи балакучість, применшиш зло (односкл., прис.). Розмову ти починай, старший чоловіче! Говори мудро, але не забороняй юним їхньої музики! (односкл., прис.). Думай неухильно тільки про велике (односкл., прис.). Серце своє високо неси (односкл., прис.). Завжди уточнюйте значення слів! (односкл., прис.). Цим ви звільните людство від половини помилкових вчинків! Не погоджуючись зі мною, людина мене не засмучує, а збагачує. Мені нецікаво слухати власне відлуння (односкл., прис.). Світ (односкл., підм.). Час (односкл., підм.). Країна (односкл., підм.). Людина (односкл., підм.). «Кореспондент» (односкл., підм.). Увесь світ показано в одному журналі (односкл., прис.).

Пересопницьке Євангеліє — визначна рукописна пам'ятка староукраїнської літературної мови й мистецтва, перекладено Євангеліє мовою, близькою до народної. Ця книга настільки загадкова за своїм походженням, історією її побутування, що цікавить учених і до сьогодні.

Зараз рукопис зберігається в Інституті рукопису Національної бібліотеки імені В. Вернадського НАН України в Києві.

Сьогодні ця духовна святиня українського народу набула значення політичного символу нації — на Пересопницькому Євангелії під час інавгурації присягали Президенти України. У мить присяги Президент кладе руку на це Євангеліє, обіцяючи бути вірним не лише людському закону, але й Богові.

99. *Односкладні речення.* Осінь. Пролісок. Од цього білого слова пахне сніжком й весняною землею. Зозуля. Вимовляю слово «мама». Уявляю добру усмішку, каре мерехтіння в очах, ласкаве звучання голосу. Тільки сяє чимось золотистим від очей, вишневим од губ. Так мені здалося.

100. *Односкладні речення.* Наведемо приклад опису імені Галина. Тут поєднано кольори яскраво-червоний із сіро-блакитним. Отже, у мові приховано безліч таємниць. Тому будьте уважні до слова!

Каламутне слово — грубе, недобре, брехливе слово.

Слова яскраві є і тьмяні, прозорі й каламутні. Звичайно, від культури спілкування, від лексичного складу мови залежить те, як ми спілкуємося. Комусь, можливо, важко зрозуміти це. Невже слова мають колір? Так, мають. Тьмяні слова — слова байдужі, чужі. Таке слово може

глибоко поранити. Каламутні, на мою думку, щось приховують. Брехливі, недобрі слова. Їх неприємно чути. І зовсім інша річ — прозорі. Побільше б таких слів!

101. Зачаровує серця пісенна українська мова (двоскл.). Вивчаймо, друзі, з юних літ обряди, звичаї і мову (односкл., зверт.). Мова, найперше, визначає духовну сутність людини (двоскл., вст. слово). Припадаю зором, припадаю до висот Шевченківського гаю, до підніжжя Княжої гори (односкл., з однор. чл.). Франкова мужність (односкл.). Ніжність Лесі слів (односкл.). Вірш захоплював простотою і щирістю (двоскл., з однор. чл.). Не було в ньому ні пишномовних фраз, ні гучних вигуків (односкл., з однор. чл.). Добре володіння рідною мовою важливе для навчання (двоскл.). Недостатнє володіння рідною мовою утруднює і вивчення іноземних мов (двоскл.).

102. Переступивши поріг Софійського собору, ви підпадаєте під владу його грандіозності й пишності. Величні розміри внутрішнього простору, розкішний стінопис зачаровують вас своєю досконалістю.

Мозаїки і фрески Київської Софії визнані видатними пам'ятками середньовічного монументального мистецтва. Досягнення київських монументалістів дбайливо зберігають художники й науковці наступних поколінь.

Собор як головний храм держави відіграв роль духовного, політичного та культурного центру. Найстарішою спорудою Києва вчені називають саме Софію. Ми просто мусимо зберегти цю красу, передати її наступним поколінням. Бо лише та нація, яка знає свою історію й береже її, має майбутнє.

Фреска — живопис на вологій штукатурці. Фрески виконувалися переважно в культових спорудах. Часу на одну фреску витрачалося 5–7 років. Витвором мистецтва мозаїки вважають зображення Оранти. Мозаїки собору виконано на сяйному золотому фоні. Центральну баню й головний вівтар прикрашено мозаїками.

103. Давньоруську ікону «Ангел Золоте Волосся» датують другою половиною XII століття (односкл.).

Вона зображає Святого архангела Гавриїла (двоскл.). Він перший сповістив Діві Марії про народження в неї Божого Сина (двоскл.).

Лик ангела сповнено високої духовності (односкл.). Величезні оксамитові очі виражають тиху печаль, милосердя й співчуття до людей (двоскл.). Золоте волосся символізує велич і безсмертя (двоскл.). Ікона випромінює душевну теплоту й духовну витонченість (двоскл.).

Ікону написано на липовій дошці (односкл.).

По кожній волосинці Ангела прокладено тонку золоту ниточку (односкл.). Тому-то волосся сяє золотавим світлом (двоскл.).

У давньоруському мистецтві немає більш одухотвореного лика (односкл.). Усе в цьому образі бездоганне (двоскл.).

104. Повість «Ангел Золоте Волосся» Зірки Мензатюк надруковано у «Видавництві Старого Лева» (пр., односкл.). Книжку адресовано передовсім дітям непростої долі (пр., односкл.).

У головної героїні Галі Супрун усе в житті йде шкереберть (пр., двоскл.). Нова вчителька до неї присікується (пр., двоскл.). У класі дівчинку дражнять (пр., односкл.). Менший братик уже кілька місяців лежить у лікарні (пр., двоскл.). Мама ось-ось втратить роботу (пр., двоскл.).

Тоді сім'ї доведеться продати квартиру... (пр, односкл.). Тут би кожен упав у депресію (пр., двоскл.).

У тяжку хвилину дівчинці являється Ангел Золоте Волосся (пр., двоскл.). Він не виправляє все в її житті (пр., двоскл.). Він навчає Галю бачити добро навіть у щоденних клопотах (пр., двоскл.). Він переконує її в тому, що насправді життя прекрасне (скл., дві граматич. основи).

105. Шлях у майбутнє завжди лежить через минуле. Сучасне завжди на дорозі з минулого в майбутнє. У майбутнє ми входимо, озираючись на минуле. Холодний Яр уперше оспіваний Тарасом Шевченком в одноіменній поезії. Музей історії Холодного Яру на Чигиринщині було відкрито 2012 року. Чигирин із Суботовом змагаються за право називатися батьківщиною Богдана Хмельницького.

106. Справедливість (ім.) завжди переможе кривду, гнів і неволю. Свого великого Богдана ми (займ.) вічні славимо діла. До складу національного історико-культурного заповідника «Чигирин» входять п'ять музеїв (скл.). «Богдан Хмельницький» (скл.) — опера Костянтина Данькевича. Чумацький Шлях (скл.) аж сяє в позолоті. Ішли діди з батьками (скл.) безсмертними шляхами. Майбутнє (ім., що перейшов з прикм.) починається в минулому. Шукати (інф.) славу — суєта. Дістати (інф.) славу — щастя. Заслужити (інф.) її — честь. Весь світ (скл.) прагне правди.

107. Життя (ім.) нам усміхається, братове! І європейцем я (займ.) живу в краю Шевченка і Богдана. Любить (інф.) свій край — це для народу жити. Там шумлять в зеленому розвої сто дубів (скл.). Зійшлися посестри: тополя й калина з вербою (скл.). Троє (числ.) ідуть степами у молодому житі. Високо в небі кружляла зграя голубів (скл.). «Вечірній Київ» (скл.) упродовж багатьох років публікував публіцистичні нариси Максима Рильського. Кабінет Міністрів України (скл.) у своїй діяльності керується Конституцією і законами України.

108. До архітектурних пам'яток належать Софійський собор, Золоті ворота, Кирилівська церква, Маріїнський палац (складені). «Сонце заходить, гори чорніють», «Реве та стогне Дніпр широкий», «Тече вода з-під явора», «Із-за гаю сонце сходить» (скл., вираж. речен.) — відомі пісні на слова Т. Шевченка. «Хмельницький і Барабаш», «Перемога під Корсунем» (скл.) — твори про визвольну боротьбу проти польсько-шляхетського гніту. Вже іншим став мені огром (пр.) небес! По-іншому моргає Гончий Пес (скл.). А повен таємниць Чумацький Віз (скл.) все швидше став котитися униз. «Ой видно село», «Їхав козак на війноньку» (скл., вираж. речен.) мають своїх відомих на ім'я авторів.

Коми при однорідних членах речення; тире між підметом і присудком.

109. Книжка — найкращий друг і порадник. Читати — нові світи відкривати. Усі ми прагнемо якнайбільше почерпнути з книжок. Учений теж може помилитися. Троє учнів нашого класу вчаться на відмінно. «Запорожець за Дунаєм» — опера С. С. Гулака-Артемовського.

110. *Речення з простими підметами.* Горять багряні крона (ім.) на калинах. Двоє (числ.) дивляться вниз. Один (числ.) бачить калюжу. Другий (числ.) роздивляється зорі. «Колись» і «десь» (присл.) є тут і зараз!

Речення зі складеними підметами. «Розпрягайте, хлопці, коні» (реч.) зачаровує своєю красою, поетичністю й наспівністю. Сорок мудреців (числ.+ім.) не виправлять помилок одного дурня. Натовп людей (ім.) має багато голів, але не умів. Ми всі (займ.) зачекалися повені, теплїні,

любові, добра. Вивченням проблем стародавньої історії України займається Інститут археології НАН України (ім. власної назви).

111. Ніхто (займ.) не любить своїх кайданів. Мудрий (ім., що перейшов з прикм.) спершу вислухає, потім вирішить. Записане (дієприкм.) сто разів прочитане. «Добре» й «швидко» (присл.) бувають разом рідко. Десятеро пастухів (числ.+ім.) усю череду розгублять. «Говорити» й «робити» (інф., що перейшли в ім.) не сидять за одним столом. «Ой» (вигук, що перейшов у ім.) із біди не витягне. Честь із ганьбою (ім.) разом не вживаються. Зграя шакалів (ім.) цілком може подолати тигра. З однієї брехні народжується сто побрехеньок (числ.+ім.).

112. Людство прагне всесвіт осягнути і себе у ньому зрозуміть. А тривожне «бути чи не бути?» страшно над планетою висить. Точиться вечеря тайна. У залі світло аж ряхтить. За столом розмова тане і народжується вмить. І недовіри, і зневіри вже відкотивсь дев'ятий вал. Мене в житті також не тішив штиль. Не падала з висот небесна манна.

113. Національний історико-культурний заповідник «Чигирин» розташований на Черкащині. Гості заповідника ознайомлюються зі столицею України часів Богдана Хмельницького Чигирином і родинним маєтком гетьмана Суботовом. Екскурсантів цікавлять місцеві пам'ятки: Еллінська церква, Холодний Яр, Козацькі криниці. Усього на території заповідника розташовані тридцять п'ять пам'яток історії культури, археології та природи. Усі пам'ятки пов'язані з історією козацтва та становленням державності українського народу.

114. *Тема*: хто започаткував психологічно-інформаційні війни в Європі.
Головна думка: значення постаті Богдана Хмельницького в історії; уславлення козацтва; значення розвідувальної служби в боротьбі з ворогами.
Стиль: публіцистичний.

115. *Тема*: історія створення пам'ятника Богдану Хмельницькому в Києві.
Головна думка: увічнення пам'яті видатного гетьмана; збереження національних пам'яток; варто берегти історію, щоб мати майбутнє.
Стиль: публіцистичний. *Тип мовлення*: розповідь з елементами опису.

План

1. Єдине, що залишилось — пам'ятник.
2. Ідея спорудження пам'ятника.
3. Місце вибрано не випадково.
4. Через брак коштів задум не вдався.
5. Чималі розміри пам'ятника.
6. Гетьман упевнено тримається в сідлі.
7. Опис гетьмана.
8. Пам'ятник гармонує з Софійським собором.

116. *Тема*: стиль бароко в Україні.
Головна думка: значення стилю бароко для України; знаймо й цінуймо наші пам'ятки історії, культури, архітектури.
Бароко — стиль у європейському мистецтві та архітектурі XVI–XVIII століть.
Запитання. 1. Звідки в Україну прийшов стиль бароко? 2. Яку іншу назву має стиль бароко в Україні? 3. Які національні пам'ятки створені в силі бароко?

117. У боях Богдан Хмельницький демонстрував блискавичність дій Олександра Македонського, ганнібалівську точність розрахунку

й наполеонівське вміння скористатися з прорахунків противника. Ми не можемо не дивуватися з його військового таланту. Гетьман міг обрати момент для переможного наступу. Хмельницький був полководцем видатним.

118. Перша колонка — прості присудки. Друга — складені.

119. Людина мусить людині помагать (скл.). Я вам готовий і в щасті і в нещасті помагати (скл.). На адресу моєї душі буде вітер пісні присилати (скл.). Закінчивши вчитися, людина перестає жити (скл.). Люди часто з мухи слона роблять (скл.). Безнастанно трудитися має (скл.) в повний голос душа. Він враз прищух (пр.). Від заздрощів йому забило дух (скл.). Невже раба з душі ти випхати не в силах (скл.)? Ніколи не кривили ми душею (скл.), ділили щастя з добрими людьми.
Робити з мухи слона — перебільшувати. Дух забило — перехопило дихання. Випхати раба з душі — стати вільномислячим. Кривити душею — говорити не те, що думаєш.

120. Ми тільки почали (1 ос., мн., мин. ч.) розгадувати світ. Я хочу (1 ос., одн., теп. ч.) бачити світ розплющеними очима. Кожен жити б до ста літ хотів (3 ос., одн., мин. ч., ч. р.). Ми прагнемо (1 ос., мн., теп. ч.) сягнути найвищих висот. Мурашці з ведмедем змагатися не під силу. Ні, дрібніти я не мушу (1 ос., одн., теп.)! Я з низького вирву душу! Ладен (1 ос., одн., теп.) я вмерти сто разів за правду. Хотів (1 ос., одн., мин., чол.) я у серце твоє зазирнути. Треба й з лиха добро здобувати.

121. Ми будемо працювати до сьомого поту. Завжди ретельно виконуй доручені завдання. Щоб ситим бути, треба мозолити руки. Я хочу спробувати завжди говорити правду. Упевнений, що зможу зробити щось корисне. Треба багато старатися, щоб отримати результат.
Фразеологізм *мозолити руки* — займатися фізичною працею, працювати. *Синоніми*: гнути спину, рвати жили, тягти лямку, у ярмі ходити. *Антоніми*: байдики бити, баглаї напали, ловити гав.

122. Тихі сутінки поволі почали спускатися з поблідлого неба. Заграва на сході стала синіти. Так прагло птаство з вирію вернуться. Я зігріти пташину хотів. І про осінь я думать не можу. Будуть сонячні весни усміхатися людям. Будуть рясно шуміти колосисті поля. (Усі присудки складаються з інфінітивів і особових дієслів; неозначена форма виражає основне лексичне значення, а допоміжне дієслово — граматичне значення).



123. У білих рукавичках можуть бути брудні рученята. Я за всіх не все зробить зумію. Я мушу ночі й дні не спати, а працювати й працювати. Ледар ладен у будь-якій шпарці від роботи сховатися.
Фразеологізми: *гав ловити* — байдикувати; *іти по п'ятах* — невідступно переслідувати; *зі шкури вилазити* — напружуватися, надриватися.

124. Як можна пояснити значення цього фразеологізму? Потрібно навести приклад з літератури. Слід додати декілька порад. Не треба вагатися в прийнятті рішення. Не соромно зізнатися у своїх помилках. Необхідно домовитися про наступну зустріч. (Усі речення односкладні, бо містять лише присудок).

125. Литаври загули. Швидко на січовий майдан стали збиратися запорожці. Усі стали в коло. Після третього гуку литавр показалася старшина, кошовий писар та суддя. Знявши шапки, вони почали кланятися на всі боки козакам. Ті стояли, у боки узявшись.

Запорожці хотіли обрати іншого кошового. Дехто почав кричати про це з юрби. Кошовий хотів щось сказати. Зчинився ґвалт. Тоді він уклонився низенько, поклав патерицю і сховався в натовпі.
За кошового запорожці обрали старого Кирдягу. Один із старшин узяв патерицю і підніс її новообраному кошовому. Виступило з гурту четверо найстарших і, взявши по жмені землі, поклали йому на голову. Кирдяга стояв нерухомо і тільки дякував козакам за велику честь.
Так закінчилися гучні вибори кошового.
Заголовки. Вибори кошового. Довіра козаків — велика честь.
Життя собаче, зате слава козача. Терпи, козак, отаманом будеш. Зроду-віку козак не був і не буде катом. У козака життя коротке, а слава вічна.

126. Добру пісню не зашкодить повторити. Не бійся діяти по правді. Вчися і ковзати, і падати, і вставати. Уміння добре говорити може ворогів примирити. Вирушило море до річки топитися. До неметеної хати прийшли гості ночувати.

127. Цар заборонив Шевченкові писати й малювати. Я прийшов до криниці напитись води. Ми зупинилися помилуватися чудовим краєвидом. Учитель порадив нам прочитати повість про юність Тараса Шевченка. Мій старший брат щотижня ходить до бібліотеки міняти книжки.

128. Після уроків маю надіслати (СДП) sms-повідомлення бабусі. Шкода, що не можу листуватися (СДП) з нею електронною поштою. О п'ятій годині ми повинні зустрітися (СДП). Отже, повинен стежити (СДП) за часом. У цьому наші з бабусею думки збігаються. Наш автобус рушає від станції метро «Лівобережна».

129. Хрещатик став центром (дієсл.+ім.) міста сто років тому. Від старовинної вулиці до наших днів майже повністю зберігся лише один квартал — від вулиці Богдана Хмельницького до бульвару Шевченка. Все інше було зруйноване (дієсл.+дієприкм.) під час Другої світової війни. Після перемоги кияни відновили Хрещатик і значно його розширили. Нещодавно центральна вулиця столиці була реконструйована (дієсл.+дієприкм.).

130. Мій народ козацьким (О. в) був од роду. Запорожець в очах народу був героєм (О. в). Серед сміливих перший (Н. в.; може мати паралельну форму *першим* О. в) будь. Він голубів любив і був щасливий (Н. в., парал. ф. *щасливим* О. в). Стане дійсним (О. в.) неможливе. Будь слугою (О. в.) власної совісті і господарем (О. в.) волі. Будь вірним (О. в.) слову.

131. Гірський орел завжди був гордий. Орел є символом відваги, сміливості, гордості. Той велет сильним був колись не тілом лиш, а духом. Люди, будьте взаємно красивими! Людям завжди треба говорити приємні слова. Від цього вони стають кращими. Будь чесний і матимеш спокій. Сокіл — символ воїна, молодого героя. Голуб — це мир і злагода. Зозуля є символом суму, туги за минулим, страждання.

132. Працею людина і сильна, і красива. Людина славна не словами, а ділами. Господарський хліб не білий, але ситний. Полин гіркий, та корисний. Свята короткі, але пам'ятні. Будні довгі, але забудькуваті. Дні мої то сонячні, то сірі. «Виявляється, ви ранній птах», — сказала Густина. *Усі присудки — складені іменні.*

133. Земля моїх батьків прекрасна і родюча. Горда музика степу велична й проста. Верба була широка, тіниста, красива. Душа моя така сьогодні крилата й вільна. Був це хлопчик лагідний і тихий. Мене навчала мати

ще колись: «Як виростеш, моя мала дитино, то мудрим будь і мужнім будь в житті».

134. Сусідський дідусь завжди був працьовитий, скільки його пам'ятаю. Він не тільки у свої вісімдесят здавався самостійним, а й був таким. Звичайно, вважається корисним багато працювати.

135. Леонід Глібов був учителем у Ніжині. Його товариш був викладачем у Чернігові. Чиновник з байкою були ворогами.

136. У нещасті друг стає братом (СІП). Лихі приятелі можуть призвести до згуби (СДП). Буває від брата прихильніший (СІП). Розум може убезпечити (СДП) твою дорогу. Обачність зробить солодким (СІП) твій сон. Розважливість має прикрасити (СДП) життя твоєї душі. Добре ім'я є кращим (СІП) за великі багатства.

137. Ти хочеш бути красивим (СП)? Тоді ти маєш працювати (СП) до самозабуття. Стань творцем, майстром, господарем (СП) в улюбленому ділі (односкл.)! Тоді очі твої виражатимуть одухотвореність великим щастям творчості. Зовнішня краса має свої внутрішні, моральні джерела. Улюблена творчість обов'язково відбивається на рисах обличчя. Вона робить їх тоншими, виразнішими.

Тільки в праці краса людини. Лише працюючи, людина стає людиною. Але за умови, що праця ця повинна бути улюбленою, корисною. І тоді всі найкращі чесноти, риси будуть вашими.

138. *Двоскладні.* Хотів би я стати явором в полі. Та не хотів би я каменем стати. Щасливою хотіла буть я в слові. Слова повинні буть покірні чуттям і помислам твоїм.

Односкладні. У дні щастя будь чистий серцем, у дні горя будь сильний серцем. Учися вставати... Немає людини, яка б не падала. Але треба вчитися підніматися. Маєш, людино, людиною бути.

Односкладне + двоскладне. Не будь білою вороною, а то свої заклюють.

139. Треба бути оптимістом у будь-які часи, навіть найважчі. Для цього кожен повинен навчитися радіти малому.

Ти повинен частіше дивитися в небо, навіть укрите хмарами. Ти маєш уміти дихати свіжим повітрям і радіти кожному його ковтку. Усі теперішні проблеми й незгоди рано чи пізно минуть. Будь-які складнощі — то пусте порівняно хоча б зі здоров'ям наших близьких.

Саме такий рецепт оптимізму та щастя прописував великий український філософ Григорій Сковорода.

Треба зрозуміти, що всі негаразди тимчасові. Минуле аж ніяк не дорівнює минулому. Будьте щасливими й діліться цим щастям з друзями!

140. *Тема*: формування й володіння інформаційною культурою.

Головна думка: донести читачеві, як правильно використовувати різноманітні джерела інформації, опрацьовувати цю інформацію, поважати авторське право.

Авторське право — це право інтелектуальної власності (виключне право) автора на результати його творчості.

143. Головна ознака таланту — усвідомлення своїх бажань. Талант без доброти — це Божа кара. Талант і знання — яскраве світло. Талант без праці — хвилинний феєрверк. Найбільш важливий і рідкісний талант — красномовство. Ознака талановитої людини — радіти з чужих успіхів. Спілкуватися з талантом — насолода. (Присудки виражені іменниками).

144. День — це крок життя. Життя без книги — хата без вікна. І кожен день життя — то неповторна мить на вічному шляху до щастя і свободи. Надія і Віра — мій човен і весла. Нічим не турбуватися — значить не жити, а бути мертвим. Моя турбота — не очернити лицемірством рота. Радість од краси світу — ось найвища мудрість життя. Не йти вперед — значить іти назад. Жити — означає боротися.

145. Красне слово — золотий ключ. Добре слово — двері в душу. Могутність мови — духовна могутність народу. Упертість у суперечці — найвірніша ознака дурості. Чемність — шаноблива ввічливість до людей. Тактовність — почуття міри, такту.

146. Рабство — в'язниця душі. Нестерпна мука і тяжка ганьба — нести впокорено тавро раба. Найбільша на землі ганьба — миритись з долею раба. Істинне призначення людини — жити, а не існувати (однор. чл.). Не гнів, а ніжність — наша вічна сила (однор. чл.). А у скарбниці людських почуттів найкращий скарб — повага до людини. Приязнь любові — сестра молодша. Права без обов'язків — то сваволя.

147. Розум — скарб людини. Найкращий скарб — праця. Із книгою не знатися — від людей відставати. Книжку читати — розуму набирати. Терпіння — це велике вміння. Час — добрий лікар.

148. Найкраще у житті — це життя. Життя — це і усмішка, і сльози це солоні. Уміти жить — оце велике діло, найбільша загадка грядущих днів. Життя прожити — не поле перейти... Хтось плуга тягне, хтось бреде за плугом. Найганебніше — впасти у рабство користі. Найстрашніше — жити з горбом на совісті.

149. Талант — це крила. Якщо вони є, ти злітаєш. Якщо нема, то лиш марно махаєш руками. Талант — це активність, енергія, розрахована на півтори сотні років. Звідси й любов до світу та людей, бажання все опоетизувати. Талант — любов. Де є зневіра, занепад, безвір'я і ненависть, там немає таланту.

Проте талант — хистка річ. Він вимагає постійної праці, ненастанного вдосконалення, бережливого до себе ставлення. Тільки невтомні трудівники, справжні подвижники зберігають цей Богом даний скарб на все життя.

Активність, енергія — діяльність.

Закопати талант у землю — це не використати всіх можливостей, не розвивати своїх здібностей.

150. Душа — то наша зоряна блакить. Поезія — дух народу, сила його і слава. Мово, ти — це мудрість роду. Ти — душа мого народу. Кожна людина — неповторний світ доброго і злого, мудрого й недалекого, ніжного і грубого. Пересадження органів і тканин — ахіллесова п'ята сучасної медицини. Така операція — нове слово в науці. Шум листя — то мова моєї землі.

152. *Пафос* — стиль, поведінка, манера прояву відчуттів, які характеризуються емоційним піднесенням, натхненням. Український відповідник — піднесення.

153. Зроду-віку я — син України. Я — громадянин твій, моя державо. Ми — не пришельці, не гості у батьківській хаті. Я — зроду скіф. Я — правнук Бористена. Ти — половець, ти — правнук печеніга (скл.). Ти — гордий улич, слов'янин, ти — син свойого краю (скл.). Ти — вкраїнка,

гордись! Я — син Карпат. Я — вічний. Я — народ. Я — полтавець, Вкраїни син, але рідний я син і планети (скл.).

155. Я не окраїна, я не руїна, я — Україна. Гори мовчать над Дніпром. Це — Україна моя. Це — перлина степова, славою багата. Я не турист у ріднім краї, не мовчазний спостерігач. Я не володар природи. Я — її підданий.

156. Вчасно сказане слово — безцінне. Радість — злоров'я душі. Гнів і поспіх — недобрі порадники. Найбільше зло — потурати злу. Мати кігті — не значить бути левом. Справедливість, честь і совість — ось найкращі риси людини.

157. Європейські цінності — це свобода, відповідальність, самореалізація, толерантність, взаємодопомога. Європейські ідеали загальнолюдські. Їхня європейськість — це готовність втілювати і відстоювати їх самими європейцями. Найвищий ідеал — права людини. Гуманізм і свобода, патріотизм і повага до мови, культури, прав людини, справедливість і законність — ось ідеали українців. Внутрішня свобода і пізнання — дві найбільші для мене цінності.

Толерантність — терплячість, духовність.

158. Мій сусід — студент педагогічного університету. У минулому році він закінчив музичну школу. Коли хлопець стане вчителем, то навчатиме учнів мови та музики. Ми з класом переглянули п'єсу «За двома зайцями». Від суржику героїв вистави наша вчителька мало не зомліла. Коли Олена Петрівна опанувала себе, то пояснила, що від таких слів вона ніби відчуває сердечний біль.

159. Розум — джерело життя. Дурість — кара для безумних. Слова з уст мудрої людини — то глибокі води, струмок розливний і мудрості джерельце. Слово — дивний витвір людини. Вміти користуватися ним — велике мистецтво. Істинне красномовство — це вміння сказати необхідне. А рідна мова — оберіг народу. Зневажить мову мамину — біда. І така благодать — чути мамину мову.

164. **Дзвіниця Софійського собору в Києві**

План

1. Національний символ у стилі бароко.
2. Історія дзвіниці.
3. Композиція та декор пам'ятки.
4. Світова спадщина ЮНЕСКО.

Декор — сукупність елементів, що становлять зовнішнє оформлення архітектурної споруди або його інтер'єрів. *Ярус* — елемент горизонтального членування, повторювана частина споруди. *Купол* — просторова несуча конструкція у вигляді опуклого покриття круглої, еліптичної, квадратної або многокутної в плані споруди. *Склепіння* — перекриття криволінійних обрисів у перерізі. *Медальйон* — прикраса круглої або овальної форми.

165. Мовчазна й загадкова будівля, квітучий орнамент, таємничий купол. Блищить, наче золотий; пишний, наче княжий; величний, наче гетьман.

166. Здається, нічого величнішого у своєму житті я ще не бачив. Зачаровано роздивлявся фрески дзвіниці. І краєм вуха чув розповідь гіда про те, що ця дзвіниця була першою кам'яною спорудою, збудованою на території Софійського монастиря після пожежі 1697 року. Колись ця споруда була триярусною. Але згодом через землетрус було дещо

зруйновано. Не відірвати очей від ліпного декору фасадів. І вінчає все барочний купол з високим позолоченим шпилем.

167. —Перепрошую. Я вперше в Харкові. Чи не могли б ви порадити, з чого розпочати знайомство з вашим містом.

—Звичайно. Насамперед відвідайте майдан Свободи. Це п'ятнадцятий за величиною у світі майдан. На ньому аж дві станції метро. Частина її вимощена бруківкою.

— Прекрасно! Обов'язково прогуляюся.

— Там же, на площі, ви побачите величну будівлю. Будинок державної промисловості. Ми, харків'яни, коротко називаємо його Держпром. Це перший радянський хмарочос, який має 13 поверхів. А коли пройдетесь Сумською, то натрапите на будинок зі шпилем.

— Це цікаво! Я щось читав про нього в Інтернеті.

— Так, ми називаємо його одним із «семи чудес» міста. Це така собі суміш усіх стилів. Будівля доволі гарно вписується в міський пейзаж.

— Щиро дякую. Обов'язково скористаюся вашими порадами.

168. —А я й не знав, що наш Харківський історичний музей — один з найбільших в Україні.

— Отож. Аж чотири відділи в музеї. Тобі який найбільше сподобався?

— Феодалізму та первісної спільноти.

— І мені. Стільки цікавого! Я довго розглядав бивні мамонта.

— А я не міг відвести погляд від давньої зброї: мечів, наконечників стріл.

— Так усе поєднано. Давня історія й сучасність. Це я про виставку «АТО і Харківщина».

— До сліз боляче переглядати фотокартки, особисті речі наших героїв.

— А снаряди й зброя? Прострелені й напівспалені прапори? Це все стає історією на наших очах.

169. — Ось і повернувся наш мандрівник! Як тобі столиця?

— Покажу потім, усе в смартфоні. Знаєш, бабусю, нічого подібного я там не бачив на майдані Незалежності. Ти точно показувала мені фотографії з Києва?

— Звичайно, онучку. Давай переглянемо ще раз.

— Ось, поглянь, так виглядає зараз головна площа нашої країни.

— Дуже все змінилося. За моєї молодості не було тут цього монументу — жінки в білому вбранні. Та й фонтанів менше було. А це що? Дивний якийсь пам'ятник.

— Це пам'ятник закоханим ліхтарям. Такий собі витвір авангардного мистецтва. Тут закохані призначають зустрічі.

— Як усе змінилося! Але це не значить, що стало гірше.

171. Тримається душа на слові честі. Біля хати на осонні тато з мамою сидять. З тобою ділили ми щастя та горе. Гілля калин похилилося... Мамо, кому ж ви молилися? У серці панують злагода й мир. УСС (Українські січові стрільці) відновлювали військові традиції й сприяли зростанню українського патріотизму. Напилися сонця ліс і степ. Науковці висловлюють припущення, що Капрі був колись частиною материка.

172. Мати з донькою тихенько сидять. Серце з розумом часто між собою не миряться. Брат із сестрою, і посварившись, лишаються рідними. У зеленім садочку мати з сином ходить, а мати до сина тихенько говорить: «Ой, сину мій, сину, любенька дитино! Посадімо з тобою в садочку калину!»

173. Місто Бордо уславилось не лише виробництвом вина, а й пам'ятками середньовічної архітектури. Футбольний клуб «Бордо» багаторазово ставав чемпіоном Франції. Колір бордо завжди личив цій вродливій мадам. Річку Маккензі люди назвали на честь мандрівника А. Маккензі, що подорожував нею в надії відшукати шлях до Тихого океану. Країна Нікарагуа одержала свою назву від однойменного озера.

174. МАН побудувала навчальний процес на принципах єдності пізнання, творчості, спілкування дітей і дорослих. КНУ ім. Шевченка оприлюднив нові правила для вступників. 1996 року НБУ провів грошову реформу і ввів національну грошову одиницю — гривню. УВАН заснована 1950 року в Сполучених Штатах Америки. УКУ створений 1963 року в Римі. ВАТ надрукувало повідомлення про відкриття нових робочих місць. НВО повідомило про виконання плану.

176. Дві хмароньки зустрілися удосвіта колись. Два метелики в повітрі промінець стеблом обрали. Двоє козаків виїхало наперед із запорозьких рядів. Ой, три шляхи широкії докупи зійшлися. Троє вершників їде степом у молодому житі.

177. Відвідало сиву матір синів аж семірко. Десь років двадцять, певно, вже пройшло. Тепер сто лих душі не зсушать. Чотири зошити в оправі лежать у мене на столі. Колись на пагорбі отім два вітряки старих стояли. У баби було на хазяйстві четверо овець, три курки та півень.
Гурт школярів прогулювався парком. Спілка журналістів зібралась на засідання. По садку пронісся цілий рій бджіл. Юрба козаків з'явилася на пагорбі зненацька.

178. Зграя вовків спостерігала за людиною не наближаючись і не відступаючи. З десяток пар очей світилися то тут, то там, хижо поблискували ікла. Кілька вовків крутилися позаду, тупцювали, підскакували, одбігали назад і знову поверталися до зграї.
Швидко оглянувшись, Лаврін пішов назад. Там чорніли три верби. До них можна стати спиною й відбиватися. Козак відчув у руці таку силу, такий запал, що, не стримавшись, ступив уперед, нахилився й щосили махнув шаблею. Більшість звірів відринула, завила, збилася докупи, затим розсипалася і знову збилася. Лаврін кілька разів вистрелив. Два вовки перекинулися через голову й розпласталися на снігу. Решта звірів сипонула врозтіч.

179. *Речення, що містять лише граматичну основу.* Інтернет зацікавлює. Телебачення не відпускає. Відео задаровує. Журнал вабить. Дивимося. Слухаємо. Віримо. Запам'ятовуємо.

180. *Непоширені речення.* Будьмо чуйні. Вона безжалісна. Байдужість — це злочин. Співчуття об'єднує. Ворожнеча губить.
Співчутливість складає основу нашої душі.

181. Радість досить часто балакуча. Майже в усіх людей горе мовчазне. Люди, будьмо уважні до проблем інших. Завжди допомагаймо один одному. Підтримуймо в складних ситуаціях. Власне благополуччя нас засліплює. В усі часи людяність важлива.

182. Наш Київ розіслався на горах над Дніпром (розп., неокл., двоскл., пош., неускл.). Дорогами для мене стали схили Дніпра (розп., неокл., двоскл., пош., неускл.). За ясні зорі і за тихі води ішли в бої сини народу (розп., неокл., двоскл., пош., неускл.). Не розуміючи минулого, ми не зрозуміємо сьогодення (розп., неокл., двоскл., пош., ускл.). Кожен мусить

пізнати свій народ і себе в ньому (розп., неокл., двоскл., пош., неускл.). Крізь тумани до тебе я йду, прадідівська кринице! (розп., окл., двоскл., пош., ускл.). Я поділюся без вагань з голодним і крихтою, і краплею води (розп., неокл., двоск., пош., ускл.).

184. На місці зрубаного дуба росли дуби нові. Над трасою стоїть кремезний дуб, грозою й вітром вчений.

185. У яру щебетала криниця. Криницю ту колись копав дідусь. Всохла з туги за людьми криниця. Набираю я в руку живої води з блакитної річки. На мою вишиванку сів метелик і слухає серце моє.

188. Соціалізація — комплексний процес засвоєння індивідом певної системи знань, норм і цінностей, які дозволяють йому бути повноправним членом суспільства.

Останнім часом спостерігається різкий розвиток цифрових технологій. Здається, що все менше людей черпають потрібну інформацію з паперових книг. Майже безлюдні стоять бібліотеки. Чи можуть цифрові технології повністю замінити книгу? Думаю, що ні. Як на мене, то приємніше читати книгу, черпати знання з неї. Вона не підведе. Не сяде батарейка, не занесеться вірус, не розіб'ється, коли раптово випаде з рук. Книги — це те, що завжди було, є і буде. Це одне з найважливіших відкриттів і надбань людства.

190. Мала (прикм., узг.) пташка має гострий (прикм., узг.) дзьобик. У кожного (займ., узг.) солов'я пісня своя. Хоч соловейко маленький, його (займ., узг.) пісні удаленькі. Не вір воронячим (прикм., узг.) пісням. Пташеня розпросторює слабкі (прикм., узг.) крильця під материним (прикм., узг.) крилом. Без першої (числ., узг.) ластівки весна не приходить. Воля пташці дорожча за клітку із золота (ім., неуз.). Кулик з болота (ім., неузг.) не рівня куликові з озера (ім., неузг.). Прийшла орлу пора літати (дієсл., неузг.), а солов'ю настав час співати (дієсл., неузг.). Ану вставай, чоловіче, третій (числ., узг.) півень кукуріче.

Соловей — веселощі, задоволення. Орел — відвага, сміливість, гордість, чоловіча краса. Зозуля — сум, вдівство, весна, нещастя, туга за минулим.

191. Вітер з долини (неузг.) цілує червоне (узг.) серце калини (неузг.). Через яскраво-червоний (узг.) колір ягід (неузг.) калина стає символом крові (неузг.), пролитої в бою (узг.). У народній (узг.) вишивці калина символізує безсмертне (узг.) дерево нашого українського (узг.) роду. Стою серед усіх калинокровних (узг.) родичів моїх (узг.). Ти в моєму (узг.) серці, Україно, думою Шевченка (неузг.) гомониш. А ми тую червону (узг.) калину підіймемо! А ми нашу славну (узг.) Україну розвеселимо. Коми при дієприкметниковому звороті та звертанні.

Калина є символом любові, щастя, краси, поваги. Також калину вважають символом духовного життя жінки. Існує давнє повір'я, що це дерево пов'язує світ мертвих зі світом живих.

192. Материнська догана м'якша за добре батьківське слово. У семи няньок безноса дитина. Трирічну дитину доглядай щогодини. Не зарікайся пити воду з замуленої криниці. Хто тоне, за морську піну хапається. Лякала коза, що вербове листя об'їдати не буде.

193. Кінчалась прохолодна осінь. Сіялись срібні сніги. Замерли сонні віти. Вмерли осінні квіти. Мовчать сумні птахи. І скімлить затужілий вітер.

194. *Усі виділені сполучення слів є означеннями.*

До кімнати зайшла симпатична дівчина з русявою косою. Мій сусід — хлопець років чотирнадцяти. У бабусі в хатинці, під самою стелею, висів сухий віночок із запашних трав. Ми проїхали повз будинок на два поверхи.

195. І вечір у малиновій сорочці із поля на спочинок поспіша. На дереві шугали і співали райські птиці в золотому пір'ї, з золотими вінцями на головах, з павиними довгими хвостами. Макар Іванович зупинився перед дзеркалом. Звідти визирнуло чепурне обличчя з темною бородою, з довгим носом, хитрими сивими очима. Жінка вдягнена у плащ зелено-блакитного кольору. І чорний кіт в манишці білій мене зустріне край дверей.

Ми отримали нові підручники. Усі вони були з яскравими обкладинками. Першим я перегорнув сторінки підручника з української літератури. Звернув увагу на цікаві за назвою і за змістом розділи. Скажете: «Та що складного в цій літературі?» Хочу зауважити, що в підручнику розміщені не лише приклади творів, а й досить непрості для виконання завдання.

196. Танцювати під чужу дудку — діяти не за власним бажанням. Стріляний горобець — досвідчений, бувалий. Не в тім'я битий — розумний, тямущий, кмітливий. Процідити крізь зуби — говорити неохоче або невиразно. Дати відкоша — відмовлятися, рішуче виступати проти чогось. Збити з пантелику — дезорієнтувати, заплутувати. Накивати п'ятами — утекти. Гострий на язик — здатний влучно, дошкульно висловлюватися. Не по зубах — не під силу. Накрити мокрим рядном — раптово, зненацька вилаяти когось.

Підкреслені фразеологізми в тексті — означення.

197. Записані в аннали подвиги наших сучасників збережуться в пам'яті поколінь. За народними уявленнями, люди, народжені в сорочці, особливо успішні в житті. Особи, одним миром мазані, мають спільну, часто негативну рису. Відкладена в довгий ящик справа рідко завершується успішно. (Комами виділено дієприкметникові звороти).

Записані в аннали — збережені для історії. Народжений в сорочці — щасливий, везучий. Одним миром мазані — дуже схожі між собою (у діях, переконаннях). Відкласти в довгий ящик — відкласти на довгий, невизначений час.

198. Дмитро мав чорне хвилясте (узг., прикм.) волосся, яскраво-зелені (узг., прикм.) очі й виразне (узг., прикм.) підборіддя з ямкою (неузг., ім.) посередині. Він мав гарне (узг., прикм.), інтелігентне (узг., прикм.) обличчя з золотавим пушком (неузг., ім.) над губою. У нього був ніс із маленькою горбинкою (неузг., ім.), вперті (узг., прикм.) губи й підборіддя, красиво звужене донизу (узг., дієприкм. зворот). Марина Павлівна виявилася стрункою (узг., прикм.), високою (узг., прикм.) і сором'язливою (узг., прикм.) жінкою з темним довгим волоссям (неузг., ім.). У неї були блакитні очі із золотавинками всередині.

201. Острів Хортиця, князя Дмитра Вишневецького, козак Мамарига, велетень Шевченко, дід Тарас, прадід Сковорода, острів Голосіїв, на обрії Дніпра.

202. Річеньку (одн., З. в.) Мурашку, Чорногорівки-села (одн., Р. в.), козака (одн., Р. в) Мамая, народу-велетня (одн., Р. в.), картина (одн., Н. в.) «Козак Мамай».

204. Природи-матері, матері природи, велетні дуби, дуб-велетень, красень Київ, дочка-красуня, Анна-королева, принцесо Анно, лайнер «Україна», євшану-зілля.

Хлопець-школяр зайшов до бібліотеки. Мені до рук потрапив путівник-журнал «Мальовнича Україна». Мрія-країна змальована у творі письменника.

205. Мати Україно, уклоняюсь піснею тобі. Земле Вітчизно, я на те не ріс, щоб у рідній хаті я наругу зніс. Сусідів-хижаків знущання відбито і розбито вкрай. На Савур-могилі тиша руки заломила. Де ж ви тепер, товариші-братове? Двері до хати нам відчиняти, рід визволяти, сестро-лебідко, соколе-брате. (Коми при звертаннях).

206. У 2 і 5 реченнях прикладки з означувальним словом пишуться окремо. 1 і 6 речення ускладнені однорідними членами.

Стрибог-володар дивиться уважно, чи треба послати вітри на хвилі морські. Сиве волосся розвівається. У цій сивині схована мудрість віків. Дума-мрія застигла на обличчі. Погляд-блискавка змушує зупинитись на мить перед зображенням. Пливе він по небу на хмарах-кораблях, роздивляється володіння свої.

207. Культурний діяч Микола Аркас, поема «Гетьман Пилип Орлик», опера «Катерина», опера «Запорожець за Дунаєм», опера «Наталка Полтавка», опера «Енеїда», опера «Роксолана», пісня «Стоїть гора високая», журнали «Однокласник», «Країна знань», «Я студент».

208. Ікона «Юрій Змієборець», картина «Селянська родина», альбом «Мальовнича Україна», веб-сайт «Музейний простір», журнал «Тризуб», зорова капела «Думка і Трембіта», гурт «Океан Ельзи», видавництво «Смолоскип», команда «Динамо», дискусійний клуб «Діалог», круїзна компанія «Червона рута», готель «Черемош», виробниче об'єднання «Південний машинобудівний завод», заповідник «Кам'янець».

209. Древня праматінко Русь, я твій законний нащадок, що українцем зовусь. Закарбувався велетень Шевченко у душі українській навіки. На столі «Кобзар» в простій оправі і портрет поета на стіні. Можеш призабути запах рути-м'яти, але рідну мову мусиш пам'ятати. Ніхто не перекреслить мій народ! Пощезнуть всі перевертні й приблуди, і орди завойовників-заброд! Синочок спить, а мати все співа, а підвіконням бродить сон-дрімота. Веде надія до Славутича-ріки. З урочищ тихих на узвиш біжить лугами річка Здвиж.

Біосферний заповідник «Асканія-Нова», озеро Синевир, Національний дендрологічний парк «Софіївка», музей «Писанка», Національний заповідник «Хортиця», заповідник «Кам'яні могили», печера «Оптимістична».

211. Митець пригощає світ (ім., пр.) своїм серцем (ім., непр.). Очей (ім., прям.) красою (ім., непр.) не наситиш. Роблячи недбало, ти зробиш казна-що (займ., пр.). Пташку (ім., пр.) впізнають по пір'ю й пісні (ім., непр.), а людину (ім., пр.) по праці й мислі (ім., непр.). Робота, поділена на двох, легша для обох (числ., непр.). Невмійко за сто робіт (числ.+ім., пр.) береться, і нічого (займ., пр.) не вдається. Оце пошив два чоботи (числ.+ім., пр.) на одну руку. Заздрощі цілять в інших (займ., пр.), а ранять себе (займ., пр.). Птах знає співати (дієсл., пр.), а пес вміє кусати (дієсл., пр.). Прожитого (дієприкм., непр.) та пролитого (дієприкм., непр.) не повернеш. Учися замітати (дієсл., пр.) коло своєї хати!

212. Батько мав ідеальний слух, тонкий розум, кмітливість і спостережливість. У собі я свого батька впізнаю. Мати перша навчила мене любити роси, легенький ранковий туман, п'янкий любисток, м'яту, маковий цвіт і калину. А матуся зажурилась сивиною, все співає «Не вернуться літа мої» над рікою. Дай, бабусю, поцілую сивину твого волосся. Любив дід гарну бесіду і добре слово. Я з Вітчизни зростав, із роси та води.
Із роси та води — благополуччя, щастя, удача.
Коми при однорідних членах речення і звертанні.
Я люблю й ціную свій дім і свою сім'ю. Для мене сім'я — це ті, хто буде любити й розуміти мене попри все. Ближчих людей на світі просто нема. І що б не трапилось, я зможу покластися на них. Я з гордістю можу назвати свою сім'ю надійним тилом.

213. Дим рідної країни рідніший від вогню чужини. Зі зрадником не вкладають ні миру, ні перемир'я. Ніхто ще не розбагатів із чужої біди. Добра стежка краща за поганий шлях. Від щастя не втрачай голови, а в горі чуба не рви. Проти правди брехня безсила. Без води плавати не навчишся.

215. *Авгієві стайні* — запущене й забруднене місце; заплутані справи, безлад, плутанина. *Гордіїв вузол* — складні обставини, заплутана справа. *Віднайти Атлантиду* — відважні спроби зробити відкриття, безустанні пошуки. *Голий король* — дискредитований, викритий. *Піррова перемога* — сумнівна перемога, не варта здійснених заради неї жертв та понесених втрат. *Три кити* — основа чогось.
4 і 6 речення містять однорідні члени (у 6 реченні є узагальнююче слово, тому ставимо двокрапку).
Кожне нове покоління намагається віднайти свою історичну Атлантиду.

216. *Прямі додатки*: атрибути й символи, проблему, «правильність», здобутки, книжку і комп'ютер, перо, рушник, героїзм, на противагу, протистояння, зв'язок.
Непрямі додатки: далекого, минулого, прогресу, клавіатурою, технологіями, імітаціями, прагматизмові.

217. Біблія — пам'ятка світової літератури. Вона складається зі Старого і Нового Заповітів.
У першій частині Біблії йдеться про створення світу та перших людей, життя пророків. Новий Заповіт охоплює чотири Євангелія та ще кілька книг. У Новому Заповіті розказано про народження, життя, смерть і воскресіння Ісуса Христа. Книга книг також має у своєму складі молитви. Повний текст Біблії в Україні видано друкарнею Києво-Печерської лаври 1758 р.

219. Ми степом їхали (непош., ім.). Горить над степом вишнева зоря України (непош., ім.). Дороги йшли на всі чотири сторони (пош., числ.+ім.). Ідемо ми в Вифлеєм (непош., ім.). Богу помолитись (пош., ім.+дієсл.). Ідемо ми Ісусові до землі вклонитись (пош., ім.+дієсл.). Вифлеємська зірка засяяла в небі (непош., ім.) під час Різдва Христового (пош., ім.+прикм.) і, рухаючись небосхилом (пош., дієприсл.+ім.), привели волхвів до колиски (непош., ім.) Христа для поклоніння (непош., ім.). Восьмикутна зірка зображена на всіх іконах (непош., ім.) Богородиці. Тремтливо (непош., присл.) зорі сяють в небі (непош., ім.) всюди (непош., присл.). У безжурнім небі (непош., ім.) над країною (непош., ім.) ходять зорі тисячу віків (пош., числ.+ ім.). Слідами втоптаних віків (пош.,

ім.+дієприкм.+ім.) йдемо, спізнившись і відставши (непош., дієприсл.). Ми зупинилися на роздоріжжі (непош., ім.), придивляючись до тіней лісу (пош., дієприсл.+ім.).

220. Удосвіта хвилі дніпровські барвінком цвітуть. Прийду на сповідь до Дніпра, схилюся над водою. Серденьком б'ється джерельце цілюще, з ним розмовляю один на один. Чуєш? Кличуть солов'ї з хати в казку. Ключ угорі журавлиний рідною мовою кличе у невідомі краї. Красуйсь веселкою, мій світе! На зеленім лузі ліг туман спочити, крила розстеливши, наче білий птах.

221. Чи вмієш ти гідно оцінити кожну мить життя? Чи навчився обачливо й обережно витрачати час? Більшість людей усвідомлює цінність часу лише згодом, у спогадах. Зазвичай кожного заспокоює думка, що далі йтиметься ще краще.

Пригадай миті, коли ти відчував себе найкраще...

222. Листок дерева здатен говорити лише доторкаючись до іншого листка (сп. дії). Душа людська спроможна жити лише торкаючись до іншої душі (сп. дії). Крадькома (сп. дії) двері шарпає тихо (сп. дії) лихо. Одним пальчиком (сп. дії) в двері (місце) постука розлука. В двері (місце) грюка до сьомого поту (міра і ступінь) турбота. Всі замки відрива без вагання (сп. дії) братання. Входить в хату (місце) упевнено й щиро (сп. дії) віра. А кохання дверей не питає й влітає!

223. Не молоком, не медом земні протікають ріки. І люди з часів Адама ведуть змагання велике. На тихі води, ясні зорі я принесу свої пісні. Я не люблю працювати абияк, спустивши руки. Ховають мужицьку правду, за сімома замками ховають. Натрудилась душа натщесерце до сьомого поту.

Я не хочу сидіти у чотирьох стінах. Іра відкритим текстом сказала, що її не влаштовує. Я з перших уст почув цю сімейну легенду.

224. Я піднявся на курган і застиг на його вершині. Мені було видно далеко. Бачу і все чую на чотири боки світу. Пам'ять моя відкрилася, жадібно ловить голоси й запахи рідного краю.

Праворуч стоїть дідова хата. Колись у ній народився мій батько. З іншого боку бачу місцину, де пройшла молодість бабусі. У землі під курганом лежать мої далекі предки. До них і привів мене степовий шлях.

Із трави вистрибнув коник. З кленової гущавини подала голос мала пташка. «Ти чий? Ти чий?» — наполегливо запитувала вона.

Куди йти? Заглиблювати думками вглиб кургану? Рушати в степову далечінь?

Це край моїх далеких предків-орачів, земля мого діда й прадіда. Чи стане вона коли-небудь моєю?

227. Тут ранком сонце сходить, як хлібина. Тут починає славу Україна. А ранок золотий, немов перо жар-птиці. Київ неповторний, як вкраїнська доля. Нас у майбутнє посила минуле. І ми йдемо, немов дев'ятий вал. Секунди, як сніжинки, миготять. Пливуть роки, мов кораблі Колумба. Дев'ятий вал — найбурхливіший вияв, злет чогось.

228. Очі великі, круглі, сині, наче волошки в житі, та палкі. Не дивляться вони, а так іскрами й сиплють на тебе. Лоб увесь вийшов з-під волосся, а на ньому, мов дві п'явки, чорніли над очима дві брови. Кирпатий, круглий, як картопля, ніс, коротке лице, чорні брови й блискучі та круглі, як терен, очі — усе в ньому виявляло чоловіка швидкого, проворного. Кінчиками пальців він прикрив м'ясисті й глибокі, мов гаманці, вуха.

Змалечку привчали добре вивчати свої можливості (Н-О). Навчали працелюбності й далекоглядності (Н-О).

267. *Тема*: незвичайні пригоди ченця Найди. *Головна думка*: самопожертва заради Батьківщини; нагорода тому, хто визволить край з неволі.

Стиль: художній.

Келія — кімната ченця. *Проскура* — білий хлібець особливої форми в християнському богослужінні. *Чотки* — нанизані на шнур чи стрічку намистини (вузлики), потрібні для підрахунку молитов.

Кому відомо про його козацьке минуле? (Б-О). Тремтячими від хвилювання руками підніс його до лампадки (Н-О). Зібрав червінців два казани, діамантів казан (Н-О). Доїдеш до річки Саксаганки, поверни коня і поїдь лівим берегом угору проти течії (О-О). Наступного дня надвечір побачиш високу кручу... (О-О). Сядь на той камінь, ніби на праве вухо, й побачиш гай... (О-О). Пройди під похилою стороною, відлічи сто кроків уперед... (О-О). Стань на тому місці у день Святих Петра й Павла і відлічи на схід сонця сімдесят три

душевно...

і ніби висіла на ясному темно-синьому небі.

План

Зимовий вечір у лісі, як казка, у якій мріяв побувати в дитинстві. Дерева стоять, мов сторожа, огорнена сніговою ковдрою. Де-не-де видніються заячі сліди, наче складні лабіринти. Сніг блищить, порипує, як старенькі дідові чоботи. Хочеться залишитись у цій казці назавжди. Але на зміну зимовому вечорові йде морозяна ніч. Темна, таємнича,

а) ...тойбіччя. Час додому.

б) два каз...

...розм'якло. Був цей голосок терпкий, мов зелений терен,

в) як відшукати ска...

3. Крила виростають за спиною.

...лосу. Слова росли із ґрунту, мов

4. Спис і кулі замість чоток.

...гуляє попід горою.

268. Книжки видрукували загальним тиражем близько... ...країни як всеників (Н-О). Бачимо унікальні поліграфічні витвори, ...вані видатним майстром (О-О). Пишаймося її талантом! (О-О). Тридцять гравюр включили до видання «Кобзаря» Тараса Шевченка (Н-О). Не пишайся у щасті, не принижуйся в нещасті! (У-О). Роби все можливе й покладайся на долю! (У-О).

Дуже добре пам'ятаю, як мені потрапила до рук книжка «Снігова королева» Ганса Християна Андерсена. Було приємно гортати сторінки. Одразу привертає увагу суперобкладинка. Від малюнка на твердій глянцевій палітурці неможливо відвести очей. Ким же створено такий шедевр? Виявилося, що це видавництво «А-БА-БА-ГА-ЛА-МА-ГА». Ілюстрації виконав майстер книжкової графіки художник Владислав Єрко. Його малюнки можна роздивлятися годинами, так ретельно й талановито все на них зображено. Не хотілося випускати книжку з рук, а гортати й гортати її сторінки, вдихаючи запах свіжої фарби.

269. Києво-Печерську лавру занесено (безос. дієсл.) до переліку пам'яток усесвітнього значення.

Києво-Печерський монастир засновано (безос. дієсл.) в 1051 році. До монастиря збиралося (безос. дієсл.) все більше монахів. Тож у 70-х роках XI століття було розпочато (безос. дієсл.) інтенсивне будівництво, зведено (безос. дієсл.) Успенський собор, Надбрамну Троїцьку церкву й Трапезну. Тут було засновано (безос. дієсл.) першу на Русі друкарню. Перебільшити її значення неможливо (присл.).

ім.+дієприкм.+ім.) йдемо, спізнившись і відставши (непош., дієприсл.). Ми зупинилися на роздоріжжі (непош., ім.), придивляючись до тіней лісу (пош., дієприсл.+ім.).

220. Удосвіта хвилі дніпровські барвінком цвітуть. Прийду на сповідь до Дніпра, схилюся над водою. Серденьком б'ється джерельце цілюще, з ним розмовляю один на один. Чуєш? Кличуть солов'ї з хати в казку. Ключ угорі журавлиний рідною мовою кличе у невідомі краї. Красуйся веселкою, мій світе! На зеленім лузі ліг туман спочити, крила розстеливши, наче білий птах.

221. Чи вмієш ти гідно оцінити кожну мить життя? Чи навчився обачливо й обережно витрачати час? Більшість людей усвідомлює цінність часу лише згодом, у спогадах. Зазвичай кожного заспокоює думка, що далі йтиметься ще краще.

Пригадай миті, коли ти відчував себе найкраще...

... здатен говорити лише доторкаючись до іншого

й двері і більше не дряпаймо їх! Не ховаймося в пісню, вишиванк... писанку. До нашої м'якої, чутливої вдачі домішаймо граніту! Берімо... до роботи, українці! ...офарбуймо сті...

Публіцистичний стиль. Тема: риси української нації; майбутнє, що зале... жить від нас. Головна думка: рухатися вперед, не нарікаючи на переш... коди; українці — самовпевнена, працьовита, мужня нація з... минулим і не менш величним майбутнім...

Романтика — мрійливи... тальний — чухцювати абияк, спустивши руки. Ховають мужицьку

242. Збер... правду, за сімома замками ховають. Натрудилась душа натщесерце до сьомого поту.

Я не хочу сидіти у чотирьох стінах. Іра відкритим текстом сказала, що її не влаштовує. Я з перших уст почув цю сімейну легенду.

224. Я піднявся на курган і застиг на його вершині. Мені було видно далеко. Бачу і все чую на чотири боки світу. Пам'ять моя відкрилася, жадібно ловить голоси й запахи рідного краю.

Праворуч стоїть дідова хата. Колись у ній народився мій батько. З іншого боку бачу місцину, де пройшла молодість бабусі. У землі під курганом лежать мої далекі предки. До них і привів мене степовий шлях.

Із трави вистрибнув коник. З кленової гущавини подала голос мала пташка. «Ти чий? Ти чий?» — наполегливо запитувала вона.

Куди йти? Заглиблювати думками вглиб кургану? Рушати в степову далечінь?

Це край моїх далеких предків-орачів, земля мого діда й прадіда. Чи стане вона коли-небудь моєю?

227. Тут ранком сонце сходить, як хлібина. Тут починає славу Україна. А ранок золотий, немов перо жар-птиці. Київ неповторний, як вкраїнська доля. Нас у майбутнє посила минуле. І ми йдемо, немов дев'ятий вал. Секунди, як сніжинки, миготять. Пливуть роки, мов кораблі Колумба. Дев'ятий вал — найбурхливіший вияв, злет чогось.

228. Очі великі, круглі, сині, наче волошки в житі, та палкі. Не дивляться вони, а так іскрами й сиплють на тебе. Лоб увесь вийшов з-під волосся, а на ньому, мов дві п'явки, чорніли над очима дві брови. Кирпатий, круглий, як картопля, ніс, коротке лице, чорні брови й блискучі та круглі, як терен, очі — усе в ньому виявляло чоловіка швидкого, проворного. Кінчиками пальців він прикрив м'ясисті й глибокі, мов гаманці, вуха.

Змалечку привчали добре вивчати свої можливості (Н-О). Навчали працелюбності й далекоглядності (Н-О).

267. *Тема*: незвичайні пригоди ченця Найди. *Головна думка*: самопожертва заради Батьківщини; нагорода тому, хто визволить край з неволі.

Стиль: художній.

Келія — кімната ченця. *Проскура* — білий хлібець особливої форми в християнському богослужінні. *Чотки* — нанизані на шнур чи стрічку намистини (вузлики), потрібні для підрахунку молитов.

Кому відомо про його козацьке минуле? (Б-О). Тремтячими від хвилювання руками підніс його до лампадки (Н-О). Зібрав червінців два казани, діамантів казан (Н-О). Доїдеш до річки Саксаганки, поверни коня і поїдь лівим берегом угору проти течії (О-О). Наступного дня надвечір побачиш високу кручу... (О-О). Сядь на той камінь, ніби на праве вухо, й побачиш гай... (О-О). Пройди під похилою стороною, відлічи сто кроків уперед... (О-О). Стань на тому місці у день Святих Петра й Павла і відлічи на схід сонця сімдесят три крок (О-О).

План

1. Іван Найда у своїй келії:
а) дивна проскура;
б) кому відомо про козацьке минуле?
2. Неїстівна проскура:
а) два дивних клаптики записки;
б) два казани червінців і казан діамантів;
в) як відшукати скарб.
3. Крила виростають за спиною.
4. Спис і кулі замість чоток.

268. Книжки видрукували загальним тиражем близько 6 млн. примірників (Н-О). Бачимо унікальні поліграфічні витвори, проілюстровані видатним майстром (О-О). Пишаймося її талантом! (О-О). Тридцять гравюр включили до видання «Кобзаря» Тараса Шевченка (Н-О). Не пишайся у щасті, не принижуйся в нещасті! (У-О). Роби все можливе й покладайся на долю! (У-О).

Дуже добре пам'ятаю, як мені потрапила до рук книжка «Снігова королева» Ганса Християна Андерсена. Було приємно гортати сторінки. Одразу привертає увагу суперобкладинка. Від малюнка на твердій глянцевій палітурці неможливо відвести очей. Ким же створено такий шедевр? Виявилося, що це видавництво «А-БА-БА-ГА-ЛА-МА-ГА». Ілюстрації виконав майстер книжкової графіки художник Владислав Єрко. Його малюнки можна роздивлятися годинами, так ретельно й талановито все на них зображено. Не хотілося випускати книжку з рук, а гортати й гортати її сторінки, вдихаючи запах свіжої фарби.

269. Києво-Печерську лавру занесено (безос. дієсл.) до переліку пам'яток усесвітнього значення.

Києво-Печерський монастир засновано (безос. дієсл.) в 1051 році. До монастиря збиралося (безос. дієсл.) все більше монахів. Тож у 70-х роках XI століття було розпочато (безос. дієсл.) інтенсивне будівництво, зведено (безос. дієсл.) Успенський собор, Надбрамну Троїцьку церкву й Трапезну. Тут було засновано (безос. дієсл.) першу на Русі друкарню. Перебільшити її значення неможливо (присл.).

Близько 1113 року літописцем Нестором складено (безос. дієсл.) тут «Повість врем'яних літ».
Після великої пожежі 1718 року почали відновлювати (інф.) пошкоджені будівлі, споруджувати (інф.) нові. Успенському собору й Надбрамній Троїцькій церкві надано (безос. дієсл.) рис бароко. Не було (безос. дієсл.) цим будівлям рівних за красою. Довкола території Лаври було зведено (безос. дієсл.) кам'яні стіни.

270. Війнуло вільними вітрами. Було, та загуло і сниться перестало. Вечоріло в долині. Як спиться, то й сниться.

271. Як мені даровано (безос.) багато! (Б-О). Мені так радісно (присл.) в цю мить (Б-О). І на душі нема (безос.) печалі (Б-О). Чому так затишно (присл.) мені? (Б-О). Когось на пісню раптом потягло (безос) (Б-О). Щирому слову ціни немає (безос.) (Б-О). Запросити б (поч. ф.) друзів до хліба-солі! (Б-О). Хочеться (безос.) зливи, хочеться (безос.) грому (Б-О). Двічі молодим не бути (поч. ф.) (Б-О).

272. Повіяло холодним вітром. Вітром шпурляло у вікна сухе опале листя. Серце стисло болючим щемом. Душу огорнуло осіннім сумом. Але ж у вікнах світилося!

273. 1. За лісом глухо вдарилось (безос.) об небо. Синій холодок в степу розлито (безос.). Ще вчора мляво хлюпало (безос.) із хмар.
2. І на серці так легко і світло (присл.). У мене аж у грудях тенькнуло (безос.). Щось мутно (присл.) мені на душі. Тобі на серці цілий день давило (безос.). А в душі щось так чисто і дзвінко (присл.). На чужині не так радіється й сумується (безос.). Душі то паморочливо, то сліпучо (присл.).

274. За лісом уже сутеніло. Учора якось раптово смеркло. У селі стихло. На вигоні теж заспокоїлось. Навкруги моторошно й темно. На душі якось тривожно.

275. Випадало й на коневі мчати, випадало й бути під конем. Розбишаки, вам більше рясту не топтать! Від заздрощів йому забило дух. Від жаху похолонуло в душі.
Бути під конем — бути в скрутному становищі. Бути на коні — бути у виграшному становищі. Топтати ряст — жити. Дух забило — дуже вражений, перехопило дихання. Похолонуло в душі — страшно, моторошно від хвилювання, переляку.

276. Уночі потягло холодом (Б-О). До ранку випав невеличкий сніжок. Зранку він знов почав падати, усе прибільшуючи. Почало колесом світ крутити (Б-О). До обіду таке схопилося! Світу білого не видно (Б-О). Кругом хати, наче сто коней, гасало, торохтіло оселею, жалібно співало в димарі! (Б-О). Не вітер, а буря завіяла, метучи цілі гори снігу по землі, здіймаючи густу кашу в повітрі. Не стало видно ні неба, ні землі (Б-О). Аж страшно, сумно стало! (Б-О).
По дворах понавертало кучугури (Б-О). Деякі хати зовсім позаносило, позамуровувало (Б-О). Вулиці забиті, заметені. По дворах у рівень з хатами стоять страшенні снігові баби, а вітер куйовдить їм голови.
Одного разу мені пощастило побачити веселку. Було це влітку. Я сидів біля вікна, вдихаючи свіже повітря. Після дощу було прохолодно. Усю вулицю залило водою. Пройти ніяк. Нічого робити. Після такої негоди найкраще пересидіти вдома за книжкою чи комп'ютером. Аж тут до моєї кімнати зайшла бабуся. «Знову сидиш у хаті? Пішов би на вулицю погратися. Ще й красу таку можна там побачити. Мерщій». Дивно. Що такого

гарного можна побачити після зливи? «Таку веселку пропустиш!» Тут мене наче щось підкинуло на стільці. Веселка! Як я не подумав про неї раніше! Це диво з'єднувало два береги річки. Одним кінцем ховалася десь за горбиком. Варто загадати бажання. Можливо, здійсниться!

277. Хочеться (безос.) мені сказати (поч. ф.) про любов до ріки моєї рідної, ясної. Нам пліч-о-пліч стояти (поч. ф.) треба у виснажливій боротьбі. Тільки сміхом можна беззлобно знищити (поч. ф.) зло. Бути хорошим легко (присл.). Важко (присл.) не бути поганим. Уперед пливти колись було (безос.) нелегко (присл.) й Магеллану. І славно (присл.) мені було (безос.) на душі. Нам легко (присл.) йти (поч. ф.), позбувшись обережності. Як молодість приємно (присл.) відчути (поч. ф.)!

278. Як діамантова сяйлива грань ятріє сніг на булаві Богдана. Бронзові очі Богдана. Радісний лет булави.

279. Холодний Яр (непош.). Суботів (непош.). Чигирин (непош.). І дуб Залізняка (пош.). Ошатна сорочка (пош.). Низка намиста (непош.). Хустка (непош.). Широкий пасок (пош.). Груботкана картата плахта (пош.). Тиша (непош.). Озеро (непош.). Туман (непош.). Зілля приклади до ран (пош.). Диван (непош.). Шафа для одягу (пош.). Книжкова шафа (пош.). Стіл (непош.). Телевізор (непош.). Репродукції картин (пош.). Край смерековий насниться мені (пош.). Далеч (непош.). Туман (непош.).

280. Сині очі. Чорні брови. Похмурі стіни замку. Голуба далина.

281. Софія. Лавра. Золоті дзвіниці. І Володимир із хрестом в руках. Франкова мужність. Ніжність Лесі слів. Море і гори (наз. з однор. підметами). Сонце і синь (наз. з однор. підметами). Древні руїни фортець і святинь. Легкі білі меблі.

282. Таки й справді Тарас того літа був схожий на невтомного джмелика (двоскл.). Вирушивши на Лівобережжя, він де тільки не побував (двоскл.): Прилуки, Лубни, Полтава, Ромни, Хорольщина (односкл. називні). Тут дбайливо зберігали пам'ятки старовини (односкл.). Можна було почути багато цікавого з історії краю (односкл.). Тарасові альбоми вже розбухали від усяких замальовок (двоскл.). Записники було списано переказами, легендами (односкл.).

283. *Односкладні називні.* Безхмарне небо. Могутній Дніпро. Родючий чорнозем. *Двоскладні.* Небо безхмарне. Дніпро могутній. Чорнозем родючий.

284. Сніжна й морозна зима. Тріскучий мороз. Сіре важке небо. Безлюдні вулиці міста. Сонний і тихий парк Києва. Широкі освітлені алеї парку. Присипаний снігом пам'ятник. Голі почорнілі дерева.

285. Засніжена казкова будівля. І в снігу також ялинки. Ніби потрапляєш у казку. Ось-ось з'явиться чарівник. Такий дивний ляльковий театр. Фонтан. Смішні казкові скульптури. Заметені снігом квіткові клумби. І лавочки для відпочинку. Відвідайте це місце.

286. Сад вишневий (наз.). Хата (наз.). Гай (наз.). Криниця (наз.). Шлях Чумацький (наз.). Голубі дощі (наз.). Мов солодкі пахощі живиці, незбагненна радість на душі. Асфальт нагрітий. Місто (наз.). Надвечір'я (наз.). Каштани стомлені. І музика сумна тривожить душу. Звуки хвилин (наз.). Кроки сторіч (наз.). Трепет сердець (наз.). Зміна облич (наз.). Ніч (наз.). День (наз.). День (наз.). Ніч (наз.). Пітони (наз.). Тритони (наз.). У клітці дріма ягуар. Жирафи (наз.). Верблюди (наз.). Приручені зебри (наз.). І поні (наз.). Хоча невеличкий, а все-таки це зоопарк. І тут опинились навіть Пржевальського коні.

287. Піднімали прапор на Вкраїні синьо-жовтий у блакитну вись (Н-О). Жита (наз.). Козацький степ (наз.). Так пахне материнка. Шаблю вибито з рук (Б-О). Але з серця не вибито духу волі й жадання краси! (Б-О). Стою на вулкані (О-О). Стою на межі (О-О). Пекельна робота (наз.). Робота душі (наз.). Вже не боронять волю булавою (Н-О). Козацькі могили (наз.). Висока трава (наз.). Земля нездоланна і горда. Нема полону й рабства для душі (Б-О).

288. Лимонний сік вечірньої зорі над Києвом у лютому розлито (розп., неокл., просте, пошир., односкл., Б-О, присудок — безос. дієсл.). Розкрийте зіниці, розкрийте серця! (спонук., неокл., просте, поширене, односкл., О-О, присудок — ос. дієсл.). Мій особистий невеличкий світ (розп., неокл., просте, пошир., односкл., називне, підмет — ім.). Ясніє цвітіння яблуневих віт (розп., неокл., просте, пошир., односкл., називне, підмет — ім.). Турбота батька (розп., неокл., просте, пошир., односкл., називне, підмет — ім.). Піклування неньки (розп., неокл., просте, пошир., односкл., називне, підмет — ім.). Це про нас написали і пісні, і романи, й поеми (розп., неокл., просте, пошир., односкл., Н-О, присудок — ос. дієсл.).

289. Кинь, добродію, неробство, дорожити варто днем.

290. Дороги іншої не треба, (Б-О) поки зорить Чумацький Шлях. Люблю людей землі своєї (О-О), бо й я землі своєї син. Вічності б у вічі подивитись (Б-О), бо ж для чогось в світі ми живем! Криниця наша ця така глибока, що видно зорі з неї і у ній (Б-О). Не журись (О-О), коли недоля в край чужий тебе закине! Довіку не буде із мене раба (Б-О), душа поневажить полони.

291. Уранці небо сяяло ясною блакиттю, а надвечір захмарило й задощило (Б-О). Якось ніби зненацька налетів холодний вітер, і стало неспокійно і тривожно (Б-О). Коли випогодилось (Б-О), то душу огорнула радість.

292. Шануй свій час (О-О), бо ти його дитя. Коли зважуєшся на вирішальний крок у житті (О-О), без батьківської поради не обійтись (Б-О). Де правди щирої нема (Б-О), там завжди людям рота затуляють (Н-О). Щоб з людьми було тобі не студно (Б-О), не скупись на ласку і тепло (О-О). Природу можна ошукати (Б-О), коли ти маєш душу ката. Вогню не погасить вогнем (Б-О), дощем не налякати зілля (Б-О).

294. Степ. Кам'яна баба. А їй на чоло — орел. У мові — воля героїв, прояв вільного духу. Рибі добре у синім Славуті, а соколу — в ясному небі. Ранок проснувся першим, а за ним — солов'ї. Червона барва означає кохання й милосердя, небесна — вірність, біла — чистоту, зелена — надію, вічність, чорна — жалобу, смуток, жовта — зраду, золота ж — святість, досконалість, мудрість, повагу.

295. Не вчи орла літати, а рибу — плавати. Нового щастя шукай, а старого — не полишай. Влітку готують сани, а взимку — віз. Зимою бійся Вовка, а влітку — мухи. Вовка ноги годують, а мисливця — рятують. Медок солодок, а патока й поготів.

297. У єднанні здобувається перемога, у розбраті — поразка. У працьовитого мозолі від роботи, у ледачого — від ложки. Оса гарна на вроду, а бджола — на вдачу. Павук шука отруту, а бджола — мед. Пасічник хвалиться пасікою, а гультяй — мріями. Цвях збереже підкову, підкова — коня, кінь — сміливця, сміливець — Вітчизну.

301. До порядку денного шкільних зборів було включено три питання. Я вважаю, що треба терміново вжити заходів щодо покращення

дисципліни на перервах. Розрішити це діло треба протягом найближчого часу. На цьому рішенні буде наполягати весь наш клас. Витяг з протоколу зборів було видано Сергію Бондаренку.

303. Цікава книга... Хто ж... Чуєш, Тарасе... Знайду, знайду... Але якби...

304. Я не... Я не... І ніколи... Тільки побачу... Я тобі... Жодного разу... Бо...

307. На ґрунті минулого зароджується, росте, визріває майбутнє. Від минулого беріть не попіл, а вогонь. Як колись, так і тепер люди шанують минуле. Літописи й пам'ятки, музеї та монументи — це ліки від людського безпам'ятства. Мистецькі твори історичного жанру і зацікавлюють, і інформують, і змушують замислитись. Пам'ятай минуле і думай про майбутнє.

308. Поганий сусід гірший за пожежу, повінь і пошесть. На війні потрібна сміливість і сила, обережність і розсудливість. Учися і ковзати, і падати, і вставати. Для щастя потрібен не тільки хліб, а й свобода. На війні треба мати розум старого, силу молодого і відвагу орла (поширені однорідні члени). Здоров'я важливіше за багатство і вроду. Час то завдає нам болю, то лікує. У дружбі шукай не вигоди, а щирості.

309. Покладайся не на силу, а на розум. Сподівайся не на випадок, а на вміння. Починай з меншого, але досягай більшого. Людину красить не гарний одяг, а упертий труд. Поспішай не язиком, а ділом. Про гідність людини суди не так за словом, як за працею. Хоч сорочка й латана, зате своя.

310. І вчора, і сьогодні, і завтра, і завжди пам'ятатимемо нашу історію. Мені милі поля й степи, ліси і гори, річки й моря. На толоку вийшли чоловіки й жінки, старші й молодші, дорослі й діти. Наші предки були працьовиті, беручкі, сміливі, винахідливі.

311. У лісі, в полі, чи в городі я розчиняюся в природі. Тут все мені рідне, близьке і святе. У дереві кожнім, в стеблині, в травині і тихо, й тривожно билося серце землі. Чи то з дерев, чи то з неба сипле сніг. Небо то по-старечому сльозилося краплями дрібного туману, то холодними густими дощами перемивало голі гілки дерев.

312. Я читаю Шевченка, Франка й Українку на незрівнянній українській мові. В Шевченковім залізнім слові, під грізним Гоголя пером нам хвилі гомонять Дніпрові, гаї й лани понад Дніпром. Нам треба голосів Тараса, Франка, Довженка і Тичини. Чи не приходять розмовлять із нами і Леся Українка, й Коцюбинський, і Франко? Дорога Хмельницького, Гонти, Шевченка — глибинна дорога — не стежка.

313. Публіцистичний стиль. *Тема*: роль фотографій у житті людини. *Головна думка*: найцінніші миті залишаються на фотографіях; банальні речі можуть сильно вразити.

Аналізують — розглядають, обдумують. Максимально — якнайбільше. Аналогічні — подібні. Банальні — звичайні, прості.

315. За правду й віру шана і повага жде тебе. Не зобидь ні старця, ні дитину, поділись останнім сухарем. Частіше заглядай до себе в душу й вимітай сміття злоби, пил заздрощів, дрантя гордині. Не зазнавши ні щастя, ні горя, ти не набудеш людяності й мудрості. У поле до ріки іду я не гуляти, а слухать стежку, хвилю, колоски.

316. Щастя й радість то завітають, то з хати тікають. Свій страх тримай при собі, а мужністю й відвагою ділися. Зі зрадниками та перекинчиками не вкладають ні миру, ні перемир'я. Ворожнеча швидко спалахує, а гасне довго й поволі.

317. Хай звільняється, позбувається моє серце від гордині, агресії, недоброзичливості, заздрісності. Упевненість, гідність, цікавість я буду в собі розвивати, примножувати, берегти. Мій приятель і мій товариш повинні бути до людей чулі, тактовні, стримані, доброзичливі.

319. *Однорідні члени речення*: волелюбність, незалежність, непокору будь-яким загарбникам (пошир.); приниженості або страху перед можновладцями (пошир.); свободи, рівності, братерства; звались козаками, гартували у боях шаблі (пошир.); відкритість у спілкуванні (пошир.), довірливість, терпіння, схильність до спільної праці (пошир.).

320. Тарас Шевченко символізує душу українського народу, втілює його гідність, дух і пам'ять. В дні перемог і в дні поразок, в щасливі дні і в дні сумні іду з дитинства до Тараса, несу думки свої земні (два ряди однор. чл.). У минулому Тарас Шевченко шукав традицій героїзму, прикладів, сили для боротьби за нову Україну. Він перший за свою любов тяжкі дістав кайдани, але до скону їй служив без зради, без омани (дві ряди однор. чл.).

321. Для життя потрібні Вітчизна, свобода і пісня (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. однор. підметами., віднос. до сл. *потрібні*, вираж. ім.). Люблю я Батьківщину чисто й чесно (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. однор. обст., віднос. до сл. *люблю*, вираж. присл.). Зігрілася душа, розмерзлась, ожила (розп., неокл., просте, двоскл., непош., повне, ускл. однор. присуд., віднос. до сл. *душа*, вираж. дієсл.). Почув я слово близьке, щемливе, рідне (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. однор. означ., віднос. до сл. *слово*, вираж. прикм.). Переживай завжди з народом і горе, й радість (розп., неокл., просте, односкл., О-О, пош., повне, ускл. однор. дод., віднос. до сл. *переживай*, вираж. ім.).

322. Красу душі формує світле слово, думки, книжки чудові і розмови. Вічно будуть в світі і відданість, і віра, і любов. Патріотизм — це не вибух емоцій, а спокійна й міцна відданість батьківщині. Патріотизм повинен реалізуватися не лише в словах, а й у порядності, чемності, охайності, навіть у прибиранні вулиць.

324. І хочеться і колеться — отримати щось бажане, але з негативними наслідками. І вашим і нашим — догоджати всім. Ні роду ні племені — одинокий. Ні вдень ні вночі — ніколи. Ні з того ні з сього — раптово. І не снилося й не мріялося — несподівано. І так і сяк — усіляко. І не так і не ні — без остаточної чіткої відповіді. Ні тпру ні ну — щось не виходить, не посувається.

Ні вдень ні вночі нема покою від моєї молодшої сестрички. Мені і хочеться і колеться піти в похід у гори. Мама і так і сяк намагалася пояснити мені теорему.

325. Часу не повернеш ні назад ні вбік. Вийшло абияк, бо крутив і так і сяк. Без води ні туди ні сюди. Узяв за лоб один другого ні з цього ні з того. За копійку скажем і вашим і нашим. Немає справи й чесноти, щоб вони не мали і «за» і «проти».

Хто не вчить математику, на контрольній ні бе ні ме. Мені від цієї новини ні холодно ні жарко. Буває, хтось таке зробить — ні Богу ні людям.

326. Ми не найкращі, але й не гірші за інших (розп., неокл., просте, двоскл., непош., повне, ускл. однор. присудками). Матері у спадок нам

передають не чванькувитість, не пиху й захланність, а почуття честі, гідності й волелюбства (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. однор. додатками).

Професcор Яворницький видобував з небуття самий дух козацької республіки. А нам якраз і дорогий дух вольності, патріотизму. Може, цього вітаміну й тобі бракує, козацький нащадку! Криця в людях була. У нас вона, звичайно, теж є.

334. Найсолодший, найсмачніший плід — від власної праці. Зароблена трудова копійка будь-де цінується. Не прив'язуй коня до чужого гнилого тину. Нащо дорога кришталева миска, як вона порожня? Нова гарна ложка губу дере.

337. Зима виводить на вікні свої морозяні узори. Місяць під темним крилом ночі ожив і засвітився білим чарівним огнем. У високе блакитнеє небо на яскраві зірки подивись. Насунулася важка червона хмара. Аж ось наступила темна, глуха ніч. Все приймало незвичайний, казковий характер.

337. Сонячний промінь постукав у моє зачинене вікно. Сонце дивилося з чистого високого неба. У повітрі кружляли легкі сріблясті сніжинки. Душа сповнилася піднесеним веселим настроєм.

338. Вклоняється зовсім додолу береза струнка, молода. Дуби плечисті, бородаті похмуро дивляться з-під брів. Ясен місяць сія на престолі небесному, синім.

340. Цілує сонце рушники у чистій материній хаті. У потемнілій різьбленій шкатулці я зберігаю вишитий рушник. З другої хати доносилася сумна, журлива пісня. Мамина білесенька хустина світиться у рідному вікні. Незнайомий розумноокий селянин сердечно здоровкається з дідом. Між листом зашелестів густий рівний дощ. Це був веселий сліпий дощик!

341. Ми навчилися визначати члени речення: підмет, присудок, додаток, обставину, означення.

343. Кожна українська родина обов'язково мала книжки: Біблію і «Кобзар» Шевченка. Мудрість пращурів, досвід віків, досягнення наукової думки, шедеври творчості, моральні заповіді батьків — усе береже в собі рідна мова. Поширені в селах прізвища: Отаманенки, Хорунжі, Кошові, Козаченки, Вернигори, Вернидуби, Запорожці — говорять самі за себе.



344. Зійшлися посестри: тополя і калина з вербою. УС: О і О з О. Рвала ти гірке та сиве зілля: ковилу, кермек, полин-траву. УС: О, О, О. Повітря, рослини, води — усі вславляють блакить. Високе небо слало на землю тихі шуми: то шелест вітру, то сюрчання пташиних зграй. Широкі й безмежні лани, степові дороги, тихий гай, садок вишневий коло хати, кручі Дніпра-Славути — все так і просилося на полотно.

345. У мене сьогодні за розкладом такі уроки: українська мова, українська література, світова література, хімія. На завтра мені знадобляться підручники: «Українська мова», «Українська література», «Алгебра», «Біологія». Пісні «Летіла зозуля», «Засвистали козаченьки», «Розпрягайте, хлопці, коні» — зразки усної народної творчості. Багато нового дізналися ми про Тараса Шевченка, Миколу Пимоненка, Сергія Васильківського, Олександра Мурашко — видатних українців.

346. Згадували імена славних оборонців рідної землі: Хмеля, Сірка, Сагайдачного. Січ дала видатних полководців: Северина Наливайка, Івана

Сулиму, Богдана Хмельницького, Семена Палія, Івана Сірка. Вів той полк Тарас Бульба. Усе давало йому перевагу над іншими: його літа, бувалість, уміння керувати військом, ненависть до ворога. Шабля, мушкет, люлька-носогрійка, кресало, кремінь — усе було при кожному козакові. Підручні гетьмана: Максим Перебийніс, Іван Богун, Данило Нечай — були добре відомі всім.

347. Дороговказом у житті українців будуть земляки: Микола Кибальчич, Юрій Кондратюк, Костянтин Ціолковський, Сергій Корольов, Валентин Глушко. Саме вони вивели людство в космос. Самоповагу українців мають підвищити імена вітчизняних математиків: Михайла Остроградського, Віктора Буняковського, Георгія Вороного, Миколи Боголюбова. Василь Ремесло, Павло Лук'яненко, Федір Кириченко — українські вчені винайшли сорти, якими засівають нині хлібні ниви Європи.

348. П'ять якостей, як от: незламність духу, допитливість, наполегливість, самозреченість та співчутливість — забезпечує людині освіта.

349. Маємо трьох геніїв, а саме: Лесю Українку, Тараса Шевченка та Івана Франка (непош. однор. чл.). У заповіднику «Каскади» є рідкісні рослини, як от: горицвіт, барвінок сланкий, барвінок трав'янистий, тюльпан бузький, мигдаль (пошир. однор. чл.). Нас у школі вчили про різне, наприклад: про найглибші на світі моря, про найдальші на світі країни, про найвищі вершини гірські (пошир. однор. чл.).

350. Біля нашого під'їзду посадили квіти: чорнобривці, ромашки. І клени, і дуби, і явори — дерева, що ростуть у цьому лісі. Хлопці: ні Сергій, ні Артем — ніхто не виконав завдання. Мені подобаються українські гурти, як от: «Океан Ельзи» та «Друга ріка», «Мандри».

351. Усе знайоме і рідне до болю в душі: і криниця в саду, і червона калина. Наші нащадки будуть милуватися рідною природою: червоною калиною, квітучою вишнею, жовтою кульбабкою. У цьому світі дивне все: квітка і плід, вітер і зірка, краплина води й дрібна піщинка. Та, мабуть, для самої людини найдивніша вона сама. Є на світі плоди і дерева незнані: помаранчі, цитрини, кокоси, банани, виногради солодкі, інжир і маслини. А для нас наймиліша червона калина.

352. Для сучасної цивілізації футурологи придумали назву «глобальний чоловічник». У типовому його представникові виділяють такі риси: високий інтелект, практицизм, винахідливість, емоційну черствість, підвищене почуття власної гідності, добросовісність у роботі, почуття переваги над іншими, прагнення керувати, самодисципліну та самоорганізованість.

Хіба ж не чудові риси? Але немає серед них найголовніших рис українського менталітету: людяності, співчутливості, почуття справедливості, товариськості й совісті. Совість — це та Божа іскра в душі, що не дасть порушити жодної Божої заповіді.

353. — Знаєш, онучко, коли твій дідусь звів цей будинок, я мріяла навколо нього посадити сад.

— А чому не посадили? Он же як прижилися кущі: калина, жасмин, глід, айва, барбарис.

— Та все якось часу не вистачало. Давай ось тут, біля альтанки, посадимо рясно квітучі рослини: айстри, півонії, флокси, лілії.

— Добре, а щоб здійснилися мрії, купимо й посадимо дерева: вишню, абрикосу, яблуню і грушу.

354. — Наталіє Петрівно, ми до вас із пропозицією.
— Слухаю вас.
— Ми тут подумали, приємно ж гуляти в шкільному дворі серед хвойних рослин: ялини звичайної, туї кулястої, козацького ялівцю.
— Так, звісно. Та й на задньому дворі непогано. Он які там у нас листяні рослини: кизильник, бруслина, айва японська.
— Отож. Давайте й у школі створимо куточок краси. Такий собі зимовий сад у коридорі.
— Непогана ідея. І що ми посадимо?
— Рослини з яскравими квітами: петунію, пеларгонію, шавлію, вербену.
— Окрім насіння щось ще потрібно?
— Так, різні ємкості: керамічні, плетені, дерев'яні, пластмасові, металеві. Усе зробимо самі.
— Гаразд, я вам допоможу.

355. — Андрійку, ти знову взяв мою книжку? Ти ж не вмієш читати.
— Мені подобаються малюнки. Тут і лицарі, і дракони...
— Так, це яскрава книжка народних казок.
— А як це — народних?
— Ну, це коли нема одного автора. Усі казки складав народ, передавав із уст в уста. Наприклад, «Котигорошко», «Бабина дочка й дідова дочка», «Колобок», «Лисичка-Сестричка та Вовк-Панібрат».
— А «Снігова королева» теж народна казка?
— Ні, це авторська, значить, має автора. Її написав Ганс Крістіан Андерсен. Авторські казки: «Дюймовочка», «Фарбований Лис», «Подорож у країну Навпаки».
— Дякую, тепер я розбираюся в казках!

356. — Добрий день! Я прийшов поміняти книжки.
— Добрий день. Зараз знайду твій формуляр. Ти частий гість у нашій бібліотеці. Що сьогодні будеш брати? Знову когось з авторів історичних творів: Андріана Кащенка, Павла Загребельного, Зінаїду Тулуб, Олену Апанович?
— Так, мабуть.
— А чи не хочеш щось нове? У нас прекрасні фантастичні твори. Чув про таких письменників-фантастів: Олеся Бердника, Юрія Бедзика, Володимира Владка, Миколу Руденка?
— Підберіть щось цікаве, можливо, мені сподобається.

359. Непоширені звертання в реченнях 1, 2, 6 (дівчино); поширені звертання в реченнях 3, 4, 5, 6 (конику вороненький); 4 речення ускладнене однорідними звертаннями.
Ліси, океани! Пробачте нам, людям, недбалість. Прославляйте у своїх творах Вітчизну, поети, художники, музиканти!

360. Веди нас, княже! А на чому ми спинились, дорогий ти мій козаче? Пусти мене, чоловіче добрий, на волю! Скачи, враже, коли козак каже! А було б тобі, парубче, неньку слухати. Вийся, гороху, в три стручки. Не цурайся, пташе, рідного гнізда! Язиче, лихо тебе миче, у мені сидиш, а добра мені не зичиш. *Чергуються звуки: х-ш-с, к-ц-ч, г-ж-з.*

362. Поспішай, людино, вже вранішня година. Гуляймо, Семене, я до тебе, а ти до мене. Сиди, Тетяно, бо ще рано. Тягни, кобило, хоч тобі не мило. Балакай, Свириде, побачимо, що вийде. Нерозумний Марку, ходиш по ярмарку, ні купуєш, ні торгуєш, тільки робиш сварку.

363. Добридень вам, друже добрий! Не гнівайтесь на мене, шановний добродію, що я довго не озивавсь до вас. У краю придніпровськім ми стрілись з тобою, веселко моя золота. Серденько моє, поговорити треба, справа є. Красунечко моя! Заспівай же й мені цю колискову.

365. Степане Івановичу! Вас до телефону. Кириле Степановичу, що там у вас сталося в степу? Наталю Миколаївно! Ми вам помагати будемо. Як вам подорожувалося, Юрію Володимировичу? Марку Еммануїловичу, чи варто в такий час поспішати? Катерино Михайлівно! Пане Катрусенько, де ваша праця?

366. Тарасе Григоровичу, дайте сили нам, нащадкам, для боротьби. Ваші твори, Іване Яковичу, актуальні й сьогодні. Звідки у вас, Ларисо Петрівно, взялося стільки мужності? Богдане Ігоровичу, чи можна у вас попросити автограф? Перепрошую, Ольго В'ячеславівно, це було востаннє. Зайдіть до мого кабінету, Ігорю Юрійовичу! Коли вам зателефонувати, Олеже Віталійовичу? Вам пора у відпустку, Сташе Валер'яновичу. Євген і Євгеній, Анатолій і Анатоль.

368. Дорога матусю! Вітаю Тебе з Днем народження! Ти найкраща у світі, всього найкращого Тобі я бажаю.

Дорогий ти мій і любий друже Андрію! У тебе сьогодні таке важливе й світле свято — День народження. Ти старшим став на цілий рік. Бажаю тобі успіхів у навчанні, вірних друзів, здоров'я і добробуту. Нехай збуваються всі твої мрії!

Шановні друзі! У вас сьогодні свято: День народження часопису. Тому щиро вітаю вас і бажаю натхнення в роботі, творчих успіхів і нових досягнень.

Шановний пане Святославе! Вітаю Вас з Днем народження. Вас і увесь гурт «Океан Ельзи», лідером і натхненником якого Ви є. Творчої наснаги Вам, успіхів, нових креативних ідей та миру.

370. Голос криниці, чого ж ти замовк? Запам'ятався ти мені, приморський дубе! Бувайте ви, діти, здорові! Через усе моє життя ти, Дніпре, протікаєш. Ви, дівчатка-подружки, дайте мені сорочки бідненької, але біленької й тоненької! Чому ж ти, лицар мій, на герць не виступаєш? Мій синку, ти би менш балакав, сам над собою менше плакав! Гей ви, далі ясні, безкінечні й сині! Як чудесно в світі молодому жить!

371. О краю рідний мій! Твої степи безкраї. Твою красу ні з чим я не зрівняю. Ой, прокинься, Чураївно, чаром-піснею! Гей, дівчино моя люба, твоя краса — моя згуба. О мово рідна! Їй гаряче віддав я серце не дарма. Без мови рідної, юначе, й народу нашого нема.

372. Ой, як крикнув козак Сірко на своїх козаченьків: «Та сідлайте ж ви коней, хлопці-молодці». «Ах ти, бешкетнику. Ти що наробив?» — насварилася бабуся. «Оце, Кирику Єлисейовичу, хата моя», — сказав Микита Іванович, заходячи у двір.

373. Кожне звертання — риторичне. Однорідні звертання в реченнях 4 і 7.

374. Легка хода у тебе, юносте! Рости й подвоюйсь, гордосте моя! Ноче, не боюсь тебе нітрохи! Благаю, забудь усе, пам'яте! Молодосте, не буваєш вдруге. Встань, моя любове, біля хати сонечком ранковим на поріг. Здрастуй, свіжосте нив!

Щиросте, не покидай людей цих. Тебе, людяносте, прославляють поети. Прийди до мене, радосте!

375. Бувайте здорові, красний пане та красная пані, з Новим роком! Сійся, родися, жито- пшенице! Війся, хмелю, на ліску! Родися, пшенице,

на піску! Заспівайте, ангели в небі, пташки в лісі, жабоньки попід берегами, дівчаточка під вербами. Скрипко моя дубовая, струни мої шовковії, заграйте до танцю! Розступіться, горе та біда, дайте щастю й радості дорогу. Цвітіть, буковинські верхів'я і доли!

376. Нема тепер таких річок, як ти була колись, Десно, нема. Нема ні таємниць на річках, ні спокою. І жаль мене чомусь бере, що вже нема в річках русалок і водяних. Зате багато дачників є тепер...
Благословенна будь, Десно! Згадуючи тебе, я завжди добрішав, почував себе багатим і щедрим. Так багато дала ти мені подарунків на все життя. Далека красо моя! Щасливий я, що народився на твоєму березі, пив твою м'яку, веселу, сиву воду...

378. Гуркочи у долю мою, світе, хвилями прадавнього Дніпра. Поезіє, будь чесна і хоробра, тримай на бистрині життя весло. Ви візьміть мене, гуси-гусята, ви візьміть мене на крилята! Ой, візьміть мене, лебеді, разом з собою, понесіть мене, лебеді, в теплі краї! Байдужосте! Озлобо! Неуваго! Ти обійди мене, смертельно не порань. Ти ж, доброто, хлюпни мені відваги та виведи з безволля і вагань. «Куди ж це ви, мамо? — сполохано кинулись діти. — Куди ж ви, бабусю», — онуки біжать до воріт. Обов'язково, друже мій, візьми словник Грінченка.

380. Життя нам усміхається, братове! (розп., окл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. непош. зверт. «братове», вираж. імен.). Прудко, човне мій, лети до немудрої мети (розп., неокл., просте, односкл., О-О., пош., повне, ускл. пош. зверт. «човне мій», вираж. ім. та займ.). Друзі кохані! І душу, і тіло даймо за край свій єдиний! (розп., окл., просте, односкл., О-О., пош., повне, ускл. пош. зверт. «друзі кохані», вираж. ім. та прикм.). Дитинства золоті причали, до вас шляхи ведуть усі (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. пош. зверт. «дитинства золоті причали», вираж. ім., прикм.). Додай нам, доле, мужності і сил! (розп., окл., просте, односкл., пош., повне, ускл. непош. зверт. «доле», вираж. ім.).

381. Дніпре, Шевченку, Україно, я до загину вас люблю (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. непош. однор. зверт., вираж. ім.). Жагуча пісне України! Через провалля й верховини пливе твій голос солов'їний у даль немеркнучу століть (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. пош. зверт., вираж. ім., прикм.). Трудися, душе, гнівайся, люби і неспокою набирай собі (розп., неокл., просте, односкл., О-О., пош., повне, ускл. непош. зверт., вираж. ім.). Усе задумане, шановні мої друзі і співвітчизники, збудеться (розп., неокл., просте, двоскл., пош., повне, ускл. пош. зверт., вираж. ім., прикм., займ.).

386. Я вважаю, що до інтерв'ю треба готуватися дуже старанно. Має рацію журналіст, який ставить найважливіші питання. До наступного запитання можна переходити, почувши відповідь на попереднє. Щиро дякую телебаченню за гарні зразки інтерв'ю. Упевнений, що оцінки нашої праці переважно будуть позитивними.

389. Я, звісно, мрійник був.

390. На жаль, помирають герої, на щастя, ще є патріоти. Не вигасла, бува, та іскра у душі? Без сумніву, біль душі — найстрашніший біль. Спасіння у добрі, спасіння у любові. І це стосується, напевно, нас усіх.

391. 1 і 3 речення — зі вставними словами.
Може дуб той і небо хитати, і до сонця дістать головою. На щастя і любов я маю право.

392. Украли в мене скриню, на щастя, ключ зостався. На щастя не покладайся, а в нещасті у відчай не вдавайся. Стара істина нова, коли сказана до речі. До речі, знання не обтяжують плечі. На жаль бідняка багатій не вважає. На жаль, беззубому дав Бог мигдаль.

393. Явір тополі про щось шепотів, перебратись до неї, напевне, хотів. Та, напевно, стоїть ще і світить у тихій імлі біля рідного ганку червона калина. Спиніться! Будь ласка! Спиніться! Навколо, будь ласка, скоріш подивіться. Я всім їм, без сумніву, вірю: очерету, метелику, ластівці. Ну, зимо, ти й холодила! То, може, знати честь пора! Супроти часу ти безсила й не молода вже, а стара!

Лист весні

Привіт, весно! Чому ти так довго збиралась до нас? Знаєш, весно, ми хоч і любимо зиму, але ж ці морози набридли. Ти, зелена красуне, наша довгоочікувана гостя. Торкнешся дерев — і зазеленіють вони. А які дива, ти, люба, твориш з квітами? Тільки звечора були ще пуп'янки, а на ранок уже бачимо буйний цвіт. Пахощі розлітаються околицею. Чарівнице-весно, не затримуйся більше в дорозі.

394. Вимисел — неодмінний складовий елемент процесу художньої творчості. По-перше, письменник створює образи й картини за допомогою фантазії, вимислу, а не просто опису власних спостережень. По-друге, відображення життя в художньому творі вимагає художнього узагальнення, тому із спостережених фактів митець добирає те, у чому, на його погляд, виявляється закономірність життя. Отже, цілісний образ, картину життя художник слова творить у своїй уяві, тому вони є результатом вимислу.

396. **Як раніше люди обходились без цього?**

Ви, між іншим, знаєте, як стрімко розвиваються технології? Ще донедавна ми й не мріяли про таку кількість помічників. Але чи вся техніка така корисна? Очевидно, і ви ставили собі це запитання. Ми, на жаль, усе частіше чуємо про шкоду смартфонів, мікрохвильовок, принтерів тощо. Але й без них обходитися не вміємо. Це ж так корисно! Ясна річ, якщо ви сидите годинами в Інтернеті і просто розважаєтесь, то це шкідливо. А от завдяки телефону я завжди на зв'язку з батьками. У мікрохвильовці швидко розігріваю обід, коли приходжу зі школи, а мама ще на роботі. А принтер допомагає мені в підготовці рефератів. Отже, просто треба вміти знаходити золоту середину, коли мова йде про техніку!

395. Ти повинен, отже, можеш. Отож, баритися не треба, хлопці. А втім, яка мені уже різниця? Я сумніваюсь, отже, мислю. Навіть пиріжка не ковтнеш не прожувавши. Дивні вісті вітерець, мабуть, приніс. А втім, хто його знає. Ніхто не віда, як хто обідав.

Отже, не забудьте взяти з собою кольоровий папір і клей. Отож, мій друже, а ти не вірив.

397. *На думку Григорія Сковороди* (вст. сл.), духовне відродження людей автоматично призведе до злагоди в суспільстві. Майбутнє, *зрештою* (вст. сл.), залежатиме від рівня духовності людини, від рівня її моральності. Життя, *відомо* (вст. сл.), наймудріший вчитель. Я для тебе горів, *український народе* (зверт.), тільки, *мабуть* (вст. сл.), не дуже яскраво горів. *На жаль* (вст. сл.), не все збувається, але я не тужу. *Отож* (вст. сл.), нема потреби про це казати знов.

398. — Шановний добродію, чи можу звернутися до вас по допомогу?
— Авжеж, звичайно. У чому справа?
— Я, бачите, уперше у вашому місті.
— Отже, ви заблукали?
— Здається, не заблукав, але як потрапити на вокзал — не знаю. Чи не могли б ви, добродію, підказати?
— Так, звичайно. Звідси ви можете доїхати на метро. По-перше, пряма лінія, по-друге, точно не пропустите зупинку. Вона так і називається: «Південний Вокзал».
— Дякую, без сумніву, не заблукаю.

400. *Тема*: перебування Т. Шевченка в Орську на засланні. *Головна думка тексту*: «Не існує гіршої муки для митця, ніж бути позбавленим можливості творити». Розповідь з елементами опису.

План

1. Усе єство протестує проти насильства.
2. Фізичні муки й духовне отупіння.
3. Неділя — єдиний вільний день.
4. Будівлі Орська.
5. Душевний відпочинок на лоні природи.
6. Рішучість замість відчаю.
7. Перший невільницький вірш.

402. Односкладні вставні речення вжито в 1, 4, 5, 6, 7.
Двоскладні — 2, 3.

403. На покуті, як водиться між нас, Тарас Григорович і Божа Мати. Дуже сильна, ти помітив, до краси людська любов. Ти і твоя душа, я добре знаю, чутлива, тріпотлива, як свічка. За тучами, за хмарами, за зливами, я бачу, сходить день ясний над нивами. Щастя, кажуть люди, перелітна птаха. Біда біду, як кажуть, перебуде. Не може ж буть, щоб якось не було.

406. У вітрякові — чуть було — не гуло вже, а ревло. Птах прилетів розкрилено і чисто (хіба літає птаство уночі?). І чули ми (дерева тому свідки), як свіжий ранок сонце викликав, сердега-вітер пив росу із квітки. У моїм дворі розквітли гладіолуси (горять веселки їхніх кольорів).

407. Щастя, здавалось, злетіло на землю (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що вказує на невпевненість). Видно, вірять люди в чудеса (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що вказує на невпевненість). Виявляється, ще можу я радіть! (розп., окл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що вказує на впевненість). Мелодія дзвону, безсумнівно, заспокоює, навіює спогади (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що вказує на впевненість). Звісна річ, усім тяжка розлука (розп., неокл., просте, односкл., пошир., неповне, ускл. встав. сл., що вказує на впевненість). На жаль, не можна з Нілу пірамід перенести й закласти у музеї (розп., неокл., просте, односкл., пошир., повне, ускл. встав. сл, що вказує на емоційне забарвлення).

408. За однією з легенд, назва міста Бердичів походить від назви племені берендичів (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. словоспол., що вказує на джерело повідомлення). Немало я пройшов доріг, не раз, бувало, помилявся (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що привертає увагу). Чужа душа, давно казали, повита

тьмою для усіх (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. словоспол., що вказує на джерело повідомлення). Та й пам'ять наша глибшає, нівроку (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. встав. сл., що вказує на почуття).

411. *Відокремлені означення:* присипана сніжком (пош.), довга і сувора (непош.), невимовно гарні (пош.), такі несхожі одна на одну (пош.), ніжна й гарна (непош.), квітами-перлами закосичена (пош.).

412. Ці сосни, вбрані в синій-синій іней, мені відкрили візерунки душ. Знайшов я в лісі дуба, гіллястого, зеленого, старого. Мовчать каштани, стомлені і мляві. Відпахла липа, білим цвітом злита. Освячений дощами й зорепадом, нечутно розмовляє з садом сад.

413. Дощик так і ллється, дощик так і лине, срібний та рясний. Наліг туман на воду й береги, густий і непрозорий. З-над самого обрію зводиться місяць, кругловидий, смутний. Віщує дощ цвіркун в траві у ніч, беззоряну й глибоку.

414. Зима. Земля, скована морозом, покрилася білим снігом. Замазане зелено-бурими хмарами високе небо припало до землі. Сумно. Один вітер гуляє по волі, гуде та реве. На прикритих снігом ланах де-не-де бовваніє почорнілий бур'ян.

Короткий зимовий день минає. Ясне сонце ховається за гору, обдає червоною загравою небо, чисте й високе. Зоря почала жовтіти, пригасати. Над землею розстилається ніч, на небі схоплюються зорі. Блискучі й ясні, вони так вислали все небо, мов хто висипав їх із коша.

415. Слово, випущене з уст, не повернеш. Рот, міцно закритий, не наживе ворогів. Рана, нанесена мечем, заживає. Образа, заподіяна словом, не забувається. Приятель, грізно насуплений, кращий за ворога, лагідно усміхненого. Слово, стримане й невимовлене, пече в роті.

416. Добре слово — ключ до душ, яких горе стомило. Добро, яке ти комусь зробив, обов'язково до тебе повернеться. Діти зобов'язані матері за душевну щедрість, яку вона подарувала. Не мовчатимуть вуста людини з серцем, яке переповнило щастя. Важко повернути честь, яку ти необачно втратив.

419. Чи не сліпить грозою ткана ніч? Учора був тут лісовик, від моху весь позеленілий. Громом налякана, змахує крилами чапля сердита. Затиснене між горбами сільце мало лише дві вулиці. Покинута людьми, за довгі дні дорога помирає в бур'яні. Низько над землею носились чимось заклопотані ластівки. Зачарований даллю, я про все забуваю в цю мить.

421. Завзятий, у синій шапці (неузг.), у жупані (неузг.), в червоних, як калина, штанах (неузг.), навприсядки вліта козак. Праворуч від дороги стояв високий молодий чоловік, у потертих джинсах (неузг.), стоптаних кросівках (неузг.), у літній барвистій сорочці (неузг.), у кругленькій червоній кепочці з довжелезним козирком (неузг.). Місто невелике, з зеленими околицями та острівцями дерев і сквериків між низенькими будинками (неузг.). Очевидно, суржик — мовна хвороба, на зразок раку мови (неузг.), тяжко виліковна, запущена.

423. Усім любе слово, сказане до речі. З образою сказане слово будить гнів. Молекули доброти й ніжності, батьківського тепла й ласки, перелиті в доню чи синочка, повертаються своєрідним відлунням. Мені б тих слів, обточених, як жолуді. Озвучене піснями, бринить моє перо.

Я не соромлюся свого рядка, наївного й немудрого, але правдивого. І видзвонює мотив моє слово, сріблом куте. Суворих слів, холодних і шорстких, перебираю низку.

Часом треба вживати й холодні, зимові слова

Ситуації бувають усілякі. Та й люди нас оточують різні. Ми не можемо з усіма підтримувати теплі дружні стосунки. Є ж люди, м'яко кажучи, неприємні. Такі не розуміють ніжних слів. От з ними варто й поводитися «по-зимовому». Для таких я приберіг у своєму лексиконі зимові, холодні слова. Ні, у жодному разі це не грубі й образливі. Це, на мою думку, стримані, такі собі «паралельні» слова. Аби людина зрозуміла, що вона поводиться неправильно.

424. *Тема*: історія виникнення ток-шоу, різновиди, тематика, популярність ток-шоу. *Головна думка*: значення випадку в житті, як досягти шаленого успіху ток-шоу. *Заголовок*: Успіх залежить від ведучого.

Спонтанно — раптово. Актуальні — важливі, значимі. Позитивні — очікувані, схвальні. Монстри — потвора. Кардинально — суттєво.

План

1. Ведучий знайшов вихід з непередбачуваної ситуації:
   а) глядачі ставлять питання;
   б) новий формат шоу сподобався всім.
2. Шоу сповнене сюрпризів:
   а) непередбачувані відповіді і несподівані запитання;
   б) герої розкриваються у спілкуванні.
3. Роль ведучого.
4. Пояснення успіху ток-шоу:
   а) кардинально протилежні думки;
   б) ток-шоу задовольняють цікавість.
4. Яким повинен бути ведучий.
5. Хто може бути учасником ток-шоу.
6. Різновиди ток-шоу:
   а) передачі психологічного спрямування;
   б) політичні шоу;
   в) про що тематичні ток-шоу.
7. Хто є справжнім рекордсменом.
8. Як утримати лідерство.

426. *Відокремлені непоширені прикладки*: селяни, Микола Григорович, працю. *Відокремлені поширені прикладки*: ріку свого народу, срібномовна моя Україна, кати мого народу, ця проста дівчина з села, великий і світлий свій скарб, мати інших пристрастей і беззаконь.

427. Згадайте Богдана, старого гетьмана. Байраками їхав до війська Григорій Триволя, козак молодий. Пливе Десна, Довженкова ріка. Справдавна існують легенди про Ржищів, квітуче полянське село. Шофер, літній чолов'яга, мав атлетичну будову тіла, засмагле обличчя, міцні жилаві руки. Біля нього стояла чарівна дівчинка, чудесне білокучеряве дитя, голубооке й ніжне. І я, семилітнє дитя, біжу від хати до хати колядувати. У нас, у бджіл, такий девіз: «Хто не працює — в мед не лізь».

428. У боях за свою батьківщину він виріс, наш син, і змужнів. Хай Дюдяність і Правда множаться, надійні наші два крила! Ще будем жити ми, і ти, і я! Учитель фізкультури Микола Дмитрович приєднався до малюків. Євген Хмара, молодий український піаніст і композитор,

фіналіст шоу «Україна має талант», презентував чудові композиції «Казка», «Чарівний годинник» і «Глибина».

430. Георгій Нарбут відомий як творець українського державного герба й печаті українських грошових купюр і поштових марок. У своїй творчості митець використовував орнаменти в дусі українського бароко XVII-XVIII ст., стародавні декоративні шрифти, знак князя Володимира тризуб, який згодом став Державним гербом України.

В українській історії ім'я Г. І Нарбута закарбоване віками. До сьогодні українські митці шанують його як духовного наставника.

432. Зодвіку б'є цілюще джерело — невтомне серце батьківського краю. Народила мене на світ українка — полтавська мати. Старше покоління, свідок іншого життя, показувало ще на долонях мозолі від шаблі, піднятої в обороні людських прав. Я маю стареньку сопілочку. А в ній, в калиновій сопілочці, вітчизни забутий мотив. Перед тобою світ — великий том розкритий.

433. Козацький лук, боїв колишня сила, під склом в просторім залі спочивав. І велика дивна книга — пам'ять — розгортає давні сторінки. Усі наші землі й усі часи — історія нашого народу — нанизані на голубу нитку Дніпра, як перли на разок. Загнузданий Хмельницького рукою (дієприкм. зв.), по бруку дзвонить копитами кінь. Прийми слова мої жагучі, як заповіт, юначе мій (зверт.)! Поглянь, дитя (зверт.), яка вона красива, твоя земля.

434. Американський діловий журнал «Форбс», одне з найавторитетніших друкованих видань у світі, відомий передовсім завдяки рейтинговим спискам. Серед наймолодших — Іван Приймаченко, історик за освітою, співзасновник і головний редактор української платформи навчальних онлайн-курсів «Prometheus». Ще одна учасниця проекту — Ольга Харлан, спортсменка-фехтувальниця, олімпійська чемпіонка, чотирикратна чемпіонка світу й семикратна Європи. Успішними є винахідники й виробники українських гаджетів Влад Тисленко і Ярослав Ажнюк, а також символ нової української музики, виконавець у стилях R'n'B, диско, хаус, синті-поп Іван Дорн.

437. Тихо-тихо зазвучав голос, дедалі все дужчаючи та піднімаючись угору. Слухаючи, всі ураз стихли. І було що послухати. У кожного перед очима стала ніч, тиха та зоряна. Сизим мороком криє вона страшенні скелі. Здається, гори, тремтячи, ворушаться, скелі шепочуть між собою, дослухаючись до того гомону. Серце завмирає, душа ширшає. Ніби чуєш, як б'ється світове серце.

Пісня завмерла. Луна від неї бриніла в душі в кожного, ворушачи якісь почування. Усі, мовчки схилившись, сиділи.

440. Хтось стиха завів пісню. Її звуки, торкаючись мого вуха, лягали перед очима фарбами, малюючи цілі образи. Розташувавшись круг вогню, чумаки ждуть вечері. Нікому й на думку не спадає, що лихо близько. Розбійники, обідрані й голодні, зачаїлись у нетрях, вичікуючи слушного для нападу часу.

Ось накинулись на чумаків здобичники, вимахуючи ножами й булавами. У глухому степовому байраці зчинився бій.

Брязкіт зброї, крики, стогін, прокльони — усе зіллялося в один несказáнний галас. Міцно стоїть купка завзятих чумаків, наважившись боротися до краю. Ринули вони лавою на розбишак, несучи їм

жах і погибель. Кинулися розбійники навтьоки, підставляючи спини під чумацьке дрюччя.

Ось як мовиться про це в чумацькій пісні: «А їх аж сорок і чотири нас десятьох не побили».

441. Навчаючи, ми самі вчимося. До істини йдемо сумніваючись. Кваплячись, не роби необачних вчинків. Хоробрі вмирають стоячи. Працюючи, навчаються. Щедрий, даючи, багатіє. Скнара, беручи, бідніє. Пообідавши, не шукай ложки. Угамувавшись, сердитий сам на себе сердиться. Не наїсися нюхаючи.

442. *Сидіти склавши руки* — нічого не робити. *Пустити руки* — стати бездіяльним, байдужим до всього. *Затаїти дух* — принишкнути, завмерти. *Зціпити зуби* — докласти зусиль, виявити терпіння.

Речення з однорідними членами: 1, 3, 6.

443. *Позичити в сірка очей* — втратити сором, почуття власної гідності. *Піймати облизня* — зазнати невдачі. *Згорнувши руки* — стати пасивним. *Руку запустити* — присвоювати.

Олексій збрехав мамі не моргнувши оком. Дідусь радить мені жити тримаючи хвіст бубликом. Бійці на фронті продовжують боротися не занепавши духом.

444. Тому, хто сидить склавши руки каша в рот сама не летітиме. Брехунів не слухай роззявивши рота. Від язикатого тікай позичивши ще пару ніг. Старого слухай нашорошивши вуха. Не суди іншого у його шкурі не побувавши. Добре працюють закасавши рукава не всі і не завжди.

Сидіти склавши руки — нічого не робити. Роззявивши рота — бути неуважним. Позичити ще пару ніг — швидко бігти. Нашорошити вуха — уважно слухати, зважати на чиюсь думку. Побувати у чужій шкурі — увійти в чиєсь становище. Засукати рукава — ревно братися до роботи.

445. Необхідно, не зупиняючись, прямувати до мети. Людина без мети проживе життя без результатів. Моя мета — знаходити кошти для лікування дітей, підтримуючи їх та їхніх батьків. Навчивши підприємницького мислення якнайбільше людей, я допоможу нашій країні. Завжди будь щирий, щось для людей роблячи і щось людям кажучи. Гарний жарт, по-перше, актуальний, по-друге, такий, що його можна розказати не соромлячись навіть мамі.

446. За старогрецькою легендою, Дамокл, придворний сиракузького тирана Діонісія Старшого, позаздривши своєму володареві, назвав його найщасливішим із людей. Тоді Діонісій посадовив заздрісника на своє місце, над яким висів на кінській волосині гострий меч. Перелякавшись на смерть, Дамокл устати з крісла не посмів. Діонісій звелів йому сидіти, пояснивши, що меч над його головою, то символ тих небезпек, яких він, володар, зазнає постійно, незважаючи на нібито безтурботне життя. Звідтоді вислів «дамоклів меч» вживається у значенні постійної небезпеки.

449. Починаючи з жовтня, у школі працюватиме лінгвістичний гурток. На випадок дощу, змагання з волейболу будуть перенесені до спортзалу. Незважаючи на погіршення погоди, тренування з футболу відбуватимуться на шкільному стадіоні. У випадку виявлення дефектів, підручник може бути повернутий до видавництва. За наявності протоколу, можна вимагати виконання визначених загальними зборами доручень.

450. У колодязі, незважаючи на його страшенну глибину, води не виявилося. Наперекір огню і смерті, полки незборені і вперті боям виходили

навстріч. Відповідно до статистики, близько 30% загальної кількості лісових пожеж спричинено недбалим поводженням із вогнем. Незважаючи на ніч, на дорозі був жвавий транспортний рух. Починаючи з наступного понеділка, я мінятиму книжки в районній бібліотеці щотижня.

451. Мені сподобалась історична повість, коли я її прочитав. Я все більше закохувався в цю історичну добу, і в мене виникла повага до волелюбності й незборимості наших предків. Звернувшись до підручника історії, я хотів більше дізнатися про долю запорозького козацтва. У нас мимоволі стискається серце, коли дивимося на картину Олександра Мурашка «Похорон кошового». Сонце зайшло, коли я прийшов до читального залу бібліотеки.

453. Зло нічого не дає, крім зла. Мудрість завше доброю була. Творчість — це завжди самоспалення. На все інше, навіть на любов, творцеві залишаються крихти. Окрім слабодухості, брехня викриває безпорадний розум і гидкий характер людини. Дурість стає попереду, щоб її бачили. Розум, на відміну від неї, стає позаду, щоб бачити всіх. Болото часом справляє на людей враження, зокрема глибиною.

454. Не маю іншого тепла, окрім тепла отчого дому. Ні неба, ні земля ніколи, навіть у снах, не покидають людину. І з нулів можна дещо зробити, зокрема ланцюг. На відміну від мудреця, дурник вимагає всього від інших, а не від себе.

455. Ніхто не розрадить тебе у біді, окрім вірного друга. Уважним потрібно бути для всіх, зокрема для старих і дітей. Школярі, навіть учні молодших класів, охоче опановують комп'ютерну грамоту.

456. Уся сім'я, крім матері і батька, поїхала на дачу. На пікнік пішла вся компанія, за винятком кількох друзів. Замість вдячності, жінка почула слова докору.

457. Запорожці постригались у ченці, брали до рук, замість шабель, книги Святого Писання. Замість муру, відгородимося від ворога мужністю. У п'єсі Котляревського «Наталка Полтавка» вперше вийшли на кін, замість лубочних селян, живі люди. У його дворі, замість похилої хати, стояв веселий будинок. Ведмежа послуга — це безглузде втручання, яке, незважаючи на добрі наміри, замість допомоги завдає значної шкоди.

458. Синь мирного неба, вишневі сади України... Нічого, крім цього, не треба для щастя моєї родини. І не вертайся навіть у знемозі, коли прямуєш по своїй дорозі. Розправляєш плечі і далі йдеш, усьому наперекір. Не будемо вживати ми зброї іншої, крім слова. Я, всупереч погрозам і прогнозам, живу, землі своєї син! Софія Київська — джерело для пізнання історії нашої, культури, зокрема мистецтва Київської Русі. Може, цього й досить людині. Може, нічого більше й не треба, окрім шматини неба над головою та задумливого шелесту лісу?

459. *Тема*: Володимирська гірка. *Головна думка*: треба знати й берегти історію рідного краю, її пам'ятки, визначні місця.

Мегаполіс — велике місто, мільйонник. *Архангел* — старший ангел. Тераса — майданчик на схилі; добудова до споруди у вигляді балкону. *Горельєф* — виконання скульптурної композиції, деякі частини якої можуть виступати над площиною не тільки більше, ніж на половину висоти зображення, а майже відділятися від тла. *Ландшафт* — загальний вид місцевості.

Типи мовлення: опис і розповідь.

План

1. Що для українців Володимирська гірка.
2. Давня назва Володимирської гірки.
3. Перші кроки до утворення Володимирської гірки.
4. Пам'ятник Святому Володимирові.
5. Особливої уваги заслуговує Кокорівська альтанка.
6. Наймальовничіший парк Європи.

461. *Уточнювальні:* за синьою горою (де?), в Америці (де?), від серця до серця (як?), у рідний ґрунт (куди?), в Україні (де?), вільно, гідно, захищено (як?).

462. Невже отут, на цьому п'ятачку, вся Руська починалася держава? Серце на хвилину опинилось там далеко, в батьківській оселі. Поволі, нога за ногою, пливуть чумацькі вози битим шляхом. Ми ще довго, до пізньої доби, вели бесіду. Я зриваю полин у долині, над самим Дністром. Тільки зараз, уночі, польова квітка втратила свої барви.

463. Білий гриб, або боровик, може жити в симбіозі із сосною, ялиною, березою, дубом. Шампіньйон, тобто печериця, росте в степу, на луках, біля жител і в лісах чорноземної зони.

465. На прізвище Чалий, на ім'я Григорій, на прізвище Висока, родом із Засилля, на прізвище Рушилов.

466. Прийшов на Січ один хлопець, на ймення Карпо Дніпровський. Я козак Петренко, родом із села Боковеньки, на прізвисько Неїжборщ. Я зі Львова попівна, на прізвисько Карпівна. Олександр Таран, родом із Запоріжжя, справжній нащадок запорозьких козаків. Дослідники ототожнюють українського льотчика Івана Даценка з індіанським вождем, на ім'я Пронизуючий Вогонь.

468. Умій цінувати дар юності, рідкісний, скороминущий (спон., неокл., просте, односкл., У-О, пошир., повне, ускл. відокр. означ.). Треба жити кожним днем, не відкладаючи на потім (розп., неокл., просте, односкл., Б-О, пошир., повне, ускл. відокр. обстав., вираж. дієприсл. зворотом). Усе продається на базарі, крім гідності, честі й душі (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. відокр. додатками). Протестуючи, пропонуй щось навзамін (спон., неокл., просте, односкл., У-О, пошир., повне, ускл. відокр. обст., вираж. одиничн. дієприсл.).

469. На Закарпатті, в чудовому місті Ужгород, живе десятикласник Марко Дробнич (розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. уточн. обст.).

473. Шкільне подвір'я, перші літні дні, здивуватися побаченому, тепле сонячне проміння, наближення літа, завершення навчального року, вчилися наполегливо, гарні оцінки, довгождані канікули, скористалися базою даних, літній відпочинок, хлопець атлетичної статури, читання рекомендованих книжок.

474. Дякувати друзям, завчасна допомога, моральна підтримка, тактовне втручання, негайно відгукнулися, підтримали словом і ділом, лист від матері, допомогти надолужити прогаяне, стали друзями-однокласниками, бути думкою із сім'єю, радісне повідомлення, зустрічати на вокзалі, розділити радість із друзями.

475. Навчати рідної мови, зрадити своє слово, надуживання іншомовними словами, старший за мене, хворіти на грип, залежно від обставин.

477. Тарас Шевченко — наш перший Президент, наш перший Парламент і наш Уряд. По суті, Шевченко — наша Держава більш як сто років. Шевченко — смолоскип, який горів і не дав погаснути душі народу України. Саме він — духовна сила, яка втримала народ, не дозволивши розпорошити його по світах.

478. У кожного з них — відмінні, єдині й неповторні. То наші неоціненні цінності, своєрідний заповіт пращурів. І цьому в історії людства є немало прикладів.

480. Учора вже минуло. Завтра ще не настало. Є лише сьогодні. Розпочинаймо! (О-О) Навчіться поважати, шанувати й любити людську особистість. (О-О) Хочу і маю відвагу бути самим собою. (О-О) Народ. (Називне) Бітьківщина. (Називне) Духовність. (Називне) Даруйте ви є? Під небом високим хоч слово прокажете нині? (О-О). У порожньому житті немає втіхи. Не можна принижувати людину, не принижуючи разом із нею себе. (Б-О).

482. Доля не випадковість, а результат твого вибору. Щасливе майбутнє не очікують, а завойовують. Нехай кожне ваше слово буде спокійним, привітним, прихильним! Нехай кожна ваша дія слугує виправленню ваших і чужих помилок, розвитку добра. Є щось більше за нас, за наші жалі, за наші болі. Це своя земля. Віри, любові і надії вистачить на все життя мені. Щастя — це трикутник, а в нім три боки: віра, надія, любов. Є шість частин ключа до успіху: щирість, цілісність особистості, скромність, ввічливість, мудрість, милосердя.

483. 1) Прилітайте, ластів'ята, до моєї хати! Співай же, пташечко, пісні, лікуй душевні рани! Хоч лусни, синице, не злетиш журавлем.

2) Прощай, білокрила журавко! Пісні лебедині, ви жити повинні. Скільки, сіра качко, не мудруй, а білим лебедем не будеш. Птице незнана, чому раптово затріпотіли крила у тебе?

484. *Зі вставними словами.* Наприклад, журавлів, зустрічаючи з вирію, слід назвати веселиками. Скажімо, вони попереджали її про негоду. Зрозуміло, у багатьох оселях їх вважали мало не за членів сім'ї. Справді, лелеки — птахи вірні й добрі.

З однорідними членами. Із птахами в Україні пов'язано багато звичаїв, забав, прикмет.

З дієприкметниковими та дієприслівниковими зворотами. Наприклад, журавлів, зустрічаючи з вирію, слід назвати веселиками. Згідно з легендою, ясно-червоний колір дзьоба та чорні плями на крилах птах отримав, рятуючи з охопленої вогнем хати людських дітей.

485. Можливо, в цьому світі ти всього лише людина. Але для когось ти весь світ. Любов — то, може, єдина справжня квітка, подарована людині Богом. Свої почуття передати, мабуть, не під силу мені. Певно, найбільше людина потребує розуміння. Мудрість, отже, сильніша у світі над силу. Ми пильніше придивились і, виходить, помилились. На жаль, не все збувається, але я не тужу.

486. Розвидняється. Світять каштани, непогасні холодні свічки. І знову явори тихенько шелестять, росою першою повиті. Дрімають стоячи тополі. Сплітаючись гіллям, стоять дуби. Розвивається долі, в яру, черемшина. Я не знаю нічого ніжного, окрім берези.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

УКРАЇНСЬКА МОВА

Забототний О. В., Забототний В. В.



4. II. 3. *Зоря* — зірка; зірниця, зоряниця. У переносному значенні *зоря* означає початок, зародження чого-небудь. *Починається* — розпочинається, заводиться, вчиняється, зачинається; *закінчується* (ант.). *Доброго* — чуйного, добросердого, душевного, сердечного, лагідного, м'якого, кроткого, беззлобного; *злого* (ант.). *Тихо* — беззвучно, негучно, неголосно; поступово, плавно, потроху, стиха, потихеньку, поволі, спроквола, м'яко; *голосно* (ант.).

5. *Багатозначні слова*: теплий день — теплий погляд, чиста совість — чиста тарілка.
Омоніми: степова чайка — козацька чайка, перлова крупа — перлове намисто.

8. II. 1) Історизми: гетьман, мушкет, кольчуга, ратай, веретено.
2) Архаїзми: ректи, дзиґар, ланіти, перст.

9. Ватра — вогнище, файно — гарно, обійстя — подвір'я, ґаздиня — господиня, леґінь — парубок, гаразди — достатки.

10. Як п'яте колесо до воза — як торішній сніг; море по коліна — хоч трава не рости; кури не клюють — хоч греблю гати; робити з мухи слона — згущувати фарби; пасти задніх — бути у хвості; рукою подати — не за морями.

12. Музична школа, виборча агітація, моя електронна адреса, посівна кампанія, вдавати, зіставляти факти, впадати в очі, давати спокій, брати участь, порушити важливе питання, навести приклад, завдяки старанню.

14. III. *Не* з різними частинами мови: несамовите, неподалік.
Правопис складних слів: «двотисячники», Чорногірський, Івано-Франківська, високогірне, Бребенескул, однойменна, Піп-Іван.

15. Запорізька Січ, Різдво Христове, Верховна Рада України, День Незалежності України, Божа Матір, Північнокримський канал, Корсунська битва, сузір'я Велика Ведмедиця, Сіверський Донець, Почаївська лавра, Південне Полісся, Європейський Союз, острів Нова Гвінея, Північний полюс.

16. Святковий, під'єднаний, дит'ясла, пів'яблука, духмяний, проллється, ад'ютант, конферансьє, тонший, камінчик, волинський, у хатинці, доньчин, проїзний, щасливий, хвастливий, боротьба, легкий.

17. Журавель — журавлиний, закон — законний, охорона — охоронний, бджола — бджолиний, район — районний, Різдво — різдвяний, торф — торф'яний, морква — морквяний.

18. Глазур (ж. р.) — глазур'ю, суміш (ж. р.) — сумішшю, молодь (ж. р.) — молоддю, верф (ж. р.) — верф'ю, радість (ж. р.) — радістю, шампунь (ч. р.) — шампунем, нежить (ч. р.) — нежитем, щавель (ч. р.) — щавлем, куліш (ч. р.) — кулешем.

19. Стаття, суддя, гіллячка, латаття, каченя, ллється, піца, вілла, тонна, інновація, Голландія, Магеллан, пташиний, священний, священик, здоровенний, благословенний, шалений, жаданий, несказаний, нездійсненний.

20. Бароко, еспресо, нетто, інтермецо, імміграція, ірреальний, Філіппіни, марокканець, Руссо, віньєтка, монпансьє, кон'юнктура, ін'єкція, фюзеляж, рив'єра.

21. *При-*: примудритися, прифронтовий, прикрутити, присолодити, приморожений, привітати.
Пре-: премудрий, предорого, пресолодкий, превисокий.

22. Клекочучій — дієприкм., коридор — ім., не — частка, задумуючись — дієприсл., хлопець — ім., будь-який — займ., життя — ім., найменший — прикм., безмежного — прикм., незапам'ятні — прикм., ковзання — ім., важко — присл., сигнал — ім., суддя — ім., щоб — сполуч., гребінь — ім., не — частка, оголошували — дієсл., величезними, прибережними — прикм., наближається — дієсл., з'їжджаються — дієсл., не — частка, просто — присл.

24. У (прийм.) напівзваленій (прикм.) альтанці (ім.) Софійка (ім.) встигла (дієсл.) обладнати (дієсл.) собі (займ.) невеличку (прикм.) хатку (ім.). Тому втома не відома, хто не працював. Вже там цвіли і квіти незліченні. Шукай не долі, а волі. Любили ми поля безмірні і книг незміряні глибини. Не знаю чому, але саме ця пісенька розбудила в мені якусь безпричинну, ще не зрозумілу тривогу.

27. 1. Наш учитель з фізики завжди йде нам *назустріч* і проводить чимало цікавих дослідів. 2. Приходячи *на зустріч* вчасно, ми виявляємо повагу до інших людей. 3. Весілля відбулося насправді по-нашому, по-родинному — із дотриманням усіх старовинних традицій. 4. Після зливи по нашому провулку неслися згори вниз потоки води.

28. Прийшли втрьох — у трьох кімнатах; зробив по-новому — по новому мосту; вивчив напам'ять — скаржиться на пам'ять; приїхали в день народження — працював удень і вночі; вправи на силу — насилу йшов; чути вдалечині — вдивлятися в далечину; бігли назустріч — на зустріч із братом.

29. Нацгвардія, військово-морський, національно-визвольний, історико-культурний, легкорозчинний, екс-чемпіон, міні-екран, хтозна-який, кінець-кінцем, тишком-нишком, п'ятирічний, перекотиполе, крісло-ліжко, жовто-блакитний.

Самооборона, супер-герой, жовтогарячий, двоповерховий, українсько-польський, кораблебудівний, пів-Європи, норд-вест, більш-менш, будь з ким, салон-магазин, блок-пост, всесвітньо-історичний, всесвітньовідомий.

31. Я (займ.) озирнувся (дієсл.), проте (спол.) на (прийм.) лісовій (прикм.) дорозі (ім.) вже (присл.) не (частка) було (дієсл.) нікого (займ.). Хтось по-молодецькому гасав кімнатами — тільки дверима хряскало! Сашко не біг, ішов, ледь тягнув ноги, як назустріч затемніла скирта сіна. Стрімкі весни щоразу змінювалися на спекотне літо. Зими волинські каверзні: удень, трапляється, на сонці бурульки худнуть, а під досвіток затріщить мороз.

32. Бити по воротах, сильний біль, полетіти до Парижа, більш цікавий, вищий за брата, два гігабайти пам'яті, зараз за п'ять сьома, почитаймо, пішов по воду, відповідно до вимог, запізнився через затори.

34. *Іменні*: тактика боротьби, руські землі. *Дієслівні*: поміняти тактику, прислали до Києва. *Прислівникові*: далеко в степ, небагато у фортеці

35. Твори Франка — Франкові твори, інформаційні канали — канали інформації, лимонний пиріг — пиріг з лимоном, сестрин зошит — зошит сестри, дерев'яний паркан — паркан з дерева, комп'ютерна програма — програма для комп'ютера, усмішка дідуся — дідусева усмішка, солом'яна стріха — стріха з соломи, вода із джерела — джерельна вода, день осені — осінній день, сад улітку — літній сад, людина без турбот — безтурботна людина.

36. Захищати країну — захист країни, мріяти про щастя — мрії про щастя, доглядати хворого — догляд за хворим, виконати доручення — виконання доручення, будувати хату — будова хати.

41. Уболівати за «Динамо», Шевченкові вірші.

42. I. 1. В пахучий хмарі, дощової глиці, туман в хмарі. 2. Сонний гриб, в смарагдовій куфайці, дощу напився, за день підріс, гриб в куфайці. 3. Малі озерці, блискають незлісно, колише громи, втомлені громи. 4. Співає басами, захриплими басами, веде за повід, веде стежечку, стежечку худу.

II. Малі озерця блискають незлісно, колише хмара втомлені громи.

43. Молоді господарі, господарі землі, зростила нас, зростила по-материнськи, піднесла до сонця, піднесла на крилі, заронила жар, жар любові, заронила в серце.

44. Дякувати сусіду, пробачити однокласнику, екзамен з історії, звернутися на адресу, йти по гриби, сумувати заріднею, турбуватися про батьків, обурюватися через поганий вчинок, глузувати з підлітка.

45. Сміятися з друга, оволодіти знаннями, навчатися музики, вибачте мені, запобігати нещасним випадкам, пропустити через хворобу.

49. **Фламінго**

У зоопарку цього, на жаль, не побачиш. То справді захоплююче видовище, коли злітає табунець рожевих фламінго.

Але в зоопарку можна спостерігати характерний танок птахів. Ходять фламінго басейном, кумедно дріботячи ногами. В такий спосіб вони на воді здіймають мул і виловлюють молюсків, рачків, збирають водорості.

Мулу в цементованому штучному озері немає, а їжа є в годівницях. Навіть добре попоївши, сновигають птахи басейном, перебираючи ногами, добувають харчі.

Ці птахи завжди в купі: і їдять, і купаються, і чепуряться, і відпочивають усі разом. На голос одного тієї ж миті відгукується інший. На воді зросли — водою їхньої приязні не розіллєш.

51. Під час бурі сильно скрипів старий клен. Тихенько листя шелестить. Над морем летять чайки. Восени сильно плакало небо. Після спекотного дня накрапає дощик.

52. Харківський університет. Харківський університет носить ім'я В. Каразіна. У нашому місті знаходиться один з найстаріших університетів України, він розташований на площі Свободи.

Рідна мова. Я дуже люблю свою рідну мову. Я буду ретельно вивчати українську мову, бо це наша державна мова.

53. **Унікальний острів**

Джарилгач — унікальний острів на узбережжі Чорного моря в Херсонській області. На сорок кілометрів тонкою косою простягся він уздовж берега. Птахи, летячи восени з України у вирій, обов'язково роблять зупинку на Джартлгачі. Наступна зупинка чекає на них за Чорним морем, у Туреччині.

Дикий піщаний напіввигорілий степ з нерухомими скельцями численних соляних озерець побачили лісничі Скадовського лісгоспзагу, уперше після війни оглядаючи нові володіння. З 1963-го засадили деревами тисячу гектарів. Бурі, суховії загрожували молоденьким саджанцям, але життя перемогло (складне речення). Якось перебралися з материка дикі

кабани і розмножилися тут. Лісничі завезли на острів óленів, лáней, муфлóнів, фазáнів. Тепер тут справжнє лісове царство.

54. *Двоскладні речення.* Стрімкі весни щоразу змінювалися на спекотне літо. Роздуми обірвав плач тримісячного братика. Ліворуч хата давня, наче гріх, шибками посміхається леваді. Бурлить родинне джерело добра і ласки. Теплий вечір горнеться до землі. Ключі від важких металевих дверей лежали в тому ж міні-багажничку.

Односкладні речення. До школи аж ніяк не тягнуло. Надворі було так гарно...

Складне речення. Лунко гриміли громи, і злі блискавиці змигували.

55. З великим пензлем у великих капцях фарбує гном оранжевий дашок (розповідне, неокличне). Ти від куща червоної калини свою пригаслу душу засвіти (спонукальне, неокличне). З темного моря білявая хвилечка до прибережного каменя горнеться (розповідне неокличне). Вклоніться, люди, майстрові старому, володареві слова й ремесла (спонукальне, окличне)! Дороги нищимо, завалюєм стежки, хоча ніхто за нами не женеться (розповідне, неокличне). Хай в маленьких очах відбивається світ од маленьких ромашок до стартів великих (спонукальне, неокличне)... Хіба є хто на землі крилатіший за людину (риторичне запитання)?

56. Двори стоять у хуртовині айстр (розп., неокл.).
Яка рожева й синя хуртовина (розп., окл.)!
Але чому я думаю про Вас (пит., неокл.)?
Я Вас давно забути вже повинна (розп., неокл.).
Це так природно — відстані і час (розп., неокл.).
Я вже забула (розп., неокл.). Не моя провина, —
То музика нагадує про Вас,
То раптом ця осіння хуртовина (розп., неокл.).
Це так природно — музика і час,
І Ваша скрізь присутність невловима (розп., неокл.).
Двори стоять у хуртовині айстр (розп., неокл.).
Яка сумна й красива хуртовина (розп., окл.)!

60. Багряне листя під ногами покірно й тепло шелестить. (Речення розповідне, неокличне, просте, двоскладне, поширене).
Вересень сипле сині загати, листям багряним шлях застила. (Речення розповідне, неокличне, просте, двоскладне, поширене).

62. Хай в маленьких очах відбивається світ (ім.) од маленьких ромашок до стартів великих. Правічну думу думають ліси (ім.), вгрузають в мох столітні дідугани (ім.) (скл., безспол..). Три (числ.) зозулі (ім.) грають в грі семибарвистій. «Будь ласка» (вигук, перейшов в ім.) не кланяється, «спасибі» (вигук, перейшов в ім.) спини не гне (скл., безспол.). Усяк (займ.) розумний по-своєму. А Чумацький (прикм.) Шлях (ім.) теплою стежиною вертається в історію назад. О, скільки спогадів дарує цей клаптик (ім.) рідної землі! Зоре моя вечірняя (зверт.), зійди над горою. *Звертання не може бути членом речення.*

63. Справа миру — священна. Рівень успішності в класі — високий. Стати переможцем — його мрія.

64. Гули бджоли; вони були закопані. Кілька бджіл лазило. Дві-три бджоли сновигали; ті падали. Пахло, пахло. Огудина взялася, сплелася, побігла. Зеленіла трава; синіли дзвоники. Проміння промкнулося, запалило.

65. Ми з нею (займ. + + прийм. + займ.) довго в полі говорили, не чули навіть гуркоту доріг. Тебе цей сад (ім.) прийняв гостинно в свою заквітчану сім'ю. Чумацький (прикм.) Шлях (ім.), Стріла (ім.), Стожари (ім.) летять в розгойдані світи. Павло Григорович Тичина (ім.) колись водив мене у ліс. Майже три (числ.) роки (ім.) минуло від того далекого світлого дня. Кожен із бійців (займ. + прийм. + ім.) знав, що небезпека (ім.) подвоїлася. І його підхопили з десяток рук (ім. + ім.), сильно підкинули вгору... Але дехто з учнів (займ. + прийм. + ім.) викликав у нього глибоке занепокоєння. Гучне «Ура!» (вигук, перейшов в ім.) пронеслося тоді над лугами...

66. Кожен із нас із зацікавленням слухав розповіді дідуся. Початок вистави захопив глядачів. Південний Буг — друга за довжиною річка України. Хтось із музикантів зіграв фальшиво. Петро Іванович був улюбленим вчителем багатьох учнів.

68. Дідусь і дня не міг прожити (складен. дієсл. прис.) без читання у свої сімдесят п'ять. Я з першого погляду в Київ закоханий (складен. ім. прис.). Семен зразу не може зважитись почати бесіду (складен. дієсл. прис.). Обличчя її стало мов білий камінь (складен. ім. прис.). Два джмелі з самісінького ранку пораються (прост. дієсл. прис.) коло квіток.

69. Спочатку хлопці вагалися (пр.. дієсл. прис.), але сьогодні остаточно й твердо задумали йти на фронт (складен. дієсл. прис.). У головній залі на Софійку хлюпнула (пр. дієсл. прис.) хвилююча легка мелодія. Колишній замок, видно, був розкішний (складен. ім. прис.). Од переляку на його лобі виступив (пр. дієсл. прис.) холодний піт. Край дороги синіли (пр. дієсл. прис.) чагарі достиглого терну. Серед ночі той путівець міг намацати (складен. дієсл. прис.) копитами тільки кінь.

70. *З простим дієслівним присудком.* Скрипка (ім.) нас у танець кличе (дієсл.) золотими голосами. Лісову тишу напівсонного осіннього праліcу враз наповнило (дієсл.) дзюрчання (ім.) невеличкого потічка.
Зі складеним дієслівним присудком. У дощовий день багато (числ.) хто (займ.) береться напоїти (дієсл.) курей (ім.).
Зі складеним іменним присудком. В українських родинах рушник (ім.) завжди був (дієсл.) серед (прийм.) найважливіших сімейних набутків (ім.). Наш Довженко (ім.) був (дієсл.) найсучаснішою людиною (ім.) серед митців кіно. У груші голосочок (ім.) був (дієсл.) тоненький (прикм.). Наша ціль (ім.) — людське щастя і воля (іменники).

71. Осінь, поки непомітно, визирає з усіх шпаринок. — Осінь, поки непомітно, стала визирати з усіх шпаринок. Улітку в спраглому небі гойдається вітер одвічних лип. — Улітку в спраглому небі продовжує гойдатися вітер одвічних лип. Утік за ліс холодний вітрюган. — Ладен утекти за ліс холодний вітрюган. На сході багряно палав місяць. — На сході багряно почав палати місяць. Зроблю собі човна із мрій і весла із пісень. — Хочу зробити собі човна із мрій і весла із пісень. Уже не кує зозуля в кленах... — Уже перестала кувати зозуля в кленах...

72. 1. Ніщо не заважало сталеварові стежити за піччю... 2. Сашко хотів сказати кілька слів. 3. Птиці зелені у пізню пору спати злетілись на свіжий поруб. 4. Я прийшла попросити пробачення і побажати тобі всього доброго 5. Черниш наказав Блаженкові йти в бліндаж. 6. Дід любив спати під дубом. 7. У небі хмара хмару тягне дощем упасти на хліба.

73. **Варіант А.** 1. Робінзонові Крузо кинувся рятувати човен. 2. Я починаю розуміти, що виконати завдання не так-то й просто. 3. Іван мусив розповісти всю правду. 4. Наталі треба вибачитися за запізнення.

Варіант Б. 1. Пісня на слова Леоніда Глібова «Стоїть гора високая...» вважається народною. 2. Моя бабуся була актрисою. 3. Лариса доводилася Андрієві тіткою. 4. Саме того літа я працював у кемпінгу й називався гідом-провідником.

Варіант В. Літо є улюбленою порою школярів. Бабусині пироги є найсмачнішою випічкою в світі.

75. Олег і Богдан дивилися футбол. Попереду виднівся чи то ліс, чи то гай. Завдання зможе виконати Олена або Сергій.

76. Іноді глибоку тишу порушує стукіт дятла чи шерех збитої білкою кедрової шишки. Івась і Грицько йшли по боках і доглядали овечат. І пливе тоненькими, поплутаними струмочками не то думка, не то мрія. Життя і мрія в згоді не бувають і вічно борються, хоч миру прагнуть. І відчували грек і печеніг відлуння кроків князя Святослава. Закарпатську низовину перетинає річка Тиса і чимало її правих приток.

78. До приходу автобуса в мене лишалося десять хвилин. Шість класів були його очною освітою. Більшість дворової челяді подалася геть — на вільний хліб, до землі або й до міста. Решта квитків на денну виставу щезла з каси. І тепер сила-силенна вудіїв сидить по березі, а я вдома. Невеликії три літа марно пролетіли... А багато в моїй хаті лиха наробили..

81. Україна — це моя Батьківщина. Українці — це співуча нація. Конституція – це головний закон держави. Щастя – це мати рідну родину. Музика – це душа.

84. Жити — значить безперервно рухатися вперед. Говорити — не горох молотити. Природа — це художник мудрий і умілий. Звичаї, мова — це ті найміцніші елементи, що об'єднують окремих людей в один народ, в одну націю. Поведінка — це дзеркало, у якому кожен показує своє обличчя. Страждання — голка. Ниточка — краса. Душа моя — сорочка вишивана.

87. Життя наше — це подорож, а дружня бесіда — це візок, що полегшує мандрівникові дорогу.

89. І. Мій отчий дім, незабутній доме, ти вічний поклик з далини... Я мала кровинка в твоїх венах, де слов'янська зав'язь не згаса. Жити — не поле перейти. А зачарована Десна безмежно гарна, як весна. Дружини, матері, кохані — хранительки тепла і чар. Богатирство, чорнобрів'я — ось краса мого народу. Твої вірші — думок великий злиток. Твоя любов як сміх дитячий. Весна — дівчисько в ластовинні, ще не ціловане в уста.

ІІ. Речення розповідні, неокличні.

90. Осот і лобода — для льону біда. Учений без діла — хмара без дощу. У поганого майстра і пилка крива. Паляниця — хлібові сестриця. Темної ночі і маленький вогник як сонце. З поганого куща і ягода кисла. Ніч ночувати — не вік горювати. Голодному світ не милий. Море перепливти — не світ перейти. Любити людей — це щастя.

92. ІІ. 1. Хвилею (ім.) зеленою (прикм.) здіймається (дієсл.) навесні (присл.) Батиєва (прикм.) гора (ім.) (непрямий порядок слів).

98. ІІ. Я отримав почесну грамоту. Учні поїхали на екскурсію до Львова. Учитель перевірив домашнє завдання. Діти посадили біля школи дерева.

99. А справа була така... Одного разу ми з класом поїхали на екскурсію до дендропарку. Веселий екскурсовод розповідав нам про дерева та кущі, які знаходяться в парку і занесені до Червоної Книги. Ми із зацікавленням слухали розповідь і фотографувалися біля цих рослин. Аж раптом ми побачили, що нашого однокласника немає поряд. Окинувши оком, ми зрозуміли, що він пішов фотографувати лебедів у ставку, що був розташований неподалік. Захопившись красивими птахами і вибираючи вдалий ракурс для фото, хлопець послизнувся і упав в озеро. Ми разом з екскурсоводом витягли його звідти. Одяг, речі, телефон, їжа — все намокло, але оскільки було тепло, можна було не боятися простудитися. Екскурсія закінчилася, та спогадів залишилося дуже багато.

102. І. Бальна сукня — сукня для балу, подруга по школі — шкільна подруга, людська пам'ять — пам'ять людини, футбольна команда — команда з футболу, робітник без досвіду — недосвідчений робітник, бутербродне масло — масло для бутербродів, оливкова олія — олія з оливок, ваза з кришталю — кришталева ваза, експонат музею — музейний експонат, вода з моря — морська вода, яблуневий цвіт — цвіт яблуні, автобус для школи — шкільний автобус.

ІІ. Моїй сестрі батьки купили елегантну сукню для шкільного балу. Мама поставила рожеві квіти в кришталеву вазу. Вранці морська вода була чиста і прозора.

104. І. Діти (які?) шкільного віку, проміння (яке?) сонця, час (який?) сподівань, кухоль (який?) із глини, чоловік (який?) років сорока п'яти, картина (чия?) художника, дорога (яка?) праворуч, хлібороби (які?) України, прірва (яка?) без дна, план (який?) на рік, стежка (яка?) до ставка, час (який?) іти, лавка (яка?) біля воріт, читання (яке?) вголос, прохання (яке?) виходити.

ІІ. Чи шкідливе яскраве проміння сонця? Скажіть, будь ласка, куди веде дорога праворуч? Чи зможуть хлібороби України зібрати хороший урожай, якщо не перестануть іти дощі?

105. Пливуть і пливуть колискові (узг.) фрегати, летять космонавти на крилах лелек (неузг.). І стиглі (узг.) пресолодкі (узг.) полуниці там на очах палали і росли. І знову теплі (узг.) пальці сонця (неузг.) хвилюють радісний (узг.) бузок. Я думаю про горде (узг.) право підводити сонце з імли (неузг.). Прямо насупроти школи стояв будиночок для вчителів (неузг.). Дівчина в рожевому намисті (неузг.) дивиться на сонце з-під руки. Дивиться двір твій (узг.) на місяць в підзорну (узг.) трубу криниці (неузг.).

106. Машину (яку?) часу, дорога (яка?) ліворуч, наказ (який?) виступати, день (який?) приїзду, гості (які?) Львова, хлопець (який?) років дванадцяти, дорога (яка?) до Харкова, бажання (яке?) прочитати, твори (чиї?) Олеся Гончара, завдання (яке?) вийти.

108. Мені не так багато треба:
Під ноги росяну (узг.) траву,
Вгорі легку (узг.) хустинку неба (неузг.)
І думки пружну (узг.) тятиву;
У степовім (узг.) краю хатину,
Квітучу (узг.) вишню під вікном (неузг.),
Любові (неузг.) й ніжності (неузг.) краплину
І тихий (узг.) човен із веслом (неузг.);

Ворота, всім вітрам відкриті (неузг.),
Стежину в щедрім спориші (неузг.),
Волошку вранішню (узг.) у житі
І пісню мамину (узг.) в душі;
У серці березня (неузг.) начало,
Криницю світлу (узг.) аж до дна.
І сонця теплого (узг.) кружало,
В якому тане сивина.

112. Я хочу на озеро Світязь, в туман таємничих лісів. Старшина мінометної роти Вася Багіров був з тих людей, що для них війна давно вже стала звичною справою. А друзі кажуть: нащо він тобі, цей кущ-дикун. Ріка Супій, і що там тої річечки? У довгому, покрученому ярку розкинулось село Семигори. Не спочивать пішла в снопи, пошкандибала Івана-сина годувать. А човен «Ластівка», мов птиця, летить на крилах-парусах. Вдяг ясен-князь кирею золоту, а дика рожа — буйнії коралі.

113. Побували біля озера Лебединого (Р. в.). Доїхали до станції метро (Р. в.) «Хрещатик» (Н. в.). Зустрілися на вулиці Лук'янівській (М. в.). Місячне сяйво над річкою Роставицею (Ор. в.). У місті Білій Церкві (М. в.) відвідали дендропарк (З. в.) «Олександрія» (Н. в). Проїжджали недалеко від міста Вінниці (Р. в.). За катером (Ор. в.) «Сміливий» (Н. в.) летіли чайки. Друзі зустрілися в місті Одесі (М. в.) на вулиці Дерибасівській (М. в.). Вірші надруковано в журналі (М. в.) «Однокласник» (Н. в.).

114. *Через дефіс*: ворон-птах, вітер-пустун, нарцис-квітка, дуб-дерево, Дніпро-ріка, Полтава-місто, поет-початківець, Онищенко-льотчик, льондовгунець, народи-брати, сніжинки-пушинки, деревій-трава, одуд-птах, зима-лихоманка, Катерина-мати, твір-опис, жук-короїд, рута-м'ята.
Окремо: риба карась, товариш директор, квітка ромашка, ріка Дніпро, журнал «Київ», льотчик Онищенко, трава звіробій, птах одуд, мати Катерина, батько чабан, ріка Роставиця.

115. Я жив колись в готелі «Україна». Он край шляху стоїть обгоріла вербиця-вдовиця. Слізьми-водою розлилось колишнеє святеє диво! Не сонтрава на могилі вночі процвітає, то дівчина заручена калину саджає. Кошлатий вітер-голодранець в полях розхристує туман. А угорі про таїнства природи задумався мислитель-чорногуз. Пахне мамою сорочка-вишиванка, цвітом яблуні, пшеничним колоском. Будуть вік стояти біля броду посивілі верби-матері. Десна-красна тече у даль, несе кудись мою печаль.
Н. Готель «Україна»; сорочка-вишиванка;
Р. готелю «Україна»; сорочки-вишиванки;
Д. готелю «Україна»; сорочці-вишиванці;
З. готель «Україна»; сорочку-вишиванку;
Ор. готелем «Україна»; сорочкою-вишиванкою;
М. (на/у) готелі «Україна»; (на/у) сорочці-вишиванці;
Кл. готелю «Україна»; сорочко-вишиванко.

116. Бібліотека імені Г. Короленка, місто Дніпро, Дніпро-ріка, цукерки «Червоний мак», дівчата-близнючки, риба окунь, окунь-риба, сон-трава.

117. — Добрий день, Іване!
— Добрий день, Джоне!
— Я хочу познайомитися з вашим містом. Розкажи мені, будь ласка, які площі є у вас?

— У нас багато площ, але найвідоміші — Площа Свободи та площа Незалежності.
— Скажи, будь ласка, чиє ім'я носить ваш оперний театр?
— Наш оперний театр імені М. Лисенка.
— Які станції метро тобі найбільше подобаються?
— «Держпром», «Ботанічний сад» та «Спортивна».
— Що ще ти радив би мені відвідати?
— Звичайно, парк культури та відпочинку імені М. Горького.

119. Осінь кленам фарбувала крони, прикрашала їм багрянцем скроні. Вітер прозорий мене вогким торкає крилом. І літо гостинне кладе на долоні пучечки достиглих солодких суниць. Жалкує юний вересень за літом, за різнотрав'ям і за різноцвітом, за вранішньою теплою росою і соняшників щедрою красою... Натягне дощ свої осінні струни, торкне ті струни пальчиком верба. Дерева цілий день вимітали небо своїми зеленими мітлами, і надвечір з-за хмар таки виглянуло сонце.

120. *З прямим додатком*: витвір мистецтва, окрасою експозицій, застосував фарби, досягши ефекту, у відтворенні світла, експозиція музею, продовжити життя, працівники музею, перенесли картину, утративши вигляд.
З непрямим додатком: випала картині, не стало окрасою, приречене на смерть, під час створення, фарби в концентрації, призвести до потемніння, милуватися картиною, випаде поколінням, виставлялося в експозиції, руйнівне для неї.

122.

що? *що?*

Трохи відпочити дозволено бідолахам та води напитись.

що?

Робітники вирішили затриматися.

що?

Я тобі наказую мовчати, з коня я не зійду...

що? *що?*

Жити чесно, трудитись для людей учили його і дома, і в школі.

що? *що?*

Капітан хворіє, просить зайти. Любить людей мене навчила мати.

Робітники вирішили затриматися (розп., неокл., просте, двоскл., пошир.).
Я тобі наказую мовчати, з коня я не зійду... (розп., неокл., складне).

124. Упала паморозь на сливи, тумани бродять по ярах (місця, прийм. + ім.). А за вікнами (місця, прийм. + ім.) дощ січе, в шиби стукає тонко (способу дії, присл.). В саду (місця, прийм. + ім.) скрипів і осипався клен. Навшпиньки (способу дії, присл.) виглядають жоржини через тин (місця, прийм. + ім.). Тільки голе гілля й мертве листя вночі (часу, присл.) шелестить під ногами (місця, прийм. + ім.) востаннє (способу дії, присл.). Ходить ніч така стривожена в травах (місця, прийм. + ім.) темних та густих.

125. Дорослі працювали від зорі до зорі. Справжні друзі глека не поб'ють. Спортсмени тримаються лікоть у лікоть.

126. І. *Способу дії*: підіймається поступово, бігли весело, пролітають стрілою, ішов з обережністю, сплять спокійно, їхав дорогою, говорить голосно.
Місця: задзвеніло навкруги, підіймалися вгору, ішов усе далі й далі, виднілося далеко, ішов попереду.

Часу: хвилювався завжди, тривало сто літ, працювали до вечора, прокинувся вдосвіта, приїхав за кілька хвилин, чекали з дня на день.

ІІ. По лугу весело бігли босі дітлахи. Хоч які виснажені, не зупиняючись, підіймалися вгору мандрівники, щоб ще до темна дістатися вершини гори. Сашко прокинувся вдосвіта, щоб іти з мамою по гриби.

127. Ішов Кобзар до Києва та сів спочивати (мети). Хлопець занімів від здивування (причини). Розгубившись на хвилинку (причини), Марко не зрозумів, чи Кіра жартує, чи ні. Бурлаки завернули в яр на відпочинок (мети).

130. Жити — значить рухатися вперед. Василь дуже хотів побачити знайомого. Наталка прийшла навідати (мети) подругу. Командир наказав відкрити вогонь. Учитель попросив учнів занести книжки до бібліотеки. Восьмикласники дістали завдання прочитати роман Осипа Назарука. Ми з друзями поїхали відпочивати (мети) в Карпати. Після дощу прибігли в ліс діти збирати (мети) гриби.

132. І. Єдиний дубок ріс розкидисто (способу дії), глушачи навколо себе молоду соснову парость (способу дії). Десятикласники вчилися в другу зміну (часу) і поверталися зі школи (місця) вже ввечері (часу). Кінь стрілою (спосіб дії) плигнув уперед (місця), галопом (способу дії) помчався до застави (місця). Веселі очі дивляться по-дитячому свіжо й безтурботно (спосіб дії). От (часу) і червень завітав нарешті (часу) в мальовничі батьківські краї (місця). Отак (спосіб дії) собі гарненько сам (спосіб дії) посиджу, із молодим дубком погомоню.

ІІ. По-дитячому, безтурботно, гарненько.

138. Тихесенько стукає в шибку бентежне, як сон, зітхання. Погляди збираю, наче квіти, погляди зриваю, наче цвіт. І вже струмочки, наче діти, побігли смішно по траві. Тягуче закашлявся грім, і об листя запорощали великі, мов боруб'яхи, краплі.

Тихесенько стукає в шибку бентежне, як сон, зітхання. На заході півнеба охопили нерухомі заграви, дощ лив як з відра.

140. Одеса, як кістяк старої шхуни, крізь туман здалеку височіла на березі. Люблю я слово строге і вагоме, пряме, як промінь, чисте, як дощ. Вже колоски, довірливі, як діти, звелись навшпиньки, туляться до рук. На світі білому єдине, як Дніпрова течія, домашнє вогнище родинне, оселя наша і сім'я.

143. І. Їх сміх і спів, як джерело, з якого п'єш травневі роси. І липень, що в густі покоси вгруз, селу, неначе хлопчику малому, натяг на очі сонечка картуз. Зимовий вечір, закуривши люльку, розсипав зорі, наче іскри. Вишитий або тканий рушник як місток до наших душ від часів недавніх і далеких... Через душі, мов через вокзали, гуркотять состави почуттів. І дивиться місяць на землю, де в цвіті, немов у фаті, йде весна. Голова без розуму як ліхтар без свічки.

ІІ. Абрикоса під моїм вікном стоїть у білім цвіті, немов у фаті.

145.

Аналізоване слово	Синтаксична роль	Форма вираження	Слово, від якого залежить	Питання, на яке відповідає
Митця	Означення	Іменник	Душа	Чия?
Стоголосо	Обставина	Прислівник	Співає	Як?

Мелодію	Додаток	Іменник	Шука	Що?
Чарівні	Означення	Прикметник	Звуки	Які?
Тем	Додаток	Іменник	В пошуку	Чого?
Йому	Додаток	Займенник	Допомага	Кому?
Його	Означення	Займенник	Музика	Чия?

146. Бити як сидорову козу, сидіти на двох стільцях, попасти між двох вогнів, розбити в пух і прах, писати як курка лапою, кататися як сир у маслі, б'ється як риба об лід, видно як на долоні, звалився як сніг на голову.

147. Вгорі пливуть одна одній навстріч зоря вечірня і зоря ранкова (розп., неокл., просте, двоскл., пошир.). На сотні гін заколосилось жито, і вуса хвацько викинув ячмінь. На землю по зоряних сходах задуманий вечір зійшов (розп., неокл., просте, двоскл., пошир.). І стиглі пресолодкі полуниці там на очах палали і росли. Усе пливли ключі за сивим зодіаком, сховавши таїну при лівому крилі. І озвалися долини гомоном знайомим, і упала на коліна тиша перед громом. І земля впилась водою, мов живою кров'ю.

150. На узліссі ріс предковічний дуб. Його історія сягала найдавніших часів (займ.). Часто люди приходили помилуватися прадавнім могутнім дубом та отримати заряд енергії, доторкнувшись до його стовбура (присл.). Здавалось, дуб був символом цього лісу і уявити життя без нього було просто неможливо (вст. сл.).

153. Люблю нести з криниці воду і не розхлюпати ні краплі. Далекі стрічі вечорові. Росисті сутінки розлук. Навчи мене премудрості, навчи, моя сувора і ласкава Музо... На небі зоріло. Багато зірочок блискучих розсипано по небесах. Зимовий вечір. Тиша. Біле, біле поле.

154. II. Йду до лісу. Цвітіння вересу вчуваю в усьому: в ароматі повітря, у подиху леготу, у барвах неба. Верес. Од його фіолетового цвітіння не сховатися ніде: ні в затінку дерева, ні на узліссі, ні в гущавині. Гейзери цвіту. Фонтани холоднувато-гарячого багаття. Каскади райдужного сяйва. Незабаром задощить. Затуманить. Загрозує.

155. Ще не всі розв'язано рівняння у цім світі. Слова збираю у разки думок щоденно.

156. Уже йшлося до весілля (односкл.), коли раптом розпочалася війна. Снігами землю замело (односкл.), яріли ще морозів жала. Держава створюється задля того, щоб жити щасливо (односкл.). Поглянь (односкл.): вуалі білосніжні смагляві вишні надягли. Сумно і смутно людині (односкл.), коли висихає і сліпне уява... Йду по тонкому пам'яті льоду (односкл.) — і під ногами кришаться крижини.

159. Науки (ім.) не (част.) носити (дієсл.) за (прийм.) плечима (ім.). На (прийм.) сизих (прикм.) луках (ім.) скошено (дієсл.) траву (ім.). Стою увесь блакиттю оповитий. Кожний ніжний рух сердечний в пісню срібну переллю. Вечірня кімната. Розчинені вікна. Весна.

161. Зроблю (дійсн. сп., майб. ч., 1 ос., одн.) собі човна із мрій і весла із пісень. Люблю (дійсн. сп., теп. ч., 1 ос., одн.) чернігівську дорогу весною, влітку, восени. Рідна земле, дай (наказ. сп., теп. ч., 2 ос., одн.) мені снаги скрізь, у всьому буть (наказ. сп., теп. ч., 2 ос., одн.) самим собою. Не сперечайся (наказ. сп., теп. ч., 2 ос., одн.)! Слів не каламуть (наказ. сп., теп. ч., 2 ос., одн.). Понеси (наказ. сп., теп. ч., 2 ос., одн.)

мене, вечір, мій брате, на чумацький задуманий шлях. Разом ходімо (наказ. сп., теп. ч., 1 ос., мн.) в майбутнє.

163. *Означено-особові.* Йдемо (2 ос., мн.) удвох під вечір по стежині. Пишу (1 ос., одн.) тобі рядки привіту крильми найперших журавлів. Назавжди (присл.) залишаюся (1 ос., одн.) отут, в низовині не звітрених ще квітів. Чи хоч пучечок тої калини мені на груди покладіть (2 ос., мн.). *Неозначено-особові.* Той монастир недавно (присл.) збудували (3 ос., мн.). П'ятьох старшин козацьких розп'яли (дієсл., 3 ос., мн.). Нам наказують (3 ос., мн.) зайняти висоту.

164. **Милосердна троянда**

У давнину троянду називали «милосердною» квіткою завдяки цілющим властивостям вироблених із неї парфумів, олії та води. Її пелюстки накладали на обличчя, щоб надати йому юнацької свіжості. Настій бджіл на трояндовій олії застосовували для поліпшення росту волосся, а зібрану з квітів росу мали за найліпший засіб проти запалення очей. Досі ще трояндову олію та воду широко використовують у парфумерії. Вони є складовими частинами багатьох лікувальних мазей, косметичних есенцій і т. ін.

166. Краю рідний, цвіти, як Малишковий гай, і шуми яворинням розлогим (озн.-ос.). Посадили над козаком явір та ялину (неозн.-ос.). Не дай мені напитися журби й душі замерзнуть від морозу (озн.-ос.). Стояв би тут і слухав дотемна невгавний вітру спів (озн.-ос.). А вві сні бачив сонце, і поле безмежне, і стежки без краю в достиглих хлібах (неозн.-ос.).

169. 1. Наполегливо працюю над створенням книги. Наполегливо працюють над створенням книги. 2. Відчуваю занепокоєння щодо стану його здоров'я. Відчувають занепокоєння щодо стану його здоров'я. 3. Збираюся помандрувати країною. Збиралися помандрувати країною, а потім навідати бабусю. 4. Відлітаю у вирій і згадую рідний край. Відлітають у вирій та сподіваються повернутися.

170. Вовка пастухом не ставлять. Не хвали коня, поки з дороги не вернешся. Як сіно косять, дощів не просять. Плекаймо в серці кожне гроно, прозоре диво калинове. Любіть травинку, і тваринку, і сонце завтрашнього дня... Дивишся і не надивишся, дишеш і не надишешся чистим, гарячим і пахучим повітрям.

173. Озн.-ос.: 3, 4, 6, 7. Неозн.-ос.: 1, 5.
Узагальн.-ос.: 2, 8. (3п, 4е, 6т, 7р, 1о, 5н. 2і, 8й) *Петроній.*

174. Весною в селі встають рано (неозн.-ос.). Мене везуть у царство трав, річок і таємничих озер (неозн.-ос.). Скучив за степом, скучив за лугом (означ.-ос.). Крізь темний бір до ясних зір прорубую дорогу (озн.-ос.). Допомагає українським воїнам захищати Вітчизну від непроханих гостей (неозн.-ос.).

175. Сьогодні прийшли на концерт улюблених співаків. Під оплески публіки виходять на сцену і починають виконувати хіти. Зачаровані публікою, намагаються залучити слухачів до виконання пісень. Усі в захваті, співаки задоволені.

176. 1. *Озн.-ос.* Дивлюся, аж світає (Т. Шевченко). Зачекайте тут кілька хвилин (І. Драч.). 2. *Неозн.-ос.* Потім задали завдання на дроби (Петро Панч). В огні нестримної навали рубали, різали наш сад... (В. Сосюра).

180. Часто доводилося мені з дідусем ходити в ліс шукати лікарські трави. Гостро віяло ранковою прохолодою. До лісу було далеченько. Приємно

було від того на серці. І втоми в тілі не було. Приємно запахло ще й салом, часником і свіжими плескачами.

181. Дітям дозволили купатися в басейні. — Дітям дозволено купатися в басейні. Ловити рибу в Дніпрі біля Києва заборонили. — Ловити рибу в Дніпрі біля Києва заборонено. У виступі згадали про переможців конкурсу. — У виступі згадано про переможців конкурсу. Дихали вільно, на повні груди. — Дихалося вільно, на повні груди.

182. І. Із сухого дерева вогонь добре класти. Довкола було тихо й безлюдно. В соняшнику справді трудно впізнати сонце. Вік звікувати — не в гостях побувати (двоскладне). Ні твоїх снів, ні твоїх дум нам не забути, рідний краю. А від городу потягнуло кропом. Нема ліку чудесам твоїм, моє місто.

II. Сухе дерево × , добре класти × , класти × з дерева.

185. Вранці почало світати і росою запахло у садку. На вулиці морозить — засніжить.

186. Як мені хотілося словами осені пейзажі змалювати (односкл., безос.). У малесенькій тісній халупці було вогко і трохи душно (односкл., безос.). Археологами (ім.) було (дієсл.) знайдено (дієсл.) на (прийм.) острові (ім.) рештки (ім.) козацьких (прикм.) доменних (прикм.) печей (ім.) (односкл., безос.). Світає (односкл., безособ.). Тане морок в небосхилі (двоскл.). Йдуть стрільці (двоскл.). Завіяло дороги (односкл., безос.). Біле сонце деренчить, мов жерсть (двоскл.).

189. Свіча (ім.). Вітер (ім.). Злива (ім.). Безсоння (ім.). Вмиті (дієприкм.) безсонням (ім.) очі (ім.).

191. А ось ліси, покриті димом. Ось і місток, за яким починалося село. Жовта акація в скверах Одеси (називне). Зелений луг (називне). Над лугом в'ється чайка. У Херсоні ізранку дощ. Ліс (називне). Безсилі метелики (називне). Лампа і сніжний папір (називне). Зелений луг над річкою Тясмин.

193. *Односкладні.* Козацька школа, крита очеретом. Ось школи знайомі мури. Потріскані до крові, обвуглені губи женців.

Двоскладні. Стіл був застелений скатертиною і заставлений, як на Великдень... Враження дитинства — ясновесні! На серці дощ. Небо глибоке, прозоре, блакитне. Всі мости ще кленові.

196. Ліс. Зелене листя. Працьовитий дятел. Зачаровані діти у лісі.

198. Повівав холодний вітерець. — Холодний вітерець. Насувались білі, наче молочні, хмари, разно бігли мишасті коненята. — Білі, наче молочні хмари; мишасті коненята. Дорога була слизька. — Слизька дорога. На обидва боки від дороги, скільки кинеш оком, розстелилось поле, вкрите снігом, мов білою скатеркою. — Обабіч дороги вкрите снігом поле. Твердий синявий сніг грав на сонці самоцвітами. — Твердий синявий сніг, як самоцвіти. Чорне вороння сідало громадами на сніг і знов здіймалося з місця.— Літаюче чорне вороння. Вітер дужчав. — Сильний вітер. Насунули снігові хмари і оповили небо. — Снігові хмари. Посипав сніжок. — Сніжок.

203. Кров свою віддам твоїй калині, пісню — травам, птицям і лісам... Я закоханий в синь океану, а ще дужче — у зорі рум'яні. Багаття ніколи не насититься дровами, а земля — багаттям. Пташка красна своїм пір'ям, а людина — своїм знанням. Не хоче півень на чуже весілля, та несуть.

204. Бджола жалить жалом, а людина — словом. Не хотіла коза на торг, так потягли. Ранні пташки росу п'ють, а пізні — слізки ллють. Пташка красна своїм пір'ям, а людина — своїм знанням.

205. На передньому плані можна побачити озерце, на задньому — будинок. Дерева тільки починають розпускатися, люди — у поле. На небі хмарки пливуть — на землі весна.

206. А в лісі озеро. А на березі курінь. А в курені — ми. А поруч багаття. І казанок з юшкою. А кругом — ні душі. Точнісінько, як людина. Ох і очеретяна ж річка Оскіл! Ох і рибна ж вона! А яка вода в Осколі! Лагідна, ласкава, м'яко-шовкова!

208. *Неповні*. Вже де-не-де (присл.) димок із димаря. Незабаром вже і в дорогу. Живе, веселе, безтурботне.

Повні. Всяке діло починай з голови. Надворі (присл.) ясна холодна ніч. Над пам'яттю (ім.) розтягнуто мости. Несподівано, раптом у чорну тишу щось впало. Згадав черешню білу-білу й подвір'я в пишнім спориші.

209. Найдорожча пісня — недоспівана, а найліпша — та, що не знайду. Спрямуй думок своїх потік в подій нестримний плин, щоб день прожить, неначе вік, а вік — мов день один. За селом розлогі поля, синіє ліс, летять птахами хмаринки і хмаринками птахи. Сіяло сонце, в небесах ані хмариночки, так тихо, так любо, як у раї. По той бік Дніпра жовтіють піски, далі луки, а ще далі в синьому мороці плавають обриси лісів.

212. Учителька Надія Петрівна ввійшла в клас:

— Сідайте... Сашко, це правда, що з вашого села сьогодні втік із кузні Сіроманець?

— Втік, — відповів Сашко і сів.

— Ти сам бачив? — запитала Надія Петрівна.

— Бачив.

— Діти, де живуть вовки?

— У лісі, — хором відповів клас.

— У лісі. А от ти, Сашко, ходиш лісом до школи. Невже тобі немає асфальтованої дороги?

— Надіє Петрівно, — важко підвівся Сашко, — хай нею ходить хто хоче. А я люблю лісом (М. Вінграновський).

214. 1. Свідомо себе на це спрямовую. Не можна людей чорнити, не можна із цим поспішати. Наприклад, марнославство. І з такою людиною немає про що говорити. Від неї хочеться скоріше втекти.

3. Крім того, є багато людських вад, до яких треба ставитися поблажливо, терпляче.

216. Нахилюся вербою над річкою і нап'юся води холодної. *Речення розп., неокл., просте, односкл., озн.-ос., пошир., повне. Головні члени — нахилюся, нап'юся — виражені дієсловами.*

Юність в інших завше загадкова. *Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне. Головні члени — юність (ім.), загадкова (прикм.).*

217. Сучасне завжди на дорозі з минулого в майбутнє. *Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., неповне. Головні члени — сучасне (ім.), на дорозі (прийм. + ім.).*

Треба вміти жаліти людину. *Речення розп., неокл., просте, односкл., безос., пошир., повне. Головний член — треба (присуд. слово) вміти (дієсл.).*

218. Справжня дружба. Друзі. Порозуміння. Взаємоповага. Допомога. Підтримка.

219. *Означено-особові.* Розплющую очі і раптом бачу у вікнах глибоке небо і віти берези. (М. Коцюбинський). Пробігаємо попід старими розлогими дубами. (Ю. Збанацький). Давню байку правиш, друже! (Леся Українка). Хочете зацікавити мене своєю роботою? (Ю. Мушкетик).

Неозначено-особові. Вже і пороги ось-ось одягнуть в крицю та граніт. (Є. Плужник). На другий день тільки про повінь і говорили. (О. Довженко).

Узагальнено-особові. Хоч вовком вий! (Нар. тв.). Лежачою не б'ють (Нар. тв.).

Безособові. Надворі почало сутеніти. У цей час унизу досить знайомо стрельнуло, машину рвонуло вбік. Сікло гострим дощем. (О. Гончар). Коли добре жити, то гарно й робити. (Нар. тв.).

Називні. Сухе надвечір'я (З газети). Океан чистоти й сяйва (О. Гончар).

222. Сонце вже схилилося на захід і не пекло вже так дошкульно, як раніше. Ясна смуга на воді все ширшає, більшає та довшає. Це місто любило легенди, жило ними півтори тисячі літ, народилося теж, власне, з легенди.

224. Ми (займ.) маємо (дієсл.) право (ім.) на (прийм.) сум (ім.) і (спол.) любов (ім.), на (прийм.) щастя (ім.), на (прийм.) сонце (ім.) і (спол.) трави (ім.). O і O, O, O і O (зміш. зв'язок).

Я дуже хочу, щоб в провулках дощ не йшов, а, як у Львові кажуть, падав... O, а O (спол. зв'язок). Земля зляглася, перепріла, перемліла, спарилася, прагнула роботи. O, O, O, O, O (безспол. зв'язок). Годилося б думати не тільки про роботу, а й про себе. O, а O (спол. зв'язок). Шалені мрії мої летять за обрій Землі і будять в серці твоїм гарячі хвилі. O і O (спол зв'язок). Хай буде сад, і дерево крислате, і кіт воркіт, і ще багато див. O, і O, і O, і O (спол. зв'язок).

227. I. 1. Несло то O, то O; вінок з O та O. 2. За сутінками O і O; день O, O; палахкотить на O і O. 3. Заповнена O, O, O, й O. 4. Ходив у O, O; ліси O, O. 5. Життя O, O і O; під спів O, O, O і O. 6. Бродить O і O; липень O, O, O; поскрипує O й O. 7. Люди O, O; люди O й O, о й O; нестимуть O й O.

II. У гаю на липах, березах, молодих дубочках сиділи дрозди, зяблики, граки, що наввипередки співали, торохтіли, передражнювали одне одного.

230. Працювали весело, швидко та завзято. Зима не лише морозна, але й сніжна. Співав як про роботу, так і про відпочинок. Говорив впевнено, але швидко. Купити овочі або фрукти. Не знає ні Олега, ні Ірини.

236. *Однорідні означення*: він, немитий, нерозчесаний; кущі лозняку — низькорослі, широкоспинні, округлі; густа, обважніла тиша.

Неоднорідні означення: вузька польова дорога, освітлений сонцем зелено-чорний ліс, в любисткових духмяних луках, кожного літнього вечора.

238. *Однорідні означення*: зніяковілий, розгублений хлопець; вічний, непереборний страх; очищена, безпечна вода; холодна, сира погода; згаслі, безсилі вогні; жовті, червоні троянди. *Неоднорідні означення*: знаний молодий поет, великий бузковий кущ. грізна громадянська війна, довгий літній день, збиткова виробнича діяльність, чиста морська вода, старший науковий співробітник, витоптана молода трава. *Яка важка робота — нічого не робити.*

241. Тепла липнева ніч пролітає садками, посадками, скиртами в полях. Абрикоса цвіте, промениста, натхненна, крислата... У Верхній Хортиці

стоїть і досі могутній запорізький дуб, про який існує чимало переказів і легенд. На луках зима вислала свої холодні білі полотна. Довга, затяжна волинська осінь (речення розпов., неокл., просте, односкл., назив., пошир., повне). Ріка була схожа на бурхливу, бунтівничу душу гір. Ясні, охоплені багрянцем гори стояли до самого небокраю.

242. **Земля не вибачає байдужості**

Для кожної людини слово «батьківщина» викликає різні почуття, але з часом кожен починає розуміти нерозривну єдність з рідною землею, на якій жили наші прадіди, на якій ми навчилися ходити і на якій будуть жити наші діти. З давніх-давен предки боронили рідну землю, берегли її, як найцінніший скарб. Рідна земля завжди була багатством, нею пишалися, її берегли.

На жаль, у наш час гостро постає екологічна проблема. Причиною цього стало намагання людини стати господарем природи, бажання повністю підкорити її, керувати її багатствами. Люди необдумано експлуатують природу, і вона не відповідає їм взаємністю. На жаль, знищуються ліси, забруднюється повітря, земля не встигає переробляти купу сміття, яку залишає людина по собі. А все це може призвести до екологічної катастрофи. Нам треба пам'ятати, що земля — наш спільний дім, за який відповідає кожен з нас.

244. Відбудовуються і споруджуються — часто на його кошт — церкви й монастирі (спол.). І не тільки у великих містах, а й у селах (спол.). За його гетьманування з'явилися численні школи й шпиталі, друкарні й бібліотеки (міш.). Учився і в Києво-Могилянській академії, і за кордоном (спол.). Був людиною глибоко набожною, кохався в мистецтві й літературі, сам писав вірші (міш.). Іван Мазепа — справді героїчна й одна з найзначніших постатей серед усього українського гетьманства, яка заслуговує на глибоку шану нащадків (спол.). І тільки сьогодні ми маємо змогу об'єктивно осмислити життя та боротьбу Івана Мазепи (спол.).

246. Я живу у світі любові до людей, до землі і квітів. Шаблі й набої, кайдани й пістолі хай гинуть у морі, мов смуток і біль. Люблю я осінні квіти, прощальну красу вечорів і сині оголені віти, і вітру холодного спів. Вогонь і вода добре служать, та погано панують. Оркестр шалів, погрожував, благав, журивсь і плакав скрипок голосами. Український транспортний літак «Руслан» має вантажні люки як у носовій частині, так і у хвостовій.



248. Ті пісні мене найперше вчили поважати труд людський і піт, шанувать Вітчизну мою милу, бо вона одна на цілий світ. Шумить і хвилюється Київ, і сонце сміється з висот. На синіх долонях вечора темним смутком горбатився старий вітряк і в благанні простягав змерзлі руки чи до неба, чи до людей. А літа пливуть за ними, пливуть собі стиха, забирають за собою і добро, і лихо. Все у ній сіяє: слава і походи, свист клинків у полі і набоїв спів. Озеро Світязь живиться не тільки атмосферними, а й підземними водами. На словах і так і сяк, а в ділі ніяк.

249. Не тільки клен, а й горобина мають міцну деревину з красивим малюнком (спол. зв'язок). У гідропарку діти не лише відпочивали біля річки, а й каталися на каруселях (спол. зв'язок). Різьбярі з усіх порід найбільше люблять липу за легку й м'яку деревину (спол. зв'язок). Пильнував дід свій город удень і вночі (спол. зв'язок).

250. Він не стільки забився об стіл, як стривожився. Хата хоч старенька, зате чепурна, біла — видно, біля неї ходили хазяйські руки. Митець думає не тільки розумом, а й серцем. І хоч болить, але не черствіє душа.

251. 1. І калина, і тополя, і золотий туман, і веселка над селом завжди стрічають мене з далекої дороги. 2. Калина і тополя, золотий туман і веселка над селом завжди стрічають мене з далекої дороги. 3. Не тільки калина і тополя, але золотий туман і веселка над селом завжди стрічають мене з далекої дороги.

254. Прямо над нашою хатою пролітають лебеді. Вони летять нижче розпатланих, обвислих хмар і струшують на землю бентежні звуки далеких дзвонів. Дід говорить, що так співають лебедині крила. Я придивляюсь до їхнього маяння, прислухаюсь до їхнього співу, і мені теж хочеться полетіти за лебедями, тому й підіймаю руки, наче крила. І радість, і смуток, і срібний передзвін огортають та й огортають мене своїм снуванням.

Я стаю ніби меншим, а навколо більшає, росте і міниться увесь світ: і загачене білими хмарами небо, і udноногі скрипучі журавлі, що ніколи не полетять, і полатані веселим зеленим мохом стріхи, і блакитна діброва під селом, і туманцем підволохачена земля, що пробилася з-під снігу. І цей увесь світ тріпоче-міниться в моїх очах і віддаляє та й віддаляє лебедів.

255. І. Він подумав не зовсім так, але відчув, що його думка останнім часом мовби кудись посувається, набирає інших обмірів і обмірює вже не тільки тонни збіжжя і гектари посівів, а й ще щось. Село гойдалося поміж ніччю і днем: то поринало в чорну імлу, то підводилося з неї, підбадьорювало себе скрипом журавлів, цоканням сокир, неголосними перемовками. Рвучкий вітер бушував над лісом, і дерева то гули грізно і тривожно, то шуміли тихо і приємно. На ставку купались гуси, били крилами об воду, то сварились, то кричали голосним веселим криком.

ІІ. Посувається [посува́йец':а].

257. Майдани, парки, вулиці, мости, напнуті над трамваями дроти, розсипані у просторі вогні — усе немовби в летаргійнім сні.

О, О, О, О, О, О — УС.

Ні спека дня, ні бурі, ні морози — ніщо не вб'є любов мою живу.

Ні О, ні О, ні О — УС.

Бачиш, скільки в степу живих друзів: і жайворонок, і орел, і чорногуз, і ящірка, дикі бджоли, ховрашок... УС: і О, і О, і О, і О, О, О...

Усе в чеканні: спілі краплі рос, земля і місяць, вишні і тополі, і тиша в тиші, і тумани в полі... УС: О, О і О, О і О, і О, і О...

На конференцію запросили представників різних професій, як-от: юристів, учителів, економістів, лікарів. УС, як-от: О, О, О, О.

Усюди: і на вулицях, і круг стадіону, і обабіч дороги — росли молоді осокори. УС: і О, і О, і О — ...

260. Нічим я не надихався іще: ні веснами, ні тихим падолистом. Луки, гори, пишні сади — все зелене й принишкле. На початку березня снігу, вважай, немає вже ніде: ні в полі, ні на городах. Та всі голоси: і зяблика, і вівсянки, і зеленушки, і навіть одуда — заглушувало кування зозулі. Берези, кущі ліщини, трава — вони теж були сповнені тієї радості.

Багато українських міст славляться своїми театрами, наприклад: Київ і Одеса, Львів і Харків. Рослинний світ забезпечує людину різноманітними ресурсами: продовольчими, лікувальними, промисловими.

261. Ранок теж був тихий і безвітряний і обіцяв сонячний, жаркий день. І барвінком, і рутою, і рястом квітчає весна землю, мов дівчину в зеленому гаї...

Народ наш вистояв у тих битвах, і живе, і гомонить з другого кореня нове пагіння... Є три службові частини мови, як-от: прийменники, сполучники, частки.

263. 1. Українські авіаконструктори створили різні типи літаків, а саме: транспортні, пасажирські, спеціального призначення.

2. У парку можна побачити все: і кам'яні гроти, і дзеркальні ставки, і фрагменти лісу.

3. Мати дала нам усе: і сонце, і долю. Велика галявина поросла різними рослинами: папороттю, конваліями, деревієм.

264. Усе довкола лиш для нас с тобою: ці сині квіти, ця пахка земля. Вода в озері Світязь і надзвичайно м'яка, і така прозора, що навіть на глибині 8 метрів видно дно. Корисні копалини мають велике значення не тільки для енергетики чи металургії, а й для лікування. Відомий лікар-мікробіолог Данило Заболотний був високоосвіченою людиною, любив книжки, живопис, театр, писав вірші рідною мовою.

265. Усе тут радує зір: рівні, стрункі берізки, не понівечені любителями березового соку, гінкі бурштинові сосни, що, мов корабельні щогли, сурмлять у сизу небовінь. Я полюбив усе, що суще: і ліс, і хмиз, і хвилі плин, і звірів таємниці в пущі, і комашину, і полин. Усе: і небо, і перемелене на труху в глибоких коліях дороги сіно, і вогкий гнилуватий повів ріки, і тривожний крик птиці, і невисока росиста отава — сповіщало, що літо вже здає ключі сумовитій осені. Всяке птаство, як-от: деркачів, перепілок, куликів, курочок — можна було викосити косою в траві або впіймати.

266. На вулиці була чудова погода: морозна, сонячна, сніжна. Дерева, кущі, земля — усе було засипане снігом. На вулиці усе було біле: будинки, дерева, доріжки — усе зачаровувало красою.

268. І. *Тема.* Історія народів Північного Причорномор'я. *Мікротеми.* Північне Причорномор'я. Кіммерійці. Скіфи. Причорноморські греки. Утворення Київської Русі.

ІІ. 4. Тут, на широких просторах, північніше від Чорного моря утворилася перша українська (неоднор. озн.) держава Київська Русь. Ученим доводиться реставрувати її, спираючись на свідчення античних авторів та на різні археологічні (неоднор. озн.) пам'ятки.

5. Багато століть тому вони жили (дієсл.) тут, а потім щезли (дієсл.) з історичної арени, розпорошилися (дієсл.) серед інших племен і народів (ім.).

6. О, О і О. А побут, звичаї та культура варварів, як називали греки чужинців, впливали, у свою чергу, на причорноморських греків.

270. Доброчинство вимірюється не величиною, а доброю волею. *Речення розп., неокл., просте, пошир., двоскл., повне, ускладн. однор. обстав.* не величиною, а волею, *вираж. ім., протист. віднош., стос. сл.* вимірюється.

Наближення зими у всьому серце чує: і в шелесті листків, і в вітрі, і в стежках. У них є все: пшениця, хутро, вовна, і риба, й мед, і добрі

води рік. Я полем ішов, і зеленим узліссям, і лугом. Ниви то котились поволі в долину, то підіймались на високі горби. Світає.. Все спить ще: і небо, і зорі безсилі...

271. І. Леся Українка була не лише геніальною поетесою, але й великим знавцем і невтомним збирачем скарбів народної мудрості. Від Батьківщини — клич, і звага, і рання сила, й доля пізня. Човен то здіймався високо, то спускався низько, м'яко і лагідно перебираючись з хвилі на хвилю. Воно, звичайно, гостеві негоже в Парижі думать про свої міста, про Лохвицю, про Миргород, про Сквиру, про Голосіївський веселий гай. Спогад про світлий, радісний сніг білим серпанком на пам'ять ліг. (Речення розп., неокл., просте, пошир., двоскл., повне, ускл. однор. означ. *світлий, радісний*, вираж. прикм., одночас. віднош., стос. сл. *сніг*). Нові винаходи й відкриття, нові препарати й поняття — усе це породжує і нові слова.

II. Світлий — світліший, більш світлий, найсвітліший, найбільш світлий.

272. Підприємство запрошує на роботу жителів міста: бухгалтерів, водіїв. Автотранспортне підприємство займається перевезенням пасажирів. На зустріч з письменником прийшли його шанувальники та інші люди. У шкільний буфет завезли сьогодні напої та тістечка. Циркачі виступали як на маленьких відкритих площадках, так і у великих залах. Усі вірили в перемогу українських спортсменів. З дитинства він демонстрував неабиякі здібності у спорті. Батькам забороняється лишати вдома без нагляду маленьких дітей і дозволяти їм гратися сірниками. На святі вітали людей наукової праці. Сім'я з чотирьох чоловік шукає тимчасове житло.

273. II. Шерсть видри не намокає у воді й утримує повітря (спол. зв.). Через це під водою звір здається не бурим, а сріблястим (спол. зв.). Спробуйте, майже не висовуючи голови з води, бачити, чути, уловлювати запахи (безспол. зв.) — не вийде, а у видри й це виходить. Виявляється, у неї вуха, очі й ніздрі (міш. зв.) розміщені на самому вершечку голови. Трошечки висунувши голову з води, вона все помічає навкруги і при цьому залишається (спол. зв.) непомітною і для ворогів, і для здобичі (спол. зв.). З однією такою «водяною твариною», правда казковою, ви вже, мабуть, знайомі — це гідра, багатоголовий водяний (безспол. зв.) змій, з яким бився хоробрий і могутній (спол. зв.) Геракл.

278. Через тумани лихі, через великеє горе ти світиш мені, моя зоре. І ти, людино, в себе у ногах побачиш постать гордої природи. Грай, моя пісне, як вітер сей грає. Линьте ж, дні, котіться, весни, до мети. Шуми, вітре, шуми, буйний, на ліси, на гори... Спи, мій малесенький, поки є час. Скажи, Україно, скажи, моя мила, звідки могутність незламна твоя? Кораблі! Шикуйтесь до походу! Мрійництво! Жаго моя! Живи! В океані рідного народу відкривай духовні острови.

281. 1. Дніпро розділяє Україну на Лівобережну та Правобережну. Дніпре, прославляй Україну! 2. Однокласники гуляли в парку. Однокласники, ходімо танцювати. 3. Рідна земля і в жменьці мила. Рідна земле, завжди буду пам'ятати тебе! 4. Галина Іванівна підійшла до школи. Галино Іванівно, дозвольте вийти.

283. І. Добридень, квітне, повелитель квіту. Заходь в мій сад — він жде тебе завжди. Здрастуй, пташечко маленька, звідкіля ти, звідкіля? Понеси мене на крилах, радосте моя, де на пагорбах і схилах сонця течія.

Скажи, брате, кобзареві: хай собі співає! Бо кобзаря на Вкраїні народ поважає. Молодієш, Києве, хоч старий віками. Нехай живе поезія, мій друже! Не шуми ти, і не гасніть, далі! Ти припав, мій сину, до лиця мудрої кринички польової.

II. Радість — радосте, Київ — Києве, друг — друже, луг — луже. (*Луже* — авторське, словникове Кл. в. — *лугу*).

284. Зеленійте, доли і лужечки, і, орли, здіймайтесь ув імлі, розливайтесь, круті бережечки, по вкраїнській молодій землі!

285. *Реч. із непошир. зверт..* Дай мені, земле, від своєї любові хліба, і рясту, й зеленої крові... «Вороне, ти живий?» — почувся голос.

Реч. із пошир. зверт.. Зашуми весною, зелен луже, теплий вітре, шелести в гіллі! «Знаєш, люба племінничко,— мовила нарешті Сніжана, — ходімо погуляємо!» О краю мій, в ті грізні зими завжди з тобою ми були. Мій отчий, незабутній доме, зі мною скрізь твоє тепло. Земле рідна! Мозок мій світліє і душа ніжнішою стає... Старі дуби, спасибі вам за осінь, за відлітання радості і птиць.

286. Прощай, синє море моє, безкрає, просторе. Прощай, мій зошите! Спасибі тобі, друже, що ти думок моїх не відцурався. Тобі, кохана, й пролісків не треба. Вони цвітуть під віями у тебе. Краю мій, колиско пісні й танцю! На колись згорьованій землі вже гуцули, бойки, наддністрянці — свого щастя вдатні ковалі. Журавлина пісне, кетяже калини, пломеніть вам вічно в серці України. Красо України, Поділля! Розкинулось мило, недбало!

288. I. Ні сіло ні впало: «Дай, мамо, сало!» Хапай, Петре, поки тепле. Скачи, Данило, хоч тобі не мило. Не тратьте, куме, сили, спускайтеся на дно. Заплач, Матвійку, дам тобі копійку. Хоч нічого не виходить, а ти, Марку, грай. Грай, грай, глечику, а підеш без вушка. Ой піч моя, піч! Коли б я на тобі, а ти на коні, славний козак був би з мене.

II. 1. Мила моя, люба моя, сонця ясен цвіт (пісня, авт. Володимир Івасюк). 2. «Не спи, моя рідна земля! Прокинься, моя Україно!», «Знай, моя мила, знай, моя кохана — душу зігріє любов, пізно чи рано» (з пісень гурту «Мандри», авт. Сергій Фоменко). «Ой ти, дівчино, з горіха зерня, чом твоє серденько — колюче терня?», «Ой ти, дівчино, ясная зоре! Ти мої радощі, ти моє горе!» (Іван Франко).

289. **Моя мила Україно, розвивайся і зростай!**

Україна — моя Батьківщина. Вона має велику історію. Я дуже пишаюся рідною країною. Ми повинні дбати про її землі, про добробут людей, зберігати свою історію та культуру. Тільки дбаючи про рідну Україну, ми можемо досягти економічного та соціального розвитку в державі. Тож, розвивайся і зростай, моя Україно!

291. Сподіваюся (упевн.), далебі (невпевн.), скажімо (джерело повідомл.), однак (зв'язок думок), отже (зв'язок думок), на жаль (жаль).

293. Може, я міг би вам допомогти? — довірливо запитав незнайомий. Генерал, видно, був чимось невдоволений.

295. Того, можливо, не знайду я слова, щоб наш прекрасний оспівати світ. До речі, можу підказати, де зараз дістати прекрасних достиглих черешень. І я виходжу в гомін трав і припадаю до сліда, бо, значить, хтось мене чекав, а, може, й зараз вигляда. За східним звичаєм, гості не сміють відмовлятися від дарунків, бо то була б господарям образа. Їй-богу, ніби вперше Київ побачила. Пізнати й оцінити Довженка один

чоловік, мабуть, не в змозі. Нащо, бачте, згадувать, що давно минуло. Полювання, як ви потім побачите, потребує багато часу.

297. Гори, здавалося, стояли тут поруч. Перебування в Києві, уяви собі, багато дало мені для п'єси. Чим більше темніло, тим вітер, здавалось, дужчав. На щастя, її запросила до себе на село наша старша тітка. Звикне, кажуть, собака за возом бігати, то й за саньми побіжить. Відступати нам, по-перше, пізно, і, по-друге, немає підстав. Кажуть, люди жили там табунами, спали покотом в млі печер... Старенька груша дихає на пальці, їй, певно, сняться повні жмені груш.

298. **Українець, який здивував світ**

У когорті відомих українців чільне місце, безперечно, посідає Микола Сядристий, роботи якого об'їхали цілий світ.

Майстра здебільшого цікавлять природні матеріали: метали, мінерали, насіння трав і дерев. За словами умільця, будь-яка насінина, по-перше, є дуже гарною від природи, по-друге, довговічною.

З половини макової зернини, як це не дивно, маестро примудрився зробити чудове гніздечко для трьох золотих пташенят, а зі шматочка вишневої кісточки — портрет-барельєф Соломії Крушельницької.

Деякі його твори такі дрібні, що можуть загубитися серед порошинок. Наприклад найменший у світі годинник, якого Сядристий уставив замість ока золотій бабці. Складається цей годинник, уявіть, зі ста тридцяти деталей. А золотий сервіз на цукровій піщинці навіть не можна покласти на хустинку, бо кавничок і бокальчики проваляться крізь волокна тканини.

299. **Тополя в небо руки підійма**

Настала весна. Мабуть, це одна з найпрекрасніших пор року. Як бачимо, починають розпускатися дерева. Тополя стоїть, ніби свічка, підіймає вгору свої руки. На диво, вона швидко вкрилася зеленим листям і зачаровує людей своєю красою. Мабуть, весна розбудила і в ній найкращі почуття.

301. II. Завжди у своєму селі (а також у лузі, в полях) приглядався до лелек. Речення розп., неокл., просте, односкл., неозн.-ос., пошир., повне, ускл. вставленою конструкцією).

302. Прийде, може, Денис, хоч би він зостався живий, та й розкаже вдома про Романа. Це не тому, що він не надіявся на своїх хлопців, знав він їх давно і вірив їм, як самому собі. Він ще довго не міг заспокоїтися, нарешті вирішив іти шукати Корнійчука з Василевською — вони в цей час теж були в Харкові. Стара княгиня Варвара Олексіївна (їй тоді вже було 65 років) майже зовсім осліпла і рідко з'являлася в салоні. Опукою згори, аж вітром зашуміло, орел ушкварив на ягня. До речі, наш мовник дав мені й чисто українське ім'я «Олесь» — доти я звався просто Сашком.

303. У затінках попід гінкою ліщиною (там щоосені рибалки вудилища ріжуть) прозоро зелені шпичаки конвалій, кропива з-під торішнього листя пнеться. Відцвів воронець, облетіли на вітрах маки польові — рано зацвітають і швидко гаснуть — зате літо смагляве вже виглядає із-за кучугур. Дід, звали його Макаром Семеновичем, був у піднесеному настрої. Вутанька (працювала в риболовецькій бригаді) цієї ночі була біля моря і про те, що скоїлося, нічого не знала. Свято

садіння столітнього дерева, учні його називають дубом, у школі стало традицією.

Заспокоїтися [заспоко́йітис'а], Олексіївна [олекс'і́йівна].

305. Ліс — скарбниця нашої країни. Це потужний природний ресурс. Ліс дає господарству тисячі видів цінної сировини. Не даремно ліси вважають головним природним багатством України. Крім того, у лісах знаходяться величезні запаси, які можна використовувати для харчування і промислової переробки. По-перше, це плодово-ягідні рослини: горіхи, чорниці, суниці, ожина тощо. По-друге, хвойні ліси — джерело живиці, скипидару, смоли, що використовуються в промисловості. По-третє, ліси захищають людину від шуму: листя і хвоя поглинають звукові хвилі, що сприяє подоланню психологічного навантаження на людину. Особливу роль виконують ліси для оздоровлення людей. Отже, дійсно, ліс — найголовніше багатство нашої Батьківщини.

306. А може, в цьому є і кожного з нас провина? Вирушаючи до лісу, не всі пам'ятають, наприклад, таке священне правило: корінець боровика ні за яких обставин не можна виривати, а лише підрізати. Такі не вельми втішні приклади, на жаль, трапляються. Звісно, з нашої байдужості, нашої, м'яко кажучи, неосвіченості, нехлюйського ставлення до природи. А між іншим, культура людини складається з багатьох чинників, серед яких осібне місце займає наше ставлення до природи.

307. Повій, вітерець грайливий, розваж мене сумну, від серця і до серця напни струну (ускл. зверт. та однор. чл. реч., односкл., означ.-особ.). Обожнювання дуба, очевидно, зумовлено його довговічністю, надзвичайною міцністю деревини (ускл. вст. сл. та однор. чл. реч.). Це, мабуть, очікуючи весну, гомонить душа лісу (речення розпов., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. вст. сл. та дієприсл. зворотом). Я прощаюся нині з тобою, рідна хато моя, назавжди (речення розпов., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. зверт.). Найбільше ми, мабуть, любимо лелек, тому що вони символізують любов до рідної землі, рідного дому (ускл. вст. сл. та однор. чл. реч.). І в свята гомінкі, і в дні робочі ми думаємо, правнуки, про вас (ускл. зверт. та однор. чл. реч.). Скажи мені, порадннице-сопілко: «Чи трутні ми, а чи сліпі орли?!» (односкл., означ.-особ., ускл. зверт. та однор. чл. реч.). В поле виходжу і, здається, бачу і цвіт очей, і посмішку гарячу (односкл., означ.-особ., ускл. вст. сл. та однор. чл. реч.).

311. Море спить. Точнісінько, як людина. Високо здіймаючи груди, схропує сонно, ліниво. Так здається: тільки стань біля нього, крикни на всю горлянку, і воно в одну мить прокинеться. Але то тільки так здається... Коли море, заколисане невимовною красою, спить — уже ніяка сила його не розбудить. Ліниво похлюпує об камінь хвильками, полощеться, тихе, сонне, розніжене.

Море — частина океану, відділена від нього півостровами, островами чи іншими природними утвореннями. Воно відрізняється від океану особливостями води, течіями, організмами. Залежно від положення відносно материка, моря бувають внутрішніми й окраїнними. Внутрішніми називають моря, які заглиблені в материк. Моря, розміщені на окраїнах материків, називають окраїнними.

312. Славко (ім.) лежав (дієсл.) на (прийм.) вигрітій (дієприкм.) сонцем (ім.) траві (ім.) і (спол.), спершись (дієприсл.) на (прийм.) лікті (ім.),

байдуже (присл.) дивився (дієсл.) в (прийм.) чисте (прикм.) поле (ім.). Причаїлися (дієсл.) гори (ім.), заворожені (дієприкм.) красою (ім.) ніколи (займ.) не (част.) бачених (дієприкм.) степів (ім.). На світ пробивалося цупке зелене листя, не змучене холодом, не скалічене морозом. У печі, розмальованій по комині густою синькою, топилося. Спасибі вам, добрі люди! За щедрість хочемо віддячити, відкривши вам одну таємницю.

313. Коли ми піднялися в гори, раптово пішов сніг. Коли Олена сиділа в парку, до неї підійшла подруга із собакою. Нам потрібна людина, яка знає проблеми всієї галузі. З вишки можуть стрибати спортсмени-початківці.

314. Фільм, знятий відомим кінорежисером у минулому році в Англії, здобув премію «Оскар». Осіння берізка, підволочена вранці сонцем, обтрушувала холодну росу. Осяяний сонцем, перед нами розкрився зовсім інший світ. Не знаючи броду, не лізь у воду. Вони стали на поріг, шукаючи очима дівчину. Крутячи старий коловорот і в криницю нахиливши лиця, опускали цинкове відро.

320. Вона прийшла, заквітчана і мила, і руки лагідно до мене простягла. На сто думок замислена, Полтава вербові гриви хилить до води. Сади, омиті музикою згадок, ковтають пил міжселищних доріг. Тут ніжна осінь, мрійна та м'яка, на кольори багата, розмаїта. Веде нас мрія, ніжна й строга, і підросли малі сини. Широкою, вкритою туманом, долиною верталися додому. Зморений страхом, безсонням і холодом, Олег заснув. Ті слова, сміливі і пекучі, здіймали в голові рої думок.

Дорога — доріг, осінь — осені, кольори — колір, підросли — зріст, пекучі — пік, рої — рій.

321. У головній залі на Софійку хлюпнула мелодія, хвилююча, легка. Славко лежав на траві, вигрітій сонцем. Чоловік, сивий, статечний, найшанованіший у громаді, благословляв чумаків перед нелегкою дорогою. Гори, ясні, охоплені багрянцем, стояли до самого небокраю. Трамвайні вагончики, вузькі, низенькі, скригикають, похитують нас, колесують ранковою вулицею.

324. 1) Сам, лагідний, сумирний, він давно не міг зрозуміти, від чого все те лихе. Наснились сині проліски мені, і я, щаслива, плакала вві сні.
2) Все місто спить, суворе, мовчазне. Оточена зеленим шумовинням, в кущах розлогих дикої тернини. стоїть похила хата лісникова.
3) Ген килим, витканий із птиць, летить над морем. Стоїть старе гетьманське місто Глухів, позбавлене і слави, і краси.

327. Унікальну історію має місто Львів, засноване в XIII столітті королем Данилом Галицьким. Тепер мешканці села очікують автобус на зупинці, збудованій на кошти громади. Трави, вмиті рясним дощем, заясніли на галявині. Яблуня, посаджена біля городу, зацвіла й цієї весни.

328. А ліс, як дрейфуюча шхуна, скрипів, у льоди закутий. Подвір'я дрімає, сонне й порожнє. Смутний і виснажений, став він підніматися на гору вузькою вулицею, запорошеною кам'яним вугіллям. Одягнений у хвою, шумить дрімучий, темний бір. Прикмета червня — найкоротша темна ніч, замріяна, казково-загадкова. Непорушно стоять дерева, загорнені в сутінь, рясно вкриті краплистою росою.

329. У (прийм.) глибоких (прикм.) долинах, (ім.) зелених (прикм.) від (прийм.) винограду (ім.) і (спол.) повних (прикм.) сизої (прикм.) мли

(ім.), тіснились (дієсл.) кам'яні (прикм.) громади (ім.), рожеві (прикм.) од (прийм.) вечірнього (прикм.) сонця (ім.). Ти, як земля, напоєна дощем, де грають зблиски сонця, мов намисто. Незвична музика, біла, безголоса, живе, тремтить, біліє на одній ноті. Олеся йде сама дорогою, легка, витончена, пручка. І всі хати білі, чисті, святкові, для щасливого літа вони білились і зараз змагалися в красі.

330. На березі моря, синього, чаруючого, приємного ,можна сидіти годинами. Хвилі, підіймаючись все вище, становили небезпеку для людей. Медузи, червоні, фіолетові, сині, світилися біля берега. Відпочиваючі, зачаровані величчю моря, не помітили, як сіло сонце. Теплий пісок, нагрітий за день. не встигав охолонути вночі.

334. Як художник він змалював щойно відкриті острови, щойно описані береги. Під десятками Шевченкових акварелей та віршів того періоду стоїть назва «Кос-Арал». Завдяки Амудар'ї та Сирдар'ї, потужним, повноводним річкам, його вода була майже прісною. З них більш-менш живою залишається лише «казахстанська» водойма, так званий Малий Арал.

336. Тут я щастя своє, нерозумна зозуля, у гніздечко поклала чуже. Троє їх — пастушків. У літописців є найстрашніша зброя — замовчування. У X — XI ст. для Русі особливу небезпеку становили степові кочівники — печеніги й половці. Гей, був на Січі старий козак, на прізвище Чалий. А он старе Монастирище — колись козацьке село. І знову степ, як щедрий вулик, і сяє золото хлібів. Дюймовочка в листочку капустяному, я у житті із вічності пливу.

337. Історія міста Коломиї, культурного осередку Прикарпаття, сягає глибини тисячоліть. У Коломиї можна відвідати музей писанкового розпису — один із найоригінальніших етнографічних центрів України. Перлиною природного фонду Харківщини є ріка Сіверський Донець — найбільша правобережна притока Дону. Північно-західну частину Волині прикрашає озеро Світязь — найглибше й найбільше озеро в Україні. На Приморському бульварі гості Одеси фотографуються біля пам'ятника Дюку де Рішельє, людини, яка збудувала Одесу. Хрещатик зустрічав гостей цвітом каштанів, гордості київських весен.

339. Фонетика, тобто вчення про звуки мови, вивчається в мовознавстві. Ягуар, або американський тигр, є у нашому зоопарку. Острів, чи частина суші, оточена водою, зазвичай має унікальну флору і фауну. Вальдшнеп, тобто лісовий кулик, — герой твору Остапа Вишні. Міфологія, чи фантастичне уявлення про світ, цікава для дітей.



342. Україна, футбольна країна, 2012 року приймала чемпіонат Європи з футболу. Вона, студентка-другокурсниця, завжди говорить тільки правду. Слони, величезні тварини, є національним символом Королівства Таїланд. Із сивої давнини Дніпро, велична ріка, котить хвилі, єднаючи минуле із сучасним. Тихими вечорами люблю дивитися на зорі — яскраві світила.

343. У південних степах утворилися солончаки — неродючі солоні ґрунти. Подільську височину перетинають Товтри, лінійно витягнуті пасма з плоскими вершинами. Більшість родовищ корисних копалин нашої держави пов'язана з унікальною за формуванням структурою — Українським щитом.

344. Спитають вони, що ви думали вчора, батьки? Для мене особисто Житомир — місто моєї душі. Благословенні ви, вітрила лазурові, життя і юності, жадоби і любові. Іван Дробот, молодий танкіст з надзвичайно приємним і скромним лицем, хвилювався. Найменша дочка його, Соломія, студентка сільськогосподарського інституту, підвівши голову, пильно оглядала обсипану плодами яблуню.

348. За своє військове життя Іван Сірко брав участь у п'ятдесяти п'яти битвах і переміг, за винятком однієї, де зазнав поразки. Школярі успішно склали екзамен з української мови, крім учнів одинадцятих класів. Цього року рясно вродили всі плодові дерева, особливо вишні.

349. Хто, окрім тебе, любий, допоможе схололу душу нині пробудить? А я не знаю нічого ніжнішого, окрім берези. Ця несподівана зустріч зворушила всіх, особливо дітей. Там, замість житечка, в теплеє літечко терен розцвів. У хліві, крім ластів'ячого гнізда, під кроквою нічого не було. А тепер, замість крила парусника, Тоня й Віталій бачать вдалині, посеред затоки, темну непорушну гору якусь. За винятком баби Оришки, Чіпка нікого не любив.

353. Усі діти прийшли на виставку, за винятком Марійки Богуславської, яка захворіла й залишилась вдома. День виявився дощовим, всупереч обіцянкам Інтернету. На планшет вдалося завантажити багато файлів, крім одного пошкодженого. Чоловік минув чагарник і побачив глибокий яр, замість очікуваної знайомої рівнини.

358. II. Пропливаючи повітряними коридорами, прислухавшись, іноді видаючи при цьому звуки, зближуючись, ніби видавлюючи наявне між ними повітря, повільно вигинаючи крила.

361. Уранці, прокинувшись, ми побігли до озера вмитися. Кінь, відпочивши, бадьоро вистукував копитами по лункій дорозі. Над висотою ракети хотіли сягнути неба і, знесилившись, гнулися і вмирали, розсипаючись холодним сяйвом.

363. Стомившись, день схилився на плечі. Спізнавши мову, плакали німії, і раб стрічав надію в безнадії. Горобці, ганяючись один за одним, шугали в гіллі й оббивали крильцями листя. Славко лежав на вигрітій сонцем траві і, спершись на лікті, байдуже дивився в чисте поле. Усяка пташечка, радіючи, співала. Сікач, незважаючи на свою чималу вагу і короткі ноги, дуже швидко бігає. Вона не звикла сидіти склавши руки. Не взявшись до сокири, не зробиш хату.

364. 1. Коли ми додивились цікавий фільм, настав вечір. 2. Зал уважно слухав виконавця, що виступав на концерті. 5. Коли ми вийшли з машини, несподівано пішов дощ. 7. Коли ми під'їжджали до лісу, з нього несподівано вискочив вовк.

365. Батько провів нас і взявся до роботи. — Батько, провівши нас, взявся до роботи. Марійка поговорила по телефону й поклала трубку. — Марійка, поговоривши по телефону, поклала трубку. Вони зрозуміли один одного, хоча не промовили жодного слова. — Вони зрозуміли один одного, не промовивши жодного слова. Я не братиму участі в дискусії, якщо не знаю проблеми. — Я не братиму участі в дискусії, не знаючи проблеми. Женя здивується, коли дочитає повість до кінця. — Женя здивується, дочитавши повість до кінця.

366. Незважаючи на (прийм.) пізню (прикм.) годину (ім.), транспорт ходив добре. Починаючи (дієприсл.) з (прийм.) квітня (ім.), учні готувалися

до іспитів. Відповідно до (прийм.) наказу (ім.), менеджера Іванова було звільнено.

368. Вже вечір в спину дневі дише, заливши фіолетом даль. Привівши конягу в ліс, я думав ще назбирати грибів, але, допавшись до книги, забувся і про гриби, і про конягу, і про ліс. Климко повернувся до куреня, узяв плащ-палатку і, зціпивши од напруги зуби, одірвав од неї чималий клапоть. Троянці, в човни посідавши і швидко їх поодпихавши, по вітру гарно попливли. Гойдаючись, тіні в годині вечірній з промінням сріблястим свавільно злились і, хвильку побувши в дружбі невірній, безжурно і легко навік розз'ялись. Верби, схилившись над Дінцем, розчісують коси зелені. Незважаючи на лютий холод, Шовкуна все більше хилило на сон.

369. Дівчина стояла, нахилившись над щойно зв'язаним снопом і показуючи серпом перед собою, пильно дивилася на колосся і, усміхаючись, стежила, як те колосся колисалося, гойдалося, наче танцюючи, наче востаннє ведучи свій танець на лоні матері природи. Захоплена якимось дивним почуттям, дівчина защебетала коломийку і пішла кружляти, танцювати, не звертаючи уваги на колючу стерню. Інші женці, заворожені грою невидимої музики, покидали роботу і теж пустилися в танець.

373. На тім боці затоки, під самим городом, юрмилося на льоду багато люду. І жаль мені, малому, стало того сірому, сироту.

376. Там, на зеленій лавці, обкладеній дерниною, сперши голову на руки, сидить білява панночка (3 відокр. чл.).

377. Там, десь за річкою, шумить ліс. Вони прокинулися вранці, до схід сонця. Так, один за одним, ми рушили з місця. Перед уроком, несподівано, вчитель оголосив про контрольну.

378. Усі учні класу, навіть Петро, склали екзамени. Треба звернути увагу на всі досягнення, головним чином перемоги в олімпіадах. Учні гімназії, у тому числі наймолодші, виступили на концерті перед батьками. Школярі, зокрема дівчата, люблять цукерки.

379. Там, межи високими вербами, дзюрчить струмочок, і за струмком, помежи (прийм.) кущами, гадюкою в'ється на Шевченкову (прикм.) гору стежка (ім.). Сонця на землі не було, але вгорі (присл.), у небі, жайворонки були вже (присл.) золотими. Внизу (присл.), десь під самими вікнами, почувся гомін чужих голосів. Їхали довго, понад десять діб... На околиці села, біля самого байраку, живе Йосип Вихор. Хлопець досить успішно склав екзамени з усіх предметів, у тому числі з української мови. Тоді ми річку перейшли, вузьку й зарослу, ледве видну.

382. Попереду, за річкою (відокр. уточ. чл. реч.), танули ліси, що тяглися звідси і вгору, понад Ворсклою (відокр. уточ. чл. реч.), і вниз, до Дніпра (відокр. уточ. чл. реч.). Річки, схованої в берегах (відокр. означ., дієприкм. зворот), ще не видно було, але вона вже відчувалася по свіжості й прохолоді, якою потягло від неї. Ліс, наблизившись (відокр. обст., одиничн. дієприсл.), перетворився із синього на зелений. Його соковиті хащі, прокидаючись (відокр. обст., одиничн. дієприсл.), повнилися пташиним тисячоголосим гомоном, особливо солов'їними трелями (відокр. додат.). Зелений світ, умитий росами (відокр. означ., дієприкм. зворот), лящав, висвистував, видзвонював, лунко переливався щедрою

розмаїтістю акордів, ладів і тонів. Птаство, радіючи весні (відокр. обст.), творило музику краси дивовижної: солов'ї аж заходились, зозулі кували, торкаючи дзьобиками чарівні клавіші неба (відокр. обст.). Схід усе ясніше розцвітався рожевим, світла більшало, невтомна пташина музика, напливаючи із зелених глибин (відокр. обст.), мовби привертала веснянку.

383. Після зборів велика група учнів, галаслива й радісна, вийшла на вулицю. Там, за горами, давно вже сяє сонце. Сашко, усміхаючись, дивився на хлопців. Великий пароплав, освітлений вогнями, до пристані підходив.

384. Там, на горі, біла хата із бабиного літа. Місяць, закоханий в ніч чарівну, сяє щасливий і світить. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. однор. присудками та відокр. означ.). Неподалік, за верболозом, біля мольберта стояв молодий довговолосий чоловік. Трава росте під стопами у нас, підступно-тихо викрадає простір і, непомітно взеленивши час, підносить вгору свої пера гострі... Світлою порошею курить Чумацький Шлях — шлях твоїх пращурів... (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. відокр. прикладкою). У сірих очах, замість холоду й суворості, з'явився вираз лагідності й тихої задуми.

385. Ми всі із хліба виростали, сину, із праці себто — чуда із чудес. Зате яка радість була, коли, зробивши три круги над хатою, бусол м'яко спускався на клуню і, гордо одкинувши навзнак довгу шию, весело клекотав, оповіщаючи про своє щасливе повернення. А, може, завтра ти пройдеш ось тут, де вітер пелюстки колише. Пригинаючи аж до землі невеликі дерева на узліссі, вітер нарешті виривався в полі і, не зустрічаючи на своєму шляху перешкод, вихором нісся до горизонту. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. однор. присудками та відокр. обставинами.) У глибоких долинах, зелених від винограду і повних сизої імли, тіснились кам'яні громади, рожеві од вечірнього сонця або синіючі густим бором. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. однор. відокр. означеннями). Над луками, залитими квітневою повінню, холонув оранжевий вечір, зануривши в мілкі прибережки далеке полум'я хмар.

388. Бистра вода, світ широкий, зайдемо в воду, попросим щиро, заграє нам.

391. Улітку в спраглому небі гойдається вітер одвічних лип. Золоте свічадо розливає теплі ноти дня. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне). І ранній місяць, свіжий і дворогий, над головою в тебе зупинивсь. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. відокр. означ.). В грушах своїх загрузає осінь. Минуло неділь зо дві. Греблі обсаджені столітніми вербами. На крилах жовтої синички летять думки у край чудес. А жита — як літа його, а літа — як жита.

392. *Односкл. речення*: 1, 13 (безос.); 12, 15, 16 (неозн.-ос.).
Неповні речення: 2, 6. *Складне речення*: 17.
Зі складеним присуд.: 10, 11, 13, 14. *Зі складеним підм.*: 5.
Спонук. речення: 7. *Двоскл. непошир. речення*: 4, 14, 17.

393. II. Найавторитетнішим його представником був Олександр Потебня — лінгвіст і філософ. Закінчивши історико-філологічний факультет Харківського університету, працював в одній із гімназій міста Харкова, але

потім усе ж повернувся до університету для наукової праці. Саме тоді гостро дискутувалося питання про місце у слов'янській спільноті українців, не визнаних на той час офіційною російською наукою окремим народом. Крім того, мовознавець багато працював над редагуванням і публікацією творів українських класиків. Створивши низку ґрунтовних наукових праць, український учений посів чільне місце в історії світового мовознавства.

395. Люди то здивовано, то хмуро подивлялись на стражників, на чужого чоловіка, один на одного. При березі тихім вода пробігала, у діток про літо купальне питала. Вівса, пшениці, ячмені — все се зіллялось в одну могутню хвилю. Я злякано поглянув на матір, та не побачив гніву на її обличчі. І хороше, і дивно, і радісно стає мені малому в цім світі. Рідна мова — не степ, не хата, а народу мого душа. То сонний сон вертає вже додому, гнуздечки срібні випустив із рук.

398. Яблуні (ім.) пили (дієсл.) промені (ім.), хмеліли (дієсл.) від (прийм.) них (займ.) і (спол.) чекали (дієсл.) бджолиних (прикм.) лапок (ім.). Потім (присл.) займалася (дієсл.) рожева (прикм.) заметіль (ім.), хурделила (дієсл.) поміж (прийм.) гіллям (ім.). Яблуні (ім.) споважніли (дієсл.), почали (дієсл.) забувати (дієсл.) про (прийм.) цвіт (ім.), про (прийм.) бджолину (прикм.) ласку (ім.).

400. Назавжди залишаюся отут, в низовині незвітрених ще квітів. Від Троянівки до Вовчої долини сім кілометрів. Рідна земле, дай мені снаги скрізь, у всьому буть самим собою. Благословенні будьте, гори, і ти, ріко мутная. Здається ж, люди, все у них людське, але душа ще з дерева не злізла. Стоїть смерічка на горі у сонці, наче в янтарі. Дерева хитались і, від страху наїживши голі віти, ніби силкувалися втекти. Літа, як стрілки, не переведеш, життя, як гирю часу, не підтягнеш. З літами, що там не кажіть, стаєш куди мудрішим. Твої руки лагідні, як сон, ніжно опускаються на плечі.

401. Була весна весела, щедра, мила, промінням грала, сипала квітки, вона летіла прудко, мов стокрила, за нею вслід співучії пташки! (Ускл. однор. чл. реч., порівн. зворотом). На самому дні яру, біля криниці з великим журавлем, обсаджена навкруги садками, стояла хата Марка Чумаченка, батька Мотриного... (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. відокр. уточн. чл. реч., відокр. означ. та прикладкою). Найдорожча пісня — недоспівана, а найліпша та, що не знайду. Почекавши трохи, я зліз із воза, розплатився з дядьками і, взявши свого чемодана, пішов до ґанку. (Речення розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, ускл. відокр. обставинами). Сповідуюсь. Перед Всесущим Богом та материнським поглядом простим, який в далеку проводжав дорогу і вслід мене не раз перехрестив (ускл. однор. чл.).

426.

Моя вулиця

Мабуть, жодна людина назавжди запам'ятовує свою рідну вулицю, на якій пройшли найкращі миті дитинства та юності.

Моє найдорожче місце в житті, рідна вулиця, потопає в зелені. Величні каштани, духмяні акації, ароматні липи та стрункі тополі прикрашають її.

Дев'ятиповерховий будинок, у якому жила моя родина, стоїть у затишному місці. У доглянутому дворі багато квітів, зелені, сучасний дитячий майданчик.

Наша вулиця довга й широка, проходить повз річки та закінчується сквером, де часто можна зустріти матусь з маленькими дітьми, що люблять бавитись у пісочку. Повертаючись на рідну вулицю, я завжди відчуваю затишок рідної оселі та любов своєї родини.



РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

УКРАЇНСЬКА МОВА

**Авраменко О. М., Борисюк Т. В.,
Почтаренко О. М.**



§1. Мова — найважливіший засіб спілкування, пізнання і впливу

2. Не кидай слова на вітер. І від солодких слів буває гірко. Спершу подумай, а потім повідай. Від теплого слова і лід розмерзається. Краще переконувати словами, ніж кулаками.
У магазині продавчиня за прилавком була похмура й непривітна. Розмовляла ввічливо, але холодно, відчувався її поганий настрій. Коли підійшла наша черга, моя мама раптом сказала жінці за прилавком:
— У вас гарна зачіска. А ви знаєте, коли ви посміхаєтесь — у вас очі аж сяють?
Продавчиня на мить завмерла, а потім так приязно посміхнулася мамі:
— О, дякую вам за добрі слова.
Моя мама повернулася до мене:
— Запам'ятай, синку, що від теплого слова і лід розмерзнеться, а не тільки душа людини відтане.

§2. Лексикологія

2. Перст — палець, уста — губи, глаголити — говорити, аероплан — літак, чумак — перевізник.
Пугач.
5. Хто вчиться змолоду, не знає голоду. Сумний грудень і в свято, і в будень. Знаєш — кажи, не знаєш — мовчи. На чорній землі білий хліб родить. Скупий складає, а щедрий споживає.
6. А. Власне українські слова: ділянка, потреби, рік.
Запозичені слова: конструктор, техніка, космонавтика.
Загальновживані слова: учений, тіло, здоров'я.
Стилістично забарвлені слова: навколоземний, показник.
Антоніми: кров — безкровний.
Б. Прилад — пристрій, механізм; розробка — дослідження, створення; потяг — поїзд.
7. Суржик і просторічні слова в телефонних повідомленнях ровесників — це незнання мови, мовні лінощі чи підліткова хвороба?
Ми живемо серед людей. Побутове спілкування вдома, на вулиці, в магазині засноване на тій говірці, що притаманна даній місцевості. Так от, суржик — це насправді повернення в мовне середовище повсякдення. Тому й використовують підлітки суржик своєї місцевості. Ви знаєте хоч один приклад, щоб у якомусь місті України люди спілкувалися виключно літературною мовою? Такого ніде немає, бо десь більше використовують суржик, а десь — діалектизми. Хоча, звичайно, можна погодитися з тим, що таке використання суржику — це якоюсь мірою лінощі насправді.

§3. Фразеологія

2. А. привітний — відкрита душа, хоробрий — хвацька душа, байдужий — канцелярська душа, бездушний — черства душа, підступний — темна душа, дріб'язковий — мишача душа, непринциповий — мотузяна душа.
З. Мати велике серце, хлібом і сіллю, сірі будні, не в тім'я битий, за словом не лізти в кишеню, гострий на язик, язика за зубами тримати, язиката Хвиська, пасти задніх, працювати до сьомого поту, вишенька на тортику, не розлий вода.
4. Любо оком глянути — приємно, голова варить — розумний, не всі вдома — дурний, жовтодзьобе горобеня — недосвідчений, два чоботи — пара — схожі, сам не свій — схвильований.

5. Тримати гадюку за пазухою — виношувати підступні плани, де раки зимують — у дуже складних умовах, давати горобцям дулі — лінуватися, брати бика за роги — вирішити складне питання, убити двох зайців — одночасно виконати декілька справ, як кіт наплакав — дуже мало, і свині не їдять — щось непридатне до вжитку, як риба у воді — дуже вільно, комфортно, як собака на сіні — бути жадібним.

6. Б. Гострити зуби — готуватися до сварки, скалити зуби — сміятися, і вухом не веде — не звертати уваги, ходити на задніх лапках — вислужуватися перед кимсь, лізти зі шкіри — докладати всіх сил, і собаками не піймаєш — дуже спритний, жили як собака з кішкою — сваритись, присохне як на собаці — швидко заживе, дражнити собак — нічого не робити, собак ганяти — лінуватися, ось де собака заритий — дізнатися причину чогось, як нерізаних собак — надзвичайно багато.

7. Популярність Міли Йовович свідчить про те, що вона народилася під щасливою зіркою. Наполеглива праця дала результат: на багатьох конкурсах Міла могла втерти носа навіть відомим співакам. Зараз співачка у розквіті сил, зі сцени вона дарує глядачам свою любов.

Святослав Вакарчук — це світла голова української сцени, бо він не тільки прекрасно співає, він залюбки веде розмову з глядачами. З чистим серцем і щирою душею українця Святослав проповідує українську культуру на багатьох континентах.

Коли Тіна Кароль уперше з'явилася на сцені, від неї не можна було відірвати очей. Це прекрасне лице кров з молоком відразу запам'яталося глядачам. Тіна любить сама моделювати свій одяг, тому на кожний свій концерт вона вдягається з голочки.

Сергій Притула не виходить, а вривається на сцену: запальний енергійний, бісики в очах горять. Про нього ніколи не говорили, що він мало каші з'їв, бо перший же вихід на велику сцену зробив його популярним.

Аду Роговцеву сьогодні можна назвати корифеєм кіно, вона з відкритою душею несе людям прекрасний світ мистецтва. Були на неї нападки критиків, але вона й бровою не повела — продовжувала робити свою справу. Ада Роговцева завжди переконана, що вона чесно служить людям, і ніяка критика її не похитне, тому її ще називають залізною леді.

⌂ А. На одному диханні — з великим натхненням і піднесенням; стріха їде — втрачати розум; обсипати жаром — раптове хвилювання.

Б. Якби в тексті були відсутні фразеологізми, то він мав би збіднілий вигляд. Адже фразеологізми часом передають гостроту враження набагато точніше, ніж багато звичайних слів. Наприклад, про концерт на одному диханні. Без фразеологізму нам треба було б описувати і кількість глядачів, і майстерність співака, і захоплення ним, і вдячність. А так одним коротким висловом передано всю суть події.

§4. Основні правила правопису



2. Петрушка, редис, шпинат, перець, зерно, лимон, грейпфрут, апельсин, пшениця, смородина, черешня, лимонад, ситро, пельмені, вермішель, смалець, печериця, селера, цибуля, шипшина, виделка.

3. Картопляний, горохвяний, невблаганний, вівсяний, денний, кип'ячений, зроблений, варений, бездоганний, студений, здоровенний, розмішаний, ллється, смажений, копчений, тонна, маса, грам, піччю, сіллю, якістю, зеленню, піца, спагеті, хобі, кмітливістю.

4. У ресторанах світу дуже популярна котлета по-київськи. Смаколики львівської кондитерської фабрики «Світоч» любить не тільки малеча, а й дорослі. Щосуботи ми всією родиною п'ємо какао й ласуємо «Наполеоном» у кав'ярні неподалік Софії Київської. Для приготування шарлотки потрібні такі інгредієнти: пшеничне борошно, цукор, яйце куряче, вершкове масло, яблука й ванілін. У подарунковому наборі були льодяники, печиво «Шахове» й цукерки «Пташине молоко». Щороку на Івана Купала наша родина влаштовує пікнік на дніпровому березі. Ніхто з хлопців нашого класу не записався на кулінарний гурток «Перепічка».

5. Щоб насолоджуватися духмяним, з любов'ю приготовленим чаєм зранку, треба пам'ятати порядок його приготування. Особливо смачні трав'яні чаї, наприклад, із м'яти. Для цього використовують трохи прив'яле листя, але спершу треба закип'ятити воду. Цією водою заливають листочки й витримують деякий час. Не годиться смакувати чаєм усухом'ятку, ліпше додати до нього вівсяного печива або медвяних пряників. Смачного!

6. Іди, іди, дощику,
зварю тобі борщику
у новому горщику.
Винесу на дуба,
поличу голуба.
Голуб буде пити,
дощик буде лити.
Поки голуб прилетить,
то голубка відлетить.
Тобі каша, а нам борщ,
щоб ішов густенький дощ.

7. Калач приїсться, а хліб ніколи. Вари, горщику, борщ, а я з хлопцями погомоню. Гречана каша хвалилась, ніби вона з коров'ячим маслом родилась. Де сало шкварчить, там людей кишить. Без солі, без хліба немає обіда. І я вчений на хліб печений, бо їмо хліб троякий: чорний, білий і ніякий. Хліб і на ноги поставить, і з ніг звалить. Не хвали кашу, коли просо не посіяне. Паляниця — хлібова сестриця. Сьорбайте, хлопці, юшку, а риба насподі.



Бувальщина

Павло Петрович прибув першим поїздом. Підгорецький палац Паскевичів привітно прийняв приїжджого поета. Принесли печені поросята, приправлені перцем, півники, пахучі паляниці, печінковий паштет, пухкі пампушки під печеричною підливкою, пироги, підсмажені пляцки. Потім подали порцелянові полумиски полуниць, порічок.

Почувши приємну повноту, Павло Петрович подумав про прогулянку. Поліна Полікарпівна попросила прогулятись по Підгорецькому парку, помилуватись природою, послухати пташині переспіви. Пропозиція повністю підійшла поетові. Походили, погуляли...

Прадавній парк, порослий папороттю, подарував приємну прохолоду. Повітря п'янило принадними пахощами. Побродивши по парку, пара присіла під рослим плющем, платаном. Посиділи, помріяли, позітхали, пошепталися...

§6. Словосполучення

2. Вода з криниці, кручі Дніпра, поема про море, океан мрій, дощова вода. Глибоко пірнати, бажання пити, щедро зволожувати, добре орошений.
3. Море переплисти, не вичерпаєш води, камінь пробиває, болото хвалить, береги ламає, борщу не звариш, вивели його, решетом не носять, не виливай воду.

4. Товкти воду в ступі, дути на холодну воду, водою не розлити.
Скільки можна товкти воду в ступі, адже набридло слухати одне й те ж після того випадку, коли Максим опікся гарячою водою, він тепер і на холодну воду дме. Ми з подружкою найкращі друзі, нас і водою не розлити.
5. Вони мають; вода, суп, борщ, і чай, і компот; щодо споживання; більш уважно.

§7. Види словосполучень

2. а) Іменникові: спортивна форма, види східних єдиноборств, заміна півзахисника;
б) прикметникові: найкращий у фехтуванні, неймовірно сміливий;
в) займенникові: хтось із веслувальників, кожен із нас;
г) дієслівні: вилучити двох гравців, ніким не неперевершений, пройдений за півхвилини.
3. А. своєрідним випробуванням (просте, іменникове); смаку перемоги (просте, іменникове); із середини другого тайму (складне, іменникове); нещодавно з'явився (просте, дієслівне); потішили фанів (просте, дієслівне); готуються до штурму (просте, дієслівне); 70 шахістів із 16 країн (складне, іменникове).
Б. Стометрівка — спортивні змагання із бігу на 100 метрів; вишка — вища ліга футболу; сині — команда футболістів, яка уграє в синій формі; «бол» — одна із ігор з м'ячем; фани — палкі вболівальники команди; «плей-оф» — система змагань, коли учасник вибуває з гри після першого програшу.
4. Ольжині ковзани — ковзани Ольги; вода з моря — морська вода; кросівки тренера — тренерські кросівки; вправи для ранку — ранкові вправи; життя без турбот — безтурботне життя; дерев'яні лижі — лижі з дерева; медаль із золота — золота медаль; першість континенту — континентальна першість; збірна чоловіків — чоловіча збірна; змагання взимку — зимові змагання; куртка з пуху — пухова куртка; гумові ласти — ласти з гуми.
5. Долати перешкоди — упевнено долати перешкоди; побити рекорд — успішно побити рекорд; робота над диханням — спочатку робота над диханням; глибокий видих — плавно глибокий видих; прогнутися вперед — повільно прогнутися вперед; правильна постава — необхідна правильна постава; рух плечима — вліво рух плечима; спиратися на сидіння — упевнено спиратися на сидіння; забити гол — несподівано забити гол.
6. А. Поздоров мене, каже гордо, встановив рекорда, триста метрів прошмаляв, мотоцикла перегнав, подивився скоса, ушкварив кроса, прищипнуло носа.
7. Ранкові вправи розраховані на активні рухи. Перша вправа: стоячи прямо, глибоко вдихнути й підняти руки вгору, потім повільно опустити їх. Усі вправи виконуються декілька разів. Друга вправа: ноги разом на ширині плечей, повертати слід тулубом праворуч-ліворуч, а руки виконують махові рухи навідліг відповідно до руху тулуба. Третя вправа на підстрибування. Підстрибувати слід на одній нозі по черзі, а потім на двох одночасно. Підстрибування змінюється ходінням навшпиньки. А завершуємо ранкові вправи присіданням. Присідати слід до кінця, витягнувши руки вперед.

🏠 1. А. Уперше з'явився (простре, дієслівне); з'явився в класі (просте, дієслівне); з неба звалилося (просте, дієслівне); тюхтійкуватому хлопцеві (просте, іменникове).

§8. Речення

2. Старі фотографії на стіл розклади, дитячі історії смішні розкажи, і справжнім друзям, не забудь, подзвони. А до берега тихо хвилі несуть поранені душі живих кораблів. Намалюю на папері дракончиків злих і буду з ними битися один на один. Лікує час, але не повертає дні в календарі на стіні. За гроші не купити тільки час. Відповів мені мудрий Бог вічним небом і золотом зірок. Притулися тихенько й обійми мене ніжно.
3. На всю потужність звучить популярний римейк. Глянцевий постер несподівано здивував простотою і виразністю. У студії неквапом розповідає кліпмейкер про сучасні досягнення у світі музики. Техно-музика багатьох вражає і тематикою, і якістю виконання. Популярне ретро-шоу триває вже кілька годин поспіль.
4. У шоці всі можуть бути від мого дитинства. Пам'ятаю два ящики мандаринів від тітки з Києва. Керувати величезним лісовозом у шість років дозволив мій дядько Славко. Щоправда, я сидів у нього на колінах і крутив кермо. Страшно було, але крутив його.
6. Зовнішність і вік учасників мають вторинне значення (двоскл., пошир., неокл., розпов.). А як же проводиться конкурсний відбір? (двоскл., пошир., неокл., пит.) На першому доефірному етапі найкращі голоси шукають по всій країні (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Цікаво, що шоу «Голос країни» знаходить не тільки таланти, а й єднає своїх учасників у родини (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Її назвали Ніною, на честь бабусі — народної артистки України Ніни Матвієнко (односкл., пошир., неокл., розпов.). Можливо, ваш талант ще не оцінили? (односкл., пошир., неокл., пит.) Тоді спробуйте свої сили! (односкл., пошир., окл., спонук.)
7. Популярних сучасних співаків багато. Та все ж таки, хто на першому місці? Звичайно, Святослав Вакарчук! Популярність гурту «Океан Ельзи» незаперечна, бо його знають не тільки в Україні, а й за її межами. Репертуар колективу дуже різноманітний, однак переважає українська пісня. Хочете отримати драйв? Підіть на концерт «Океану Ельзи», коли вони будуть співати на стадіоні. Цей гурт на чолі із Святославом для популяризації української мови і культури зробив набагато більше, ніж усі постанови, закони і розпорядження щодо функціонування української мови.

🏠 Б. За короткий період український гурт Onuka став надяскравим явищем у музичному житті країни (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Солістка гурту Ната Жижченко називає свої твори «симбіозом української електронної музики з українським етнокорінням» (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Примусити звучати в електронній музиці можна все, що завгодно (односкл., пошир., неокл., розпов.). Головне — підхід (двоскл., непошир., неокл., розпов.). Щоправда, деякі народні інструменти в акустичному плані важко повноцінно відтворити на живих концертах (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Бандура — узагалі чутливий інструмент (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Не кожен простір його сприймає (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Наступного дня приходить наш бандурист із бандурою й кабелем для підключення (двоскл., пошир.,

неокл., розпов.). Таким чином у нас грають і цимбали, і всі народні інструменти, підлаштовані під сучасне обладнання (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Ви з нею нерозлучні, як Лукаш з «Лісової пісні» Лесі Українки (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Пам'ятаєте свою першу сопілку? (односкл., пошир., неокл., пит.) Моя перша сопілочка шестидіркова (односкл., пошир., неокл., розпов.). Її тональність можна було змінювати на півтону, розкручувати, закручувати (односкл., пошир., неокл., розпов.). На ній я вперше зіграла в чотири рочки (двоскл., пошир., неокл., розпов.). Він створював ці інструменти, налаштовував їх під мій об'єм легень, під мої маленькі пальці... (двоскл., пошир., неокл., розпов.)

В. Симбіоз української електронної музики з українським етнокорінням.

§9. Ділові папери. Протокол

2. Протокол № 2

зборів батьків 8-Б класу Харківської гімназії № 169

20.10.2017 р. м. Харків

Голова: Сихів М. С.

Секретар: Бурмака М. О.

Присутні: 30 батьків класу (список додається)

Порядок денний:

1. Поточна успішність учнів класу.
2. Організація та проведення різних заходів для учнів на період канікул.

СЛУХАЛИ:

Класного керівника 8-Б класу про поточну успішність учнів.

Завуча з позакласної роботи, яка ознайомила батьків про заплановані заходи під час канікул.

ВИСТУПИЛИ:

Деякі батьки внесли пропозицію організувати окрему екскурсію саме для учнів 8-Б класу.

УХВАЛИЛИ:

1. Інформацію про успішність учнів узяти до відома.
2. Підготувати й провести екскурсію для учнів класу в музей Г. С. Сковороди під час канікул.

Голова (підпис) Сихів М. С.

Секретар (підпис) Бурмака М. О.

§10. Двоскладне речення. Підмет

2. «Ворожіння на вінках» — одне з найкращих полотен Івана Сколова. Він зобразив сцену на березі річки, розділивши персонажів на дві групи. Ліворуч три дівчини, освітлені теплим сяйвом річки, пускають на воду вінки. Праворуч ще кілька дівчат відчалюють від берега на човні. «Очерет на Дніпрі поблизу Олешок» Івана Айвазовського вперше був представлений на академічній виставці в Петербурзі. Марія Примаченко створила у своїх роботах власний фантастичний світ. Супутниками її творчого життя були акварель з гуашшю. «Гороховий звір» став справжнім шедевром серії про тварин. На картині зображений великий помаранчево-рожевий звір. Коли народилася ця по-дитячому наївна істота, художниці було майже сімдесят років. Нині багато творів Марії Примаченко експонуються в Парижі, Празі, Монреалі, Києві.

3. Б. Посідає письменниця й художниця Емма Андієвська, незвичайна, зверніть, ви звикли бачити, комахи-бегемоти літають, зверніть, живе комаха й бегемот, поєднання здивує, герої картин живуть.

5. Усі ми повинні бережливо ставитися до природи й охороняти її. Кілька днів трималася посушлива й спекотна погода. Наші Карпатські гори — чарівний куточок України з неймовірною кількістю прекрасних краєвидів. Західна Україна посідає першість у розвитку туризму. Вікторія Андріївна — прекрасний екскурсовод з багаторічним стажем роботи. Бити байдики — притаманна риса всіх ледарів. Чорний Черемош (річка в Карпатах) звивистою стрічкою несе свої води серед гір. Кожен із нас прагне бути в чомусь успішним. Фарба з пензлями — незмінні супутники кожного художника.

7. На колір і смак товариш не всяк — суть людської різноманітності. Погляньте довкола й ви побачите багато людей з різним кольором очей: карі, сірі, сині, зелені, чорні. Так само і наші смаки дуже різні, бо мають різний досвід, різні уподобання, різне спрямування. Кожен із шедеврів мистецтва має своїх шанувальників, ці твори не можуть подобатися абсолютно всім. У цьому й полягає цінність людської істоти, яка бачить довколишній світ по-різному.

🏠 А. Який він, геній з України?

Б. У Великій Британії українського художника Івана Марчука визнали одним із ста живих геніїв світу. Який він (займ.), геній з України? Іван Марчук коли-небудь хотів проводити майстер-класи? Ви (займ.) передаєте своє вміння наступним поколінням? Ні, я (займ.) секретний. Уміння не передають, передають одержимість. Технологію свою я (займ.) не передам, бо мушу бути в одному екземплярі. У дитинстві Ви (займ.) любили погуляти? Я (займ.) виріс у селі, був страшним шибеником, лазив на дерева, крав у ворон яйця і в дівчат кидав. Там ніхто (займ.) собі цього не дозволяє. Кажуть, критикувати (дієсл.) не етично.

§11. Присудок

2. Андріївський узвіз не перестає радувати і киян, і гостей столиці своєю аурою загадковості. Ця стара київська вулиця починає затягувати у вир сувенірів уже від пам'ятника Проні Прокопівні й Голохвастову. Тепер ми змогли побачити цей дует у бронзі наживо. Ми продовжуємо йти посередині, а все одно тісно від перехожих і сувенірних яток. У кінці вулиці запахло кавою, тож вип'ємо духмяного напою, а потім продовжимо гуляти містом.

3. Траса здоров'я

Одеса — рай (складений іменний) для туристів. Сьогодні ми вирішили прогулятися (складений дієслівний) Трасою здоров'я.

Сама назва маршруту говорить (простий) про його призначення: тут улітку насолоджуються їздою (складений іменний) й морським повітрям велосипедисти, ролери, любителі спортивного бігу й піших прогулянок. Уздовж усієї траси ми натрапляємо (простий) на спортивні майданчики, гірки для велоспорту й просто дикі схили. Одесити розповідають (простий), що час од часу Траса здоров'я стає яблуком розбрату (складений дієслівний) через бажання підприємливих скоробагатьків її забудувати. Ми впевнені (простий), що цей рай здоров'я завжди буде служити (простий) мешканцям і гостям Південної Пальміри.

4. Багато ялтинців не ходять на пляж. Тато з мамою поїхали до Миргорода. Семеро переможців першості міста поїдуть на чемпіонат України. До кінця вистави залишилися десять хвилин. Закупи, ресторан, прогулянка не входять у мої плани — тільки кіно! Класний керівник із старостою чекатимуть на розі бульвару Лесі Українки й вулиці Басейної. Збараж і Тернопіль подарували незабутні враження.

5. Від Львова до Кракова біда однакова. Ніжин більший од Носівки одною хатою. Коломия — не помия, Коломия — місто. У Відні люди бідні. Золотоноша кругом хороша. У Кутині всі наче поплутані. Хто не пив полтавської води, той нічого не вартий. Тростянець — Полісся кінець. Київ — велике село. Є міста, чиє минуле більше, значущіше за сучасність. Київ — це не Афіни, Рим чи Стамбул, він не такий стародавній, але в нього — свій чар і своя власна історія, що дає право назвати це місто великим. Історичні міста великі тому, що змінювалися, оновлювалися, зростали, навіть умирали, знову воскресали й возносилися з руїн і попелу. Київ — одне з найчарівніших міст світу.

Під небом оцим хмурочолим знов буду я ждати (складн., дієсл.) весни. Буду я в морі коня напувати (складн., дієсл.), буду край моря доленьки шукати (складн., дієсл.). З ніччю я миритися не хочу (складн., дієсл.). Птиці зелені у пізню пору спати злетілись (складн., дієсл.) на свіжий поруб. Куди зникає (прост.) щебет малюка, коли дорослою стає (складн., дієсл.) людина? Я стаю ніби меншим (складн., імен.), а навколо більшає (прост.) увесь світ. Мені осіння ніч короткою здається (складн., дієсл.). Які щасливі (прост.) очі у казок!

§12. Означення

2. Ромашка здавна символізує інтимний (узгодж.) вибір «любить — не любить» (неузгодж.) Барвінок уособлює невмирущу (узгодж.) пам'ять про покійних. Душевну (узгодж.) красу та святість символізують волошки. Особливу (узгодж.) силу вони мають для молодих: пучком васильків кроплять наречених на весіллі. І марили айстри в розкішнім (узгодж.) півсні про трави шовкові (узгодж.), про сонячні (узгодж.) дні... Чорнобривці чорноброві (узгодж.) квітнуть в тиші вечоровій (узгодж.). Краса троянди (неузгодж.) душу чарує, її усмішка серце хвилює.

3. Давні, свої, давні, власні.
Першими, мовою квітів, троянди, виділяти аромат, не всі.

4. Усяку троянду нюхають у свій час. Красиві квіти соромляться, коли їх встромляють у волосся літнім жінкам. Улеслива людина — гадюка під квітами. Квітки колючі найбільш живучі. Мальовані квіти не дають запаху. На добрий цвіт бджола летить. Хороша квітка, але гострий пилок.

5. З давніх-давен квіти для людини були символом почуттів і думок. Справді, де ми ще знайдемо такого ніжного (непошир.), гарного (непошир.), поетичного (непошир.) тлумача своїх найпотаємніших (непошир.) мрій і почуттів? На Сході здавна існує наука про значення квітів і мову (пошир.) цих чарівних (непошир.) творінь природи. (непошир.)

6. 1. У зеленім зіллі виросло дівчатко.
В неї вії білі й золоті очатка. (Ромашка)
2. Синьоока ця заброда в полі водить хороводи.
Де вона вінок спліта, пшениці рідкі й жита. (Волошка)
3. Білі горошини на зеленій стеблині. (Конвалія?)

4. Стоять красуні на воді,
Вінки в них білі й золоті. (Водяні лілії)

7. Набагато приємніше прикрашати оселю подарованими квітами, аніж власноруч купленими. Тож Ігор вирішив подарувати своїй дівчині букет із тюльпанів. Спершу навіть репетирував слова, які хотів їй сказати, але потім вирішив написати невеличку листівку. Написав він таке: «Люба Оксанко! Тобі сама весна дарує ці квіти з побажаннями, я тільки виконую її волю. Від себе скажу, що ти для мене — кохана дівчина і щирий друг. Бажаю щастя, творчих успіхів і здійснених мрій».

🏠 Бувають їстівні квіти. Салат із кульбаб (неузгодж., іменник з прийм.) дуже корисний. Із квітів хризантеми (неузгодж., прийм., іменники) теж готують салати. А з кореня лотоса (неузгодж., прийм., іменники) варять суп і виготовляють борошно.

Усі знають країну тюльпанів (неузгодж., іменник), але не всім відомо, що в Голландію завезли ці квіти з Туреччини в XVI столітті. До того тюльпанів там і близько не було.

У Японії цінують дерева передусім за їхні (узгодж., займ.) квітки, а не за плоди. А яка ж рослина найбільша? Листя гігантської водяної (узгодж., прикм.) лілії з Амазонки досягає двох метрів і може витримати на собі дитину.

§13. Письмовий твір-оповідання на основі почутого (з обрамленням)

2. Власне, це не моя ідея, я тільки підтримав її. Річ у тім, що мій тато дуже любить читати журнал «Юний натураліст», а коли я навчився читати, то він і мене приохотив до цього читання. За багато років тато окремо збирав цікаві історії про тварин. А деякі сам записував. Ця історія поповнила бібліотечку цікавих пригод про тварин.

Ще раз перечитав історію з кицькою. Ця оповідь буде особливою, тому що написана за справжніми фактами від очевидця події.

3. **Солдат чи просто людина?**

План

1. Спогади про війну.
2. Реальні події під Харковом:
   а) перше звільнення Харкова;
   б) несподівана зустріч;
   в) яке буде рішення?
3. **Людина перемогла**

Цікаві спогади про героя Вітчизняної війни Енвера Ахсарова залишив його ад'ютант Родіонов. Ось цей епізод запам'ятався найбільше.

Перше звільнення Харкова було в лютому 1943 року. Зима була по-справжньому дуже холодна. Звільнивши місто, радянські війська не змогли втримати відвойовані позиції, довелося відступати. Одночасно вели активний наступ німецькі війська. І ось біля села Руська Лозова відбулася несподівана зустріч. З протилежних кінців до перехрестя доріг під'їхали дві польові кухні — радянська і німецька.

У солдат було однакове завдання — нагодувати своїх бійців. Але ж зустрілися з ворогом. Що робити? Якщо прийняти бій, то немає гарантії, що кухня вціліє. Відступати не мали права. У нерішучості стояли одна проти одної дві ворожі кухні. Кожна сторона чекала якихось дій з боку противника.

Врешті німецький командир не витримав, першим вийшов із машини і показав рукою, щоб радянська кухня проїжджала у свій бік, а вони поїдуть у свій. Радянський командир покликав своїх бійців на раду: що робити? Приймати бій чи погодитися на пропозицію ворога. Рішення не приймати бій, а скоріше їхати з кухнею до бійців було важким. Усі поклялися, що до кінця життя нікому про це не скажуть. Це була ситуація на війні, яка показувала, що людський чинник завжди буде присутнім. Людині не властиво вбивати один одного, тому в різні моменти це проявляється, наприклад у цій ситуації, коли турбота про голодних бійців переважила момент протистояння ворожих сил.

§14. Прикладка як різновид означення

2. Виступає круглий місяць з сестрою-зорею. Їх було тільки двоє у чистому полі — красуня Валя, військовий фельдшер 71-го полку, і в небі — пілот-фашист. Це і є найулюбленіша в наших краях груша-скоросспілка. Є зимові стежки-одиначки, а є стежки-стрічки, що по них, рівно протоптаних, проходять чимало людей до церкви чи до магазину. Ще з-під столу я дізнався про страшне гріхопадіння Адама та Єви, їхніх синів-опонентів Каїна й Авеля. Ріку Латорицю, що несла нашу карпатську воду до Угорщини, я, звісно, охрестив Йордан-рікою. Сосни-щогли стогнуть не менше за інших.

3. а) філософ Сковорода, космонавт Каденюк, красень хлопець, дослідник Патон, співачка Різина, озеро Балатон, драма казка крась риба;
б) поет-романтик, споруда-символ, Коцюбинський-школяр, Дністер-ріка, замок-фортеця, учений-біолог, льон-довгунець, будинок-музей, хімік-учений, очі-волошки, звіробій-трава, друзі-земляки, дівчина-чешка, Сапун-гора, хлопець-богатир, гриб-паразит.

5. Б. Павло Глазовий — відомий український гуморист. Із самого початку своєї творчості він завжди писав про ті проблеми, які хвилювали суспільство. Актуальність гуморесок визначало саме життя, тому тематика надзвичайно розмаїта. Хоча виділяються декілька тем своєю гостротою: проблема збереження української мови («Мова величава»), критика можновладців («Серед темної ночі»), питання загальної культури («Турок», «Красотульки») й повага до історичного минулого України («Заморські гості»).

7. Легенда-Марадонна вписав свою сторінку в історію розвитку футболу. Ця легенда передавалася з покоління в покоління. Місто Чернівці має свою славну сторінку в загальній історії України. Чернівці славляться своїм одним із найстаріших університетів України. Гора Ай-Петрі не має стрімких підйомів і спусків. Хто не був на Ай-Петрі, той не бачив Криму. Риба сом водиться в глибоких річках з проточною водою. Спіймати сома дуже важко.

🏠 А. Уздовж річки Рось з'юрмилася, здавалося, дружна й весела родина верб. Опустила вона віти у воду та й просить річку принести вісточку від сестер-подружок. І хвилі приносять їй листочки-привіти.
Б. Низенька трава, зелені віти, плакуча верба; трава шепочеться, верба хоче обізватися.

§15. Додаток

2. Сьогодні варто віддавати перевагу строгим лініям і геометричності (непрям., імен.). Модний дім Dolce & Gabbana (Дільче і Габана) культивує життєрадісні мотиви (прям., імен.): ми знову на модницях (непрям.,

імен.) бачимо золото (прям., імен.) й квіткові орнаменти (прям., імен.). Рукав-ліхтарик (прям., імен.) повернула в моду (непрям., імен.) Айна Гассе, коли пошила колекцію (прям., імен.) ділового одягу (непрям., імен.) для Юлії Тимошенко (непрям., імен.). Лілія Пустовіт уважає, що в м'яких натуральних тканинах (непрям., імен.) будь-яка жінка матиме чарівний вигляд (прям., імен.).

3. В хаті сміття аж по вуха... (непрям.)
Хто живе тут? Чепуруха!
Перед дзеркалом (непрям.) з годину (непрям.)
чепуриться без упину (непрям.).
З шафи (непрям.) платтячко (прям.) взяла,
порошинки (прям.) всі змела,
рівно кіски (прям.) розчесала,
білий бантик (прям.) пов'язала.
Гарно вбралась, одяглась —
і гуляти подалась.
В хаті сміття аж по вуха...
Хто живе тут? Чепуруха!

4. А. а) прямий: були сандалі, виготовляли сандалі, з'явилося взуття, мало попит, став винахід, винахід взуттєвої пари, не було різниці;
б) непрямий: було показником, складалися з підошов та ремінців, виготовляли зі шкіри, виготовляли з листя папірусу, став подією, шили за лекалами.

5. Якщо ви хочете мати те, чого ніколи не мали, вам доведеться зробити те, чого ви ніколи не робили.
Потрібно уникати розумних людей, позбавлених здорового глузду.
Ніщо не старить так жінку, як багатий костюм.
Щодня я щось спрощую, бо щодня чогось навчаюсь.
Життя не костюм, його не можна перекроїти.

6. Уміння зі смаком добирати одяг властивий дизайнерам. Я не можу дорікнути тобі за вибір кольорової гами. Я буду опановувати англійську в Лондоні на курсах стилістів. Вибір одягу з прямими лініями й стриманими кольорами характерний для чоловіків. Моя сестра сповнена поваги до таланту Лагерфельда. Оволодівати технікою вишивання ми будемо в Рівному. Я завжди дякую подрузі за влучні поради.

Невсипущі павуки тчуть серпанки (непош., ім.) і шовки (непош., ім.). Семеро одного (непош., числ.) не ждуть. Коханий любить не захоче тебе (непош., займ.), коли ти не любиш Вкраїну (непош., ім.). Любить людей (непош., ім.) мене (непош., займ.) навчила мати. Мені (непош., займ.) поля задумливо шептали свої ніким не співані пісні (непош., ім.). Пасатний вітер нам (непош., займ.) вітрило (непош., ім.) рве. Усі ми знаємо його (непош., займ.) ахіллесову п'яту (пош., фразеол.). Вечірні сутінки на землю (непош., ім.) раптом сіли й засмутили воду (непош., ім.) голубу. Ти даєш мені (непош., займ.) сонце (непош., ім.) погоже, і повітря (непош., ім.) даєш, і снагу (непош., ім.).

§16. Обставина

2. Сьогодні (часу, непош.) Підгорецький замок належить до пам'яток, які треба реставрувати. Будівництво Меджибізького замку розпочалося в XVI столітті (часу, пошир.) польським шляхтичем Миколаєм Синявським. Простоявши сотні років, (спосіб дії, пошир.) Хотинська фортеця залишається такою, якою була завжди (часу, непом.). Золочівський замок має цікаву історію, адже протягом свого існування (часу, пошир.)

він був фортецею, королівською резиденцією, панською садибою, тюрмою й навчальним закладом. І нині (часу, непом.) Анкерманська фортеця тішить око своїм монументальним виглядом.

3. Маріїнський палац у Києві — пам'ятка історії, містобудування й архітектури.

Палац майстерно було споруджено за проектом архітектора Растреллі. Споруда, відповідаючи всім канонам архітектури, вражає багатством орнаментів, масок, ваз. Ще більшої виразності несподівано надає їй поєднання білого декору з бірюзовим кольором стін. Це насамперед нагадує своєю пишністю палаци Петербурга.

Маріїнський палац є одним із найкращих прикладів поєднання палацової та паркової архітектури. Пам'ятка зберегла, враховуючи складність задуму, первинні ознаки архітектури стилю бароко.

5. Андріївська церква, ніби канделябр зі свічками, стоїть на київських пагорбах. Собор, як свіча. Уже біля Таврійської садиби дощ полив, як з відра. П'ятикутна вежа, ніби гранчастий стовп, височіє на річковій скелі. З вікон Підгорецького замку, як із спостережної вежі, ми могли поглядати дивовижні пейзажі. Представники шляхти розкошували у величних палацах, як сир у маслі. Густа, як руно, трава доходить до мурів твердині. Струмочки в затишному парку, мов діти, розбігаються в різні боки. А навкруги поле, наче море.

7. Де розташований цей таємничий замок? (Двоскл., пошир., пит., неокл.). Він височіє в урочищі Червоному. (Двоскл., пошир., розп., неокл.). Бажання відвідати його виникає відразу. (Двоскл., пошир., розп., неокл.). Хай наша подорож у Тернопільську область буде цікавою! (Двоскл., пошир., спонук., окл.).

Б. **Палац Шекборна**

Архітектори палацу наполегливо втілювали свій задум у казкові форми. Звідусюди картини природи доповнювали казковість споруди. Хоч минають роки, та замок височіє над краєм і, здається, навіть над часом.

§18. Односкладні речення. Означено-особові речення

2. Кружеляю (1 ос., одн., дійсн.) між домом і службою очманіло, як вивірка в колесі. У безвольному колі інерції переймаюсь (1 ос., одн., дійсн.) якимись дрібницями. Піду (1 ос., одн., дійсн.) блукать по всесвіту широкім, незваним гостем побуваю (1 ос., одн., дійсн.) скрізь. Біля тихих причалів свого щастя боюсь (1 ос., одн., дійсн.). Йдемо (1 ос., мн., дійсн.) крізь ніч, крізь бурю у степу, крізь дощ і сніг, дебати і дебюти.

3. Тебе я, земле, всю сходив до краю. Пиши, не розгинайся, повістяру. Не плач, не журися, молодий козаче. Співай в простір весни, веселий вітре. Насте, замов квитки. А ти, Несторе, забери їх після тренування.

4. Спотикнешся не раз. Хробаків обминайте. Ворогів не боюсь. Скоро станемо дорослими. Пливіть до берега. Там напнемо намети. Ідемо знайомою дорогою. Загадай бажання. Люблю шум діброви. Зшиймо тоншими нитками. Кличте всіх подивитися. Лякливих не братимемо. Сховаюся між дерев.

Терплю і мовчки *прокладаю шлях*.

5. «Люблю чернігівську дорогу...»; «Буває, часом сліпну від краси...»; «Іду в полях. Нікого і ніде...» «Вечірнє сонце, дякую за день...»; «Чоловіче мій, запрягай коня...»; «Пишіть листи і надсилайте вчасно...»

7. **Карпатськими стежками**

Я давно мріяв побувати в Карпатах. А цього літа мрія здійснилась. Мої батьки — завзяті спортивні туристи — цього року взяли мене з собою. Упродовж походу бачив багато незвичайних речей, яких у повсякденному житті навряд чи коли зустрінеш. Ідеться про неймовірної краси пейзажі. Ось іду стежкою по полонині, дивлюся — а вона губиться між невисоких дерев. Разом із групою прямую під гіллясті дерева і заглиблююся в ліс. Довкола під деревами бачу густе різнотрав'я, що буяє скромними квітками. Відчуваю подих лісу: повітря виразно наповнене запахом прілого листя, квітування трави й ніжним ароматом сосни. Помічаю все довкола: білочку на дереві, пташку на гіллі, метелика на квітці.

Та ось стежка виводить нас на інший рівень подолання шляху. Помічаю звивисту стежку між великими валунами каміння. Рухаюсь далі. Що ще цікавого побачу?

⌂ Затримаюсь у школі. Буду обов'язково. Зустрінемося біля входу в метро. Вийди на 5 хвилин раніше. Будеш вчасно? Вибач, поспішаю. Замовляю квитки.

§19. Неозначено-особові речення

1. Чиєсь дитя приходить. Беруть (теп. ч., 3 ос., мн.) його на руки. А потім довго-довго на призьбі ще сидять (теп. ч., 3 ос., мн.). Поступово ставали (мин. ч., 3 ос., мн.) млявіші, в'яли, як рослини в спеку. Бо мене хоч били (мин. ч., 3 ос., мн.), добре били, а багато дечому навчили (мин. ч., 3 ос., мн.). Вже закінчили (мин. ч., 3 ос., мн.) жати жито. Над лиманом білять (теп. ч., 3 ос., мн.) синім, білять білим над лиманом. Той монастир недавно збудували (мин. ч., 3 ос., мн.). Одробились (мин. ч., 3 ос., мн.) у полі, справили (мин. ч., 3 ос., мн.) обжинки. Скільки цвіту з мене обтрусили (мин. ч., 3 ос., мн.)... Скільки яблук з мене продали (мин. ч., 3 ос., мн.).
2. Облюбовували (3 ос., мин. ч.) місце для майбутньої хати потай від чужого ока вже після заходу сонця. Насамперед визначали (3 ос., мин. ч.) чотири кути, робили (3 ос., мин. ч.) на їх місці заглиблення. У кожне з них насипали (3 ос., мин. ч.) по пригорщі жита. Рано-вранці, ще до сходу сонця, обстежували (3 ос., мин. ч.) ті купки зерна. Так робили (3 ос., мин. ч.) три ночі підряд. А потім, заготовивши все потрібне для будівництва, кликали (3 ос., мин. ч.) людей на закладчини. По українських селах ще й сьогодні не забувають (3 ос., теп. ч.) давньої доброї традиції — будувати житло, клуню чи комору гуртом, толокою. Просять (3 ос., теп. ч.) на толоку і друзів, і сусідів, і родичів. Починають (3 ос., теп. ч.) рано.
3. Тіло Толоці виліпили з глини, яку накопали в давньому глинищі за селом, а потім привезли вантажівкою (ходок десять, мабуть, зробили).
Замісили глину посеред вулиці, щоб усі люди бачили та й сходилися ліпити Толоку.
Волосся Толоці заплели із соломи, із русявої торішньої соломи.
На очі Толоці блакиті із річки хлопчаки навозили бочкою на співучих колесах.
На засмаглу шию Толоці повісили веселе намисто із коней з дітлахами на їхніх спинах.
У коли виліпили Толоку, то вона сама поставила столи під вишнями,

застелила скатертями вишиваними і наставляла на них щедре частування.

4. А. Унікальну торрент-толоку започаткували на сайті «Гуртом». Тут вирішили ознайомити українців із найкращими зразками світового кіно. А для цього разом обговорюють новинки з усього світу, знаходять справді вартісні стрічки, перекладають їх українською мовою, створюють релізи, обробляють відео, беруть участь в озвученні фільмів, фінансують проекти тощо.

6. Закручений у мушлю дванадцятиповерховий житловий будинок у Німеччині називають «Лісовою спіраллю». Він має зелений дах з травою, кущами й деревами, звідси споруда й дістала свою назву.
Публічну бібліотеку в Канзас-сіті (США) називають «Книжкова полиця». Вона стала візитною карткою ділового кварталу, її фасад має вигляд книжкової полиці, де розташувалися томи Шекспіра, Діккенса, Толкієна і Лаоцзи.

Б. Розробку концепції «розумний будинок» почали ще в минулому столітті. У «будинку майбутнього» усі системи життєзабезпечення об'єднали (3 ос., мн., мин. ч.) в єдину систему управління будівлею. У підвалі вашого майбутнього будинку заховали (3 ос., мн., мин. ч.) комп'ютерний сервер, на який надходять відомості з датчиків усіх систем. Кожну трубу, кабель і провід, підведений до будинку, пов'язали (3 ос., мн., мин. ч.) з цим сервером. Також приєднали (3 ос., мн., мин. ч.) багатофункціональні датчики, розташовані в усіх кімнатах.

§20. Узагальнено-особові речення

2. Батьків не вибирають. Ночвами моря не перепливеш. Зелене море зроблять із Дніпра. По радіо повідомляють про нельотну погоду. Дарованому коневі в зуби не дивляться. Семеро одного не ждуть. Свого щастя і колесом не об'їдеш. З полови хліба не спечеш. Любим дивитись на зорі, на їх неосяжну сім'ю. Журбою поля не виореш. За одного битого двох небитих дають.

3. Бери (2. ос., одн., теп. ч.) вершину й матимеш середину.
Більше думай (2. ос., одн., теп. ч.) і тоді вирішуй (2. ос., одн., теп. ч.).
Визначай смак не по шкаралупі, а по ядру.
З видимого пізнавай (2. ос., одн., теп. ч.) невидиме.
На новий путівець шукай (2. ос., одн., теп. ч.) нові ноги.
Не називай (2. ос., одн., теп. ч.) солодким те, що породжує гіркоту.
Звірившись на море, перестаєш (2. ос., одн., теп. ч.) належати сам собі.
Збери (2. ос., одн., теп. ч.) всередині себе свої думки й у собі самому шукай (2. ос., одн., теп. ч.) справжніх благ.
Копай (2. ос., одн., теп. ч.) усередині себе криницю для тої води, яка зросить і твою оселю, і сусідську.

4. 1. Любіть Україну, як сонце любіть, як вітер, і трави, і води...
В годину щасливу і в радості мить, любіть у годину негоди.
Любіть Україну у сні й наяву, вишневу свою Україну,
красу її, вічно живу і нову, і мову її солов'їну.
2. Борітеся — поборете, вам Бог помагає.
І чужому научайтеся, й свого не цурайтеся.
Хоча лежачого не б'ють, та і полежать не дають ледачому.

6. Говори до гори, а гора горою. Зробив діло — гуляй сміло. Вище себе не підскочиш. Від своєї тіні не втечеш.

Хочеш (2 ос., одн.) добре виглядати, не треба нервувати. У гості збирайся (2 ос., одн.), а вдома пообідати не забудь (2 ос., одн.). Надією й терпінням усього досягнеш (2 ос., одн.). Не почавши (2 ос., одн.), думай, а почавши (2 ос., одн.), роби. Думай (2 ос., одн.) звечора, а починай (2 ос., одн.) зранку. Питай (2 ос., одн.) не старого, а бувалого. Наполегливістю гори здолаєш (2 ос., одн.). Не рахуй (2 ос., одн.) овець у череді, а рахуй (2 ос., одн.) у загороді. На чужім мотузку в колодязь не опускайся (2 ос., одн.). Роботу пригортай (2 ос., одн.), а лінь проганяй (2 ос., одн.). Від своєї тіні не втечеш (2 ос., одн.).

§21. Усний твір-опис місцевості на основі особистих спостережень і вражень у художньому стилі

3. Будівля — мов дама з 18 століття, дивиться ще повними сяйва вікнами.
Хідник (тротуар) — сіра стрічка рухливого потоку, строкатий калейдоскоп.
Проїжджа частина — ніби соняшникове насіння, відполірована до блиску бруківка.
Сквер (парк) — з розгойданими липами, каштанами, мрійливі ялини й задумливі дуби.
Транспорт — справжній парад зірок, найскромніші теж у повазі.
Розміри вулиці (площі) — стрімкі й довершені, мов притоки великої річки.

4. **Вулиця мого дитинства**

План

1. Вулиця мого дитинства.
2. Місце знаходження.
3. Чому так називається.
4. Відомі люди з нашої вулиці.
5. Дерева.

6. **Зберегти пам'ять про вулицю**

Вулиця мого дитинства зовсім невеличка — на кількасот метрів, а якщо точно — дванадцять хат.
І знаходиться вона на окраїні села. По обидва боки із-за парканів виглядають хати, і всі вони різні, немає схожих: з різними дахами, кольором стін і місцем розташування. За дворами — городи, а за городами — степ. З цієї причини і назвали її — Степова.
Хоч вулиця і невеличка, але живуть тут дуже відомі й видатні люди. Це Федір Петрович — колишній директор школи, Микола Гнатович — сільський агроном. У будь-якому дворі вам можуть розповісти цікаву історію роду або ви познайомитеся з доброю і приємною людиною.
На нашій вулиці досі зберігають традиції толоки, коли гуртом ходять допомагати один одному у важкий чи скрутний час. Мені приємно спостерігати (особливо навесні), як ростуть дерева. Бо біля кожної хати росте своє дерево: дуб, ясен, берест, горобина, тополя, осика, акація.
Такою і залишиться в моїй пам'яті вулиця мого дитинства.

Вулиця, на якій розташована моя школа

План

1. Назва вулиці.
2. Вигляд вулиці.
3. Що знаходиться на вулиці.
4. Чим приваблює моя вулиця.

Вулиця, де знаходиться моя школа, називається імені Енвера Ахсарова — героя Вітчизняної війни. Район міста з цією вулицею відносно молодий, тому забудований однотипними багатоповерховими будинками.

Але один будинок вирізняється серед інших тим, що на ньому прикріплена меморіальна дошка Енвера Ахсарова.
Вулиця має складну конфігурацію, але вже всі звикли до того, що ця вулиця не пряма, а має поворот під кутом 70 градусів. Уздовж усієї вулиці дуже багато тінистих дерев: ідеш під ними ніби під зеленим накриттям.
Крім моєї школи, на цій вулиці можна побачити магазини, аптеки, кафе, піцерії, різні майстерні з ремонту автомобілів, кафе, піцерії. Та найголовніше — це кінцева зупинка метро.
Я залюбки ходжу в школу по цій вулиці. Обабіч неї між дерев висіяна газонна трава, тому здається, що дерева ростуть із зеленого килима. Лавки біля будинків ніби запрошують присісти й відпочити. Мешканці люблять свою вулицю, тому вона завжди чиста й охайна.
Цю місцину я пам'ятатиму завжди.

План

1. Криниця неподалік.
2. Перепочинок для подорожніх.
3. Криния.
4. Нова традиція.
5. Цілюща вода.

Неподалік нашого села біля річки є криниця. Вона особлива, про неї навіть у місті знають. А місто поруч — якихось двадцять кілометрів. Запитаєте, чим особлива ця криниця? Зараз розповім.
Кажуть, дуже давно це було невеличке джерельце, біля якого зупинялися подорожні. У тіні дерев можна було перепочити, випити прохолодної джерельної води. Кажуть, що вода в цьому джерелі — цілюща. Принаймні ті, хто продовжували свою подорож далі, вирушали з новими силами, ніби мали повноцінний відпочинок протягом кількох днів.
Щоб джерельце не замулилось, викопали криницю, яку час від часу чистили, упорядковували. Так з'явилася криниця, що прибрала ошатного сучасного вигляду.
А тут і нова традиція не забарилася: молоде подружжя перед тим, як їхати до церкви на вінчання, обов'язково відвідували криницю і на щастя та на здоров'я майбутньої сім'ї пили воду з життєдайної криниці.
А довколишні мешканці помітили, що від вживання джерельної води люди стали менше хворіти. Тож про цілющі властивості води почали поширюватися цілі легенди, і до криниці стали навідуватися навіть із далеких сіл і міст.
А мені просто приємно посидіти біля неї і випити прохолодної смачної води.

§22. Безособові речення

В. Інфінітив: відновити, чатувати.
Безособові дієслова: дзвенить, кортить, смеркає, мріється, цінується.
Дієслівні форми на *-но*, *-то*: з'єднано, перебито, інвестовано.

5. Б. Півні співають.
В. На небі зір не видно, хмарно. Іще дужче потепліло. А в повітрі тихо-тихо. Ні звуку немає.
Г. Слухаю півнів — і на серці стає якось радісно.

6. В. Боляче колінам і ступням, дзвенить у голові. Отже, треба вибиратися по злежаному снігу, як по сходах. У місті я б здерлася на нього

заввиграшки, а тут доводиться мало не зубами ці пальці розминати, кожному м'язеняті щосили примовляти: «Тримай!»

Виходжу на вулицю. (означ.-особ.) Відразу відчуваю свіжість. (означ.-особ.) Як замело двір! (безособ.) Але сьогодні не так холодно. (безособ.) Піти покататися на санчатах? Та мені заборонили виходити на вулицю... (неозн.-особ.) Але ж як кортить! (безособ.) Нишком пробираюсь в комірчину й дістаю санчата. (означ.-особ.) Лечу з гірки! (означ.-особ.) Тихіше їдеш — далі будеш? (узагальн.-особ.) На гірці щоразу забуваю це прислів'я. (означ.-особ.)

§23. Називні речення

1. Вогонь легендарний. Символ життя і очищення. Світло сьогоднішнього дня. Тривалий процес творення. Очищення важливе. Жарке й палахкотливе багаття. Тривале й радісне життя. Символічне відродження. Легендарний фенікс.

3. Вітер. Злива. Безсоння.
Гасне літо зелене.
Падають на підвіконня
Жовті долоні клена.
Серце щемить від болю.
Вмиті безсонням очі.
Я — а поряд зі мною —
Чорна безодня ночі.
Запалю свічу з віком віч-на-віч.
Запалю свічу, щоб здолати ніч.
Запалю свічу у тривожний час.
Помолюсь вогню, щоб вогонь не згас.

4. **План**

1. Полум'я.
2. Атоми вуглецю.
3. Колір полум'я.
4. Гравітація.
5. Гази в полум'ї.
6. Форма сфери.

5. **Червоний півень**

Червоний півень... Так здавна в народі називають пожежу. Є навіть фразеологізм «пустити червоного півня», тобто підпалити що-небудь. Найменша необережність — і вогонь може призвести до пожежі. Наслідки страшні. Зранку золоте поле, а ввечері — чорна пустка... Кинутий недопалок, розведене багаття, несправна техніка — з цього починаються пожежі. Елементарна уважність — і поле, і ліс збережено! Не будьте байдужими до природи!

1. Вранці прокидаюсь. Роблю зарядку. Умивання. Застеляю ліжко. Снідаю. Збираюсь і йду до школи. Уроки в школі. Обід у шкільній їдальні. Повернення додому. Тренування.

§24. Повні й неповні речення

3. Б. Пташка радіє весні, а дитя — матері. Сонце зігріває повітря, а друг — душу. Не вчи орла літати, а рибу — плавати. Красна пташка своїм пір'ям, а людина — своїм знанням. День хвалять увечері, вечір — уранці. Не ясла до коней ходять, а коні — до ясел. Нового щастя шукай, а старого — не полишай. Не місце красить людину, а людина — місце.

5. Фестиваль «Країна мрій» — міжнародний фестиваль етнічної музики. Він проходить у Києві з 2004 року. Час проведення фестивалю збігається з народним святом Івана Купала. Він має вигляд народного гуляння-ярмарку. Триває «Країна мрій» від 2 до 5 днів і, окрім виступів на основній сцені, фестиваль — це ще ярмарок виробів народного мистецтва, книжковий ярмарок, майстер-класи народних ремесел. На них вам майстри покажуть, як виробляються ті чи інші витвори людської фантазії,

ви відвідаєте виставку народного малярства, побачите дитячу галявину, спробуєте страви етнічної кухні.

6. Мистецтво плести вінки сягає глибокої давнини. Його зараз демонструють на майстер-класах народні умільці. Вінки виплітаються кількома способами, але майстри показують найпопулярніші. Вінок — це символ молодості, чистоти, здоров'я. Тому квіти для нього теж вибирають відповідні.

А. — От і принесли нам лебеді на крилах життя. (повне)

— Життя? (неповне)

— Еге ж: і весну, і життя... (неповне) Тепер сонце своїми ключами відімкне землю. (повне)

— Діду, а які в сонця ключі? (неповне)

— Золоті, внучку, золоті. (неповне)

— Діду, а сонце не може їх загубити, як наша мама? (повне)

— Що, що, надзиглььований? (неповне)

В. За сквером — школа. Кицька — на дерево. Батько — за інструменти.

§26. Однорідні члени речення

2. Ліс зустрів мене, як друга, горлиць теплим воркуванням, пізнім дзвоном солов'їним, ніжним голосом зозулі, вогким одудів гуканням... Дорога то спускалась униз, то знов підіймалась угору. Ніч була темна, але тиха. Природа довго шуміла, протестувала і не хотіла скоритись. У садах пахне медом, терпкістю густою. До чудової пісні Музиканта прислухались пташки, і дерева, і квіти. Не вітер — буря над землею в замети клала білий світ.

5. А. У лісі стежина плуталася поміж купинами, кущами осоки. Вода і туман, багно і купина, старі корені й перша зелень сплелися тут поміж собою. Уночі туман стелиться по землі, а вранці розпливається в блакиті. Зубри живляться листям, гілками, корою дерев, різними травами. До їстівних грибів належать: сироїжки, і лисички, і опеньки, і маслюки. Рвучкий вітер бушував над лісом і дерева то гули грізно й тривожно, то шуміли тихо й приємно. І холод, і голод господарювали в темному зимовому лісі.

§27. Однорідні й неоднорідні означення

2. Зі шляху обізвалась неголосна доладна пісня. Увечері дядько Кирило чистий, виголений і ясний знову йшов на станцію зі своєю скринькою в руці. Красива осінь вишиває клени червоним, жовтим, срібним, золотим. Лукаш — дуже молодий хлопець: гарний, чорнобривий, стрункий, в очах ще є щось дитяче. Темний осінній вечір стоїть за вікнами. Ясні, охоплені багрянцем гори, стояли до самого небокраю. Збирають світлі, золоті меди веселокрилі і прозорі бджоли.

3. Тихий, спокійний характер; ніжний, приємний голос; високий стрункий чоловік; натренований, сильний хлопець; довгий тонкий ніс.
Високий дитячий голос; високий рівний лоб; скромна струнка дівчина; чарівний барвистий світ; худорлява білява дівчина; висока темношкіра людина; відомий тонкий лірик; широкі блакитні очі.



5. **Татуювання: за і проти**

Сучасна молода людина невпинно експериментує зі своїм тілом, сміливо та свавільно прикрашає себе численними модними татуюваннями, пірсингом, навіть шрамами. Усе для того, щоб привернути до себе увагу, бути оригінальною, викликати захоплення, розширити коло спілкування.

Більшість із нас хоч зараз може зробити дірку в носі, вусі або ж татуажного симпатичного дельфіна на плечі. Та чи варто керуватися мінливими й гламурними тенденціями сьогодення, поспішати бути в тренді? Адже кожен такий невиважений, спонтанний крок залишатиме на тілі відбиток на все життя. Можливо, краще спершу уважніше прислухатися до себе й спробувати збагнути власну ідентичність?

7. Мрія у людей завжди незвичайна й грандіозна. Сучасна непересічна людина так влаштована, що без мрії жити не може. І вже зі шкільної лави діти знають, що тільки наполеглива й невтомна праця дасть свої результати. Очікуваний закономірний успіх приходить тільки до працелюбних.

🏠 Молода господиня пройшла по двору. Чорна довга її коса непорушно лежала на спині. Хлопці жевжиками просуваються між дорослими й безперестанку кричать дзвінкими, веселими голосами. Сухий колючий вітер зірвав з отаманової щоки солону сльозу. Захар глядів на молоду пару ясними радісними очима. Я на гору круту крем'яную буду камінь тяжкий підіймать. Іде гроза дзвінка і кучерява садам зомлілі руки цілувать. Рівний, залитий сонцем степ, одразу принишк.

§29. Узагальнювальні слова в реченнях з однорідними членами

2. Коні водилися в нас різні: хитрі й недобрі, нещасні й ображені, перелякані й стурбовані. Дід розмовляв із кіньми, з телятами, з травами, зі старою грушею і дубом — з усім живим. Унаслідок такої діалектики природи качки, курочки, чайки — все наше птаство впізнавало Тихона ще здалека й ховалось у воду під латаття. Дід шкодував, що вже в лісах рідко траплялися дикі звірі: їжак, заєць, тхір, вовк.

3. До раціону крокодила входять різні тварини: черепахи, жирафи, буйволи й навіть леви. У Парижі, у Берліні, у Борго-Сан-Лоренцо — у багатьох містах установлено пам'ятники собакам за їх заслуги. Дельфіни тут швидко навчилися виконувати складні трюки: високо вистрибувати з води, пролітати крізь кільце, гратися з м'ячем, бити у дзвін і навіть співати.

4. Вона чує, як перепурхують із дерева на дерево всякі пташки: рябчик, синиця, сорока. Уночі вирушає рись по здобич, нечутно крадеться під розлогими деревами: під ялинами, соснами й осиками. Ні зайчисько-біляк, ні старий тетерук, ні важкий глухар, ні сонний лякливий рябчик — ніхто не втече від гострих пазурів розбійниці-рисі.

6. Справжніми друзями людини стають різні тварини: коти, собаки, кролики, хом'яки. Свійські тварини дають людям важливі речі: молоко, м'ясо, вовну, шкіру, пух. Вони виконують важливу роботу: перевозять вантажі, несуть сторожову службу, допомагають обробляти землю, беруть участь у спортивних змаганнях.

🏠 З високої сокорини ворона бачила все: курінь, людей, пташок у лісі і бездоганно вгадувала наближення дощу. З телям, з поросятами, курми, голубами, гусьми — з усією живністю грався Пірат. Пес любив допомагати по господарству й виконував усяку роботу: носив з городу огірки, складав їх у саду на одну купу, виливав зайві курячі яйця. Усе навколо: дерева, птахи, люди сповнене весняної пружної, нестримної сили. Кріт носить у нору лише потрібні рослини: дубове листя, стебла материнки, квіти конюшини. В Україні вовки водяться в різних місцевостях: на Поліссі, у Карпатах, у степах та в лісостеповій зоні. Олені

полюбляють різну їжу: жолуді, горішки ліщини, гриби, трав'янисті рослини, лісові плоди, лишайники.

§30. Звертання поширені й непоширені. Розділові знаки в реченнях із звертанням

2. Е (є) сестрице, Юліє, вовче, юначе, козаче, Богдане, хлопче, їжаче.
У (ю) учителю, охоронцю, Андрію, дядьку.
О: Дарино, чайко, Уляно, Богдано, жінко, Інно.
Юначе, у скрутний час будь готовим захищати свою Батьківщину. Ти, їжаче, будь сміливішим і пригощайся молоком. Дядьку Максиме, розкажіть цікаву історію. Дорогий Андрію, вітаємо тебе з днем народження. Чому ти, чайко, так низько літаєш? Інно, не забудь про сьогоднішнє тренування.

3. Їж, Мартине, мати ще підкине. Куме Семене, не будьте свинею. З Богом, Парасю, як тебе люди хотять. Сиди, Тетяно, бо ще рано. На тобі, небоже, що мені не гоже. Хапай, Петре, поки тепле. Засмійся, Матвійку, дам копійку. Терпи, козаче, отаманом будеш. Тікай, куме, бо біда суне. Гуляй, Мартине, я до тебе, а ти до мене.

4. Світе ясний! Світе тихий! Світе вольний, несповитий! За що ж тебе, світе брате, в своїй добрій теплій хаті oковано, омурано. Погибнеш, згинеш, Україно, не стане знаку на землі, а ти пишалася колись в добрі і розкоші! Вкраїно! Воскресни, мамо! Ой, Дніпре мій, Дніпре, широкий та дужий! Багато ти, батьку, у море носив козацької крові; ще понесеш, друже. Місяцю мій ясний! З високого неба сховайся за гору, бо віту не треба. Сховайся ж за гору, сховайся, мій друже, щоб не довелось на старість заплакати. Сонце пресвятеє на землю радість принесло і людям, і землі, моєї туги, нудьги не розвело. Святий огненний господине! Спалив єси луги, степи, спалив і князя, і дружину, спали мене на самоті!

5. Ванькооо! Вилазь зараз же! Вилазь, убоїще, бо гірше буде! — Діду! — жалібно схлипується він. — Діду, — ще жалібніше повторює мій друг, — ви одійдіть, ми виліземо. — Вони ще мені умови ставлять, вишкварки! Одійдіть, діду!

§32. Вставні слова (словосполучення, речення)

2. Здається, часу і не гаю, а не встигаю, не встигаю! Ліс був живий. Він не прощався. Віки, здавалось, прошумить. Старенька груша дихає на пальці. Їй, певно, сняться повні жмені груш. Може, десь є лотоси і гінкго, тихі ріки і рожева даль — у краю неляканих фламінго, де росте неламаний мигдаль. Чи нафта розпливлась, чи, може, це казка, — на Командорах, кажуть, серед літа з морської піни вийшла на піски коров'яча остання Афродіта. Од плачеться природа. Їй стане легше, певно. Як мені. Може, вранці десь на Чорногорі сонце встало з лівої ноги. Ліс теж змінився. Може, постарів. Чи траса порозхитувала сосни. Я дерево, я сніг, я все, що люблю. І, може, це і є моя найкраща сутність.



🏠 У різних місцях світу, як відомо, в різний час спостерігалися кольорові атмосферні опади, зовсім не пов'язані з людською діяльністю. Про червоні дощі, виявляється, писали Гомер і Плутарх. У XIX столітті вони були, на вимогу вчених, вже більш строго задокументовані і їх спостерігали в Італії, Греції та південних районах Іспанії. Причина цього явища — домішування до звичайного дощу, відповідно, червоного пилу. Він складається, як підтвердили науковці, з найдрібніших організмів

червоного кольору. Утворюється такий пил, як стало відомо, в Африці, після чого переноситься пасатами в Європу.

Чорні дощі, звичайно, — більш рідкісне явище. У цьому випадку, неважко здогадатися, до звичайної дощової води домішується вулканічний пил. Дивуватися немає чому, особливо якщо десь у радіусі кількох тисяч кілометрів від місця випадання чорного дощу, як стало відомо згодом, вивергається вулкан. Білі дощі утворюються, коли змішується, відповідно, вода з крейдяним пилом, який утворюється під час вивітрювання вапнякових гірських порід. Зелений дощ за все минуле століття був зареєстрований, здається, лише один раз — в Індії. Обарвлювали його, напевне, домішки продуктів бджільництва та пилку квітів мангових дерев.

§33. Розділові знаки при вставних словах

1. Хто такі чумаки та чим вони займалися, здається, знають усі, та проте мало хто може сказати про них більше. Складність їхньої праці полягала в тому, що вони не просто перевозили товар на відстані тисяч кілометрів, а ще й, не розраховуючи на диво, власноруч захищали його від численних розбійників. Це давало можливість чумакам не боятися армій сусідів, з якими постійно велися війни, а на диво, стабільно займатися своєю справою та відкривати для себе нові ринки збуту й імпорту. З ніг до голови вимазаний дьогтем, аби не занести вірусу в Україну, чумак здається схожим на саму недугу, котру зображали, як стару жінку в чорному вбранні.

2. Сподіваюсь, завершальний матч буде переможним. Я сподіваюсь на швидке вирішення цієї задачі. Він, відомо, завжди приймав виважені рішення. Невдовзі стало відомо про перебіг подій. Тату, чуєте, допоможіть мені впоратися з ремонтом велосипеда. І ви раптом чуєте неймовірно красивий спів солов'я. Ми, виходить, зробили напрочуд корисну справу, прибравши сміття зі скверу. Зал потонув у оплесках, бо ось виходить відомий співак. А це вже, даруйте, неправильний підхід до справи. Для гарного настрою частіше даруйте квіти.

4. Колись кемпінги не мали жодної популярності в автомандрівників, навіть обурювалися: з якого це дива вони мають платити за стоянку, якщо є можливість зупинитися де завгодно й організувати ночівлю, розбивши намет. Мабуть, у багатьох поняття «кемпінг» досі асоціюється з так званим диким туризмом — на природі без належних умов.

Сучасні кемпінги, ясна річ, потроху ламають стереотипи, пропонуючи відпочивальникам безпеку паркування, комфорт, варіанти вибору місця проживання (літній бунгало, усесезонний будинок, намет, своє власне «житло» — причіпний будиночок на колесах чи кемпер на основі мікроавтобуса).

Зверніть увагу, оселяючись у літньому будиночку, капітальній споруді чи розраховуючи на місце для намету, турист не лише платить різні суми, а й отримує місце тимчасового проживання на різних умовах. Отже, подорожуючи з наметом, туристи не переймаються питанням бронювання — на території кемпінгу здебільшого завжди можна знайти куточок для того, щоб поставити тимчасове житло. А коли ви розраховуєте на будиночок, то бронювання обов'язкове. Подорожуйте з комфортом!

5. Перше у світі регулярне повітряне сполучення було відкрито між Парижем і Лондоном у 1919 р. У літаку перебувало, кажуть, всього 4 пасажири.

Майже весь час польоту літаком керує спеціальна програма — автопілот. Усі пілоти, що виконують міжнародні рейси, розмовляють з диспетчером тільки англійською мовою. Уявіть собі, якось під час польоту в салоні «Боїнга» побачили мишу. Через сірого гризуна екіпажу довелося здійснити екстрену посадку й висадити всіх пасажирів. Була, між іншим, небезпека, що миша перегризе який-небудь кабель. 200 пасажирів провели ніч в готелі аеропорту, а екіпаж усю ніч із сиром і мишоловкою вишукував мишу. У літаку «Боїнг-767» — понад 3 млн. деталей. Цікаво, що їх збирають з усього світу: частини фюзеляжу виробляють у Японії, центральні частини крил — у Південній Каліфорнії, закрилки — в Італії. У літаках, справді, є одне незмінне правило: пілоти їдять різні страви. Зокрема, один із них їсть те ж саме, що й пасажири першого та бізнес-класу, а другий пілот їсть іншу їжу. Авіакомпанія, очевидно, турбується про те, щоб обидва пілоти раптом не отруїлися однаковою їжею.

Сервіс BlaBlaCar — це щось середнє між таксі й автостопом. Водій і пасажир, якщо їхні маршрути збігаються, знаходять, як виявляється, одне одного через Інтернет і ділять між собою витрати на дорогу. Цей сервіс давно популярний у США, Канаді, Австралії та Західній Європі. Він виник, за твердженням істориків, у роки Другої світової війни, коли в США була введена політика жорсткої економії і спільні поїздки пропагувалися як спосіб економії пального. В епоху мобільних технологій та Інтернету, безперечно, такі подорожі стали більш доступними для всіх. Водій дає оголошення з описом маршруту, указує зручний час відправлення. Пасажир, звичайно, бачить усі пропозиції від водіїв. Він може, наприклад, вивчити профайл водія, де вказана марка машини, рівень досвіду водія. Написавши або подзвонивши водію, можна забронювати, на власний розсуд, місце в автомобілі.

У розвинених країнах, це незаперечний факт, сьогодні користуються такими сервізами для щоденних спільних поїздок на роботу чи навчання. У США та Канаді, як відомо, існують спеціальні програми заохочення — для машин з трьома й більше пасажирами дозволено безкоштовний проїзд окремими платними дорогами та смугами для громадського транспорту.

§35. Поняття про відокремлення. Розділові знаки при відокремлених членах речення

4. Увімкнувши підігрівач, уважно стежимо за підігрітим розчином. Тягар, повернувши на іншу площину, повільно відпускаємо рухатись. Розкрутивши кульку, спостерігаємо за її рухом. У маятнику, запустивши його коливання, можна виміряти амплітуду. Зупиняємо процес, натиснувши на вимикач. Потягнувши за кінець спіралі, ми збільшуємо її довжину. Штовхнувши кульку, ми спричиняємо поступальний рух.

5. Чорним орлом; єдиний музей; старовинне аптекарське обладнання; середньовічні аптекарі; стародавні кам'яні ступки; висушені лікарські рослини; аптекарське обладнання; аптекарських пресів; твердих препаратів; цілющих рослин; звичайними найсучаснішими ліками; залізне вино; тонізуючий напій.

6. Проїжджаючи по трасі Амстердам-Гаага, не можна не помітити величезну 35-метрову фігуру людини, зроблену зі сталі. Цей музей людського тіла названий «Corpus», який знаходиться в Нідерландах. Відвідувач спочатку потрапляє в коліно гіганта, а звідти вже продовжує шлях

по всьому тілу, закінчуючи екскурсі в мозку. Музей, створений науковцями, показує людям, як працює організм, як відбуваються ті чи інші процеси всередині нашого тіла. Потрапивши до музею, ви дізнаєтеся багато цікавого: як працюють органи людського тіла, як утворюються еритроцити, як організм виділяє антитіла, борючись зі скалкою в тілі, що відбувається, коли людина чхнула, коли спить. Усі ці процеси змодельовано дуже точно, їх можна спостерігати на величезних моніторах. Музей оснащений останніми новинками в галузі візуальних і звукових ефектів.

7. Б. Розглядаючи різні експонати, відразу хочеться про щось запитати. Нам, ясна річ, навіть десятої частини не розповіли про всі експонати музею. Наші козаки, мабуть, були міцної статури, якщо мали такі шаблі.

Б. У музеї, поза сумнівом, мають діяти обов'язкові правила. По-перше, цілковита тиша, без голосних розмов. По-друге, слід пам'ятати, що руками нічого не можна чіпати. По-третє, зі своїми думками та зауваженнями слід звертатися до працівників або адміністрації музею.

§36. Відокремлення узгоджених означень

2. На Міжнародному етнофестивалі «Країна мрій» у липні 20 15 року було встановлено рекорд України: український рушник, найбільший у світі, підняли в небо на двох повітряних кулях. Загальна площа рушника, виготовленого студентами Київського державного інституту декоративно-прикладного мистецтва та дизайну імені Михайла Бойчука, становила 750 квадратних метрів.

На розмальовування рушника було витрачено понад 12 відер фарби. Вишито рушник яскравими нитками — червоною й синьою.

3. Та я нічого не везу додому, лиш згорточок старого полотна і вишите моє життя на ньому. В нитці сонце золоте, пелюстки багряні, ласка мамина цвіте в тому вишиванні. Одягнімо вишиванку, друже, хай побачать українців світ молодих, відважних дужих у єднанні на сто тисяч літ. Українці мають багато традицій, пов'язаних із вишивкою. Основні функції вишитих рушників, сакральну й декоративну, розкрито в доповіді науковця. Вишита скляним намистом вбирає очі сестрина сорочка. Щасливий, я надягаю сорочку, вишиту дружиною, і йду з рідними святкувати День Незалежності.

4. Давно забуті, горнуться до мене. Гортаю білу грядку полотна, засіяну барвінком і любистком. Перегортаю білі рушники, що хліб вкривали і дитя в колисці, що старостів чекали на святки — розшиті маком, заквітчані, барвисті. Душа мого народу — рушники, барвінками і мальвами зігріта.

§37. Відокремлення неузгоджених означень

5. Усі герої «Шрека» — головні, епізодичні, з лапами й хвостами, в іншопланетній подобі — розмовляють. Цікаво, що всі їхні репліки записані окремо. Актори, зайняті в цей час іншими зйомками, ніколи не збиралися разом для запису в студії, а слова їхніх партнерів вимовляв асистент. Кумедний, з хвостом кота, з хоботом слона Бім-Бом (з мультфільму «Думками навиворіт»), зроблений переважно з солодкої вати. Образ хом'яка Ріно, створений мультиплікаторами за подобою домашньої шиншили продюсера, підкорив серця глядачів мультфільму «Вольт». Голос співака Олега Скрипки, упевнений, зі специфічним тембром, ідеально підійшов для озвучення образу Карлсона у новій версії мультфільму



«Малюк і Карлсон», знятого за мотивами повісті шведської письменниці Астрід Ліндгрен. Ми всі любимо героїв дитячих мультфільмів — чесних, справедливих, з важкими характерами й добрими серцями.

6. У 2013 році з'явився перший державний тривимірний анімаційний фільм «Бабай» який зібрав героїв дитячих казок, неодноразово переказаних, і страшилок, часто переказуваних на дозвіллі. Автори мультфільму, захоплені ідеєю створення українського продукту, по-новому показали найстрашнішого монстра української дитини Бабая, міфічну птицю Алконоста, героїв казок Курку Рябу, Відьму, Чорта, Козу-Дерезу й інших персонажів.

7. Веселий і сумний, розумний і лінивий Шрек усе-таки запам'ятався своєю добротою. Шрек, часом лінивий і безкомпромісний, подає приклад великого терпіння й наполегливості.

🏠 У 2013 році анімаційна стрічка «Сонячний коровай» стала першим українським мультфільмом, адаптованим для незрячих дітей. Фільм озвучений народною артисткою України Олександрою Волконською за допомогою тифло-коментаря. Цей спосіб супроводу відеоряду, відмінного від субтитрів, було показано у Львові. Артистці, досвідченій, з чудовою дикцією, з грайливими інтонаціями, довелося так вибудувати текст, щоб його могли зрозуміти навіть ті діти, які ніколи нічого не бачили. Цікаво, що це третя реінкарнація казки — доброї, веселої, позитивної. Перший мультфільм був знятий у 1951 році, а другий — у 1981 році на кіностудії «Київнаукфільм».

§39. Відокремлення прикладки

2. Пейзажна алея в Києві — улюблене місце відпочинку киян — була прокладена на початку 1980-х років за проектом архітектора Авраама Мілецького. Вона — справжня окраса Верхнього міста, розташована на Старокиївській горі, звідки легко оглядається Поділ і Задніпров'я. У 2009 році на Пейзажній алеї було облаштоване казкове містечко для дитячих прогулянок: сквер із лавками і величезними котами. Пізніше з'явилося продовження чудового дитячого парку — майданчик «Аліса в Країні Див». У 2011 році в рамках проекту «KIEV FASHION PARK» на Пейзажній алеї відкрився перший парк сучасної скульптури й інсталяції — сімнадцять арт-об'єктів, подарованих меценатами.

🏠 В Україні є безліч пам'ятників минулих епох, але немає будівлі символу сучасності. Концепцію такого проекту полі функціонального комплексу «Писанка» розробили українські архітектори Олександр Попов, Дмитро Васильєв, Антон Хильки та художник Кирило Проценко.
Чому саме писанка? Бо писанка — це символ України, що ввібрав у себе тисячолітні історичні традиції.
Уся зовнішня оболонка 44-поверхового комплексу — це гігантський світлодіодний екран, що складається з 33 000 пікселів — світильників червоного, зеленого й синього кольорів. Комплекс запропоновано розмістити на Південному мисі Рибальського півострова. Будівлю — символ сучасності — буде добре видно як з правого, так і з лівого берега Дніпра.



§40. Відокремлення прикладки

2. У канадському містечку Вегревілль, населеному переважно етнічними українцями, ви можете побачити найбільше у світі великоднє яйце-скульптуру завдовжки 8 метрів, а завширшки — 5. Цей пам'ятник-писанку вагою майже 2270 кг було виготовлено з уламків літаків. Його

виготовили на згадку про українців, перших емігрантів, які приїхали до Канади. Установлена, які гігантський флюгер, писанка повертається за вітром, її видно на відстані багатьох кілометрів.

4. 2010 року в Софійському соборі з'явилося унікальне панно «Пресвята Богородиця», складене з 15 тисяч розфарбованих уручну писанок. Оксана Мась — талановита одеська художниця — працювала над цією дивовижною мозаїкою майже рік. Писанки для роботи розмальовували люди по всій Україні: професійні художники та друзі, діти й черниці. Мозаїчне панно «Погляд у вічність» вагою 2,5 т зображує очі образу Діви Марії, воно створене за мотивами однієї із старовинних українських ікон епохи бароко.

5. **Христос воскрес!**

Співає жайворон з небес:
«Христос воскрес! Христос воскрес!»
У небо дзвін гуде з села:
«Христос воскрес! Йому хвала!»
В промiннях сонячна блакить:
«Христос воскрес! Його хваліть!»
Журчить струмок — весняний дзвін:
«Воскрес Христос — Господній Син!»

Радіють діти у вінках:
«Христос воскрес на небесах!»
І вся земля, мов той вінок,
З чудесних трав, дітей, квіток...
І в серці радість через край:
Воскресли поле, річка, гай,
І лине пісня до небес:
«Христос воскрес! Христос воскрес!»

6. А, Б. Писанку, символ життя і сонця, розмальовувати нескладно, але дуже цікаво. Насамперед потурбуйтеся про писачок, виготовлений власноруч. Далі, підготувавши різні ємності, розводите різноколірні фарби. На столі, звичайно, повинна бути запалена свічка та підігрітий віск, можна використати парафін. Під рукою, як годиться, шмат полотна, щоб витирати зайвий віск. Олівцем легенько слід зробити візерунок на яйці, тримаючи його двома пальцями. А далі, як відомо, вже розтопленим воском замальовуєте необхідні візерунки, щоб по черзі занурювати яйця в різну фарбу.

7. А. Чи є щось на світі красивіше за великодній світанок, святий день на землі! І чує земля, наша годувальниця, цю християнську радість та й пишається у весняному розвої разом із людьми. Вийнято із скринь і шаф найкращий у господі одяг, вишиванки й плахточки, а для нас він таки найкращий у світі. Урочиста процесія, на чолі з батьками, виходить із церкви. А з неба — нараз так буває на Великдень — скрапне теплий дощик і засвітить веселка, природне яскраве коромисло, як Божий заповіт любові.

На Запоріжжі в переддень Великодня 2007 року в північно-східній частині острова Хортиця відбулося урочисте відкриття півтораметрової гранітної скульптури писанки. Пам'ятник у формі яйця встановлено на місці відкритого на острові святилища.
Унікальний пам'ятник виготовлено з матеріалу, який було доставлено з Янцевського кар'єру. Скульптуру розписав художник Леонід Микитин традиційним українським писанковим орнаментом.

§42. Відокремлена обставина

2. Зібравшись у молодої напередодні весілля, дівчата співають ритуальних пісень. Подружки виконують пісні, виплітаючи весільні вінки. Приступаючи до плетення вінка для молодої, дружки хором випрошують благословення. У наш час іноді дівчата, беручи шлюб, нехтують традиційний український вінок, одягаючи на голову шматок прозорої тканини! Багато

весільних обрядів виконують співаючи. Уплітаючи у вінок барвінок, дівчата сподівалися на вічне кохання. Виконуючи роль оберега, вінок був ще й прикрасою.

3. Підготувавши придане, у родині засватаної дівчини прибирали в хаті та садибі, готували їжу — до двадцяти страв. Особливим обрядом було випікання весільного короваю. Спеціально для цього запрошували коровайниць, молодих, щасливих у заміжжі жінок (від трьох до семи). А вже ввечері, напередодні весілля, наречена прощалася з дівоцтвом, разом із подругами співаючи пісень про дівочу молодість про майбутню розлуку з батьками та про щасливе життя після весілля.

6. Весілля, цей незвичайно красивий і духовно піднесений ритуал, зазвичай відбувалося в неділю. Нині з цієї традиції роблять цілу виставу, сповнену величі й краси.

🏠 Майже всі наречені, підходячи до вівтаря, усміхаються у той час як женихи, навпаки, зберігають серйозний вигляд. У Кенії жених хотів відчути себе в жіночій «шкурі», носячи цілий місяць жіноче взуття, одяг та аксесуари. Раніше в Європі батьки нареченої, приготувавши пироги, складали їх у посудину й викидали з вікон свого будинку. Якщо посудина розбивалась на безліч уламків, вважалося, що шлюб буде довгим і щасливим. Найдешевше у світі весілля святкували в індійському племені нандхарі, витративши на все трохи більше однієї рупії. На півночі Англії готували весільні коржі й обкидали ними молоду, поділивши їх на кілька рівних частин. Уважалося, що, з'ївши шматочок такого коржа, незаміжня гостя вві сні зможе побачити майбутнього жениха. У Великій Британії для нареченої вважається великим успіхом у день весілля поцілувати сажотруса, тому що він відганяє злих духів, приваблюючи удачу.

§43. Відокремлена обставина

2. Завдяки своїм лікувальним властивостям, тополя стала популярною не тільки у фольклорі, а й у медицині. Копаючи криницю, кидали шматок вербової колоди для очищення води. Дуб символізує світову вісь, з'єднуючи верхній і нижній світи. Чорнобривці, попри осінні холоди, тішать наше око до сивих морозів. Барвінок здобув славу завдяки своїй живучості. Згідно з легендою, барвінок назвали на честь кохання юнака Бара і дівчини Вінки. Усупереч морозам, барвінок зеленіє навіть під снігом. Наші предки, шануючи вербу, широко використовували її в медицині. Зазвичай дівчата вплітали барвінок у вінок, співаючи.

4. Лісовий готель

Напевно, кожному доводилося бачити цю гарну квітку — дзвіночок. Але не кожен знає, що він є лісовим готелем для багатьох комах. Уночі, особливо під ранок, коли в лісі стає прохолодно й випадає роса, комахи замерзають, їхні крильця намокають. Ось тут і стає їм у пригоді дзвіночок, який, незважаючи на холод, на ніч не закриває свою квітку. Тож заповзають і залітають туди всі, хто хоче переночувати в теплі. Адже у квітці, попри нічну прохолоду, температура на 4- 5 градусів вища, ніж зовні. Рятує комах дзвоник і вдень, не закриваючись навіть у дощ. Перш ніж зірвати цю яскраву квітку, красиву й добру, подумай, адже це чиясь домівка.



7. То такий, що збреше не моргнувши оком. Погляньте на нього: не вітається навіть, ходить задерши носа. Микола біг, висолопивши язика,

ледве наздогнав товаришів. Не вдалося Микиті вмовити батьків, пішов собі, упіймавши облизня. Скажу тобі, друже, поклавши руку на серце, що так усе й було. На земляних роботах важко, там працюють люди, обливаючись потом.



Кактус-велет

Цей кактус-велет відомий кожному, хто мандрував Мексикою чи південно-західними районами США. Здалеку стовбур і гілки сагуаро (так називають рослину місцеві жителі) подібні до постаті людини, яка підняла руки до неба. Але, незважаючи на свій велетенський розмір, кактус — це рослина, яка росте дуже повільно, особливо перші 10 років, за цей час стовбур виростає менше, ніж 2 см щороку. Рослина не утворює бічних гілок, не досягнувши 5 м заввишки. Потім колючий страж пустелі, підростаючи за рік на 2,5 см, досягає висоти 15 м. Цвісти ж рослина може, починаючи з 50 років. Найстарішим рослинам 200 років і важать вони майже 10 т.

§45. Відокремлений додаток

2. Наші сучасники, на відміну від далеких пращурів, не вірять у мавок. Мавки, окрім добрих справ, робили й прикрощі. Мавки приваблюють хлопців різними способами, зокрема співом. На відміну від звичайних дівчат, у мавок волосся зеленого кольору. Іноді мавки, замість господарів, доглядають худобу на полонині.

3. Вовкулака — популярний персонаж українського фольклору, належить до незвичайних, напівфантастичних істот. Поширені версії про вроджених і зачарованих або обернених. Уродженим вовкулаком можна стати, народившись під певною планетою. Зачарованими вовкулаками стають люди, яких обертають на вовків чаклуни та відьми. За вказівкою відьми, перекинувшись тричі через увіткнутий у землю ніж, людина могла залишатися у вовчому образі кілька років. На відміну від зачарованих вовкулаків, уроджені живуть у сім'ях як звичайні люди, лише в певний час, найчастіше вночі, перетворюючись на вовків, об'єднуються з вовчими зграями. Наперекір відьомським чарам, можна повернути вовкулаці людську подобу, перевівши через хомут чи розірвавши шнурок на шиї.

5. Крім легенд про лісовиків, є безліч розповідей про русалок. У русалок, замість волосся, є тонкі й зелені водорості. Русалки полюбляють місячної ночі водити танок, за винятком тих ночей, коли місяця не видно. На відміну від мавок, русалки не допомагають людям.

§46. Уточнювальні члени речення

2. Крапчасий ховрах трапляється на сході України — в Харківській і Луганській областях. Рись дуже довго, інколи більше доби, може без жодного руху лежати в засідці, де її дуже важко помітити, вона ж, навпаки, бачить усе. Слово миша утворено од стародавнього індоєвропейського слова муш, тобто злодій. Як показали експерименти, ці гризуни найбільше люблять не сир, а солодку їжу, наприклад, цукор і фрукти. Бурий ведмідь, найбільший із наземних хижаків України, живе в Карпатах, зокрема в Горганах. У Франці, в околицях села План-де-ла-Тур, дуже розмножилися зелені коники, а місцеві кури із задоволенням їх клювали, через деякий час жителі села були приголомшені: кури почали нести яйця із зеленими жовтками.



4. Дівчинонько горда,
Глянь, як промінь ластиться,
Вже останню кригу понесла вода, —
Прилетіла ластівка
Голубою ласкою
До моєї хати, до свого гнізда.

Не лишай так скоро
Мого двору, ластівко,
Ти, холодний вітре, не тривож села, —
Дай упитись ласкою,
Дай нажитись казкою,
Та не дай зазнати літа без тепла.

🏠 Їжак — маленький, сірий, колючий... Хто ж його не знає? Так от, судячи з кількості безглуздих вигадок, про його спосіб життя ніхто не знає. Повсюди з книжки в книжку, з листівки на плакат переходить образ їжачка з рум'яним яблуком на спині. Хто це бачив? Ніхто не бачив, але всі впевнені, що яблука й гриби їжачок запасає собі на зиму. А взимку довгими вечорами гризе в нірці промерзлі яблука, сухі гриби й чекає не дочекається весни...

Відкриємо страшну таємницю: їжакам не потрібні запаси їжі. Тваринки сплять солодким сном кілька місяців із листопада по квітень. А вві сні витрачають потихеньку підшкірний жир, накопичений аж ніяк не на яблуках. Адже їжак — тварина комахоїдна. Рослинну їжу — варену картоплю, рис, груші, сливи, горіхи, насіннячко й ті ж горезвісні яблука — їдять тільки ті їжаки, яких утримують у неволі. Так то ж неволя! У природному середовищі раціон їжаків зовсім не вегетаріанський: жуки, черв'яки, равлики. Іноді він може урізноманітнити своє меню жабами, ящірками, пташиними яйцями.

§48. Розбір ускладненого речення

2. Наймилішою іграшкою для дівчат є лялька, яку оздоблюють, наслідуючи місцеві традиції, різними прикрасами — квітами, кольоровими стрічками, різними узорами. (Складне, перша частина: розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне, неускл.; друга частина: розп., неокл., просте, односкл., пошир., неповне, ускл. відокр. обст., вираж. дієприсл. звор., однор. чл.реч.)

Найдавніша лялька, скульптурка із сіро-жовтої глини, знайдена на території України, походить з Ольвії. (Розп., неокл., просте, односкл., пошир., повне; ускл. відокр. дод., означ., вираж. дієприкм. звор.)

Особливу роль відігравали ляльки-мотанки, традиційні для України. (Розп., неокл., просте, двоскл., пошир., повне; ускл. відокр. означ.)

Якщо дитина хворіла, таку ляльку, символічно «зашивши» в неї недугу, спалюювали. (Складне, перша частина: розп., неокл., просте, двоскл., непошир., неповне; друга частина: просте, розп., неокл., односкл., не пошир., ускл. відокр. обст., вираж. дієприсл. звор.)

На Прикарпатті робили дивовижні іграшки із сиру, смачні та поживні, у вигляді кіз, овець, оленів чи коників. (Розп., неокл., просте, односкл., пошир., неповне; ускл. відокр. означ., однор. чл. реч.)

З маленьких гарбузів, із кульками всередині, виготовляли брязкальця, а для безпеки обмотували їх тканиною. (Розп., неокл., просте, односкл., пошир., повне; ускл. відокр. означ., однор. чл. реч.)

4. Ой ну-ну, кітку,
Піди по тітку.
Тітка в нас молода,
Аж з Китай-города,
У червоній плахті,
У зеленій запасці,
У червоних чобітках
На золотих підковках.
Тітка підківками лясне,
А дитина засне.

Цікавою словесною грою для дітей старшого віку, веселою й захоплюючою, є скоромовки — чудовий витвір народної логопедії. Вони складаються з жартівливих висловів, скомпонованим з важким для швидкого вимовляння слів, якими часто розважаються діти, випробовуючи свої орфоепічні можливості та вдосконалюючи власне мовлення. В українській етнодидактиці скоромовок багато. Це підтверджує й сама скоромовка: «Усіх скоромовок не перескоромовиш, не перевискоговориш». Переймаючи їх від дорослих, діти із задоволенням розважаються.

Скоромовки:

Їхав Прокіп з Прокопихою і забалакались
про горшки, про миски і про покришки.
Їла Марина малину.

§49. Повторення

2. Якою була єгипетська школа давніх часів? (питальне) Уявіть двір при храмі бога Амона (Ра) — головного єгипетського божества. (спонукальне) У тіні сидять дванадцятирічні хлопчаки, перед ними — учитель. (розповідне) На ньому білий набедреник, голова в знак чистоти гладко виголена, на грудях підвіска, що зображає павіана. (розповідне) Ця мавпа вважалася священною твариною бога Тота, який був покровителем знань, магії та медицини. (розповідне) Біля ніг учителя лежить неодмінний атрибут навчання — трьоххвостий батіг. (розповідне) Учні сидять на плетених циновках, у кожного плетена сумка, у якій дощечка із заглибленнями для чорної та червоної фарби, пенал із китицями, посудина для води й глиняні таблички для письма (на папірусі дозволялося писати тільки старшокласникам). (розповідне) Учитель диктує, а учні пишуть на своїх табличках. (розповідне)

3. Перші світські навчальні заклади стали з'являтися в одинадцятому столітті, а ще через два століття в Європі найбільші єпископські та світські школи починають перетворюватися в університети. Після прийняття християнства в Київській Русі князь Володимир наказав віддавати «на книжкове навчання» дітей «кращих людей». Ярослав Мудрий — засновник школи в Новгороді для трьохсот дітей старост і духовних осіб. Найдавнішою визначною пам'яткою педагогічної літератури вважається «Повчання Володимира Мономаха своїм дітям» (1117), у якому автор учить своїх дітей бути розумними правителями, захищати інтереси Русі, самим учитися та поширювати освіту. Найдавнішим офіційним документом педагогічної думки в Україні є «Порядок шкільний» 1586 року.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

РОСІЙСЬКА МОВА

(4-й рік навчання)

Баландіна Н. Ф., Крюченкова О. Ю.



ЛЕКСИКОЛОГИЯ, ФРАЗЕОЛОГИЯ. ЗАИМСТВОВАННЫЕ СЛОВА

3. *Заимствовать* — взять (брать), перенять (перенимать), усвоить (усваивать). Заимствование, заимствованный. Заимствованный — иноязычный.

4. Слово *территория* происходит от лат. *territorium* «область, территория, земля вокруг города», далее — из *terra* «почва, земля».

5. Теннис, бассейн, аллея, миллион, хоккей, коллекция, профессия, коллектив.

7. *Примеры заимствованных слов*: гаджет, модератор, селфи, сайт, аккаунт.

8. *Тематическая группа* — «Спортивные соревнования».

Кекс, джинсы, спортсмен, матч, имидж, менеджер, бизнесмен.

11. 1. Соответствующее решение было принято школьниками параллельного класса. 2. Среди собравшихся преобладала молодёжь. 3. Решение этой проблемы простое. 4. Сестра познакомила меня со своим другом. 5. Ужин был слишком сытный. 6. Родители приняли превентивные меры. 7. Вратарь сегодня превосходен.

13. **А.** Балл, группа, антенна, класс, программа, сумма.

Б. Раньше готовили еду в печи в чугунках. Это занимало много времени. Сейчас мама, бабушка могут быстро приготовить любое блюдо на газовой или электрической плите. Хорошим помощником на кухне является современная бытовая техника. Для разогрева пищи используется микроволновая печь. Воду можно быстро нагреть в электрочайнике. Кофе готовится с помощью кофеварки. А вкусные гренки быстро приготовит тостер. Бытовая техника упрощает работу мамам и бабушкам.

14. *Работа со словом. Заимствованные слова*: пирожное, мулине, бутон, чикагская биржа, карьера, автор, тетрадь, фамилиями, геополитика, политика, телепатия.

Синонимы: предпочтение — привилегия, преимущество; устройство (души) — структура, организация.

ФРАЗЕОЛОГИЗМЫ

20. *Поскрести по сусекам* — тщательно поискать. *Вам не светит* — иметь слишком мало шансов на успех в каком-либо деле. *Всегда на высоте* — чувствовать уверенность в своих силах, всегда действовать и решать поставленные задачи.

21. 1. Директор и его заместители были ведущими на переговорах. 2. Тот, о котором мы хотим рассказать, прошёл сквозь огонь и воду. 3. В наше время такие замыслы обречены на поражение. 4. На собрании он никогда не выступает и всегда прячется за кулисы. 5. В конце председатель подвёл итоги года.

22. *Аж морозом проймає* — мороз по коже. *Як у Бога за пазухою* — как за каменной стеной. *Відібрало мову* — отняло язык. *Піти світ за очі* — пойти куда глаза глядят. *Пускати туману* — пускать пыль в глаза. *Бути невтямки* — быть невдомёк.

От просмотренного фильма мороз по коже идёт. Мальчик молчал, как будто у него язык отняло.

24. 1. Похожи как две капли воды. 2. Намотать себе на ус. 3. Знать как свои пять пальцев.

26. **А.** *Панический страх.*

Перед контрольной работой у моего друга начинается панических страх.

Б. *Троянский конь.*

Этот подарок не от чистого сердца, и он напоминает троянского коня.

27. Дом-семья — родные, близкие люди.
Дом-быт — хозяйство; вопросы, связанные с ведением хозяйства.
Дом-пространство — комната, квартира.
Дом-уют — теплая и уютная атмосфера в доме.
Дом-любовь — забота близких друг о друге.

30. А. *Как (у себя) дома* — вести себя раскованно, без стеснения.
Б. *Дом (построенный) на песке* — недолговечное, непрочное сооружение; необоснованные предположения.
В. *Карточный домик* — легко разрушаемая конструкция.

МОРФОЛОГИЯ. ОРФОГРАФИЯ.

ИМЯ ЧИСЛИТЕЛЬНОЕ

31. Шестёрка, четвёрка, тройка — *существительные.*

37. На фотографии три высоких дуба, семьдесят новых зданий, шестьсот корабельных сосен. Я еду мимо трёх высоких дубов, семидесяти новых зданий, шестисот корабельных сосен. Я подошёл к трём высоким дубам, семидесяти новым зданиям, шестистам корабельным соснам. Я нахожусь рядом с трёмя высокими дубами, семьюдесятью новыми зданиями, шестьюстами корабельными соснами. Снег лежал на трёх высоких дубах, семидесяти новых зданиях, шестистах корабельных соснах.

38. Уроки закончены в два часа пятнадцать минут. Я живу недалеко от школы, поэтому добираться домой мне всего несколько минут. Расстояние от школы до дома метров триста. Казалось, рядом. Но после школы так хочется пообщаться с друзьями. Поэтому на дорогу домой я трачу около часа.

39. Старый друг лучше новых двух. Ум хорошо, а два лучше. До двух раз прощают. Конь о четырёх ногах, да и то спотыкается. У семи нянек дитя без глазу. Семь раз отмерь, один отрежь.

40. *Тестовые задания:* 1. Г. 2. Б.

41. Харьковский зоопарк — один из старейших зоопарков Украины. Для посетителей он открыл двери впервые в тысяча девятьсот третьем году, тогда как основан он был в тысяча восемьсот девяносто пятом году, восемью годами ранее. Изначально на арендованной у Харьковского университета земле располагалась выставка зверей и птиц, однако с тысяча девятьсот одиннадцатого года его постепенно начали заселять дикими животными. С тысяча девятьсот тридцатого года территория зоопарка не изменилась — сегодня она составляет двадцать два гектара. Коллекция жителей зоопарка насчитывает около семи тысяч животных.

42. *Работа с предложением. Рубрики стенгазет*: «Учиться никогда не поздно», «Смеёмся над собой», «Кому что снится во время уроков», «Нарочно не придумаешь», «Это нужно знать», «Секреты успеха»
Работа со словом. Фразеологизмы: не боги горшки обжигают, учиться никогда не поздно.

45. Новый год — праздник, который любят и взрослые, и дети. Традиционно в нашей школе все классы заранее готовятся к этому празднику. В этом году восьмиклассникам нужно было подготовить шоу-программу «Новый год шагает по планете». Нашему классу надо было показать, как празднуют Новый год в Африке.
Мы охотно взялись за подготовку праздника. Распределили задания: девочки искали интересный материал, связанный с празднованием Нового года в африканских странах, а мальчики решили подготовить

танец. Костюмы, музыкальное оформление готовили все: и дети, и родители, и конечно же, классный руководитель.

Праздник понравился всем. Программа получилась интересной, познавательной. Было очень весело и красиво. И самое главное — подготовка к Новому году ещё больше сдружила наш класс.

СКЛОНЕНИЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ 40, 90, 100

46. К сорока прибавить двадцать равняется шестьдесят. От девяноста вычесть пятьдесят равняется сорок.

47. А. Более сорока дней, километров, чашек, тетрадей. (*Р. п.*)
Б. К девяноста яблокам, доскам, деревьям, зданиям. (*Д. п.*)
В. Рассказывать о ста книгах, журналах, фильмах, учениках. (*П. п.*)

50. Я узнал много интересного о происхождении числительных. Мне было трудно изменять числительные по падежам.

51. 1. Катер остановился в ста метрах от причала. 2. Бидон с сорока литрами молока стоял в кузове машины. 3. В сорока сочинениях учащихся восьмых классов почти не было ошибок в употреблении форм числительных. 4. Из девяноста чашек одна была с небольшим браком.

53. *Тематические группы слов.* **А.** *Места событий*: Переяслав, Березань, Киев, Стайки, Трахтемиров, Ягодин, Полтава. **Б.** *Известные личности*: Гомер, Гораций, Сковорода, Бортнянский.

55. Яготин — город в Украине, на Приднепровской низменности, расположенный над рекой Супой, районный центр Киевской области. Население — 20569 человек. (2011 г.) Первое письменное упоминание о городе Яготин относится к 1552 году, а первая информация о владельцах Яготина встречается в начале 17 века. Особое значение имеет пребывание в Яготине Т.Г. Шевченко. Впервые он приехал сюда в 1843 г. для рисования двух копий с портрета Н.Г. Репнина. Здесь он нарисовал автопортрет, написал поэму «Тризна», которую посвятил дочери М. Г. Репнина Варваре. Шевченко был в Яготине и в 1844, 1845 и 1859 годах.

МЕСТОИМЕНИЕ. ПРИТЯЖАТЕЛЬНЫЕ МЕСТОИМЕНИЯ. ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ МЕСТОИМЕНИЯ

58. Вижу твой портфель — вижу твоего брата; любит наши игры — любит наших питомцев; почитает свои традиции — почитает своих родителей.

59. 1. Моих родителей навестили школьные друзья. 2. Он покинул свой дом. 3. Антон встретил своего друга. 4. Всё это я видел своими глазами. 5. Брат взял мою книгу. 6. Мне нужно взять свою шапку. 7. Это мой рюкзак, мне нужно уложить в него свои вещи.

61. Главный герой его поэмы, её блузка, его поле, разбить их, его сад, выращивать их, их домики, советуемся с его товарищами.

62. 1. Их поля были засеяны рожью. 2. Цветник, засеянный их руками, был самый лучший. 3. Об их самоотверженном труде написали газеты. 4. Об их работе много писали.

63. 1. Их цветники поражали обилием красок. 2. На него нельзя положиться. 3. Всходы их ржи были гуще. 4. Их разговоры мне не всегда интересны.

64. Ружьё (*чьё?*) охотничье, сумка (*чья?*) мамина, комод (*какой?*) старинный, голоса (*чьи?*) птичьи.

66. 1. — Какой цветок вам нравится больше всего?
— Вот тот, с оранжевыми лепестками.

2. — Который цветок вам нравится больше всего?
— Крайний слева.

67. 1. Кто это поёт? 2. Отец планировал, что будет делать дальше. 3. Мама знала, о чём я мечтаю. 4. О чём он только думал? 5. Он заметил человека, который быстро шёл в сторону леса. 6. Который час? 7. Кто из них победил? 8. Мы знаем, кто победил в последнем матче.

68. 1. Кто вырастил эти душистые розы? — Он догадывается, кто вырастил эти душистые розы. 2. Сколько раз в неделю нужно поливать цветы? — Я знаю, сколько раз в неделю нужно поливать цветы. 3. Чьи умелые руки создали эту живописную клумбу? — Я знаю, чьи умелые руки создали эту живописную клумбу. 4. Что нужно помнить при посадке деревьев? — Он рассказывал, что нужно помнить при посадке деревьев. 5. Какие правила надо знать при планировании сада? — Он говорил о том, какие правила надо знать при планировании сада.

69. *Тестовые задания.* 1. А. 2. В. 3. В.

70. Маме приятно получить от меня не купленные на её же деньги цветы или конфеты, а выполненную своими руками поделку: сделанную свою шкатулку, вышитую свою салфетку. Каким бы ни был твой подарок, он доставит много радости, если ты делал его с любовью и своими руками.

72. *Работа с предложением. Поучительные высказывания В. Шукшина*
1. К желанной цели тебя приведёт не мечта, а разум и труд.
2. Ты сам хозяин своей судьбы, никто больше. Знай больше других, работай больше других — вот вся судьба.
3. ... Живи и выкладывайся весь без остатка, старайся знать много, не жалуйся и не завидуй, не ходи против совести, старайся быть добрым и великодушным — это будет завидная судьба.

УКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ МЕСТОИМЕНИЯ

78. 1. Работа в саду была для деда самым любимым делом. 2. Он получил подарок от самого директора. 3. Я сам навожу порядок. 4. Они дружили с самого детства. 5. Перед самим домом росла калина. 6. Ты можешь сделать это сам. 7. Подводный мир, пожалуй, самый загадочный.

79. 1. Мы отдыхали возле самого озера. 2. Для того, чтобы овощи дали хороший урожай, одних удобрений мало. 3. Возле самих домов были вишнёвые сады. 4. Вишенка доросла до самой крыши. 5. На огороде Катя работала одна. 6. Никогда не оставляйте ребёнка самого.

80. 1. Я прочитала за каникулы три книги, моя подруга — столько же. 2. Во сколько лет дети идут в школу? 3.Со сколькими вредными привычками ему приходилось бороться? 4. Мы знаем о стольких его положительных чертах! 5. Андрей стольким друзьям помог! 6. Мы столькими способами пытались решить задачу!

83. Володя каждое лето приезжал в эту деревню. Сад свой он знал хорошо. Но только всегда это были просто ряды яблонь. Вот старая медовка. У неё такие жёлтые душистые яблочки. А вот грушовка. Яблоки у грушовки все нежные, продолговатые. А рядом апорт, статный молодец. У апорта ствол высокий, а ветви сильные. Деревья были как добрые знакомые, с каждым можно поздороваться.

87. Нужно помнить, что — уши даны человеку, чтобы слушать и слышать, зрение — чтобы смотреть и видеть, а язык — чтобы общаться и быть понятым.

88. Горька работа, да сладок хлеб. Не спеши языком — торопись делом. Терпенье и труд всё перетрут. Под лежачий камень вода не течёт. Любишь кататься — люби и саночки возить. Делу время, потехе час.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ МЕСТОИМЕНИЯ

89. Не́что, ничего́, ни с ке́м, никого́, ничего́, не́чего.

92. Ничего́, не́чего, не́ к чему, не́ о чем, не́чего.

93. Некто зашёл в вестибюль. Никто не заходил в вестибюль.

94. 1. Ничьими похвалами не возносись. 2. Не ошибается тот, кто ничего не делает. 3. Нечего тому страшиться, кто ничего не боится. 4. Не с кого спрашивать, когда сам виноват. 5. Родную мать никем не заменишь. 6. Остался ни при чём.

95. Правильный ответ В.

96. **А** Не о чем радоваться, ни у кого не спрашивать, ни для какой ручки, не к кому приходить, не с чем связать, не с чего есть.

Б В наше время, к сожалению, упал престиж труда. Зачем трудиться, если можно выиграть что-то в какой-либо телевизионной игре, или поймать своё счастье в какой-то лотерее? Но никакой выигрыш или приз не дадут человеку такой радости, такого счастья, который может подарить труд.

103. *Проверяем себя.* 1. Г. 2. Г. 3. Г. 4. В. 5. А. 6. Б. 7. А. 8. Б. 9. В. 10. Каждый день, прожитый в школе, неповторим. Хотя мы пять дней в неделю сидим по шесть уроков, общаемся со своими друзьями, отвечаем на уроках, получаем оценки, каждый день интересен по-своему. Кто-то опаздывает регулярно на десять минут и каждый раз придумывает разные причины. Кто-то никогда не делает домашние задания и постоянно списывает у других. Но для большинства ребят каждый урок — это открытие.

Каждый день ты узнаёшь что-то новое, интересное, которое пригодится тебе в жизни.

ГЛАГОЛ. ГЛАГОЛЫ СОВЕРШЕННОГО И НЕСОВЕРШЕННОГО ВИДА

107.

Я звоню, балую.	Мы звоним, балуем.
Ты звонишь, балуешь.	Вы звоните, балуете.
Он звонит, балует.	Они звонят, балуют.

109. Лежати — лежать, лечь. Сідати — садиться, сесть. Сидіти — сидеть, сесть. Вставати — вставать, встать. Стояти — стоять, стать.

Я люблю в выходные дни полежать на диване.

110. — Что ты делал вчера вечером?

— Я писал письмо.

— Ты написал письмо?

— Да, написал.

111. **А.** Поиграть, дожить, разлюбить, сгореть, растаять, созреть, заспорить.

Б. Усваивать, выталкивать, завязывать, прикалывать, узаконивать, зарабатывать.

113. 1. С каждым днём становится холоднее. — Вечером стало холодно. 2. Я всегда беру в школу бутерброд. — Я взяла в школу бутерброд. 3. На лугу дети ловили бабочек. — Мы поймали несколько бабочек.

115. Прийти: приду, придёшь, придёт, придём, придёте, придут.

117. 1. Ежедневно в почтовый ящик кладут свежую газету. 2. Я прошу его не класть столько сахару, а он всё кладёт и кладёт. 3. Положи свои вещи

и проходи в комнату. 4. «Положил бы ты книгу да за дело брался», — ворчала бабушка.

118. *Тестовые задания.* 1. А. 2. А

119. **А.** 1. Бежать (*несов. в.*) — прибежать (*сов. в.*), видеть (*несов. в.*) — увидеть (*сов. в.*).

2. Отпустить (*сов. в.*) — отпускать (*несов. в.*), сверкать (*несов. в.*) — сверкнуть (*сов. в.*).

3.Выпечь (*сов. в.*) — выпекать (*несов. в.*), затрагивать (*несов. в.*) — затронуть (*сов. в.*), заканчивать (*несов. в.*) — закончить (*сов. в.*).

4. Ловить (*несов. в.*) — поймать (*сов. в.*), брать (*несов. в.*) — взять (*сов. в.*), класть (*несов. в.*) — положить (*сов. в.*).

Б. Жертвовать деньги — пожертвовать деньги. Жертвовать жизнью — пожертвовать жизнью. Вертеть пальцами — повертеть пальцами. Вертеть пальцы — повертеть пальцы. Выпить воду — пить воду. Выпить воды — попить воды. Просить деньги — попросить деньги. Просить денег — попросить денег.

ПРИЧАСТИЕ. ПОНЯТИЕ О ПРИЧАСТНОМ ОБОРОТЕ

126. Бросающего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), журчащего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), исполненного (*м. р., ед. ч., Р. п., прош. вр., сов. в.*), шуршащего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), поющего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), сияющего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), втекающих (*мн. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*), несосчитанных (*мн. ч., Р. п., прош. вр., сов. вид*), сотворённого (*м. р., ед. ч., Р. п., прош. вр., сов. в.*), творящего (*м. р., ед. ч., Р. п., наст. вр., несов. в.*).

127. Прибран — прибрать, выстирано — выстирать, выглажено — выгладить, застелен — застелить, присборены — присборить, обшиты — обшить, украшены — украсить, политы — полить, подкормлены — подкормить, расставлены — расставить, разбросаны — разбросать, собраны — собрать, спрятаны — спрятать.

128. 1. Синеющий. 2. Белый, белеет, белеющий, беловатый, белея.

129. Под поникшими ветвями, запах увядающих листьев, вдоль оживлённой трассы, среди строящегося дома, утешить расстроенную подругу, встретиться с любящей сестрой, встречать прибывающий поезд, идти по заросшей тропинке.

130. 1. Леса, окружающие (*И. п.*) город, утонули в тумане. 2. Мы перешли ручей, превращающейся (*В. п.*) во время дождя в бурный поток. 3. Мы продвигались между скалами, обросшими (*Тв. п.*) мелким кустарником.

132. **А.** Играющий в футбол мальчик; мальчик, играющий в футбол.

Б. Внимательно читающая девочка; девочка, внимательно читающая.

В. Задумавшийся о чём-то мальчик; мальчик, задумавшийся о чём-то.

133. 1. Плющ, вьющийся по стене, украшает комнату. 2. Вошедший мужчина, обросший бородой, был одет в тёплый пиджак. 3. Солнце освещало падающие с деревьев листья. 4. В поэме рассказывается о тосковавшем по свободе мальчике, отданном на воспитание монахам. 6. Если человек хорошо знает местность, он не заблудится.

134. *Тестовые задания.* 1. В. 2. Г.

135. **А.** Природа преобразилась до неузнаваемости. Пушистое белоснежное накрывавшее всё вокруг покрывало превратило пеньки, кусты и скамейки в сказочных незнакомцев. Одетые в тёплые шубы легковые

машины, уткнув носы в сугробы, мирно задремали. Недавно потерявшие свои жёлтые деревья получили новый наряд. Озарённое снизу ровным белым светом ночное небо заблестело нарядными звёздами.

Б. Музыка, громко звучащая, привлекала внимание гуляющих в парке. Музыка, прозвучавшая в зале, никого не оставила равнодушным. Музыка, впервые прозвучавшая в фильме, стало очень популярной.

ПРАВОПИСАНИЕ *НЕ* С ПРИЧАСТИЯМИ

139. А. Несуразица; не правда, а ложь; недруг; невидимка; неприятель; невежда; невнимательность.

Б. Невзрачный; не честный, а лживый; совсем не вкусный; неверный ответ; ненавистный; неясные огни; далеко не робкий.

В. Негодовать; не понять; не сделать; неволить; не успеть; неистовствовать; неймётся; не волноваться; недоумевать.

140. Никем не выполненная работа; нескошенные травы; не спускающийся, а поднимающийся лифт; делить шкуру неубитого медведя; недомогающий брат; работа не сдана.

142.

Причастия с префиксом без зависимых слов	Причастия с зависимыми словами	Краткая форма причастий
Невыполненное задание	Не выполненное мною задание	Задание не выполнено
Нескошенные сорняки	Не скошенные вовремя сорняки	Сорняки не скошены
Незамеченная ошибка	Не замеченная учителем ошибка	Ошибка не замечена
Неполученный багаж	Не полученный братом багаж	Багаж не получен
Незаконченное строение	Не законченное рабочими строение	Строение не закончено

143. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. В.

144. А. 1. В диктанте встретились слова на неизученные правила. Невнедрённый проект отложили до следующего месяца. Неоконченный сериал многим понравился.

2. Учитель объяснил правила, не изученные на предыдущем уроке. Проект, ранее не внедрённый, вызвал интерес у комиссии. Сочинение, не оконченное на уроке, будет дописано дома.

3. Правила не изучены. Сочинение не окончено. Проекты не внедрены в производство.

145. *Работа со словом. Синонимы к словам.* Художник — живописец; создаёт — пишет, творит; картина — зарисовки, полотно; блестит — сверкает; поражает — удивляет.

147. Зинаида Серебрякова родилась 12 декабря 1884 года в имении Нескучном в одной из наиболее прославленных искусством семей Бенуа-Лансере. Её отец Евгений Лансере был известным скульптором, а мать Екатерина Николаевна — дочь архитектора Николая Бенуа. Как художник Зинаида Серебрякова сформировалась в Петербурге, несмотря на то, что вторую половину жизни она провела в эмиграции.

Осенью 1924 года Серебрякова выезжает в Париж, получив заказ на большое декоративное панно. Она собиралась вернуться в Россию,

где остались её мать и дети. Однако вернуться ей не удалось, и она оказывается оторванной от Родины и детей (двух детей — Александра и Екатерину — удалось к ней послать).

Зинаида Серебрякова много путешествовала. Во времена хрущёвской оттепели власти СССР разрешают контакты с художницей. В 1960 году, после 36 лет разлуки, её посещает дочь Татьяна, ставшая театральным художником во МХАТе. В 1966 году большие выставки работ Серебряковой были показаны в Москве, Ленинграде и Киеве. 19 сентября 1967 года Зинаида Серебрякова скончалась в Париже в возрасте 82 лет. Похоронена на кладбище Сент-Женевьев-де-Буа.

ДЕЕПРИЧАСТИЕ. ПОНЯТИЕ О ДЕЕПРИЧАСТНОМ ОБОРОТЕ

150. А. Перечитывая книгу.

Перечитывая книги в разное время, я по-другому воспринимаю героев.

Б. Выписав цитату.

Выписав цитату из романа, я отложил книгу в сторону.

154. 1. Меня не раз охватывал смех, когда я смотрел эту комедию. 2. Попав к новому хозяину, собачка стала называться Тёткой. 3. Когда я возвращался домой, пошёл дождь. 4. Придя на тренировку, я обнаружил, что у меня нет спортивной обуви. 5. Когда мы решили задачи, ответ получился неправильным.

156. 1. Не замечая. 2. Увидев. 3. Возвращаясь. 4. Ожидая. 5. Не умея. 6. Читая.

157. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. В.

158. *Предложения с деепричастными оборотами.* 1. Телевидение — это когда люди, ничего не делая, смотрят на людей, которые ничего не умеют делать. 3. Телевидение много сделало для психиатрии, распространяя информацию о ней и повышая потребность в ней.

164. Лишние слова: мультимиллионер, телеграмма, массивный, коммивояжер.

ПРАВОПИСАНИЕ *НЕ* С ДЕЕПРИЧАСТИЯМИ

166. А Не найдя, ненавидя, недоумевая, не зная, негодуя, не трогая, не спеша, не спев, не заглянув, не увидев.

Б Не молча, не закончив, не зная, не забыв, не посмотрев, не присев, недомогая, не подглядывая, не заводя, ненавидя.

Не найдя рабочей тетради, я завёл новую. Не зная правил, нельзя надеяться на хорошие знания по русскому языку.

167. 1. Не молвя, крепись, а молвя, держись. 2. Говорить не думая — что стрелять не целясь. 3. Не поклоняясь до земли, и грибка не подымешь. 4. Не учась, в люди не выйдешь. 5. Не начавши, думай, а начавши, делай. 6. Не зная дела, не суди. 7. Не зная броду, не суйся в воду. 8. Не взявшись за топор, избы не срубишь.

168. Не просмотрев, не ознакомившись, не читая, не записывая, не обдумав, не подготовив, не забывая.

Как читать книги

Для того чтобы правильно читать книги, важно уметь их выбирать. Прочитав несколько абзацев из книги, вы поймете, интересно ли это издание, сложным ли или доступным языком преподносится материал. Книга должна читаться легко и интересно.

Читайте активно! В процессе чтения полезно выделять, комментировать и выписывать самые существенные и значимые части текста. Выделяя

для себя важную информацию, вы лучше усваиваете и запоминаете материал.

Если вам встречаются неизвестные выражения или слова, не ленитесь узнавать их смысл и толкование. Также не ленитесь смотреть на ссылки и примечания: порой там находится достаточно интересная и полезная информация.

Используйте закладку. Конечно, можно обойтись и без нее, загнув угол страницы, оставив отметку карандашом или перевернув книгу на нужном развороте. Но гораздо проще купить или сделать своими руками закладку, тем более так вы не испортите книгу.

Если вам понравилась книга и вы почерпнули из неё полезную информации, то поделитесь радостью с другими: оставьте отзыв о книге в социальных сетях, напишите рецензию в своем читательском дневнике, составьте перечень лучших цитат, порекомендуйте книгу друзьям и знакомым.

169.

Деепричастия с префиксом *недо-*	**Деепричастия с префиксом** *до-*	**Глаголы с префиксом** *недо-*	**Глаголы с** *не* **и префиксом** *до-*
Недоучив урок, недоговаривая главного, недобрав несколько человек	Не досолив суп, не доварив рис, не дослушав собеседника, не дочитав двух страниц, не доехав до станции, сойти с дистанции не добежав	Недодумал, недооценил силы, недостаёт времени, недоспал ночь, поля не допашет, недосчитались многих	Не досидел до конца, не достаёт до дна

171. *Тестовые задания.* 1. В. 2. Г. 3. А.

172. А.

Не **с деепричастиями раздельно**	*Не* **с деепричастиями слитно**	*Не* **с глаголами раздельно**	*Не* **с глаголами слитно**
Не чувствуя опасности, ничего не жалея, не думая ни о чём	Ненавидя ложь, постоянно недоедая	Не видел ничего, не мог не слышать, не чувствовать холода, не думал о брате, не жалеть о случившемся	Ненавидеть себя, страшно негодовать

Б. Пользуются — пользуясь, сберечь — сберёгши, потратить — потратив, начнут — начав, мыслить — мысля, состоят — состоя, найти — найдя, не ищешь — не ища, вышел — выйдя, посмотрел — посмотрев, бегают — бегая, играются — играясь, катаются — катаясь, купили — купив.

Пользуясь Интернетом, мы быстро находим нужную информацию. Бегая по площадке, дети громко кричат.

НАРЕЧИЕ. БУКВЫ *О, Е* ПОСЛЕ ШИПЯЩИХ НА КОНЦЕ НАРЕЧИЙ

178. А. Укоряюще, волнующе, потрясающе, умоляюще, ободряюще.

Б. Зимой, вчетверо, вплотную, докрасна, по-дорожному.

180. А. Горячо, свежо, хорошо.

Б. Певуче, неуклюже, угрожающе.

181. Свежо, горячо, певуче, жгуче, неуклюже, общо, вызывающе, изнуряюще, пугающе, пронизывающе, угрожающе, негодующе.

182.

Буква *о*	Буква *ё*	Буква *е*
хорошо	чарующе	чёрный
свечой	оценивающе	завершённый
горячо	певуче	решённый
плащом	пугающе	жёлтый
крыжовник	дремуче	бережёт
одежонка	похоже	причёсываться
ключом		
шорох		

183. 1. Больше всего я люблю лето. 2. Наш спортсмен пробежал быстрее всех. 3. Киев был основан раньше, чем Москва. 4. Музыка играла громче. 5. Экскурсовод рассказал об истории Золотых ворот интереснее, чем это написано в книге. 6. Мы подошли к сцене ближе.

185. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. Б.

186. А. Бежать быстро, прыгать высоко, метать далеко, бросать далеко, плыть быстро.

188. *Работа со словом.* 1) *Традиционные виды спорта*: велоспорт, конькобежный спорт, бег, гимнастика, волейбол, хоккей, футбол, баскетбол, бокс, конный спорт, бадминтон, теннис. 2) *Новые виды спорта*: экстремальный вид спорта (альпинист, парашютный спорт, дайвинг); «технологические виды спорта» (гонки).

190. 1. Где впервые начали заниматься серфингом? 2. Чем отличается серфинг от виндсерфинга? 3. В чём отличие скейтборда от сноуборда?

ПРАВОПИСАНИЕ *НЕ* И *НИ* С НАРЕЧИЯМИ

191. Негаданно; вовсе не умышленно; не весело, а печально; не по-доброму; невиданно; неслыханно; не взволнованно, а спокойно; не медленно, а торопливо; неверно; неумышленно; не по-нашему; недалеко.

Друзья нагрянули ко мне нежданно-негаданно. В данной ситуации мой одноклассник поступил вовсе не умышленно. Не весело, а печально на душе у нас после разговора с учителем.

192. 1. Яблоко от яблони недалеко падает. 2. Недолго думал, да ладно молвил. 3.Некруто начинай, так хорошо окончишь. 4. Нескоро запряг, да скоро приехал. 5. Недолго метил, да хорошо попал. 6. Без соли невкусно, а без хлеба несытно.

194. 1. Небрежно, неряшливо — неаккуратно. 2. Вблизи — невдалеке. 3. Прежде неизвестно, необыкновенно, исключительно — невиданно. 4. Рассеянно, равнодушно, нелюбезно, неучтиво — невнимательно. 5. Непривлекательно, плохо — невзрачно. 6. Неожиданно, вдруг, нечаянно, случайно — невзначай. 7. Неясно, непонятно, смутно — невнятно. Невзначай мой товарищ обронил грубое слово. Ребёнок говорит невнятно.

195. А. Некуда идти, никогда не хотел, негде искать, никак не поймёт, нигде не видно, никуда не пойду, неоткуда взять, негде спросить, никак не встретиться, незачем переживать.

Б. Радости забываются, а печали никогда. Нашему Ивану нигде нет талану. Ум — одежда, которая никогда не износится. С трудовыми

руками нигде не пропадёшь. Каша приестся, а хлеб никогда. Старые башмаки никогда не жмут.

196. 1. Нигде. 2. Никогда. 3. Неоткуда. 4. Никак. 5. Нисколько. 6. Ниоткуда.

197. *Тестовые задания.* 1. В. 2. Г. 3.А.

198. **А.** Негромко произнёс; невзрачно оделся; неглубоко нырнул; поступил не по-дружески; вытер не досуха; прочитал не меньше; шёл не медленно, а быстро; уехали недалеко; вовсе не интересно; разговаривал невежливо. **Б.** К сожалению, на соревнованиях, наш пловец вначале неглубоко нырнул и несколько отстал. Однако, как выяснилось, он нисколько не огорчился. Приложив немало усилий, он догнал своих соперников, которые ушли недалеко вперёд. Это сделать было непросто. Но наш пловец выиграл. Возможно, он не сразу опомнился, когда пришёл первым.

УПОТРЕБЛЕНИЕ ПРЕДЛОГОВ И СОЮЗОВ В РЕЧИ

203. В, в, и, и, а, на, и, в, а, и, и, и, а, в, над.

205. Находиться [у] школы (*пространств. значение*), быть [в] магазине (*пространств. значение*), подняться [на] крышу (*пространств. значение*), чай [с] сахаром (*объектное значение*), подойти [к] дому (*пространств. значение*), зайти [за] угол (*пространств. значение*), идти [по] дорожке (*пространств. значение*), выйти [из] подъезда (*пространств. значение*), рассказать [о] путешествии (*объектное значение*), отойти [от] дороги (*пространств. значение*).

207. Уехать из Диканьки, выйти из лесу, опуститься с вершины, убежать с реки, остановиться за деревом, забежать на гору, увидеть на скамейке, прочитать после уроков.

208. Идти из лесу, из города, из Киева, из Полтавы, в Киев, в Полтаву, в город, в лес, к врачу, к другу, от врача, от друга, на границу, на собрание, на улицу.

Возвращаться из города, из лесу, из собрания, из улицы, из Киева, из Полтавы, от врача, от друга, от границы.

209. 1. Он сидит в первом ряду. 2. Я приеду через месяц. 3. Они встают из-за стола. 4. Из-за тебя мы опоздали. 5. Мы плыли на плоту по течению 6. К трём прибавить четыре равняется семь.

210. По сравнению с прошлым уроком ты сегодня отвечал намного лучше. В сравнении с соседкой по парте ты выигрываешь.

211. *Влюбиться по уши* — полюбить безумно, потерять сердце. *По гроб жизни благодарен* — благодарен всегда, до конца, до самой смерти, на всю жизнь. *Стоит в воле по колено* — воды много. *Снега по пояс* — снега много. *Забот по горло* — забот много.

212. 1. До колена. 2, 5. До щиколотки. 3, 4. До пояса.

213. **А.** 1. Я сказал Ане, что хочу пойти в музей. 2. Мы наблюдали, как встаёт солнце. 3. Все хотели посмотреть, как работает этот прибор. **Б.** 1. В северных странах люди одеваются тепло, потому там бывают сильные морозы. 2. Я простудился, потому что был легко одет. 3. Андрей занял первое место, потому что упорно тренировался.

215. 1. Не ответил, потому что не сделал домашнее задание. 2. Почему не зашёл? 3. Вдруг потемнело, как будто настала ночь. 4. Пять человек

из нашего класса опоздали, потому что вовремя не пришёл автобус. 5. Я не уверен, что пойду на прогулку.

216. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. А. 3. Г.

217. А. Привести в качестве примера, обратиться к товарищу, смеяться с него, любовь к детям, занятия по биологии, отсутствовать из-за болезни, думать о сыне, заботиться о нас, скучать по родителям, идти в школу, плыть по течению.

Б. «Руслан [и] Людмила», «Сказка о царе Салтане», «Сказка [о] рыбаке [и] рыбке», «Сказка [о] мёртвой царевне [и] [о] семи богатырях», «Сказка [о] золотом петушке», «Сказка [о] попе [и] [о] работнике его Балде».

218. *Служебные части речи из первого абзаца*: в, в, из, в, или, ввиду, в, в, бы.

ЧАСТИЦА. МЕЖДОМЕТИЕ. УПОТРЕБЛЕНИЕ ЧАСТИЦ И МЕЖДОМЕТИЙ В РЕЧИ

222. Он спросил, пойду ли я в кино. Я не знаю, пойду ли я в кино. Интересно, пойдёт ли он в кино?

224. Не догадываясь ни о чём; не сильнее других; не слышимый отсюда шорох; не жареный, а отварной картофель; автор не награждён; не замечаемые окружающими изменения; отнюдь не близкий путь; ни для кого не предназначенный; не совсем искренне; не первый случай; недлинный, но глубокий ручей; не согласен с другом.

229. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. А.

230. Именно И.Айвазовский создал целый цикл работ, посвящённых А. Пушкину. Картину «Пушкин на берегу моря» художник написал как раз в год пятидесятилетия со дня смерти поэта. Другую же, более известную картину, «Прощание Пушкина с морем», Айвазовский писал вместе с И. Репиным. Обе картины отсылают нас к стихотворению Пушкина «К морю». Картина «Пушкин на берегу моря» находится в Николаевском художественном музее.

231. *Работа с предложением.* Так, именно жена поэта, Наталья Гончарова, была правнучкой знаменитого украинского гетмана Петра Дорошенко. Как раз он помогал Гоголю войти в русскую литературу.
Места, где побывал Пушкин: Киев, Екатеринослав, Одесса, Тульчин, Каменец, Пирятин, Лубны, Хорол, Кременчуг.

233. **Пребывание Пушкина в Одессе**

В июле 1823 года состоялся перевод А.Пушкина в Одессу, где он перешел в подчинение к новому наместнику Новороссийского края, графу М.С. Воронцову. Пушкин сам желал перевода в Одессу.

В Одессе поэт провел 13 месяцев: с 3 июля 1823 года по 31 июля 1824 года. Здесь им были написаны две с половиной главы романа в стихах «Евгений Онегин», поэма «Цыганы», закончен «Бахчисарайский фонтан», создан ряд стихотворений. В это время у Пушкина сложились дружеские отношения с Елизаветой Воронцовой, перешедшие в глубокое чувство. Ей поэт посвятил стихотворения «Храни меня, мой талисман», «Приют любви, он вечно полон». С ее мужем и начальником Пушкина в Одессе — графом Воронцовым — дружбы не получилось. Воронцов по отношению к поэту был настроен враждебно. Александр Сергеевич «платил» ему злыми эпиграммами. Эти отношения, в конце концов, привели к высылке поэта из Одессы в Михайловское.

234. *Тестовые задания.*

1. Б. Мы должны положить книгу на парту.
2. Г. Мы увидели, как на работающем станке изготавливают детали.
3. А, В. Ученик пришёл с неподготовленным заданием.
4. А. Запланировав поход, мы тщательно продумали маршрут. (*Повеств., невоскл., прост., двусост., распростр., осложнено дееприч. оборотом*)
5. А. Летом горячо печёт солнце.
6. В. Идти с нами.

ПРОСТОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ. ОБОСОБЛЕННЫЕ ВТОРОСТЕПЕННЫЕ ЧЛЕНЫ ПРЕДЛОЖЕНИЯ И ИХ УПОТРЕБЛЕНИЕ В РЕЧИ

235. Путешествия — лучшее средство образовать себя во всём. (*Повеств., невоскл., прост., двусост., распростр.*)

Путешествия расширяют кругозор человека. (*Повеств., невоскл., прост., двусост., распростр.*)

237. *Предложения с причастным оборотом.* Перед нами всплыл небольшой остров с сосновой рощей, окаймлённой лиственным лесом. Пестрота лиственного леса выделяется на тёмном фоне хвойного леса, занявшего всю середину острова.

ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ДЕЕПРИЧАСТНЫМ ОБОРОТОМ

Наш пароход идёт близ одного из берегов озера, властно бороздя и вздымая его зеркальную поверхность. У самой воды разрослась красная ива, охватывая правильным кольцом весь остров.

238. Изучая историю других городов, мы больше уделяем внимания своей истории. Мы путешествуем, чтобы изучать историю других городов. (*Сложное предл.*) Поддерживая добрые отношения с другими народами, мы сохраняем мир. Чтобы жит в мире, мы должны поддерживать добрые отношения с другими народами. (*Сложное предл.*)

239. *Тестовые задания.* 1. В. 2. В. 3. Б.

240. А. Громадные корни вековых сосен упорно вились в расщелинах голых гранитных скал. На громадном камне с голыми чёрными боками на самой верхушке, возвышаясь к вершинам больших деревьев, ютилась кудрявая сосенка, будто сторож на башне, обозревающий окрестность.

241. *Название предметов, относящихся к интерьеру избы.* Сени, лестница, помещение для скота, хлев для овец, печь, старые образа, лавки, лежанка, кровать, стулья, шкаф для посуды, котелок, очаг, ложки, ушат, кринки, печь, берестяные коробки, самовар, ножи, вилки.

244. В интерьере карельской избы и украинской хаты было много общего. Во-первых, главным сооружением в доме была печь. Кроме того, были лавки, стол, посуда.

Для интерьера украинского жилища характерны свои особенности. Украинская изба, в отличие от карельской, имела красный угол, где были расположены иконы, украшенные полотенцами, цветами.

ОБОСОБЛЕННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ВЫРАЖЕННЫЕ ПРИЧАСТНЫМ ОБОРОТОМ

248. 1. Приведённые в книге факты свидетельствуют о мастерстве наших художников. 2. Исправленные учеником ошибки указывают на его желание писать грамотно. 3. Лекция, прочитанная для старшеклассников, оставила после себя глубокое впечатление.

249. **А.** 1. Окружённое непроходимыми болотами, озеро почти не изучено. — Озеро, окружённое непроходимыми болотами, почти не изучено. 2. Измученная многодневной засухой, земля жадно утоляла жажду. — Земля, измученная многодневной засухой, жадно утоляла жажду. 3. Улетающие на юг птицы напоминали о приближении осени. — Птицы, улетающие на юг, напоминали о приближении осени.

Б. 1. Карелия воспринимается как полусказочная страна, потому что таит много заповедных мест. — Карелия, хранящая много заповедных мест, воспринимается как полусказочная страна. 2. Неожиданно северо-восточный ветер, который держал нас в плену, изменился на юго-западный. — Неожиданно северо-восточный ветер, держащий нас в плену, изменился на юго-западный. 3. Хотя карелы исповедуют православие, они не отказались от языческих традиций. — Карелы, исповедующие православие, не отказались от языческих традиций.

250. 1. Солнце, которое было тусклым и оранжевым, опускалось в голубую тучу, быстро растущую. 2. Усадьба, которая была очень красивая, стояла на берегу. 3. Струйки дыма вились в ночном воздухе, полном влаги и свежести моря. 4. Мы надевали на себя меховую одежду, заботливо уложенную в наши рюкзаки гостеприимными охотниками перед нашим отъездом. 5. День, начинающийся так светло и радостно, сулил принести охотникам удачу, которую они так долго ждали.

Одеть ребёнка, надевать блузку.

251. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. В. 3. А. 4. В.

252. **А** Хазары — тюркский кочевой народ, известный в Восточном Предкавказье вскоре после нашествия гуннов. Гунны — кочевой народ, вторгшийся в IV веке из Азии в Восточную Европу. Сарматы — кочевой скотоводческий ираноязычный народ конца VI — начала IV вв. до н. э., заселявший степные районы от водораздела Тисы и Дуная до Аральского моря. Скифы — ираноязычные племена, обитавшие в степной зоне Северного Причерноморья от Дуная до Дона.

ОБОСОБЛЕННЫЕ ОБСТОЯТЕЛЬСТВА, ВЫРАЖЕННЫЕ ДЕЕПРИЧАСТНЫМ ОБОРОТОМ

258. Благословив сына, мать зашла в комнату и заплакала.

259. 1. Прочитав исторический роман В. Яна «Чингиз-хан», я узнал много интересного о древних народах. 2. Кочуя по степям, скифы использовали покрытые войлоком кибитки. 3. Старые легенды живут и сегодня, загадывая нам всё новые и новые загадки.

260. Здесь же, на неприветливом северном море, круглый год ненастье. Теперь же, осенью, ветер ещё печальнее. Море угрюмо вздувается, становясь тёмно-железного цвета. Его глухой шум усиливается, разносясь далеко вместе с криками чайки. Она вьётся в осеннем тумане, качаясь на холодном ветру.

261. 1. Меня застиг дождь, когда я возвращался домой. 2. После покупки маме подарка у нас ещё остались деньги. 3. Ночь наступила, когда мы ещё читали книгу. 4. Когда мы собирали грибы, начался дождь. 5. Не успела она войти в класс, как ей поставили подножку. 6. Когда мы возвращались домой, поднялся ветер.

262. 1. Грохот не умолкая катится дальше. 2. Говорю это положа руку на сердце. 3. Дедушка исполнял песню улыбаясь. 4. У древних карелов нельзя было начинать лов, не обратившись к духу воды. 5. Сидеть сложа

руки — мозолей не иметь. 6. Мы прислушивались к звукам ночной степи затаив дыхание.

263. Сломя голову, очертя голову, спустя рукава — засучив рукава (*антонимы*), не покладая рук — сложа руки (*антонимы*), высунув язык — затаив дыхание (*антонимы*), не переводя дух, уставясь в потолок, не смыкая глаз, развесив уши.

Мальчик работает на уроке спустя рукава. На субботнике мы поработали засучив рукава.

264. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. Г. 3. В. 4. А.

265. **А.** 1. Изучая старое, изучаешь новое. 2. Не проголодавшись, уважения к хлебу не почувствуешь. 3. Не жди добра, сделав зло. 4. Стараясь о счастье других, находим своё собственное. 5. Обжёгшись раз, будешь дуть и на холодную воду.

Б. 1. Лодка шла, не меняя направления, но, пройдя железнодорожный мост, повернула к другому берегу. — Тропинка шла лесом, петляя между деревьями, но не меняя направления. 2. Коршун летит над самой землёй, плавно взмахивая крыльями, и, сделав крутой поворот, стрелою несётся над степью. — Коршун летит над самой землёй, плавно взмахивая крыльями и делая крутые повороты.

266. *Устаревшая лексика.* Тюрбан, падишах, владыка, степняки, каган, тысяцкий, сотник, десятский.

268. **Древний кочевой народ, живший на территории Украины**

Первыми из древнейших жителей северного Причерноморья, чьё название дошло до наших дней, были киммерийцы (IX–VII в. до н. э.). Древнейшее упоминание о киммерийцах встречается в «Одиссее» Гомера. Киммерийцы занимали значительную территорию между Днестром и Доном, а также Крымский и Таманский полуострова. Их главным занятием было кочевое скотоводство. Именно киммерийцы первыми на нашей территории стали применять железо в хозяйстве и военном деле, освоили искусство верховой езды, создали войско из конников, благодаря чему они совершали грабительские походы в Малую Азию.

Войско киммерийцев состояло из подвижных отрядов конников, вооруженных железными мечами и кинжалами, луками, боевыми молотами и булавами. Практиковалось у киммерийцев и земледелие, но оно играло второстепенную роль. Наибольшим богатством у киммерийцев считались лошади, которые служили не только средством передвижения, но и давали львиную долю продуктов питания: мясо, молоко, сыр.

Киммерийцы объединялись в племена, а племена составляли союзы во главе с царями-вождями. Киммерийским царям принадлежала вся полнота власти в государстве, которое было рабовладельческим. Киммерия распалась вследствие нашествия скифских племен, которые вытеснили часть киммерийцев за границу Причерноморья, а те, которые остались, ассимилировали с захватчиками.

СЛОЖНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ. СЛОЖНОСОЧИНЁННЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ И ИХ УПОТРЕБЛЕНИЕ В РЕЧИ

269. Он провёл эксперимент, и ему всё стало ясно. (*Сложное, союзное, сложносоч.*) Когда он смешал в колбе жидкости, то всё понял. (*Сложное, союзное, сложноподч.*)

271. *Сложносочиненные предложения.* Да-да, у дельфинов были лапы, и они бегали по земле. По неизвестным причинам им это надоело,

и они вернулись в воду. Либо это произошло случайно, либо они осознали преимущества водной стихии. В воде можно двигаться в трёх направлениях, а здесь ты прикован к земле.

274. А. *Предложения с однородными членами.* Лектор рассказывает интересно и увлекательно. Этот мальчик способный, но ленивый. Ребёнок усердный и любопытный. Учиться нужно и сейчас, и потом. И в прошлом, и в будущем добро было и будет главным в жизни человека.

Б. *Сложносочинённые предложения.* Лектор рассказывает интересно и увлекательно, и мы внимательно слушаем его. Этот мальчик способный, но часто показывает себя ленивым. Этот ребёнок усердный, но почему-то он нелюбопытный. Учиться нужно сейчас, а потом может быть поздно. В прошлом компьютеров не было, а сейчас мы без них не можем обойтись.

275. Вечером Ваня сел за компьютер, и он решил написать реферат по истории. Мальчик начал с поиска литературы. Ваня не только просмотрел книги, изучил их, а он отобрал наиболее подходящие. Большая часть литературы была написана на русском языке, но были книги и украинских авторов.

276. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. Г.

277. А. *Сложные предложения.* 1. Наука — лучший путь для того, чтобы сделать человеческий дух героическим. 2. Везде исследуйте всечасно, что есть велико и прекрасно. 4. Ученье без размышления бесполезно, но и размышления без учения опасно (*сложносоч. предлож., союз противительный*).

Б. **Известные учёные**

Дмитрий Менделеев — известный русский химик, и его заслугой является создание периодической системы (*сложносоч. предлож., союз сочинительный, соединительный*). Учёный расположил элементы в виде таблицы в порядке возрастания их атомных весов, а также он сумел увидеть периодичность в повторении их основных свойств (*сложносоч. предлож., союз сочинительный, противительный*).

Илья Мечников — лауреат Нобелевской премии в области физиологии и медицины. Он создал первую русскую школу микробиологов, иммунологов и патологов. Илья Мечников работал в Харькове, и Харьковский НИИ микробиологии и иммунологии носит имя великого учёного (*сложносоч. предлож., союз сочинительный, соединительный*).

Борис Патон — известный советский и украинский учёный в области металлургии и технологии металлов, но он также является первым в истории Героем Украины (*сложносоч. предлож., союз сочинительный, противительный*).

Михаил Янгель — конструктор ракетно-космических комплексов.

278. *Работа с предложением. Сложносочинённые предложения из 1 абзаца.* Думается идущим на море о своей жизни и судьбе, но больше чем кто-либо другой думает об этом Михайло Ломоносов.

Работа со словом. Слова тематической группы «Точные науки»: арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, астрономия.

280. Григорий Сковорода — известный украинский просветитель-гуманист, философ, поэт, педагог. Он много путешествовал. С котомкой и палкой Сковорода пешком прошёл всю Украину, и он много поучал людей. Ему

принёс популярность сборник «Сад божественных песен», а также он был известен как талантливый певец и композитор.

СМЫСЛОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЧАСТЯМИ СЛОЖНОСОЧИНЕННОГО ПРЕДЛОЖЕНИЯ

282. Учительница проверила Мишино сочинение, и высказанные в нём мысли показались несколько дерзкими. Рассуждения школьника в целом правильны, и завтра она предложит их послушать всему классу. Всё, сказанное в сочинении, давно известно, но никто не осмелился поднять эту проблему. Либо не умели её преподнести в письменной форме, либо учитель не предлагал тему для обсуждения. Конфликт лежал на поверхности, созревал, но облечь его в словесную форму смог только Миша.

284. 1. Мальчик читает, и девочка пишет. 2. Мальчик читает, а девочка пишет.

285. 1. Луна светила ярко, но свет её с трудом пробивался сквозь туман. 2. В затишье сильно пригревало, и южная сторона избы оттаяла и потемнела. 3. Речка оказалась неглубокой, и её без труда удалось перейти вброд. 4. Уже давно стемнело, зато звёзды ярко засияли. 5. На вид река широкая и полноводная, но по ней только маленькая лодка пройдёт. 6. Солнце погрузилось в озеро, но от этого нисколько не стало темнее.

286. *Тестовые задания.* 1. А. 2. Г.

287. **А.** 1. Обо всём можно сказать красиво, но лучше всего слово о хорошем человеке. 2. Слово — выражение мысли, и поэтому его нужно подбирать обдуманно. 3. Лишь сердце стучит, да песня звучит, да тихо рокочет струна. 4. Нужно усилие для всего воздержания, но у всех усилий самое трудное — это усилие воздержания языка.

Б. 1. Не только дети любят мультфильмы, но и взрослые смотрят их с удовольствием. 2. То идёт дождь, то дует холодный ветер. 3. Ни солнце светит, ни дождь идёт, ни ветер воет.

288. *Работа с предложением. Ноосфера* — это современная биосфера, частью которой является человечество.

1. Выдвинутые Вернадским идеи в области геохимии и биохимии не подвластны времени, и особенно это касается учения о ноосфере. 2. Уже с XIX века технический прогресс дал возможность преобразовать Землю, но не всегда с пользой для нас. 3. Имя Вернадского тесно связано с Украиной, а далёкий предок учёного был запорожским казаком.

290. **Б.** **Достижения украинских учёных**

Юрий Кондратюк — один из основоположников космонавтики. В начале двадцатого века рассчитал оптимальную траекторию полёта к луне.

Илья Мечников — выдающийся микробиолог, лауреат Нобелевской премии, автор книги о долголетии «Этюды оптимизма». Это ученого считают «своим» Украина, Россия и Франция, но правильней будет назвать его «гражданином мира». Выпускник Харьковского университета стал выдающимся биологом и физиологом, основоположником эволюционной эмбриологии. В 1908 году Мечников стал лауреатом Нобелевской премии в области физиологии и медицины, за основание теории клеточного иммунитета.

Борис Патон — известный советский и украинский учёный в области металлургии и технологии металлов, первый в истории Герой Украины,

профессор, доктор технических наук, дважды Герой Социалистического Труда, первый в истории Герой Украины. Автор свыше 1000 публикаций и более 400 изобретений. Научные исследования посвящены процессам автоматического и полуавтоматического сваривания под флюсом, разработке теоретических основ создания автоматов и полуавтоматов для дугового сваривания и сварочных источников питания. Им были разработаны и внедрены в производство многоточечная и рельефная сварка каркасных конструкций при изготовлении вагонов, сельскохозяйственных машин и автомобилей, стыковая и точечная сварка арматуры железобетонных блоков, стыковая сварка рельсов для восстановления железнодорожных путей.

Лев Ландау — один из ярких представителей теоретической физики, лауреат Нобелевской премии 1962 года. Л. Ландау создал многочисленную школу физиков-теоретиков. Он является инициатором создания и автором фундаментального классического курса теоретической физики, выдержавшего многократные издания и изданного на 20 языках.

В 1932-1937 годах Л. Ландау возглавлял теоретический отдел Украинского физико-технического института (УФТИ) в Харькове и одновременно заведовал кафедрой теоретической физики на физико-механическом факультете Харьковского механико-машиностроительного института (сейчас это национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»). В сентябре 1935 года был зачислен преподавателем на кафедру теоретической физики Харьковского университета, а в октябре того же года возглавил в Харьковском университете кафедру экспериментальной физики.

ЗНАКИ ПРЕПИНАНИЯ В СЛОЖНОСОЧИНЁННЫХ ПРЕДЛОЖЕНИЯХ

292. Запятая перед союзом *и* ставится в сложных предложениях, а при однородных членах — если союз *и* повторяется.

293. Б. 1. Ещё минута — и мы опоздаем на поезд. 2. Послышался сигнал — и все замерли. 3. Не успел я прийти в себя — и снова громкий крик. 4. Ещё три-пять метров — и мы у цели.

В. 1. Никогда не говорите: «У меня нет времени» — и время у вас появится. 2. Не печальтесь о прошлом — и будущее откроет свои объятия. 3. Любите людей даже с их слабостями — и люди полюбят вас.

295. 1. Где-то поблизости дрожат и колышутся отражения звёзд и видны прибрежные камни. 2. К вечеру похолодало и пошёл снег. 3. Там и сям раздавалось «теньканье» зябликов да короткая трель овсянки (*однородные члены предл.*). 4. После грозы всё блестело и сверкало и дышалось легко.

296. 1. Быть может, крылья тебя поднимут и поживёшь ты ещё немного в своей стихии. 2. Блестело море всё в ярком свете, и грозно волны о берег бились. 3. И было душно в ущелье тёмном, и пахло гнилью. 4. Всё мрачней и ниже тучи опускаются над морем, и поют, рвут волны в тишине навстречу грому.

297. 1. Дни ещё стояли тёплые, солнечные, зато ночи холодные и сырые. 2. Сутки шёл снег, перестал он так же, как и начался ночью. 3. В артель Химкова входили товарищи по зимовке, на трёх других лодках тоже были старые друзья-приятели. 4. Чуть-чуть шевелится низкий туман над застывшим озером, над обширной Демьяновой степью тоже стелется туман.

300. *Тестовые задания.* 1. Г. 2. Г. 3. Б.

301. А. А ведь раньше Жанна любила школу, но это было давным-давно. Конечно, в это трудно поверить, а ведь это чистая правда. И учиться ей нравилось, и любила всех она. Она старалась и в первом классе, и во втором, и в третьем, а в четвёртом что-то не заладилось с математикой. Скорее всего, через год она подтянется, и вся школа снова будет ею гордиться.

Б. 1. На свете чудеса рассеяны повсюду, да не везде их всякий примечал. 2. Тогда солнце окончательно село и замолчала кукушка. 3. Ломоносов в детстве с рыбаками плавал, однако из него вышел выдающийся учёный. 4. В 1973 году Билл Гейтс поступил в Гарвардский университет, но, по его словам, он присутствовал там телом, но не душой. 5. Билл Гейтс предлагает создать фирму по разработке программного обеспечения, и она получает название «Microsoft».

306. *Тестовые задания.* 1. В. 2. Б. 3. А. 4. Б. 5. Г. 6. А. 7. Б. 8. Б. 9. Г.

10. Настаёт суббота, и я с мамой собираюсь в цирк. Представление начнётся вечером, но мне с утра уже так хочется попасть в цирк. Времени много, и я займусь уроками. Потом помогу маме, а затем мы вместе пойдём гулять.

СЛОЖНОПОДЧИНЁННЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ И ИХ УПОТРЕБЛЕНИЕ В РЕЧИ

308. *Сложноподчинённые предложения:* 2, 3, 5.

1 схема. Наибольшей похвалы заслуживает тот архитектор, который умеет соединить в постройке красоту с удобством для жизни. (*Придаточное определительное*).

2 схема. Искусство заключается в том, чтобы найти необыкновенное в обыкновенном и обыкновенное в необыкновенном. (*Придаточное изъяснительное*).

3 схема. Отрадная тишина там, где величественное здание сливалось с вечерним небом. (*Придаточное обстоятельственное — придаточное места*).

310. 1. Чтобы пленяла красота, нужны ей ум и доброта. (*чтобы*), [ ].

2. Художник часто замечает то, чего мы совсем не видим. [ ], (*чего*).

3. До тех пор, покуда есть на свете человечество, будет и искусство. [,(*покуда*),].

311. Кто бывал в Риме, помнит современное здание аэропорта и проходящую через него развалину древней стены. Неповторную красоту, которая запоминается, создаёт соседство алюминия и древнего кирпича. Весь город Рим необычайно красив, потому что в нём удивительно гармонично сочетаются современность и древность.

312. 1. Что представлял Колизей, об этом лучше расскажет история.

2. Разрушен Колизей, который когда-то был театром.

3. Там, где раньше был римский форум, остались колонны храма Сатурна.

313. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. А. 3. 1-В, 2-А, 3-Б.

314. А. Как будто младший брат, который ни в чём не хочет уступать старшему. Широко разлилась красавица Десна там, где впадает в неё маленькая речка с красивым названием — Стрижня. Здесь и возник город в незапамятные времена, о чём впервые упоминается в документах

начала X века. Здесь находится сердце Чернигова — древний детинец, который поражает мощью, красотой, величием.

315. *Работа со словом. Ключевые слова, необходимые для описания замка.* Каскад террас, рвы, дубовые частоколы, каменные стены, бастионы, подъёмный мост, Нижний замок, верхний замок, Средний замок, внутренний двор, казармы, арсенал, рыцарский зал, кухни, амбары, княжеские палаты, башни, церковь.

Сложноподчинённые предложения из 2 части текста. Вокруг строений высятся каменные стены и восемь бастионов, на которых раньше располагалась артиллерия. За Средним замком возвышаются каменные стены Верхнего замка, в котором когда-то была резиденция владельцев.

СЛОЖНОПОДЧИНЁННЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ПРИДАТОЧНЫМИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫМИ

319. *Усадьба* — отдельный дом, к которому примыкают строения и угодья. *Угодья* — участок земли с лесом, который используется для хозяйственных целей. *Фасад* — лицевая сторона здания, которая обращена ко входу в усадьбу. *Портик* — галерея, которая поддерживается колоннами или арками. *Фронтон* — треугольное завершение фасада, портика, колоннады, которое ограничено крышей.

Предложения к схемам. 1. Дом завершается портиком, который поддерживается колоннами. 2. Мы видим галерею, откуда открывается вход дома. 3. Фронтон, который завершает фасад дома, ограничивает крышу здания.

320. Стены, выкрашенные синим цветом, украшают картины. В каменном доме, который стоит на противоположной стороне улицы, живут мои друзья. Дом с небольшой террасой имеет замечательный вид. В кабинете был стол из красного дерева и диван, на котором любил отдыхать писатель.

321. 1. Я случайно разговорился в автобусе с попутчиком, который тоже ехал в усадьбу Пушкиных в Михайловское. 2. Мы сидели под деревом, чьи ветви склонялись до самой воды. 3. К разговору подключился мужчина, чьё имя нам было неизвестно. 4. На вечере, где собралось много наших друзей и знакомых, выступал мой друг.

323. Я думал о людях, чья жизнь связана с нашим селом. Сосед, чьими книгами я пользуюсь, заболел. Мой учитель, в чьих знаниях я нуждаюсь, переехал в другой город. Недавно состоялась встреча с молодым архитектором, чьи проекты отличаются особенной изысканностью. Вы человек, чьего совета я жду с большим нетерпением.

324. Усадьба села Михайловское в Псковской губернии построена дедом Александра Сергеевича Пушкина. Въездной дорогой служила аллея из елей, которая делила парк на две равные части. В центре усадьбы, возвышавшейся над рекой Сороть, был сооружён господский дом. Вокруг находился прямоугольный двор, огороженный деревянным забором. Перед домом устроены цветники, дорожки. По обе стороны дома — фруктовый сад и парк, окружённый рощами.

325. *Тестовые задания.* 1. В. 2. А. 3. А.

326. А Великолепный парк с вековыми деревьями и солнечными лужайками. Старинный деревянный дом с мезонином и портиком. Широко распахнутые по обеим сторонам галереи. Резные, узорчатые веранды, которые утопают в зелени плюща. (*Придаточное определит.*) Перед фасадом

дома пышные цветники, где растут пионы, левкои, маргаритки. (*Придаточное определит.*)

Недалеко раскинул свои ветви могучий дуб, который посадил в детстве сам писатель. (*Придаточное определит.*) Площадка у западного крыла дома хранит память о днях, когда Тургенев устраивал праздники для крестьян. (*Придаточное определит.*)

327. Палац — дворец; дворянська садиба — дворянская усадьба; споруда — сооружение; у стилі класицизму — в стиле классицизма; оглядовий майданчик — смотровая площадка; підкреслено глибокою лоджією — подчёркнуто глубокой лоджией; фасад будинку — фасад дома; південний флігель — южный флигель; водонапірна башта — водонапорная башня; дах — крыша.

Сложноподчинённые предложения с придаточными определительными. Он расположен на краю холма, который спускается к большому пруду, и хорошо вписан в окружающий ландшафт. Это сооружение, которое имеет два этажа, построено в стиле классицизма. К северному флигелю прилегает водонапорная башня, крышу которой венчает шпиль.

СЛОЖНОПОДЧИНЁННЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ПРИДАТОЧНЫМИ ИЗЪЯСНИТЕЛЬНЫМИ

330. *Схемы предложений.* 1. [ ], (*что*). 2. [ ], (*как*). 3. [ ], (*что*). 4. [ ], (*чтобы*).

331. 1. Мы условились, что встретимся перед театром. 2. Я надеялась, что получу письмо от друга. 3. Он попросил, чтобы сестра рассказала о путешествии. 4. Мать умоляла, чтобы сын не уезжал. 5. Отец обрадовался, что приехал сын.

333. А. Раскопки Десятинной церкви в Киеве показали, что здание было возведено из плоских византийских кирпичей. (*Изъяснительное*)

Б. Гид посоветовал, чтобы мы посмотрели на Софийский собор на расстоянии. (*Изъяснительное*)

В. Со стороны площади мы увидели, как купола Софийского собора устремляются ввысь. (*Изъяснительное*)

Г. После экскурсии я наконец понял, почему так много людей хотели увидеть эту жемчужину украинской архитектуры. (*Изъяснительное*)

337. *Тестовые задания.* 1. В. 2. Г. 3. В.

338. А. 1. Известно, что первые храмы построены на Руси византийскими мастерами. 2. Когда построена церковь Успения Божьей Матери, названная Десятинной, учёные узнали по летописям. 3. Ярослав Мудрый, понимая, как важно просвещение для укрепления государства, основал при Софии Киевской библиотеки.



339. *Работа с предложением.* Ярослав Мудрый сказал, что он сделает Киев соперником Константинополя.

СЛОЖНОПОДЧИНЁННЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ПРИДАТОЧНЫМИ ОБСТОЯТЕЛЬСТВЕННЫМИ

344. *Схемы предложений.* 1. [ ], (*когда*). 2. (*чтобы*), [ ]. 3. (*когда*), [ ]. 4. [ ], (*если*).

347. А. 1. Прошло три года, когда мы встречались последний раз. 2. У меня легче стало на душе, когда я побеседовал с другом. 3. Обязательно зайди ко мне, когда будешь отъезжать. 4. Наше село, когда наступает весна, превращается в цветущий сад.

Б. 1. Выступающий долго не мог начать свою речь, потому что волновался. 2. Он часто пропускает занятия, потому что болеет. 3. Он закончил

работу вовремя, потому что работоспособный. 4. Он ничего не сказал о своём поступке, потому что скромный.

В. 1. Экскурсию пришлось отложить, потому что была плохая погода. 2. В соседнем помещении ничего не слышно, потому что шумно. 3. Результат неутешителен, потому что он небрежно относился к учёбе.

348. 1. Я вас любил так искренне, так нежно, как дай вам Бог любимой быть другим. 2. Память потому ещё жива, что её подкармливают знаниями. 3. Все смотрели вперёд, где разворачивалась основная стройка. 4. Место, куда мы отправились, было поистине великолепным. 5. Когда я отдыхал, друзья заканчивали подготовку к походу. 6. Голова его низко опустилась, когда тяжесть легла на неё.

350. **А.** Чтобы были красивые глаза, нужно видеть в людях добро. Чтобы были красивые руки, нужно давать нуждающимся. Чтобы были красивые губы, нужно говорить хорошие слова. Чтобы была хорошая стать, нужно много ходить.

Б. 1. Где бы я ни искал в словарях нужных мне сведений, но нигде их не нашёл. 2. Как бы я ни просил рассказать его о поездке в Херсон, но он всё отказывался. 3. Сколько я ни проверял работу, но ошибок не нашёл. 4. Где бы я ни бывал, но никогда не забывал о родине.

351. 1. Когда шёл дождь, мы не ходили на прогулку. 2. Как только раздался звонок, мы бросились к двери. 3. Когда я приехал на вокзал, сразу же позвонил домой. 4. Когда ему было четырнадцать лет, он начал изучать английский язык.

352. **А.** 1. Я возмущён твоим поведением так, что не могу говорить спокойно. 2. У меня мало денег так, что я не могу купить этот блокнот. 3. Фильм интересен так, что его смотрят много раз.

Б. 1. Я опоздал потому, что меня не разбудили. 2. Мы с трудом различали дорогу из-за того, что вдруг стало темно. 3. Школьник успешно ответил на уроке благодаря тому, что весь вечер занимался.

353. **А.** — Я предпочёл бы, чтобы ты сам сказал об этом.

— Я очень волнуюсь.

— Раз так, то пойдём вместе к учителю.

Б. — Если ты не устал, то мы продолжим занятие.

— Но мне нужно сегодня раньше уйти.

— Раз так, то дома выполнишь два упражнения.

354. 1. Этот день казался очень длинным, потому что мы рано встали. 2. Человек и зверь всё заметнее сближались именно потому, что проявляла себя сила добра человека. 3. Он отличался близорукостью так, что даже носил стёкла по заказу. 4. Мне грустно от того, что знаю эту радость лишь я один. 5. Начался буран, так что рейс отменили. 6. Сестра с тех пор, как мы не виделись, заметно похорошела. 7. Она поступила так, как велело ей сердце.



325. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. А. 3. Б.

356. *Сложноподчинённые предложения.* 1. В великолепном здании, которое окружает парк, разместился Черновицкий национальный университет. 2. Молодому пражскому архитектору Йозефу Главке, когда он выиграл конкурс на строительство, было всего 29 лет. 3. Перед тем как взяться за строительство, Главка тщательно изучил культурные традиции Буковины. 4. А воплощены они в многоцветных геометрических узорах на черепичных крышах корпусов, которые напоминают местную

художественно-декоративную роспись. 5. Чтобы осуществить замысел архитектора, был построен завод по производству цветной черепицы. 6. Й. Главка доказал, что из простого материала можно создавать настоящие шедевры.

357. *Работа со словом. Ключевые слова текста.* Зодчие, архитектор, проект, рабочие чертежи, строительство Оперного.
Имена людей, с которыми связана история строительства театра. Фельнер, Гельмер, Бернардацци, Гонсиоровский, Дмитренко.

ЗАМЕНА ПРЯМОЙ РЕЧИ КОСВЕННОЙ

363. *Предложения с косвенной речью.* М. Пришвин восторгался тем, как горделиво берёза распустила свои зелёные кудри. Ф. Абрамов говорил, что ржаное поле в жаркий день пахнет хлебом, только что вынутым из печи.

365. Учитель сказал: «Завтра пойдём на экскурсию в литературный музей». Учитель сказал, что мы завтра пойдём на экскурсию в литературный музей.

367. Поймал улитку, принёс домой. Улитка спрашивает, зачем я её принёс домой. Я говорю ей, что на улице холодно, сыро, а в нашем доме будет хорошо.
Я спросил дедушку: «Почему эхо называют лесным голосом?» Старик мне сказал: «Походи по лесу и послушай эхо».

368. Учитель покачал головой: «Плохо ты подготовился к уроку». Учитель, покачав головой, сказал, что я плохо подготовился к уроку.

370. 1. Красный мотылёк себя хвалит: «Нет, мои крылья красивее». 2. Отец сказал: «Это смородиновые черенки». 3. Собеседник спросил меня, не знаю ли я о предстоящем торжестве. 4. Она его упрекнула, что у него в доме есть такой же цветок. 5. Я опасался, придут ли они вовремя. 6. Она протянула руку и спросила: «Как дела?» 7. Приятель ответил, что ему неинтересна эта новость.

371. *Тестовые задания.* 1. В. 2. А. 3. В.

372. **А.** Чехов, увидев работы, написанные Левитаном в Плесе, сказал художнику, что на его картинах появилась улыбка. Это было самое счастливое время в жизни художника. Знатоки искусства, восхищаясь его мастерством насыщать картину солнцем, отмечают, что никто, кроме Левитана, не умеет отбирать краски для пейзажа. Художник сидит в мастерской, смотрит на свои работы и говорит, что надо «жить красиво, пользоваться жизнью, её светом, как отблеском солнечного дня».
Другой вариант последнего предложения. Художник сидит в мастерской, смотрит на свои работы и говорит, что надо красиво жить, любить жизнь, её свет, который напоминает отблеск солнечного дня.

374. *Работа со словом.* 1) *Название предметов*: избы, горка, озёра, герани, оконце, поленницы берёзовых дров, стожки, изгороди, сороки.
2) *Звуки*: звон коровьих колокольцев, мягкий голос рожка.
3) *Герои сказок*: медведь, колобок, репка, сестрица Алёнушка и её братец Иванушка, дед и баба, Курочка-ряба.

377. **Б.** *Перевод.* Каким может быть украинское небо, как ни синим, чистым, даже душа в радости разрывается. Издалека слышно курлыканье журавлей. Впереди самый сильный могучими крыльями разбивает воздух. За ним летят двое, а за каждым из них — два шнурочка, как ласточкин хвост.

ПРЯМАЯ И КОСВЕННАЯ РЕЧЬ В ЦИТАТАХ

379. Алиса считала, что «если бы кое-кто не совался в чужие дела, земля бы вертелась быстрее». Алиса считала: «Если бы кое-кто не совался в чужие дела, земля бы вертелась быстрее».

380. 1) *Предложение с прямой речью.* М. Пришвин считал: «Охранять природу — значит охранять Родину».

2) *Сложноподчинённое предложение с косвенной речью.* Ф. Тютчев утверждал, что «есть в светлости осенних вечеров умильная, таинственная прелесть».

3) *Простое предложение с вводным словом.* Как утверждал Цицерон, «изучение и наблюдение природы породило науку».

4) *Эпиграф.* Мы все уносимся вдаль на одной и той же планете — мы экипаж одного корабля (А. де Сент-Экзюпери).

381. 1. Академик Д. Лихачёв утверждал: «Отношение к природе, и отношение к культуре требуют общих правил нравственности». 2. «Любви к природе нет без чувства красоты», — так рассуждал поэт Я. Полонский. 3. «Учись у них — у дуба, у берёзы», — наставлял поэт А. Фет. 4. Народная мудрость говорит: «Ласточка весну начинает, а соловей кончает».

383. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. Г. 3. А.

384. **А.** 1. Писатель М. Пришвин отмечал: «В природе всё одно с другим связано, нет в ней ничего случайного». 2. Как писал В. Песков, «для каждого человека дорог тот край, где ты родился, где первый раз искупался в речке, где узнал, как пахнут цветы, как пахнет хлеб после работы». 3. К. Паустовский восторгался: «Есть уголки нашей земли настолько прекрасные, что посещение их вызывает ощущение счастья, жизненной полноты». 4. «Горы рушатся. Небо меркнет. А любовь остаётся жить», — утверждал С. Островой. 5. По словам К. Паустовского, «счастье — это ощущение полноты и радости жизни».

ТЕКСТ. СВЯЗЬ ПРЕДЛОЖЕНИЙ В ТЕКСТЕ

397. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. Б. 3. Г.

398. **Б.** Народы Азии и Индокитая достигли значительных успехов в кораблестроении, что позволило совершать им новые географические открытия. Например, к XV в. Китай превратился в самую мощную морскую державу на Востоке. Другим центром торговли и мореплавания в XV в. были арабские города Кильва, Момбаса, Малинди, Сафала, остров Занзибар. При Генрихе Мореплавателе португальский флот достиг своего наивысшего могущества. Именно португальцы создали лёгкий парусник-каравеллу. Это трёхмачтовое судно, оснащённое большим количеством прямых и косых парусов, лёгкое и быстроходное.

ТЕКСТ ПУБЛИЦИСТИЧЕСКОГО СТИЛЯ

403. *Признаки стилей речи*

Название стиля	Сфера употребления и виды высказываний	Стилевые черты
Разговорный	Быт: неофициальные разговоры, письмо	Неофициальность и непринуждённость общения, неподготовленность речи, свобода в выборе слов и построении предложений

Научный	Наука и образование: монографии, статьи, учебники и др.	Научная тематика, смысловая точность, логичность, отсутствие эмоциональности
Официально-деловой	Законодательство и делопроизводство	Официальность, чёткость изложения, общепринятое расположение материала
Публицистический	Общественно-политическая жизнь: газеты, журналы, телевидение, радио	Логичность, актуальность, эмоциональность, призывность, общедоступность
Художественный	Художественная литература: художественные произведения	Содержательность, образность, эмоциональность, проявление творческой индивидуальности автора

405. Публика, публицистика, публицистический, публицист.

409. С Возрождением связано начало украинского книгопечатания. Первой печатной книгой является «Апостол», напечатанный в 1504 году во Львове Иваном Фёдоровым. Через 15 лет Фёдоров выдал знаменитую Острожскую Библию. Но история украинского печатного дела началась намного раньше: она уходит в 1460 год, когда львовский мещанин Степан Дропан подарил церкви св. Онуфрия личную типографию. А в 1520 году в Вильно известным белорусским деятелем Франциском Скориной была основана первая славянская типография.

411. *Тестовые задания.* 1. Б. 2. Г. 3. Б.

412. *Словарик журналиста.*

1) *Экономика*: государственная собственность, ликвидность банка, дефолт, повышение цен, дотация, субсидия, бизнес, инновация, бюджет, контроль цен, конкурентоспособность предприятий

2) *Культура*: театр, концерты, музеи, выставки, гастроли, репетиции, шоу-программы, традиция, обычай, культурные ценности.

3) *Здравоохранение*: аптеки, поликлиники, больницы, лекарства, лечение, операции, медицинская помощь, окружающая среда, риск для здоровья, охрана здоровья, продолжительность жизни.

4) *Спорт*: тренировки, соревнования, мастер международного класса, многоборье, футбол, волейбол, хоккей, гимнастика, плавание, спортивное ориентирование, боевые искусства, пьедестал почёта.

417. *Тестовые задания.*

1. Б. 2. В. 3. А. 4. В. 5. А. 6. В. 7. В. 8. Б. 9. В. 10. Г. 11. В. 12. Б.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

РОСІЙСЬКА МОВА

(4-й рік навчання)

Полякова Т. М., Самонова О. І.



11. 1. Солнце, берёзу, желтеть, вернуться, всему, затягивают, низко, телевизионных, шелестели, ночь, земля, впитывать, растущему.

15. Б. *Публицистический текст*

Я не берусь давать «рецепты» воспитанности, так как сам себя вовсе не считаю образцово воспитанным. Но кое-какими мыслями я хотел бы поделиться с читателями. Я убежден, например, что настоящая воспитанность проявляется прежде всего у себя дома, в своей семье, в отношениях со своими родными.

Если мужчина на улице пропускает вперед себя незнакомую женщину (даже в автобусе!) и даже открывает ей дверь, а дома не поможет усталой жене вымыть посуду, — он невоспитанный человек.

Если со знакомыми он вежлив, а с домашними раздражается по каждому поводу, — он невоспитанный человек.

Если он не считается с характером, психологией, привычками и желаниями своих близких, — он невоспитанный человек.

Если уже во взрослом состоянии он как должное принимает помощь родителей и не замечает, что они сами уже нуждаются в помощи, — он невоспитанный человек.

Воспитанный человек — это тот, кто хочет и умеет считаться с другими, это тот, кому собственная вежливость не только привычна и легка, но и приятна. Это тот, кто в равной степени вежлив и со старшим, и с младшим годами, и по положению.

Читатель заметил, вероятно, что я обращаюсь главным образом к мужчине, к главе семьи. Это потому, что женщине действительно нужно уступать дорогу ... не только в дверях. (*Д. Лихачёв*)

18. В. Вчера завершился конкурс на лучшего знатока истории родного края. Как сообщают наши корреспонденты, жюри конкурса объективно оценило учащихся школ города. Пришло время назвать имена победителей, которые получили заслуженные награды.

32. *Заимствованные слова*: лингвистика, эгоизм, дефект, антракт, аналогия, атеист. *Исконно русские слова*: языкознание, языковедение, себялюбие, недочёт, перерыв, сходство, неверующий

36. А. Агрессивный, адвокат, готика, дайджест, гурман.

Мой знакомый иногда бывает агрессивным. Мой брат работает адвокатом. Готика — это художественный стиль, для которого характерны стрельчатые своды, каменная резьба, остроконечные завершения, витражи. Среди учащихся пользуются популярностью дайджесты, то есть кратко изложенные материалы художественных текстов. Мой дедушка — любитель и знаток тонких, изысканных блюд, поэтому его называют гурманом.

39. *Пословицы и поговорки на тему «Как вести беседу?»*: 3, 7, 8, 9, 10.

43. — Представляешь, вчера из дальнего плавания вернулся мой папа! Я так счастлив!

— Поздравляю! Прекрасная новость! Я за тебя очень рад.

46. А. — А отколе ты? — продолжал старик.

Владимир не имел духа отвечать на вопросы.

— Можешь ли ты, старик, — сказал он, — достать мне лошадей до Жадрина?

— Какие у нас лошади, — отвечал мужик.

— Да не могу ли взять хоть проводника? Я заплачу, сколько ему будет угодно.

— Постой, — сказал старик, опуская ставень, — я тебе сына вышлю; он тебя проводит.

49. Восемь дней, пятнадцать тетрадей, шестьдесят книг, семьсот гривен. Одиннадцать, двенадцать, тринадцать, четырнадцать, пятнадцать, шестнадцать, семнадцать, восемнадцать, девятнадцать, двадцать.

50. В. Женька любил разные исчисления и мрачно изрекал: «Один грамм сухого яда гремучей змеи убивает двадцать собак, шестьдесят лошадей, шестьсот кроликов, две тысячи морских свинок, триста тысяч голубей и сто шестьдесят семь человек».

51. 1. Дома нужно выполнить пять заданий по математике. 2. В нашем классе двадцать шесть учеников. 3. В нашем доме живёт тридцать два человека. 4. Мы приехали двумя днями позже. 5. На ремонт комнаты затрачено более девятисот двадцати гривен. 6. Наш поход продолжался девятнадцать часов тридцать одну минуту.

53. *Количественные числительные*: 2, 5, 6 предложения.
Порядковые числительные: 1, 3, 4, 7 предложения.

56. **А.** *Количественные числительные*: шестнадцать, из двухсот тридцати четырёх.
Порядковые числительные: тысяча четыреста девяносто второй, первым, тысяча четыреста девяносто восьмой, тысяча пятьсот девятнадцатый, третьим.
Б. Первый день, вторая неделя, третьего лишнего, пятый класс, десятый час.

59. **А.** *Им.* семьдесят, сто, шестьсот;
Р. семидесяти, ста, шестисот;
Д. семидесяти, ста, шестисот;
В. семьдесят, сто, шестьсот;
Тв. семьюдесятью, ста, шестьюстами;
Пр. о семидесяти, ста, шестистах.

60. У двухсот жителей, приблизительно пятьдесят метров, из сорока килограммами, семидесяти гражданам, шестьюстами гривнами, более ста раз, на восьмистах образцах.



61. К ста прибавить пятьсот, от четырёхсот пятидесяти отнять сорок, к восьмидесяти прибавить шестьсот шестьдесят, к девяноста прибавить триста, от девятисот отнять двести пять.

62. 1. В Индии растёт фикус, состоящий из двух тысяч крупных и трёх тысяч мелких стволов, его высота достигает шестидесяти метров, возраст насчитывает три тысячи лет, и в его тени может поместиться до семи тысяч человек. 2. В дельте Амударьи обнаружен редкий вид тростника. Только за один год растение может вырасти до тридцати метров. 3. В Калифорнии растут секвойи высотой до ста пятидесяти метров, с диаметром ствола до одиннадцати метров. Их возраст свыше четырёх тысяч лет.

63. 1. Один за всех, все за одного. 2. Не узнавай друга в два дня, узнавай в два года. 3. Один в поле не воин. 4. Семь пятниц на неделе. 5. За двумя зайцами погонишься — ни одного не поймаешь. 6. В двух соснах заблудиться. 7. Семь бед — один ответ. 8. Семеро одного не ждут. 9. Не имей сто рублей, а имей сто друзей.

65. *Им.* пятьдесят тарелок, девяносто учеников, шестьсот килограммов;
Р. пятидесяти тарелок, девяноста учеников, шестисот килограммов;

Д. пятидесяти тарелкам, девяноста ученикам, шестистам килограммам;
В. пятьдесят тарелок, девяносто учеников, шестьсот килограммов;
Тв. пятьюдесятью тарелками, девяноста учениками, шестьюстами килограммами;
Пр. о пятидесяти тарелках, девяноста учениках, шестистах килограммах.

67. До пятидесяти лет, до тридцати лет, до двадцати пяти лет, до пятнадцати, семьюдесятью годами, ста годами, тридцатью годами, к восьмидесяти годам, к семидесяти, к двадцати, десятью годами, двадцатью годами, около пятидесяти лет, около восьмидесяти.

70. Четыре раза, сто лет, пять дней, сто пятьдесят лет, один раз, пятнадцать минут.

71. Однако в середине двадцатого века их вытеснили наручные часы. Каждые пятнадцать минут над Печерскими склонами звучат любимые киевлянами популярные мелодии. Внутри каждой башни расположены четыре механизма.

72. Девяти дней, девятью днями.
Пятидесяти книги, с пятьюдесятью книгами.
Восьмидесяти гривен, с восьмьюдесятью гривнами.
Ста дней, со ста днями.
Четыреста страниц, с четырьмястами страницами.
Шестисот сорока учащихся, с шестьюстами сорока учащимися.

75. Девяти дням, о девяти днях.
Пятидесяти книгам, о пятидесяти книгах.
Восьмидесяти гривнам, о восьмидесяти гривнах.
Ста дням, о ста днях.
Четыремстам страницам, о четырёхстах страницах.
Шестистам сорока учащимся, о шестистах сорока учащихся.

86. Желаю вам (вы), оно, вам (вы) добудет, будет у вас (вы), вам (вы) желаю, даётся нам (мы).

87. **А.** Со мной, обо мне, у тебя, к тебе, над тобой, к ней, у неё, с нею, из-за неё, с ними, о них, к ним, на них.

90. 1. Она всегда смеялась над его рисунками. 2. Заботясь о счастье других, мы находим своё счастье. 3. На каникулах я всегда скучаю по своей школе, по учителям и особенно по одноклассникам. 4. Благодарите своих учителей за их нелёгкий труд.

91. **А.** Кое-кто зашёл в комнату. Кто-то громко закричал. Кто-либо может ответить на данный вопрос? Кто-нибудь сегодня подежурит? Я кое-что забыл дома. Что-то плохо чувствую себя. К празднику что-либо придумаем. Пойду что-нибудь куплю в магазине.

94. **А.** Сейчас ты растёшь, всё в тебе играет, но в твоём подростковом возрасте человек уже должен задуматься о себе, о своих поступках. Сегодня ты подросток, завтра взрослый. А каким ты идёшь в свою взрослость? Таким ли тебя ждёт Родина? Ты её сын, подумай!

Б. 1. Поздно вечером к нам кто-то постучался. 2. На берегу реки росла какая-то зелень. 3. Расскажите кому-нибудь об экскурсии по краеведческому музею. 4. Возьми в библиотеке что-нибудь почитать. 5. Вдалеке на дороге мы заметили какое-то животное. 6. Нужно зайти в магазин и купить какой-нибудь еды на ужин. 7. Кто-то забыл правила написания местоимений с *кое-*, *-то, -либо, -нибудь.*

В. *Фразеологизмы с личными местоимениями.*

1. Чтоб *ему* пусто было. 2. Шут (чёрт) с *ним*. 3. Вот *тебе* Бог, а вот порог. 4. Будь *он* неладен. 5. Пропади *он* пропадом. 6. Вот *тебе* и на.

99. В таком возрасте, воспитывать в себе привычку, каждый раз, за всякую услугу, такое отношение, к другим людям, пойдёт тебе на пользу, от твоего поведения, твои взаимоотношения, с которыми не знаком.

100. 1. Какова совесть — такова и честь. 2. Кто не держит своего слова, тот сам себя не уважает. 3. Я с тобой — как рыба с водой. 4. Кто любит только себя, того люди не любят. 5. Не спеши смеяться над другим: сегодня ты смеёшься над ним, завтра — он над тобой. 6. Дорого ценится то, что делается вовремя.

106. А. В котором часу (*предл. падеж, ед. ч., м. род*), по чьим следам (*предл. падеж, мн. ч.*), не будет другого случая (*род. падеж, ед. ч., м. род*), каждой ученице (*дат. падеж, ед. ч., ж. род*), это животное (*им. падеж, ед. ч., ср. род*), от той остановки (*род. падеж, ед. ч., ж. род*), со всяким человеком (*тв. падеж, ед. ч., м. род*), по такому делу (*дат. падеж, ед. ч., ср. род*), с такого времени (*род. падеж, ед. ч., ср. род*).

В котором часу начнётся концерт? У нас не будет другого случая так долго поговорить. От той остановки нужно пройти совсем немного.

Б. Я одно хочу, сын, чтобы ты хорошим мальчиком рос. Чтобы совесть у тебя чистая была... Не слушайся тех, которые по-пустому геройствуют. Нет у преступления геройства. Есть только срам и позор, и к таким людям только презрение... Героями на другой дороге становятся... Трудом человек и силён, и красив... Все о тебе переживают, хотят, чтобы ты человеком стал, маму свою не позорил.

110. 1. Ничего не случилось. 2. Никто не обидел. 3. Ни о чём не спорите. 4. Никому об этом не сказал. 5. Это ничья шапка. 6. Ни с кем не посоветовался. 6. Ничего теперь не делать.

111. Что-нибудь, ни к чему, кто-то, кое-кто, какой-то, никакой, никто, ни за что, некто, ни от кого, какой-нибудь, кое-кто.

115. А. 1. Никто́ не смог побить рекорд предыдущего чемпионата по плаванию. 2. Не́кто тихо зашёл в зрительный зал. 3. На столе лежало не́что в аккуратной упаковке. 4. Никто́ из нас хорошо не ходит на лыжах. 5. Меня не удивишь ниче́м. 6. Не́чему мне удивляться!

Б. Жил на свете Джонни.
Знаете его?
Не было у Джонни
Ровно ничего!
Нечем подкрепиться,
Нечего надеть,
Не к чему стремиться,
Не о чем жалеть,
Нечего бояться,
Нечего терять...
Весело живётся,
Нечего сказать!

В. *Фразеологизмы с отрицательными и неопределёнными местоимениями:* Ни во что не ставить, ни в какие ворота не лезет, ни за что на свете, вывести кого-либо на чистую воду.

Пословицы с отрицательными и неопределёнными местоимениями:

1. Кто-то теряет, а кто-то находит. 2. Скучен день до вечера, коли делать нечего. 3. Никакое худо до добра не доводит.

134. Сто, ста; сто сорок, ста сорока; сто восемьдесят, ста восьмидесяти.

135. Присутствовать, дискуссия, постепенно, участники, грустные, озабоченно, обожжётся, серьёзно, постоянно, взаимоотношение, средства, обязательно, шапочное, двадцать, созвездие, исчисление, предчувствие,

ежечасно, позже, ползшего, одновременно, ночлег, поочерёдно, младший, возраст.

137. **А.** Запомните, вы должны читать в три, в четыре раза больше, чем рекомендует школьная программа. Книга — это источник знаний. Ещё древние египтяне говорили: «Ты должен обратить своё сердце к книгам». В мире нет ничего лучше, чем книга. Я хотел бы показать твоим глазам их красоту.

Б. *Лавина аплодисментов* — масса аплодисментов.

Петь дифирамбы — устраивать овации.

По окончании спектакля в театре раздалась лавина аплодисментов. Он любил петь дифирамбы красивым девушкам.

147. Журналист газеты «Время и люди» Татьяна Иванова взяла интервью у архитектора, дизайнера Максима Сидоренко.

— Вы часто выступаете перед разной аудиторией. С какой информацией об истории города вы выступали последний раз?

— Одна из последних лекций — «История и современность». Считаю, что материал может быть полезен не только для специалистов, но и для всех, кто интересуется историей Харьковской области. Я считаю, что одна из особенностей Харькова заключается в том, что этот город разный: с любого ракурса о первой столице можно говорить и быть по-своему правым и неправым.

— Вы часто выступаете перед публикой с лекциями на различные темы. Но последнее время Вы отдаёте предпочтение истории Харькова. Почему?

— Для меня эта тема представляет интерес, потому что я очень люблю путешествовать, интересуюсь историей своего города.

148. Простите — *повелит. наклонение, мн. ч.*

Прости — *повелит. наклонение, ед. ч.*

Встречала — *изъявит. наклонение, прош. время, ж.род, ед. ч.*

Узнал — *изъявит. наклонение, прош. время, м.род, ед. ч.*

Покинуть — *нач. форма (инфинитив).*

Беру — *изъявит. наклонение, наст. время, 1 лицо, ед. ч.*

Оставляю — *изъявит. наклонение, наст. время, 1 лицо, ед. ч.*

Возвращусь — *изъявит. наклонение, буд. время, 1 лицо, ед. ч.*

Приду — *изъявит. наклонение, буд. время, 1 лицо, ед. ч.*

Покинуть — покину, покинул, покинул бы, покиньте, покинь.

149. **А.** Увлечься, наслаждаешься, обрежьте, боритесь.

Б. Ответить — ответь, зависеть — ----, пускать — пускай, лечь — ляг, бежать — беги, гнать — гони, видеть — ----, ловить — лови, смотреть — смотри.

В. *Словосочетания с безличными глаголами:* пахнет сиренью, ребёнку не спится, быстро смеркалось, меня клонит ко сну, зимой рано темнеет, больного знобило.

150. Препятствовать, презирать, постричь, не успокоишься, расстраивать, ненавидеть, превращать, неистовствовать, притворяться, обкрадывать, развлекаться, присутствовать, преследовать, приукрасили, преуменьшать (приуменьшать), рассмеялся бы.

152. 1. Всех ребят не переслушаешь (с.). 2.Кланяться (н.) горазд, а говорить (н.) не умеет (н.). 3. Говорится (н.) на глум, а ты бери (н.) себе на ум. 4. Мало говори (н.), больше услышишь (с.). 5. С тобой разговориться (с.) что мёду напиться (с.). 6. Слово — не воробей, вылетит

(с.) — не поймаешь (с.). 7. Язык, что осиновый лист: во всякую погоду треплется (н.).

154. Я кладу тетради на стол. Я положу дневник в портфель.

155. *Несовершенный вид:* вытирать, замирать, застилать, касаться, полагать, собирать. *Совершенный вид:* заблестеть, запереть, зажечь, загореть.

158. А. 1. Повторять — повторить. 2. Встречаться — встретиться. 3. Предложил — предлагал. 4. Вычеркнуть — вычёркивать.

Б. 1. С пословицей не поспоришь (с.). 2. Пойдёшь (с.) просить (н.) — соседи глухи; к тебе придут (с.) — глухому не поверят (с.). 3. Не клади (н.) плохо, не будешь (н.) охать (н.). 4. Пришёл (с.) не зван, поди ж не гнан. 5. Распутья бояться (н.), так и в путь не ходить (н.). 6. Если бы не мороз, то овёс бы до неба рос (н.). 7. Сорванное яблоко обратно не прирастает (н.).

161. Закричать — кричать, слушать — послушать, вспомнить — вспоминать, выреза́ть — вы́резать, разреза́ть — разре́зать, запирать — запереть, крепить — прикрепить, положить — класть, искать — поискать. Я буду крепить на стену картину и непременно её прикреплю.

166. В прошлый выходной день мы ездили в Киев и посетили музей Т. Г. Шевченко. Там нас встретил экскурсовод, он провёл по всем залам и рассказал много интересного о жизни и творчестве великого Кобзаря. Мы решили организовать в своей школе Шевченковскую комнату, а работники музея обещали нам помочь в её оформлении и прислать первые экспонаты.

168. А. Мы повторяем правила. — Мы повторили правила. Мы встречались с известным писателем. — Мы встретились с известным писателем. На каникулах мы оставались дома. — На каникулах мы остались дома.

182. Недочитанная *(прош. время)* книга; неоконченный *(прош. время)* путь; наука, не приносящая *(наст. время)* пользы; лекарству, не излечившему *(прош. время)* больного; убелённому *(прош. время)* сединами старику; дождь, гонимый *(наст. время)* сильным ветром.

183. Затопленная равнина, потемневшим небом, обессиленной природы, сдержанные рыдания.

184. А. Плескавшиеся волны, в застывшей фигуре, в услышанной песне, к цветущей розе, отцветшие одуванчики, над бушующим морем, у зеленеющих холмов, поднимающегося самолёта, взъерошенных воробьёв, тающие облака.

Б. *Им.* плескавшиеся волны, застывшая фигура;
Р. плескавшихся волн, застывшей фигуры;
Д. плескавшимся волнам, застывшей фигуре;
В. плескавшиеся волны, застывшую фигуру;
Тв. плескавшимися волнами, застывшей фигурой;
Пр. о плескавшихся волнах, застывшей фигуре.

186. 1. Краснеющий, покрасневший. 2. Нарисованный, рисующий, рисуемый. 3. Жарящий.

188. А. *Прилагательные*: звонкий, горячий, конечный, дремучий, славный, интересный, глупый.

Причастия: звенящий, горящий, оконченный, дремавший, славящий, интересовавшийся, сглупивший.

Б. Путешественники ехали без всяких приключений. Нигде не попадались им деревья, всё та же бесконечная, вольная, прекрасная степь.

По временам только в стороне синели верхушки отдалённого (*прош. вр., сов. вид*) леса, тянувшегося (*прош.вр., несов. вид*) по берегам Днепра. Один только раз Тарас указал сыновьям на маленькую, черневшую (*прош. вр., несов. вид*) в дальней стороне точку. Скоро они прискакали к небольшой речке, называющейся (*наст.вр., несов. вид)* Татаркою, впадавшей (*прош. вр., сов. вид*) в Днепр.

191. **А.** 1. Андрей Гаврилович, изумлённый неожиданным запросом, в тот же день написал в ответ довольно грубое отношение. 2. Судьи, надеявшиеся на его благодарность, не удостоились получить от него ни единого приветливого слова. 3. Сын его, сидевший тут же за хозяйственными книгами, поднял голову и был поражён его состоянием. 4. В девять часов утра гости, ночевавшие в Покровском, собрались один за другим в гостиной. 5. Марья Кирилловна выглянула во двор и увидела Сашу, делающего ей тайные знаки.

Б. 1. Ломоть, отрезанный от хлеба, обратно не приставишь. 2. Слова, рождённые обидой, не торопись произносить. 3. Камень, брошенный по согласию, далеко летит. 4. Человека, боявшегося работы, счастье сторонится. 5. Дружба, построенная на выгоде, не бывает крепкой. 6. Человек, не знающий дороги, и друга с пути собьёт.

192. 1. Незабудки, росшие у ручья, уже зацвели. 2. Солнце, показавшееся из-за туч, ярко осветило лес и поляну. 3. Почки, появившиеся на деревьях, говорили о наступающей весне. 4. На пристани толпились пассажиры, ожидающие посадки на катер. 5. Реки, наполняемые талой водой, широко разливаются. 6. Дети, приехавшие в лагерь, спешили к реке.

193. Услышанная песня — услышанная вдалеке песня; песня, услышанная вдалеке, была нам знакома.

Затихающий дождь — затихающий к вечеру дождь; дождь, затихающий к вечеру, был тёплым.

Неумолкающий шум — долго не умолкающий шум; шум, долго не умолкающий, мешал детям спать.

Невыполненное обещание — не выполненное мною обещание; обещание, не выполненное мною, очень расстроило маму.

Затеянная уборка — затеянная в выходной день уборка; уборка, затеянная в выходной день, заняла много времени.

Проделанная работа — проделанная мною работа; работа, проделанная мною, помогла мне при написании сочинения.

206. Когда в 1876 году А. Куинджи показал на выставке передвижников свой «Вечер на Украине», газеты писали, что эта картина затмевает все другие пейзажи, которые были представлены на выставке.

И действительно, такой необычной и одновременно правдивой казалась картина с её тёмно-синим глубоким небом, стройными тополями, лунным светом на стенах домов, величественно-неподвижным спокойствием, тишиной южной ночи и одиноким огоньком, который теплится в окошке.

Настоящий художник тем и отличается, что замечает прекрасное и открывает его нам. И теперь, любуясь где-нибудь возле реки видом лунной ночи или вечернего зарева, которое пылает между чёрными стволами деревьев, разве не говорим мы: «Как на картине Куинджи»?

208. **А.** *Деепричастия*: приобретя, прочитав, работая, найдя.

Б. *Деепричастия*: 1) согласившись; 2) не закончив; 3) читая; 4) продумав; 5) готовясь.

В. 1. Учитель, объясняя материал, показывал названные города на карте. 2. Ученик, написав диктант, сдал его на проверку. 3. Ира, делая записи в тетради, слушала одноклассницу. 4. Студент, зайдя в книжный магазин, купил несколько учебников. 5. Коля, возвращаясь домой, обдумывал предстоящий разговор с мамой.

213. Любовался, возвращаясь, сидела, разбилась, кое-кто, не хотел, часы.

214. 1. Не зная броду, не суйся в воду. 2. Не учась, и лаптя не сплетёшь. 3. Не поглядев на пирог, не говори, что сыт. 4. Не поклонившись до земли, грибка не поднимешь. 5. Не узнав горя, не узнаешь и радости.

215. **А.** Не прочитав, негодуя, не говоря, не надеясь, ненавидя, не встретив, не договорившись, не дыша, не налюбуясь, не чувствуя, недоумевая.

Б. 1. Не накормив лошадь, далеко не уедешь. 2. Люблю дорожкою лесною, не зная сам куда, брести. 3. Не взявшись за топор, избы не срубишь. 4. Говори правду в глаза человеку, не унижая его достоинства. 5. Не давши слова, крепись, а давши, держись. 6. Ненавидя ложь, он всегда боролся за правду.

В. Он просидел целую ночь не сомкнув глаз. Мальчик врал не отводя глаз. Мы работали не покладая рук.

217. 1. Когда мы открывали дверь, она громко скрипнула. 2. Когда я заканчивал рисунок, у меня сломался карандаш. 3. Когда я прочитал рассказ, он показался мне слишком грустным. 4. Когда мы подходили к своему дому, меня окликнули мои друзья. 5. Читая роман, мы представляем умного, жизнерадостного, волевого юношу. 6. Когда она вошла в комнату, ей стало страшно. 7. Когда гость подъехал к дому, лакей его провёл в комнату своего хозяина.

219. **А.** Читая книгу, обдумывая сочинение, мечтая о море, обсуждая книгу, выполняя задание.

Б. Кошка бегала по кровле пылающего сарая, недоумевая, куда прыгнуть. 2. Люди стояли, понурив головы и изредка вздрагивая. 3. Взяв собачку легонько двумя пальцами за голову, принагнул её мордочку к молоку. 4. Собачка вдруг начала пить с жадностью, фыркая, трясясь, захлёбываясь. 5. Вороны, не останавливаясь, кружились в воздухе.

В. 1. В свободное время, удобно располагаясь в кресле, я читаю. 2. Отыскав в библиотеке старую книгу, мы узнали из неё много интересного об истории нашего города. 3. Читая книги, я выписываю интересные книги в свой дневник.

222. 1. Выполняя домашнее задание, я не позволяю себе ни на что отвлекаться. 2. Я ежедневно читаю по-английски и перевожу с английского, стремясь в совершенстве овладеть этим языком. 3. Замешкавшись с утренней уборкой и завтраком, я чуть было не опоздал на первый урок. 4. Не сдержавшись, я на грубость товарища ответил резкостью. 5. Прочитав в подлиннике первую в своей жизни английскую книгу, я испытал огромную радость.

225. **А.** 1. Ясный месяц побледнел, застыдившись звезды и красного утра. 2. Шапки сняв, в молчании немом приветствуем человека, великого и простого. 3. Солнце, прикрыв веки, уже опускалось на землю. 4. Звенит и месяц, серебристо сверкая.

Б. *Варианты*: 1. Б; 2. А; 3. Б; 4. Б; 5. А.

227. 1.Доверяя другим, ты сам заслуживаешь доверия. 2. Умный, увидев чужие недостатки, избавляется от своих. 3. Твори добро не задумываясь. 4. Мы чаще всего просто косвенно хвалим себя, ругая других.

233. *Предложения с причастными оборотами.*
Интересна история слов, связанных с освоением космоса. Все знают, что космонавт — это человек, летающий в космос. Космодром — это сложное сооружение, обслуживаемое специальными людьми. Науку, изучающую полёты в космос, называют космонавтикой.
Предложения с деепричастными оборотами.
Пробуя силы, то и дело взлетали утки. Вытянувшись цепочкой, они делали несколько кругов над камышами и снова опускались на воду. Огромный табун гоголей на большой высоте делал последние круги, прощаясь с озером. В другом месте в воздух взлетали, сбиваясь в стаю, какие-то красноголовые птицы.

234. 1. Со знанием вскачь, без знаний хоть плачь. 2. Береги честь смолоду. 3. Нарочно не придумаешь. 4. Рот не разевай — везде успевай. 5. Вдвоём веселее дорожка. 6. Сгоряча не руби сплеча.

236. 1. *Причина (почему?):* не разобрать спросонья, обидеть сгоряча, наткнуться сослепу.
2. *Цель (зачем?):* разорвать назло, сломать нарочно.
3. *Мера и степень действия (насколько? в какой степени).*
Трижды питаться, очень волноваться, мало тренироваться, увеличить нагрузку вдвое, слегка изменить, слишком задержаться, совершенно выздороветь.

243. 1. Кто за правое дело стоит, тот всегда победит. 2. Вчера не догонишь, а от завтра не уйдёшь. 3. Тот в слове твёрдо стоит, кому слово дорого. 4. За правое дело сражаться смело. 5. Кто вчера солгал, тому и завтра не поверят. 6. Для дорогого гостя и ворота настежь. 7. Лучше с умным потерять, чем с глупым найти.

245. *Наречия на* **-о**: говорить тихо, любить горячо, думать хорошо, утром свежо.
Наречия на **-е**: действовать успокаивающе, взглянуть умоляюще.

246. Тише, крепче, вызывающе, горячо, умоляюще, вообще, успокаивающе, понимающе, выше, ярче, раньше, ближе, уже, громче, хорошо, проще, ещё, ниже, свежо, реже, слаще, легче.

249. 1. Сделать неаккуратно, неопрятно, неумело, некрепко, непрочно.
2. Пришить некрепко, а слабо. 3. Посмотреть недоверчиво, недовольно, недружелюбно. 4. Взглянуть не доверчиво, а с презрением. 5. Разговаривать далеко не весело, не ласково. 6. Произнести не громко, а тихо. 7. Излагать мысли непоследовательно, несвязно. 8. Взлететь невысоко. 9. Взлететь не высоко, а низко.

250. Никогда.

251. **А.** 1. Очки не действуют никак. 2. Никогда не мерцал огонёк, не слышалось никакого звука. 3. Никогда не думайте, что вы всё знаете. 4. Где некогда всё было пусто, голо, теперь младая роща разрослась. 5. Местность кругом была ровная, спрятаться было негде. 6. Никогда не забывайте делать добро.
Б. Мальчик заблудился в лесу, но нисколько не испугался. Несколько групп ребят пошли на поиски мальчика. Он решил никуда не идти, пока не наступит утро. Спешить было некуда, и Максим основательно устроил себе место для ночлега. Ему всё было некогда учиться ориентироваться на местности. Больше никогда он не пойдёт в лес один, пока не научится находить дорогу.

В. 1. Негде упасть, некуда спешить.
2. Ничуть не огорчился, нисколько не жалел.
3. Ничего не видел, никуда не торопился (и — *в безударном положении*) *или 2-й вариант*:
3. Неоткуда ждать, никуда не торопился (*лишнее слово — местоимение, все остальные слова — наречия*).

254. 1. Не — *часть корня:* нелепо, небрежно, негодующе.
2. Не — *префикс:* немедленно прийти, несправедливо поступить, неточно переписать, неясно, несносно, недвусмысленно, нерадостно, неожиданно.
3. Не — *частица:* не медленно, а быстро пойти; не легко, а трудно выполнить; написано не точно, а с ошибками.

265. Мы приходим в мир для того, чтобы постигнуть красоту, утвердить, создать её.
Красота — это радость нашей жизни. Человек стал Человеком потому, что увидел глубину лазурного неба, мерцание звёзд лазурного неба, розовый разлив вечерней зари, прозрачную дымку степных просторов, багровый закат перед ветреным днём, трепетание марева над горизонтом сини, тени в сугробах мартовского снега, журавлиную стаю в голубом небе, отражение солнца в каплях утренней росы, серые нити дождя в пасмурный день, фиолетовое облако на сиреневом кусте, нежный стебелёк и голубой колокольчик подснежника — увидел и, изумлённый, пошёл по земле, создавая новую красоту.
Остановись и ты в изумлении перед красотой — и в сердце расцветёт благородство. Услышишь чудесную музыку жизни. Дорожи красотой её, береги её.

271. Борода с локоток, величиною с гору, дела с воробьиный нос, размером с кулак, Мальчик-с-пальчик.

276. Но вдруг затревожился, потому что с юга, со стороны Лопухов, сильно тянуло гарью. Дед был прав, так как во время урагана огонь шёл со скоростью до тридцати километров в час. Потом только дед заметил, что они у зайца обгорели.

279. 1. Туда ветки гнутся, куда клонит ветер. 2. Седина блестит в чёрном чубе, как озимая взялась инеем на осеннем поле. 3. Любите труд, потому что в нём самое большое счастье. 4. Не ищи правды в других, когда в тебе её нет. 5. Год прошёл так быстро, что я и оглянуться не успел. 6. Не клади палец в рот, потому что откусит.

282. 1. Сочинение обычно начинают именно с введения, чтобы подготовить читателя к восприятию темы. 2. Это чётко сформулированное предложение как раз подходит к заключению сочинения. 3. Именно то, что ты позаботился о связи между абзацами, сделало работу лучше. 4. Именно эту интересную творческую работу Богдана мы отправляем на конкурс.

287. А 1. Именно сейчас важно сделать всё, чтобы современное поколение знало свою историю. 2. Поэтому именно сейчас, впрочем как и всегда, она (лягушка) занималась ничем иным, как мысленно восхваляла себя. 3. Кстати, отплывая из Мельбурна, я никому не сказал, куда именно мы движемся. 4. Разговоры велись о других вещах, но о чём именно шла речь извилистой дорожкой, он долго не мог сообразить. 5. Потом пусть развернут снежинку и сравнят, почему именно так они её представляли.
Б. 1.Именно наш класс принял активное участие в конкурсе юных инспекторов дорожного движения. 2. Как раз завтра будет хорошая

погода, и мы пойдём в парк. 3. Именно ты виновата в том, что ребята так долго не могут найти общего языка. 4. Именно этот фильм я давно хотела посмотреть. 5. Как раз эта книга мне и нужна. 6. Именно ты должен защитить честь школы.

289. *Служебные части речи.*

В, с, в — *предлог.* Же — *частица.* Или — *союз.*

291. *Глаголы совершенного вида:* пришла, выбелились, сравнялись, стало, просветлело, открылся, похорошел, развиднелось, потемнела, замело.

Глаголы несовершенного вида: была, было, движется, тает, пробивался, выступал.

292. *Наречия*: свежо, чисто, вовсе, вдвойне, сильней, внизу, едва, вкривь, вкось.

293. *Причастия*: незамёрзшая — замёрзать, высветленных — высветлить, пригнутых — пригнуть.

Деепричастия: прикрыв — прикрыть, обозначая — обозначать.

295. Извлечь, неужели, профессор, искусственный, по-своему, благосклонно, по-дружески, помощник, иллюзия, радостный, из-под, по-разному, деликатный, поминутно, изредка, впечатление, интервью, необъятный, чрезвычайно, безудержно, вдвойне, обидеть, озарявший, сырьё.

301. Провозгласил, компьютер, информация, записывается, анализируется, какую-либо информацию, обрабатывает, сделать, необходимо, внутренние, представляющих, приобретённые, усваиваются, лучше.

311. **А.** *Причастия.*

1. Плывущим (кораблём) — *ж. род, ед. число, тв. пад., наст. время, несов. вид, определение.*

2. Оторвавшимися (альпинистами) — *мн. число, тв. пад., прош. время, сов. вид, определение.*

3. Затерянной (зимовкой) — *ж. род, ед. число, тв. пад., прош. время, несов. вид, полная форма, определение.*

4. Идущие (голоса) — *мн. число, им. пад., наст. время, несов. вид, определение.*

5. Повествующая (книга) — *ж. род, ед. число, им. пад., наст. время, несов. вид, определение.*

6. Непокорённых (вершин) — *мн. число, род. пад., прош. время, сов. вид, полная форма, определение.*

7. Посвящена — *ж. род, ед. число, им. пад., пр. время, сов. вид, краткая форма, сказуемое.*

319. **Зачем мы носим бельё?**

Если бы мы надевали платье на голое тело, нам было бы холодно, потому что меньше было бы вокруг тела слоёв.

Но мы носим бельё не только ради тепла.

Всё дело в том, что бельё стирать можно, а платье не всегда. Шерсть, например, боится кипячения. Шерстяную ткань нельзя сушить над горячей плитой или гладить раскалённым утюгом. А бельё, сделанное из льна или хлопка, жара не боится.

Вот почему мы под суконным или вязаным платьем носим ещё бельё, которое можно стирать и гладить.

327. 1. Не забывайте чаще благодарить людей. 2. Помните о том, что словом можно обидеть. 3. Не пытайтесь на зло отвечать злом. 4. Попробуйте в трудных ситуациях улыбнуться. 5. Нужно всегда соблюдать правила хорошего тона. 6. Следует всегда уважать старших.

345. *Высказывания, которые содержат побудительно-волевую информацию*: 2, 5, 6 предложения.

351. **А.** а) *Прямой порядок слов*: 2, 3, 5 предложения.
б) *Обратный порядок слов*: 1, 4, 6 предложения.

353. 1. Не перестаём мы удивляться красоте родной речи. 2. Одноклассниками моё предложение было воспринято с недоумением. 3. Устрашающе ветер завывает в трубе. 4. Погожий день сегодня выдался. 5. Сегодня вечером идём на тренировку мы.

358. **А.** 1. В сентябре мы записались в школу плавания. 2. Будете участвовать вы в лыжном кроссе в январе. 3. В Киеве во время школьных каникул олимпиада по русскому языку состоится. 4. В этот раз дождик меня не послушался. 5. Все последние дни мама волновалась. 6. На поезде я возвращаюсь домой через Киев. 7. Вечером встречались одноклассники возле театра.

361. 1. Мама всегда была как бы частью меня самого. Вспоминаю ли зимние метельные вечера и тут же увижу мать. Она нам в эти долгие вечера рассказывала чудесные сказки. Вспоминаю ли жаркое лето и обязательно мать увижу, и мать рядом.
2. Девятый час утра. Навстречу солнцу ползёт тёмная свинцовая громада. По ней то там, то сям красными зигзагами мелькает молния. Слышны далёкие раскаты грома. Тёплый ветер гуляет по траве, гнёт деревья и поднимает пыль. Сейчас брызнет мелкий дождь и начнётся настоящая гроза.

396. *Сравнительный оборот — определение*: 1, 5 предложения.
Сравнительный оборот — обстоятельство: 2, 3, 4, 6 предложения.

398. **А.** Речка, неширокая и неглубокая, протекает в нашем селе (*есть обос. определение*). Неширокая и неглубокая речка протекает в нашем селе (*нет обос. определения*).
Б. День, дождливый и ненастный, долго тянулся (*есть обос. определение*). День был дождливый и ненастный (*нет обос. определения*).

399. 1. Конечно, во всяком деле, кроме успехов, бывают и неудачи. 2. Брат, кроме самбо, увлекается боксом. 3. Весь сентябрь, кроме пяти-шести дней, лили дожди. 4. Шофёру, кроме знания машины, необходимы хорошее зрение и быстрая реакция.

400. 1. Сегодня, после седьмого урока, у нас будет заседание литературного кружка. 2. Вдали, где-то за горой, загромыхала гроза. 3. Справа, на окраине посёлка, показались окутанные туманной дымкой острова. 4. Впереди, за переездом, завиднелись крыши далёкого села. 5. Летом, в июле и августе, особенно красиво по вечерам.

401. *Предложения с обособлениями.*
1. Могут ли быть интересными все, без исключения, предметы в школе? 2. Человеку, любознательному и старательному, одними предметами легче увлечься. 3. Школа не может развлекать, как в цирке, она не должна этого делать. 4. Школа, как храм науки, даёт знания в системе.

403. 1. В глубоких долинах, зелёных от винограда и полных сизой мглы, теснились каменные громады. 2. От его красивого лица, бледного и гордого, была что-то от орла. 3. На покуте, залитом солнцем, под слепящей синевой неба сидел старый Чумак. 4. Другие, в надежде на заработок, ускорили ход. 5. Самый короткий месяц года, февраль, является последним месяцем зимы.

404. Человек, испытывающий воздействие природы, нравственно совершенствуется.

405. Услышанная песня — услышанная вчера песня — песня, услышанная вчера. Затихающий дождь — медленно затихающий дождь — дождь, затихающий медленно. Неумолкающий дождь — долго не умолкающий дождь — дождь, долго не умолкающий. Рассказанный случай — рассказанный детьми случай — случай, рассказанный детьми. Прочитанная книга — прочитанная на каникулах книга — книга, прочитанная на каникулах. Встретивший учитель — встретивший на пороге учитель — учитель, встретивший на пороге. Приготовленный ужин — приготовленный сестрой ужин — ужин, приготовленный сестрой.

Песня, услышанная вчера, запомнилась надолго. Мы долго смотрели на медленно затихающий дождь.

406. *Предложения с обособленными определениями.*

1. Поглощённый своими мыслями, мальчик не замечал ничего вокруг. 2. Воздух, остуженный на зернистом снегу, веял в лицо запахом подмёрзшей травы. 4. Встревоженная ночным происшествием, она долго сидела у окна. 5. Разгаданная загадка не убивает волнения, вызванного зрелищем земли. 6. Увлечённый своим занятием, Павел Иванович не обратил внимания на вошедших. 7. Благодушно настроенные, они не почувствовали опасности.

407. 1. Среди этого океана стульев, сделанных из ореха, дуба, ясеня, красного дерева и карельской берёзы, герои романа должны найти ореховый стул с гнутыми ножками, таящий в своём оббитом английским ситцем брюхе сокровища мадам Петуховой. 2. В комнате из мебели был только лежавший на четырёх кирпичах матрац в красную полоску. 3. Лишённый матраца, он большей частью пишет стихи.

408. 1. Мы подъехали к неприветливому дому, похожему на боярские хоромы. 2. Теперь она разглядела в углу печь, сделанную из большой железной дочки. 3. Мы плыли в тумане, закрывшем берег и море. 4. Сквозь зелень ветвей он увидел луну, бегущую в прозрачном облачке. 5. Тучи, плывшие по небу, делались всё темнее и темнее.

409. 1. Труд, перелитый в добро и достаток, лёг караваем на щедрые столы. 2. Верба, засмотревшаяся в воду, любуется своей красотой. 3. Идёт мать-Украина по дорогам, воспетым в песне соловьиной, несёт на вышитых рушниках любовь и труд в солнечном хлебе. 4. Я пришла к марту за подснежниками, а вернулась домой с корзиной, полной нежности. 5. Двор зарос бурьяном, пахло душно, как перед дождём. 6. Вербы, припушенные инеем, белели возле дома.

410. *Предложения с причастными оборотами.*

1. Любой зритель, завороженный удивительным сиянием лунного света, останавливается перед картиной. 2. Ночное светило выхватило из темноты реку, паутинку дорожек и украинские хатки, стелющиеся по берегу. 3. И вся природа замерла, очарованная красотой этой картины. 4. Но великолепное лунное сияние, запечатлённое замечательным художником, обладает такой же притягательной силой.

411. 1. Природа, любимая с раннего детства, навевает приятные воспоминания. 2. Приятно отдохнуть на полянке, сияющей яркими красками.

413. А. Родина — это всё... Это ощущение счастья от зрелища огромной нашей земли, её лесов, закатов, морских побережий, наглаженных прибоями, деревень, смотрящих в заречную даль. Это ощущение счастья от её лёгкого неба, её ветров, её людей, от их труда, от гудков паровозов, мчащихся к великим её городам, к заводам, шахтам, рудникам, создающим неслыханные богатства.

В. 1. На сосне, поросшей мхом, мелькает белки хвост пушистый. (*А. Фет*). 2. Хорошая книга — это неиссякаемый сосуд, заполненный человеческими мыслями, знаниями, чувствами. (*Л. Кассиль*) 3. Хорошая книга — это дверь, раскрывающаяся перед тобой и впускающая тебя в какой-то новый, пусть и не очень большой каждый раз, уголок жизни. (*Л. Кассиль*) 4. Книга — это духовное завещание одного поколения другому, совет умирающего старца юноше, начинающему жить; приказ, передаваемый часовым, отправляющимся на отдых, часовому, заступающему его место. (*А. Герцен*) 5. Огнём охваченные тучи в стекле реки отражены. (*И. Никитин*).

415. 1. Не сделаешь, не разбивши яиц. 2. Не кидай, не дочитав сказки. 3. Не стоит работать спустя рукава. 4. Не суйся, не зная броду. 5. Избавляйся, видя чужие недостатки.

416. 1. Через полминуты соловей пустил высокую мелкую дробь и, испробовав таким образом свой голос, начал петь. 2. Взволнованные люди пробегали мимо поэта по аллее, что-то восклицая, но он их слов не воспринимал. 3. Душой предавшись наслажденью, я сладко-сладко задремал. 4. Проснувшись рано, в окно увидела Татьяна поутру побелевший двор. 5. На опушке леса, приложив одно ухо и подняв другое, перепрыгивал заяц.

420. *Предложения с деепричастными оборотами.*

1. После войны Н. М. Амосов, получив техническое образование, несколько лет работал на электростанции. 2. Однако, подчиняясь призванию, в 1939 году он оканчивает Архангельский медицинский институт. 3. Всю войну Николай Михайлович служил ведущим хирургом передвижного госпиталя, прооперировав за это время свыше четырёх тысяч человек. 4. После войны, защитив докторскую диссертацию, начал руководить кафедрой в Киевском медицинском институте.

Словосочетания «числительное + существительное»: свыше четырёх тысяч человек (*род. падеж*), до восьмидесяти лет (*род. падеж*).

423. А. Каждую неделю приносили нам радость и утешение эти благородные птицы. Мы привыкли к ним, как к родным. Поэтому, когда задерживались аисты, соседи грустно переспрашивали: «Почему не видно наших аистов? Может быть, горе случилось в дороге...». Зато какая радость была, когда, сделав три круга перед домом, аист мягко опускался на ригу. Он, гордо откинув навзничь длинную шею, весело курлыкал, оповещая о своём счастливом возвращении.

Б. 1. Ёлочки распахивают шубу, протянув мне добрую ладонь. (*В. Юрченко*) 2. Волк ночью, думая залезть в овчарню, попал на псарню. (*И. Крылов*) 3. Мой волк сидит, прижавшись в угол задом, зубами щёлкая и ощетиня шерсть. (*И. Крылов*) 4. Ночевала тучка золотая на груди утёса-великана; утром в путь она умчалась рано, по лазури весело играя. (*М. Лермонтов*) 5. Дочь грома — капля-егоза, кончая

свой высотный путь, летела с круч, закрыв глаза, в лицо Земли боясь взглянуть. (*Л. Кондырев*)

425. *Предложения с деепричастным и причастным оборотами.*

1. Пушкин, объединивший разные начала русской речи, явился основоположником современного русского языка. 2. Пушкин явился основоположником современного русского языка, объединив разные начала русской речи.

426. 1. Дружба, построенная на выгоде, не бывает прочной. 2. Камень, брошенный по согласию, далеко летит. 3. Когда пьёшь воду, не забывай о человеке, вырывшем колодец. 4. Слово, идущее от сердца, согревает три зимы подряд.

427. А. 1. Приехавший в Украину путешественник решил побывать в самых крупных городах страны. 2. Взятые в библиотеке книги следует вернуть вовремя. 3. Освещённая солнцем комната сразу стала уютней. 4. Уверенный в своих силах спортсмен спокойно вышел на старт.

Б. Оттаявшая земля — оттаявшая весной земля — земля, оттаявшая весной.

Забытая мелодия — давно забытая мелодия — мелодия, давно забытая.

Выполненные обещания — выполненные вовремя обещания — обещания, выполненные вовремя.

Поднявшийся ураган — поднявшийся утром ураган — ураган, поднявшийся утром.

431. Дорога вьётся, как зелёный пояс, потерянный между хлебами в ромашках и васильках, в петровых батогах с голубыми кистями, в серебряных ранних росах. Степь только-только проснулась и умывается чистыми каплями. А пока она, полусонная, едва двигается колосистыми веками, прислушиваясь, как бьют в звонкие колотушки перепела.

433. А. 1. Для меня, прожившего на юге долгое время, холод был нестерпим. 2. О некоторых приключениях, происшедших на летних каникулах, мы рассказали учителю. 3. Главная причина, удерживающая нас от похода, заключалась в отсутствии необходимого снаряжения. 4. Нужно было решать, что делать с подарками, доставшимися от спонсоров.

Б. 1. Перебирая в памяти события последних дней, я всё больше убеждаюсь, что поступила правильно. 2. Я долго не мог принять решение, перебирая всё хорошее и всё плохое. 3. Бабушка давала внуку советы, нахмурив брови. 4. Я начала рассказывать, стараясь, насколько возможно, не показывать своего волнения. 5. Ребята, соблюдая правила игры, оказались выше противника.

434. 1. Венера загорается на заре горным хрусталём. 2. Закат лежал багровым костром.

436. 1. Владеть языком — значит максимально использовать все выразительные возможности, скрытые в нём. 2. Но даже А. Пушкин, являясь основоположником современного русского языка, употреблял «всего-навсего» 21 тысячу слов. 3. Такие данные были получены благодаря анализу полного словаря, составленного по произведениям великого русского писателя.

440. Устный, ценный, безвестный, приемлемый, засветло, собственный, увлечение, оттенок, полдень, каменный, постарше, детство, интуиция, полотняный, осуществлять, собеседник, вничью, визжать, серьёзный, мостовая, песчаный, система, величественный, шедевр.

442. **А.** 1. Не зная броду, не суйся в воду. 2. Не взявшись за топор, дома не построишь. 3. Не подумав, колышка не застрогаешь. 4. Крутой дорогою шагая, впереди много не увидишь. 5. Не узнав горя, не узнаешь и радости. 6. Сделав работу, не имеешь заботы.

Б. 1. Когда человек не интересуется музыкой, она ему кажется непонятной и недостаточно интересной. 2. Никогда не забуду этот торжественный день. 3. Воспитание Петруши иностранными гувернёрами было для него губительным. 4. Спокойный дым поднимался над занесённой снегом крышей и таял в небе. 5. Мы не достали тех уток, которых подстрелили.

В. 1. Прохожий, оглянувшись назад, остановился в недоумении. — Прохожий остановился в недоумении, оглянувшись назад. 2. Спортсмен бежал легко и красиво, обгоняя своих соперников. — Спортсмен, обгоняя своих соперников, бежал легко и красиво. 3. Говорил он медленно, растягивая слова. — Растягивая слова, говорил он медленно. 4. Она шла не спеша, рассматривая витрины магазинов. — Рассматривая витрины магазинов, она шла не спеша. 5. Ученик подошёл тотчас, услышав вопрос учителя. — Ученик, услышав вопрос учителя, подошёл тотчас.

455. 1. На дворе давно кончились сумерки и наступил настоящий день. 2. В это время распускалась черёмуха и кусты дикой смородины над самой водой позеленели. 3. Грачи закричали за рекой в ветвях, и повсюду в кустах и траве запели, зачирикали птицы. 4. В начале апреля уже шумели скворцы и летали в саду жёлтые бабочки. 5. В ветер леса шумят великим океанским гулом и вершины сосен гнутся вслед пролетающим облакам.

456. **А.** 1. Всю ночь бушевала буря и хлестал громко дождь. 2. На солнцепёке было совсем тепло и пахло землёй. 3. Холодно, и за весь май черёмуха не успела отцвести. 4. К концу дня дождь перестал и ветер начал заметно стихать. 5. Здесь краски не ярки и звуки не резки. 6. Слушайте тишину, и тогда осень лесная покажет нам всё богатство.

457. **А.** 1. Дождь вскоре прошёл, и из-за туч выглянуло солнце. 2. Наступил прохладный вечер, но никто не хотел спать. 3. Мальчики устанавливали палатку, а девочки готовили ужин. 4. Мама подошла к сыну, и мальчик ласково улыбнулся. 5. Зима пришла, и дети готовят санки.

458. *Сложносочиненные предложения.*

1. Паутина опускалась от самого верха высокой сосны, и хвоинки служили подвеском. 2. Я так до аршина натягивал, и всё она прыгала. 3. Наконец паутинка оторвалась, и хвоинка упала на землю. 4. В лесу было тихо, и только сверху волнами шумело. 5. Изредка невидимыми путями внизу проходил сквознячок и шевелил какой-нибудь жалкий листик, спущенный сверху паучком.

459. 1. Рябина стояла в коралловых бусах, поднесла упругие руки, и рядом шелестела красными кистями калина в нежных лучах осеннего солнца. 2. Весна, весна!.. В далёкой Полтавщине ещё лежал снег на полях, а тут уже зацвели фиалки. 3. Полковое знамя то летало красной птицей в тенистые глубины зелёного леса, то снова вырывалось на просторы.

460. 1. Весна пришла в этом году рано, и мы очень рады ей. 2. Ночью то засвищет ветер, то загремит гром. 3. Книгу эту я дочитала, и завтра подруга принесёт другую.

462. **А.** 1. И чайки летают, трепещут крылами, и море играет с морскими ветрами. 2. На небе ни облачка, и звёзды необычайно ярко шевелятся и дрожат в своей бездонной высоте. 3. Заря разгоралась за окнами, и в свете её стоял сад, засыпанный цветами мокрого снега. 4. Над вечерней тихой Росью плыл закат венком красы, и пшеничные колосья растопырили усы.

Б. 1. Прозрачный лес один чернеет, и ель сквозь иней зеленеет, и речка подо льдом блестит. *(А. Пушкин).* 2. И стоит береза в сонной тишине, и горят снежинки в золотом огне. *(С. Есенин).* 3. К полуночи тучи ушли, и над вершинами сосен начало переливаться холодными огнями небо. *(К. Паустовский).* 4. Кукушка откуковала, и ещё веселей засвистал весь сад, зашумел листьями. *(Л. Толстой).* 5. Скворцы вывелись и улетели, и давно уже их место в скворечнике занято воробьями. *(М. Пришвин).*

465. *Сложносочиненные предложения с соединительными отношениями:* 6, 7, 8, 10 предложения.
Сложносочиненные предложения с противительными отношениями: 2, 4, 9 предложения.
Сложносочиненные предложения с разделительными отношениями: 1, 3, 5 предложения.

466. *Сложносочиненные предложения с соединительными отношениями:* 1, 6 предложения.
Сложносочиненные предложения с противительными отношениями: 2, 4 предложения.
Сложносочиненные предложения с разделительными отношениями: 3, 5 предложения.

467. 1. Двум смертям не бывать, а одной не миновать. 2. Конь о четырёх ногах, и тот спотыкается. 3. Резва заморская ложь, а от нашей правды не уйдёшь. 4. Горька работа, да сладок хлеб. 5. Отец — рыбак, и дети в воду смотрят.

469. 1. На закате шёл дождь, полно и однообразно шумя по саду вокруг дома, и в незакрытое окно в зале тянуло сладкой свежестью мокрой майской зелени. 2. Наступила ночь, дождь перестал, но отец, ушедший в поле ещё утром, не возвращался. 3. Я была одна дома, однако я тогда никогда не скучала.

473. Я снова здесь, в семье родной,
Мой край, задумчивый и нежный!
Кудрявый сумрак за горой
Рукою машет белоснежной.

Седины пасмурного дня
Плывут всколоченные мимо,
И грусть вечерняя меня
Волнует непреодолимо.

474. *Сложносочиненные предложения, в которых события происходят:*
А) одновременно: 1, 5, 6 предложения.
Б) последовательно: 4 предложение.
В) чередуясь друг с другом: 2, 3 предложения.

476. 2. Бесчисленные золотые звёзды, казалось, тихо текли всё, наперерыв, мерцая, по направлению Млечного Пути, и, право, глядя на них, вы как будто смутно чувствовали сами стремительный, безостановочный бег земли.

478. 1. Есть границы полёту птиц, но у мужества нет границ. 2. Дни поздней осени бранят обыкновенно, но мне она мила, читатель дорогой.

3. Любой язык изменяется, обновляется, обогащается, но во всём должна быть логика, здравый смысл, чувство меры. 4. В распоряжении читающего есть не только слова, но и дополнительные средства — знаки препинания. 5. Как бы ни были различны художественные произведения, но целостность им придаёт личность автора.

482. А. 1. У реки шумели раскидистые ивы и шуршали камыши. 2. За окном то ли ветер шумит, то ли дождь идёт. 3. В прохладные вечера и ночи нет комаров, зато их много в жару. 4. Нам нужно было отдохнуть, но мы продолжали двигаться вперёд. 5. Грозу унесло без следа, однако молния ещё долго блистала на небе.

Б. 1. Редеет мгла ненастной ночи, и бледный день уж настает *(А. Пушкин)*. 2. Вот откуда-то доносится отрывистый, тревожный звук неуснувшей птицы, или раздается неопределенный звук *(А. Чехов)*. 3. То падал как будто туман, то вдруг припускал косой, крупный дождь *(Л. Толстой)*. 4. Ласточки пропали, а вчера с зарей всё грачи летали да как сеть мелькали вон за той горой *(А. Фет)*.

490. Мужество ума состоит в том, чтобы не отступать перед трудностями умственного труда.

491. 1. Очень понравилась книга, которую нам рекомендовали. [ ], (*которую*). 2. Ольга сказала, что вернётся из Одессы в понедельник. [ ], (*что*). 3. Он мечтал прожить жизнь так, как прожил его отец. [ ], (*как*). 4. Я приехал туда, где прошло моё детство. [ ], (*где*). 5. Турист берёт с собой компас, чтобы не заблудиться в лесу. [ ], (*чтобы*). 6. Когда наступила осень, мы посадили в школьном саду деревья. (*когда*), [ ].

493. 1. Хорошо смеётся тот, кто смеётся последний (*с. сл.*). 2. Известно нам, что час невозвратим (*союз*). 3. Мы остановились на ночлег в деревне, где жила одна из наших попутчиц (*с. сл.*). 4. Уходя, мать наказывала, чтобы Никита не сбежал со двора (*союз*). 5. Мы не могли и предположить, чем всё это закончится (*с. сл.*). 6. Он всегда оставался самим собой, что бы ни случилось (*с. сл.*).

494. 1. Когда настало раннее утро, мы пошли за грибами. 2. Я ещё никогда не видел таких цветов, которые росли в парке. 3. Начал накрапывать дождь, который едва не помешал нашей прогулке. 4. Небо над головой было безоблачным, когда я вышел на улицу.

495. 1. Мы поехали в музей, потому что экспозиция музея была очень интересная. 2. После обеда я иду в сад, хотя в саду ветер уныло качает обнажённые деревья. 3. Уже прилетели грачи, так что они спешат ставить себе гнёзда на высоких берёзах. 4. Собака лениво грелась на солнышке, потому ей не хотелось играть с детьми. 5. Мы вернулись из дальнего путешествия, воспоминания о котором надолго сохранятся в нашей памяти.

496. И через год вы рассчитываете побить множество рекордов, чтобы превзойти других пловцов. [ ], (*чтобы*). Животными управляет не разум, который руководит нашей трудовой деятельностью. [ ], (*который*). Не следует думать, что в жизни человека инстинкт не играет никакой роли. [ ], (*что*).

498. 1. Когда наступят каникулы, мы поедем на экскурсию в Киев. 2. Мальчик не пришёл в школу, потому что был болен. 3. Кто хочет, тот добьётся. 4. Я люблю свою подругу за то, что она добрая, честная

и справедливая. 5. Я эту книгу прочитаю тогда, когда у меня будет время. 6. Победит тот, кто хорошо подготовился к соревнованиям.

500. 1. Солнце показалось из-за темно-синей горы, которую только привычный глаз мог отличить от грозовой тучи. *(М. Лермонтов).*
[ ], (*которую*).
2. Недаром говорится, то дело мастера боится. *(Пословица).* [ ], (*что*).
3. Ей снится, будто бы она идет по снеговой поляне. *(А. Пушкин).*
[ ], (*будто*).
4. Пока не взошло солнце, дышать было легко. *(А. Грин).* (*пока*), [ ].
5. Когда затих уже топот его лошади, я пошла на террасу и опять стала смотреть вслед. *(Л. Толстой).* (*когда*), [ ].

501. Думать — самая трудная из работ, поэтому, видимо, люди так мало ею занимаются. [ ], (*поэтому*).

503. А) *Главная часть предшествует придаточной*: 2, 4 предложения.
Б) *Придаточная часть предшествует главной*: 3, 5 предложения.
В) *Придаточная часть содержится внутри главной*: 1, 6 предложения.

505. 1. В природе примет так много, что о них можно было бы написать целую книгу. 2. Свобода заключается в праве делать всё то, что не вредит другим. 3. Тот, кто рассказывает тебе о чужих недостатках, рассказывает другим о твоих. 4. Одна туча способна погрузить во мрак целую рощу так же, как одно слово способно омрачить величайшее счастье.

509. 1. Через окно я увидел, как большая серая птица села на ветку клёна в саду. 2. Сани были пустые, потому что Володя уже стоял в сенях и красными озябшими пальцами развязывал башлык. 3. Как только я прибежал к своему дому, мне навстречу бросились родные. 4. Маленький дом, где я живу в Мещёре, заслуживает описания. 5. Перед тем, как снимать с огня котёл, Стёпка всыпал в воду три пригоршни пшена и ложку соли.

515. 1. Я считаю, что все виды искусства помогают писателю в усовершенствовании мастерства (*изъяснит.*). 2. Зимой, когда стада в поле не выходили, волку очень редко приходилось ворваться в какой-нибудь скотный двор (*обстоят.*). 3. Скоро я понял, что за бочкой кто-то насвистывает (*изъяснит.*). 4. Я опять вспомнил те горы, от которых пахнуло на меня старыми преданьями (*определит.*). 5. Передняя, куда он вышел умываться, вся была озарена солнцем (*определит.*). 6. Когда надоела музыка, он погнался за толпой жёлтых бабочек, прилетевших к осоке на водопой (*обстоят.*). 7. Чтобы увидеть море, надо выйти за калитку и пройти немного по протоптанной в снегу тропинке (*обстоят.*). 8. Лес, в который мы вступили, был чрезвычайно стар (*определит.*). 9. Вдруг мне показалось, как будто в комнате слабо и жалобно прозвенела струна (*изъяснит.*).

516. Слово «тяжело» и «плохо» врачи произносят так, словно очень скоро всё будет легко и хорошо. Она подошла ко мне совсем близко и стала молча внимательно смотреть мне в лицо, как это делают люди, страдающие близорукостью. Очки с толстыми стёклами, казавшимися мне мужскими, не вполне помогали ей, поэтому она прищуривала глаза. Трудно было определить, сколько ей лет.

519. **А.** 1. Вот дом, который построил Джек. [ ], (*который*), (*определит.*).
2. Не всякий услышит, как звёзды звенят. [ ], (*как*), (*изъяснит.*).
3. Сосна растёт даже там, где другое дерево расти не будет.
[ ], (*где*), (*обстоят.*).

4. Была белая ночь, когда солнце вроде и не заходит.
[ ], (*когда*), (*определит.*).
5. Когда снег тихо падает, природа как бы замирает.
(*когда*), [ ], (*обстоят.*).
6. О такой дружбе, которая не выдерживает испытаний, не стоит говорить. [, (*которая*),], (*определит.*).
Б. 1. Кто весел, тот смеётся. 2. Дом, в котором прошло моё детство, стоит до сих пор. 3. Чем человек добрее, тем у него больше друзей. 4. Там, где рос клён, сейчас детская площадка. 5. Когда наступят летние каникулы, мы уедем на дачу.

520. Долог день до вечера, коли делать нечего.

523. 1. Целое лето не было дождя, так что вода в колодцах высохла (*следствия*). 2. Я так и не смог найти своего друга, потому что он уехал в другой город (*причины*). 3. Когда беспрерывно лил дождь, реки начали выходить из берегов (*времени*). 4. Если окно было закрыто, в комнате было невыносимо душно (*условия*).

527. 1. Иногда ветер пробегал по реке с низовьев, из лесистых пространств, оттуда, где горело в осеннем небе спокойное и ещё жаркое солнце *(прид. места). (К. Паустовский)* 2. Куда река пошла, там и русло будет *(прид. места). (Пословица)* 3. Левитан стремился писать так, чтобы был ощутим воздух *(прид. образа действия). (К. Паустовский).* 4. Так как дождей не было в течение месяца, трава высохла и пожелтела *(прид. причины). (В. Арсеньев).* 5. Молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно *(прид. следствия). (А. Чехов).* 6. Для того чтобы выучиться говорить правду людям, надо научиться говорить её самому себе *(прид. цели). (Л. Толстой).*

528. Чему бы ты ни научился, ты учишься для себя.

547. Превратить слово в дело гораздо труднее, чем дело превратить в слово.

549. 1. Отец удивлённо спросил: «Это ты сам сделал?» 2. Врач велел, чтобы я сидел дома. 3. Он объявил, что пойдёт спать. 4. «Что же ты стоишь! — крикнул я сердито. — Скорее иди домой!» 5. Алёша поинтересовался, когда приедет бабушка. 6. «Какие чудесные цветы», — прошептала девушка. 7. Учитель спросил нас, знаем ли мы правило. 8. Он тихо, почти шёпотом ответил: «Нет».

551. А) *Побуждение*: 2, 4, 9 предложения.
Б) *Повествование*: 1, 6, 8 предложения.
В) *Вопрос*: 3, 5, 7 предложения.

556. 1. Писатель М. Горький считал: «Когда солнце поднимается, я невольно улыбаюсь от радости». Писатель М. Горький считал, что когда солнце поднимается, то он улыбается от радости. 2. Писатель Ч. Айтматов напоминал всем: «Если человечество не научится жить в мире, оно погибнет». Писатель Ч. Айтматов напоминал всем, что человечество погибнет, если не научится жить в мире. 3. Поэт В. Маяковский утверждал: «Слово ласковое — мастер дивных див». Поэт В. Маяковский утверждал, что ласковое слово является мастером «дивных див». 4. Древнеримский драматург Платон задавал вопрос: «К чему лишние слова?». Древнеримский драматург Платон говорил о том, ни к чему лишние слова.

563. 1. «Маршрут довольно сложный», — сказал инструктор. — Инструктор сказал, что маршрут довольно сложный. — Как утверждают многие, этот маршрут довольно сложный. 2. «Спойте нам что-нибудь», — попросили

ребята. — Ребята попросили, чтобы спели что-нибудь. — По словам ребят, они хотят, чтобы спели что-нибудь. 3. «Наш народ мужественный и находчивый», — рассказывал собравшимся командир. — Командир рассказывал, что наш народ мужественный и находчивый. — По словам командира, наш народ мужественный и находчивый.

570. 1. Он говорил, что страшный случай с ним приключился, что он в дороге совсем без денег остался. 2. Путешественники хотели узнать у местного мальчика, куда они заехали. 3. Папа спросил у Саши, узнал ли он бывшего одноклассника. 4. Павел ответил, что хочет всё знать. 5. В детстве я говорила: «Я мечтаю быть учительницей». (В детстве я говорила, что мечтаю быть учительницей.)

575. 1. По словам великого композитора Людвига ван Бетховена, «для человека с талантом и любовью к труду не существует преград». 2. В одном из споров русский писатель А. Герцен резко заметил: «Надобно иметь силу характера говорить и делать одно и то же». 3. «Недостаточно только желать, — провозглашал немецкий философ и поэт И. В. Гёте, — надо делать». 4. Певец Муслим Магомаев не думал «никогда о будущем в печальных тонах».

580. А. 1. Н. Некрасов преклонялся перед героической и славной жизнью Тараса Шевченко, изведавшего «тюрьму петербургскую, справки, доносы, жандармов любезности, раздольную степь оренбургскую и её крепость». 2. «Читатель стиха — артист». Это сказал поэт И. Сельвинский. 3. «Наша жизнь — путешествие», — утверждал французский писатель В. Гюго. 4. А. Пушкин приветствует новое поколение людей, идущее на смену его поколению: «Здравствуй, племя, младое, незнакомое!»

587. 1. Когда поезд приближался к станции, пассажиры стали готовиться к выходу (*СПП*). Поезд приближался к станции, и пассажиры стали готовиться к выходу (*ССП*). 2. Когда ребята услышали звонок, они с шумом выбежали из класса (*СПП*). Ребята услышали звонок, и они с шумом выбежали из класса (*ССП*). 3. Когда за лесом снова вспыхнула зарница, она несколько раз осветила тучи бледным светом (*СПП*). За лесом снова вспыхнула зарница, и она несколько раз осветила тучи бледным светом (*ССП*).

588. Проезжающий, аккуратный, ледяной, бассейн, ванночка, искусство, применение, грустный, внимательно, откровенный, подлинник, смешанный, резерв, приобретать, здоровье, коллектив, прохожий, сверхъестественный, превращаться, известный, подвластный, преимущество, программа, эксперимент, исследование.

590. 1. В саду, находившемся возле дачи, было много вишен, которые очень любил мальчик, приехавший к бабушке. 2. Возле дома, в котором жили наши друзья, мы простились. 3. Миша твёрдо решил, что больше опаздывать не будет. 4. Судья указал футболисту, что тот нарушил правила. 5. Учитель дал трудное задание мальчику, которому доверял. 6. Раздалось такое громкое рычание, что девочка в испуге остановилась. 7. Библиотекарь спросил у мальчика, когда он сдаст книгу.

618. 1. Папа едва разыскал нас и рассердился за то, что мы, заигравшись до вечера, поздно возвратились домой. 2. Посеянное в сухую землю зерно долго не всходило. 3. Когда я подъезжал к остановке, у меня слетела кепка. 4. Путешественников застала метель, когда они выехали в открытую степь.5. Когда мы читаем эту книгу, перед нами раскрываются образы замечательных людей.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

РОСІЙСЬКА МОВА

(8-й рік навчання)

Баландіна Н. Ф.



2.

Неологизмы	Устаревшие слова	
	Историзмы	Архаизмы
Смартфон, хакер, аккаунт, модератор, селфи, хит, саммит, сайт	Дворянин, латы, сажень, верста	Дщерь (дочь), огнь (огонь), длань (ладонь), отрок (юноша)

6. **А.** От аза до ижицы — до конца.
Б. Сделать на ять — сделать всё от начала до конца.
В. Стоять фертом — быть самодовольным, стоять подбоченясь (т. е. упереться обеими руками в бока).

7.

Префикс	*Суффикс*	*Окончание*
Сотреть, надлежит, взнесённый	Укрепивый, научивый	Забыти, быти, лице, мысльми, постеле

9. **Б.** Гусиное перо — перьевая ручка — авторучка.
11. Встречайте завтра, выезжаю поездом 20, вагон 7. Встречайте, завтра выезжаю поездом 20, вагон 7.
12. Весёлая компания, одеть ребёнка, наденъ пальто, банковский счёт, стать миллионером, драматическая ситуация, освоить новую профессию, оплатить проезд. (*Паронимы*)
13. **А.** Плита из бетона — бетонная плита, посуда из олова — оловянная посуда, человек дела — деловой человек, неопределённость в ответе — неопределённый ответ, человек слова — *нельзя изменить*.
Б. Железная калитка — калитка из железа, льняной костюм — костюм из льна, медвежья услуга — *нельзя изменить*, пластмассовая крышка — крышка из пластмассы, кожаная куртка — куртка из кожи, стеклянная ваза — ваза из стекла.
14. Благодарить родителей (В. п.) — дякувати батькам.
Обратиться по адресу (Д. п.) — звернутися за адресою.
Пользоваться случаем (Тв. п.) — користуватися випадком.
Думать о деле (Пр. п.) — думати про справу.
Опаздывать на начало (В. п.) занятий (Р. п.) — запізнюватися на початок занять.
Затрагивать сложный вопрос (В. п.) — торкатися складного питання.
Выйти со школы (Р. п.) — вийти зі школи.
15. *Главное слово — существительное*: уживчивый характер, видный человек, черты лица, приятное знакомство, смертельная скука, любитель музыки.
Главное слово — глагол: жить в селе, примкнуть к своим, улыбаться заманчиво, услышать от всякого.
Главное слово — наречие: далеко от берега.
У моего брата уживчивый характер. Мама сказала, что у неё сегодня состоялось приятное знакомство. Телевизионная передача была просто скука смертельная.
Уживчивый характер — характер был уживчивый. Приятное знакомство — знакомство было приятное. Смертельная скука — скука была смертельная.
6. 1. Г. 2. Б. 3. В. 4. Б. 5. Б.

17. Дружная семья, играть на компьютере, сидеть за столом, сидеть вместе, вместе общаться.

19. *Работа со словом.* Назидательно — поучительно.

Очень назидательно, говорить назидательно.

21. А. 1. Каждый день выучивай несколько строчек прозаического или поэтического текста. 2. Ежедневно используй Интернет для получения новых знаний, толкования новых слов. 3. Повторяй несколько раз правила, изученные на уроках. 4. Играй в интеллектуальные игры для расширения кругозора. 5. Разгадывай кроссворды.

22. Вдруг Василий получил от бабушки большую посылку.

как? от кого?

Получил вдруг (*прим.*), получил от бабушки (*упр.*),

что? какую?

получил посылку (*упр.*), посылку большую (*согл.*).

23. А. Смотреть фильм (В. п.), смотреть на доску (В. п.).

Б. Довести брата (В. п.), довести до садика (Р. п.).

В. Оплатить проезд (В. п.), заплатить за проезд (В. п.).

24. Видеть собственными глазами, предать товарища, отсутствовать из-за болезни, включить в список, смотреть за ребёнком, упрекать сына, жалеть о прошлом, причинить вред, замалчивать правду.

25. 1. Девочка стала делать журавликов из бумаги. 2. Мой брат возвратился из отпуска. 3. С нового года я хожу в спортзал. 4. Мастер рассказал школьникам об этой профессии. 5. Она гордилась своей родиной. 6. Классный руководитель рассказывал о том, что необходимо сочувствовать людям преклонного возраста. 7. Вопреки желанию отца он всё же выбрал свой путь в профессию. 8. Брат пошёл к другу. 9. Вы смеётесь надо мной. 10. Он вспомнил о брате. 11. Он много ездил по разным странам. 12. Брат мой старше меня.

26. Дружеская помощь — помощь друга, книжный шкаф — шкаф для книг, деревянный дом — дом из дерева, серебряная ложка — ложка из серебра, стеклянная колба — колба из стекла, родниковая вода — вода из родника, беззаботный человек — человек без забот, оловянный солдатик — солдатик из олова, керамическая посуда — посуда из керамики, библиотечная книга — книга из библиотеки, мамина комната — комната мамы.

27. А. Жадный человек — жадина, бедный человек — бедняк, богатый человек — богач, весёлый человек — весельчак, неряшливый человек — неряха.

Б. Каждый час — ежечасно, каждую неделю — еженедельно, каждый месяц — ежемесячно, каждый год — ежегодно.

28. Солнечный свет отражается в листьях. Картина полна света. Природа радуется осеннему теплу. Полотно показывает прелесть этой поры. Автор выражает своё отношение к природе. Художник убедительно акцентирует внимание на символической роли пейзажа.

29. 1. *Советы слушающего*: уважайте говорящего (*управл.*), слушайте внимательно (*прим.*), на трудных местах (*согл.*)

2. *Советы говорящего*: учитывайте интересы (*управл.*), вашей речи (*согл.*), обращайтесь осторожно (*прим.*)

31. 1. В. 2. Б. 3. А. 4. Б. 5. Г.

32 А. Тревожиться о брате, возвращаться из отпуска, предупредить об опасности, выехать из Полтавы, забота о товарище (товарища), вынуть из шкафа, дружить с Олей, знакомить с подругой (подругу), участвовал в походах, гордились родиной, преклоняться перед украинскими традициями, согласно приказу.

о ком?

Тревожиться о брате, глаг. + сущ. с предл., тип связи — управл.

Б. Внимательный к окружающим, смеяться над собой, средство от болезни, один раз в месяц, пропуски из-за болезни, случилось из-за неосторожности, обратиться по адресу, называть по имени, потерпеть неудачу, овладевать науками, держать слово, извините меня.

над кем?

Смеяться над собой, глаг. + сущ. с предл., тип связи — управл.

36. А. Жила в клетке, смотрела в окно, начинало учащённо биться, предпочла безопасность.

37. А. Книга современного украинского писателя лежит на столе.

Б. Мы записались в кружок любителей английского языка.

В. Городской школьный конкурс газет состоится в начале декабря.

38.

Словосочетание	*Грамматическое значение*
Сочное яблоко	Предмет и его признак
Гладить по голове	Воздействие на предмет
Учил наизусть	Действие и его признак

Предложение	*Грамматическое значение*
Урок удался.	Действие предмета
Переведите текст.	Побуждение к действию
Когда вы уезжаете?	Вопрос о действии предмета

39. 1. Жилище моё обросло случайными, но интересными вещами (пр.). 2. Брат отказался от моей помощи и хотел всё сделать сам (пр.). 3. Звёзды смотрят с высоты, и льётся таинственный свет (сл.). 4. Облетают с деревьев листья, тихо шепчутся с травой (пр.). 5. Она регулярно звонила нам, и мы были спокойны (сл.). 6. В воздухе чувствуется запах весны: в школах готовятся к экзаменам (сл.). 7. Здесь был густой и тёмный лес (пр.). 8. Ночь подобралась незаметно, окутав землю тёмной вуалью (пр.).

40. 1) Как утешительно-тиха и как улыбчиво-лукава в лугов зелёные меха лицом склонённая Полтава. Пушкин, Лермонтов, Гоголь — благое начало, соловьиная проза, пророческий стих. 2) Ни с врагом, ни с другом не лукавлю. 3) *Нет предложений.*

41. Дома на кухне я быстро пообедал. Аккуратно вымыл всю посуду с помощью моющей жидкости и сел за свой письменный стол. Буду сначала делать сложные уроки.

Ученье — свет, а неученье — тьма.

43. 1. В. 2. В. 3. Б.

44. А. В октябре пришла долгожданная осень. Яркое солнце светит редко. Утром воздух чист и прохладен. Под ногами на дорожках тихонько шуршат опавшие листья. Птицы потихоньку улетают на юг.

45. *Работа с предложением. Названия газетных рубрик.* 1. Учиться никогда не поздно (*однос., распр.*). 2. Смеёмся над собой (*однос., распр.*). *Другие рубрики.* 1. Нарочно не придумаешь (*однос., распр.*). 2. Советы другу (*однос., распр.*). 3. Наши достижения (*однос., распр.*).

48. Журналист газеты «Время» Татьяна Буряковская взяла интервью у архитектора, дизайнера, доцента Харьковской государственной академии дизайна и искусств, автора «Глобуса Харькова» Максима Розенфельда. Он сообщил интересные факты из истории Харькова, рассказал о лекции на тему «360 лет галопом». Учёный считает, что одна из особенностей Харькова заключается в том, что этот город разный: с любого ракурса о первой столице можно говорить и быть по-своему правым и неправым. Для меня эта тема представляет интерес, потому что я люблю путешествовать, интересуюсь историей своего города.

50. 1. Аня, читай текст выразительно. 2. Виктор, учи усердно французский язык. 3. Дети, полейте, пожалуйста, в классе цветы.

52. К нам пришла сказка (*пов., невоскл.*). К нам пришла сказка! (*пов., воскл.*) К нам пришла сказка? (*вопр., невоскл.*) К нам пришла сказка?! (*вопр., воскл.*)

53. Охотники на привале, отдыхая, ведут разговор.

— Вот когда-то я пошёл на охоту и чуть не убил медведя, — начал рассказывать один из охотников.

— Что-то мало верится, — усмехнулся его товарищ. — Уж я твоих историй наслушался!

— А ну-ка расскажите, как всё было, — попросил своего приятеля самый молодой и неопытный охотник.

56. Мать любит дочь. Моя мама — наша учительница. Дочь любит мать. Наша учительница — моя мама.



58. На картине В. Перова «Охотники на привале» изображены три отдыхающие охотника. Один из них, по-видимому, рассказывает о своем приключении на охоте.

Его приятели по-разному относятся к этому рассказу. Молодой, наверное, верит каждому слову рассказчика, но другой охотник, похоже, настроен скептически: он улыбается, возможно, этот рассказ слышит уже не в первый раз.

Пейзаж, изображённый на картине, говорит о приближении осени: тёмное небо, улетающие птицы, блеклая трава.

63. Основными единицами синтаксиса являются словосочетание и предложение.

Способы подчинительной связи в словосочетании — согласование, управление, примыкание.

Предложение — основная синтаксическая единица, содержащая сообщение о чём-либо, или вопрос, или побуждение.

По цели высказывания предложения делятся на повествовательные, вопросительные, побудительные.

По эмоциональной окраске предложения бывают восклицательные и невосклицательные.

Обратный порядок слов в предложении называется инверсией.

Усиление голоса на наиболее важном в сообщении слове называется логическим ударением.

67. *Простые предложения.* Мы не знаем имён людей, совершивших многие важные открытия. Это был выдающийся чешский учёный-педагог Ян Амос Коменский. (*Двус., распр., невоскл.)*
Не знаем имён — *управление*, важные открытия — *согласование*, известно точно — *примыкание.*

68. Древние греки уделяли много внимания физическим упражнениям (*пр., распр.*). Они считали, что человек должен развиваться гармонично (*сл., распр.*). С двенадцати лет дети вторую половину учебного дня проводили в гимнастической школе — палестре (*пр., распр.*). Под руководством опытного преподавателя они бегали, прыгали, метали диски и копья, обучались верховой езде (*пр., распр.*).

69. Бегун прибежал к финишу. Борец осилил соперника. Стрелок попал в цель. Победители поднялись на пьедестал. Олимпиец метал копьё. Тренер наставлял спортсменов.
Наклонение изъявительное, время прошедшее.

70. **А.** Отец читает газету. Брат путешествует по Украине. Соня плавает в бассейне. Одноклассники соревнуются в спортзале. Дети спят на диване.
Б. Восьмиклассники выполняли различные упражнения. Андрей увлекается боксом. Оля посещала бассейн. Отец купил билеты на футбол. Боксёр победил соперника. Бассейн наполнен водой.

72. Мама (*сущ.*) сказала мне, что завтра мы (*мест.)* с ней поедем в бассейн. Я (*мест.*) очень люблю плавать. Мама (*сущ.*) научила меня плавать, когда мне было лет пять. Мама (*сущ.*) прекрасно плавает, она (*мест.*) только немного не дотянула до нормы мастера. Я (*мест.*) плаваю брассом. Этим летом мы (*мест.*) были на море. Я (*мест.*) проплывала почти полтора километра и ничуть не уставала. А папа (*сущ.*) плавает кролем. Он (*мест.*) быстро устаёт и ложится на спину.
Прекрасно — очень хорошо, отлично, превосходно, восхитительно, чудесно, изумительно *(синонимы*); нехорошо, плохо, некрасиво, уродливо (*антонимы*).
Ты чудесно плаваешь! А мой друг только учится плавать. У него ещё не всё получается, но он очень старается и обязательно добьётся своей цели.

73. Всем стало радостно. — Все радуются. Мне грустно. — Я грущу.

74. **А.** Два спортсмена не приняли участия в игре. Три мяча лежали на траве. Олимпийские игры — важное событие для многих спортсменов. Беговая дорожка была готова к соревнованиям. Доктор с больным обговаривали дальнейшее лечение. Чёрное море привлекает внимание отдыхающих. Сердечно-сосудистая система пожилых людей вызывает опасение. Впереди у нас несколько лет учёбы в школе. Один из нас будет участвовать в конкурсе чтецов.
Б. Двое ножниц лежало на столе. Полтора метра такой ткани сложно купить в магазине. В камере хранения находятся десять чемоданов. Семь школьников отправились в горы. Три яблока куплены в супермаркете. Восемь отдыхающих чувствуют себя плохо.

75. 1. Мы неразлучные друзья. — Мы с приятелем — неразлучные друзья. 2. Многие мечтают стать выдающимися спортсменами. — Многие из нас мечтают стать выдающимися спортсменами. 3. Многие школьники болеют. — Многие из школьников болеют зимой.

76. 1. В. 2. В. 3. Б.

77. **Курение и здоровье людей**

В мире растёт тревога в связи с негативным воздействием табака на жизнь детей и подростков. Объединяя Конвенцию ООН по правам ребёнка с намерениями Всемирной организации охраны здоровья, необходимо предотвратить ожидаемые 10 миллионов смертей в год из-за курения, что может стать реальностью уже в 2025 году. К сожалению, Украина имеет один из наивысших уровней курения среди европейских стран.

81. *Работа со словом.* Парашут (укр.) — парашют (рус.), козак (укр.) — казак (рус.). Моя мечта — прыгнуть с парашютом. О, да ты казак настоящий!

Работа со словосочетанием. Бить по мячу (*упр.*), ударить мячом (*упр.*), передать мяч (*упр.*), отбить мяч (*упр.*), упражнения с мячом (*упр.*), остановить мяч (*упр.*).

85. Андрей Шевченко — украинский футболист, игравший на позиции нападающего. Бывший капитан и лучший бомбардир (48 мячей) сборной Украины. Он выступал за киевский клуб «Динамо», лондонский «Челси», итальянский «Милан». Заслуженный мастер спорта Украины с 2003 года. Андрей Шевченко родился в 1976 году в маленьком селе Дворковщина на Киевщине. Позже родители перебрались в новый район Киева — Оболонь. Николай Шевченко хотел, чтобы сын стал настоящим военным. Отец не видел другой судьбы для мальчика. Правда, сам Андрей не горел желанием сделать карьеру военного. Поначалу он стал заниматься хоккеем.

В 1994 году Андрей сделал первый шаг на пути в новую жизнь. Команда «Динамо» под руководством Валерия Лобановского в матче Лиги Чемпионов обыграла гранда мирового футбола — каталонскую «Барселону». С тех пор на протяжении долгих пяти лет итальянский клуб «Милан» пытался заключить контракт с молодым талантливым украинским футболистом. Летом 1999 года Шевченко официально стал игроком «Милана». Благодаря украинскому футболисту «Милан» поднялся на самый высокий европейский футбольный пьедестал. Неоднократные победы в серии «А», в кубке Италии, а также в Лиге Чемпионов — это в большой степени заслуги Андрея Шевченко.

87. **А.** Я бегаю (н. вр.) (бегал (пр. вр.), буду бегать (буд. вр.)) по утрам (*пр. глаг. сказ., из. накл.*). Бегай по утрам! (*пов. накл.*). Если бы ты бегал по утрам, был бы здоровее (*усл. накл.*).

Я плаваю (наст. вр.) (плавал (пр. вр.), буду плавать (буд. вр.)) по утрам (*пр. глаг. сказ., из. накл.*). Плавай больше! (*пов. накл.*). Если бы ты плавал больше, был бы здоровее (*усл. накл.*).

88. В Древней Греции школьники проводили (*мн. ч., пр. вр., из. накл.*) много времени в палестрах. Они отдавали (*мн. ч., пр. вр., из. накл.*) предпочтение бегу, гимнастике, прыжкам, борьбе. Руководство брал (*ед. ч., пр. вр., м. р., из. накл.*) на себя учитель гимнастики. Некоторые из воспитанников одерживали (*мн. ч., пр. вр., из. накл.*) победу в соревнованиях.

89. Мы успели в театр (*пр. гл. сказ.*). Мы должны успеть в театр (*сост. гл. сказ.*).

90. Мама утешала больного (*прил.*) ребёнка. Этот ребёнок больной (*прил.*). Больной (*сущ.*) должен соблюдать постельный режим.

92. 1. Сестра убрала комнату. Комната убрана сестрой. 2. Отец подмёл тропинку. Тропинка подметена отцом. 3. Сын собрал сухие листья. Сухие листья собраны сыном. 4. Мама сварила кашу. Каша сварена мамой.

93. **А.** Всякое начало трудно (*сост. именное сказ.*).
Б. Игорь всегда был притчей во языцех (*сост. именное сказ.*).

94. 1. **Б.** 2. **Б.** 3. **А.**

95. **А.** 1. Мать после работы казалась уставшей. 2. После разговора со мной отец оказался огорчен.
Б. 1. У Дениса с утра на душе тяжело. 2. Нерешительный Василий в любом деле оказывался виноватым.

96. *Работа со словом.* Он плавал, я думал и решил научиться плавать, я карабкался, раздевался, переползал, добирался; я сидел, я добился, мог держаться, двигаться, не умел, я научился двигать, я решил испытать, я вздохнул и бросился, они соскользнули, я поплыл, я продолжал плыть, я стал поворачивать, я стал болтать, я поплыл, я выбрался.
Работа со словосочетанием. Рассказывал однажды, отдохнуть у ворот, ездить к берегу.

99. Виталик радостно открыл глаза (*пр. гл. сказ.*). Мальчик сел в кровати и дотянулся до подоконника (*пр. гл. сказ.*). Виталик натянул (*пр. гл. сказ.*) рубашку, брюки и только потом стал опускаться (*сост. гл. сказ.*) на пол. Держась за кровать, пересел в инвалидную коляску (*пр. гл. сказ.*). Но он не собирался всю жизнь быть неумелым и слабым (*сост. им. сказ.*). Он уже и профессию себе выбрал — ботаника (*сост. им. сказ.*). Виталик знает многих людей, живущих на его улице (*пр. гл. сказ.*).

101. 1. Осень — время подготовки к зимнему покою. 2. Последняя гроза — прощальный привет уходящего лета. 3. Рябина — недолговечное дерево. 4. Дубравы — красивые дубовые рощи. *Все сказуемые составные именные.*

102. *Сиделка* — это женщина, находящаяся при тяжёлом больном и имеющая чаще всего медицинское образование. *Детский дом* — это заведение, где живут и воспитываются дети, не имеющие родителей. *Люди с ограниченными физическими возможностями* — это люди, которые не могут свободно, без посторонней помощи передвигаться. *Волонтёры* — люди, которые осуществляют благотворительную деятельность в форме безвозмездного выполнения работ, оказания услуг. *Паралимпийские игры* — международные соревнования для людей с ограниченными возможностями. *Благотворительность* — оказание бескорыстной (безвозмездной или на льготных условиях) помощи тем, кто в этом нуждается.

103. **А.** Толерантность — терпимость к чужому мнению, поведению, характеру, национальности, религии и т. п. Сострадание — сочувствие к чужому страданию, участие, возбуждаемое горем другого человека.
Б. Сочувствием называется отзывчивое, участливое отношение к кому-либо. Боль представляет собой ощущение физического страдания в какой-либо части тела.

104. **А.** 1. Здоровье — главное достояние человека. 2. Слабый и малый — главнее всех в доме. 3. Век вековать — не в гостях побывать. 4. Карпаты красивы в любое время года. 5. Дважды два — четыре. 6. Я ученик

восьмого класса Городецкий Сергей. 7. Он честный человек. 8. Сегодня день погожий. 9. Глаза как васильки. 10. Долг врача — лечить больного. 11. Бедность не порок. 12. Праздность — мать пороков.

105. 1. Б. 2. Б.

106. 1. Здоровье каждого — богатство всех! 2. Информатика — очень интересный предмет. 3. Мы все — дети Украины. 4. Уважать родителей — значит любить их, помогать во всём. 5. Родина каштана — Балканский полуостров. 6. Стоять на пороге новой жизни — быть накануне великих изменений. 7. Черноморская акула катран известна нашим далёким предкам. 8. Подснежник — цветок нежный, но смелый и нетерпеливый. 9. Чтение книги — это как разговор с другом. 10. Учиться всегда пригодится.

109. *Работа с текстом.* Милосердие нужно развивать самому в себе. Во-первых, принимай участие в акции «Поверь в себя» для людей с физическими недостатками. Во-вторых, постарайся представить себя на месте таких людей. В-третьих, если не знаешь, как вести себя с людьми, имеющими физические недостатки, обращайся за помощью к специалисту.

111. **А.** Во-первых, если ты милосердный, то думай прежде всего не о себе, а о других. Во-вторых, совершая доброе дело, не нужно думать о благодарности. Справедливые люди милосердный поступок всегда оценят.

113. 1. Продукты, которые содержат много кальция, укрепляют кости *(прям. д.)*. 2. Творог даёт организму *(непр. д.)* необходимый кальций *(прям. д.)* 3. Каши —полезный для детского организма *(непр. д.)* продукт *(прям. д.)*. 4. Рыба богата фосфором *(непр. д.)*. 5. Взрослому человеку нужно выпивать не менее полутора литров воды в день *(непр. д.)*.



114. Мой брат ест кашу. Мама не ест каши. Девочка пьёт сок. Девочка не пьёт сока. Ребёнок принимает витамины. Ребёнок не принимает витаминов. Мама испечёт торт. Мама не испечёт торта. Бабушка приготовила ужин. Бабушка не приготовила ужина. В комнате слышим шёпот. В комнате не слышим шёпота.

115. **А.** Я отдала карандаш. — Я не отдала карандаша. Ученики своевременно выполнили упражнение. — Ученики своевременно не выполнили упражнения. Помещение школы производило приятное впечатление. — Помещение школы не производило приятного впечатления. Врач выписала больному рецепт. — Врач не выписала больному рецепта. Вижу и слышу море. — Не вижу и не слышу моря.

Б. — Добавьте мне в чай сахар.
— Сколько вам сахара добавить?
— Добавьте мне две ложки сахара.
— Принесите мне таблетки от головной боли.
— Каких таблеток вам принести?
— Принесите мне анальгин.
— Налейте мне сок.
— Какого сока вам налить?
— Налейте мне виноградного сока.
— Пришлите мне экзотические фрукты.
— Каких экзотических фруктов вам прислать?
— Пришлите мне ананас.
— Достаньте из пакета яблоки.

— Каких яблок вам достать?
— Достаньте мне зелёных яблок.

116. Я вижу восходящее солнце. Я слышу пение птиц. Я ощущаю себя частичкой природы.

117. Раскинулось поле волнистою тканью
И с небом слилось тёмно-синею гранью.
И в небе прозрачном щитом золотым
Блестящее солнце сияет над ним. (*Определения согласованные*)

118. И странник прижался у корня чинары высокой;
Приюта на время он молит с тоскою глубокой,
И так говорит он: «Я бедный листочек дубовый,
До срока созрел и вырос в отчизне суровой.
(*Определения согласованные, выраженные прилагательными*)

119. Голубая река убегает вдаль. Крутые её берега покрыты зелёной травой. Вдали виднеются стройные сосны.

120. 1. Он всегда мог рассчитывать на плечо друга. — Он всегда мог рассчитывать на дружеское плечо. 2. Жир из рыбы считается полезным. — Рыбий жир считается полезным. 3. Отец пополнил банковский счёт. — Отец пополнил счёт в банке. 4. Посудомоечная машина — лучший мой помощник. — Машина для мойки посуды — лучший мой помощник. 5. Первым к финишу пришёл мальчик с русыми волосами. — Первым к финишу пришёл русоволосый мальчик. 6. Мы заучивали окончания падежей. — Мы заучивали падежные окончания. 7. Вид не из приятных открылся из окна. — Неприятный вид открылся из окна.

121. Как по морю (*сравн. оборот*), ветер по нивам (*обст. места*) гуляет, / Белым туманом холмы одевает, / О чём-то украдкой (*образа действия*) с травой говорит, / И смело (*образа действия*) по ржи (*обст. места*) золотистой шумит.

122. Речка убегает вдаль. Вдали виднеются деревья. Тучи низко повисли над землёй.

123. Автомобиль резко повернул влево. Мальчик сделал работу наспех. Мама работает не покладая рук. Мой знакомый, которого я не видел несколько лет, изменился до неузнаваемости. Спортсмены тренировались до поздней осени. Мой друг отсутствовал по болезни. Я пришёл посмотреть утром на новую спортивную площадку.

124. 1. Пловец нырнул глубоко. 2. Гребец изо всех сил сделал ещё несколько гребков. 3. Беговую дорожку он пробежал, как молния. 4. Из-за слабости я быстро устаю. 5. Он систематически делает зарядку. 6. Несмотря на плохую погоду, мы пошли на прогулку. 7. При старании вы можете добиться выдающихся успехов. 8. Число болельщиков увеличилось вдвое. 9. Соревнования назначили на среду. 10. В случае дождя тренировка отменяется.

126. 1. А. 2. Г. 3. В. 4. Б.

127. В команду входят игроки высокого класса. В класс зашёл мальчик низкого роста.

128. Я припомнила лечивших меня врачей. Они были разные. Самый первый был остриженный под машинку старичок, круглолицый и безмятежно розовый. Голова его светилась серебряной щетиной. Брови тоже казались серебряными. Он лучился спокойной благостью, как июньское солнце из-за облаков.

Другой врач был тоже старик, но совсем не похожий на первого. Он был высохший, жёлчный, как живая мумия в очках. Говорил он медленно и сердито, точно я провинилась перед ним. Я вынуждена была показать ему язык. Показывающий доктору язык всегда смешон.

129. Том толстый, тяжёлый, большой (*ант.* тонкий, легкий, небольшой). Кот толстый, упитанный, жирный (*ант.* тощий, худой). Кошелёк толстый, полный (*ант.* тонкий, пустой).

Книга — источник знаний (*предложение с нулевой связкой*).

131. А. Не хочешь ли ты заняться спортом? Может, ты займёшься спортом? Скорее всего, спорт поможет тебе.

Б. Займись спортом. Занимайся спортом. Займись, пожалуйста, спортом.

132. А. Журнал «За рулём» выписывают многие водители.

Б. Рабочий-нефтяник, художник-самоучка, Десна-красавица, рыба-меч, суда-гиганты.

Художник-самоучка нарисовал прекрасный сюжет. Рыба-меч опасна.

133. 1. И. Крылов — выдающийся русский поэт-баснописец. 2. Гора Фудзияма — самая высокая вершина в Японии, святыня японцев. 3. Крокодила Гену придумал русский писатель Э. Успенский. 4. Сказку «Буратино» создал А. Толстой.

134. Б. 1. Расступись, о старец-море, дай приют моей волне. 2. Вот север, тучи нагоняя, дохнул, завыл — и вот сама идёт волшебница-зима. 3. Над бедными Макарами судьба-злодейка тешится жестокими ударами. 4. Поэт Некрасов своё детство провёл на берегу реки Волги. 5. Няня рассказывала сказку о братце Иванушке и сестрице Алёнушке.

135. 1. Днепр-река, человек-невидимка, девочки-школьницы, город-миллионник, Синевир-озеро, Иван-царевич, солдат-орденоносец, жук-носорог, мышь-полевка.

2. Учитель биолог, река Днепр, гостиница «Киев», озеро Синевир, газета «День».

136. 1. Г. 2. Г. 3. В.

137. 1. Среди в общем-то слабеньких сверстников выделялся один мальчик-крепыш. 2. Мы восхищались работами мастера-умельца. 3. Друзья-фантазёры мечтали о победе над своим главным противником. 4. Песни-частушки исполняются в быстром темпе. 5. Наиболее известным произведением художника В. Васнецова считают картину «Богатыри».

138. Мой друг-одноклассник приехал с учителем физики из города Киев, где проходил конкурс юных рационализаторов. Мне не терпелось с ним пообщаться.

— Ты доволен поездкой?

— Конечно, моя работа попала в десятку лучших и будет опубликована в одном из журналов.

— А сколько раз ты выступал перед публикой?

— Два раза.

— С кем сложнее общаться — со своими сверстниками или со взрослыми людьми.?

— Как ни странно, общаться труднее со своими сверстниками. Они всегда задают каверзные вопросы.

142. **Главные члены предложения**

	Подлежащее	*Сказуемое*		
		Простое глагольное	*Составное глагольное*	*Составное именное*
Значение	Предмет речи	Действие или состояние		
Вопросы	Что? Кто?	Что делает предмет? Что с ним происходит?	Что делает предмет? Что с ним происходит?	Что делает предмет? Каков предмет? Что он такое?
Способ выражения	Чаще — существительным, местоимением, словосочетанием	Глаголом в одном из наклонений	Неопределённой формой глагола и вспомогательными словами	Именной частью и глаголом-связкой

Второстепенные члены предложения

	Дополнение	*Определение*	*Обстоятельство*
Значение	Предмет	Признак предмета	Место, время, цель, причину, меру и степень действия, качество и способы его совершения
Вопросы	Вопросы косвенных падежей	Какой? Чей?	Где? Куда? Как? Откуда? Когда? Зачем? Почему? При каком условии? и др.
Виды	Прямые и косвенные	Согласованные и несогласованные	Места, времени, цели, причины, условия, образа или степени действия, уступки
Способ выражения	Чаще — существительными и местоимениями	Чаще — прилагательными, местоимениями, причастными оборотами	Наречием, существительными в косвенных падежах, синтаксически неделимыми сочетаниями

146. Продолжительность купания зависит от температуры воздуха и воды, закалённости человека.

147. *Односоставные предложения*: 1, 4, 5, 6.
Двусоставные предложения: 2, 3.

149. Ночь, улица, фонарь, аптека,
Бессмысленный и тусклый свет.
Живи ещё хоть четверть века —
Всё будет так. Исхода нет.

151. 1. На улице холодно (*р.*). Пахнет липовым цветом (*р.*). Мне не спится (*р.*). 2. Холод (*нер.*). Сладкий аромат липы (*р.*). Бессонница (*нер.*).

152. Сенокос. На улице жарко, но работается легко и весело.

153. 1. Г. 2. А. 3. Г.

154. Древние Афины (*наз.*). Скалистый холм (*наз.*). Широкая мраморная лестница (*наз.*). Здесь находились главные святыни города (*двусост.*). Поднявшись по лестнице, можно попасть к Пропилеям (*безл.*). Пропилеи — парадный вход в акрополь (*двусост.*). Через Пропилеи видим обширную площадь (*опр.-л.*). Здесь высилась гигантская статуя Афины-Промахос, отлитая Фидием (*двусост.*). Блеск золотого шлема и копья богини видели моряки, находившиеся далеко в море (*двусост.*).
Над всеми зданиями акрополя высился Парфенон — храм Афины-девы (*двусост.*). Великолепнейший храм Эллады (*наз.*). Парфенон можно увидеть отовсюду, из любого места Афин и даже из афинской гавани Пирея (*безл.*).

159. Еду в гости (*опр.-л.*). Едут в гости (*неопр.-л.*). Тише едешь — дальше будешь (*обобщ.- л.*).

160. Ранним утром выхожу на дорогу.

161. **А.** Желаю быть тебе здоровым. **Б.** Желаем тебе здоровья.

163. Много писали о его знаменитых космических кораблях «Восток» и «Восход» (*неопр.-л.*). В Житомире, где родился С. Королёв, открыли мемориальный дом-музей и музей космонавтики (*неопр.-л.*).

166. Дело словом не заменишь. По улицам слона водили. Стой за правду горой. Любишь кататься — люби и саночки возить.

167. Парусник стремительно несся к берегу. Парусник стремительно несло к берегу.

169. **А.** 1. Оле хочется поехать в лагерь. 2. В доме отдыха нам интересно и весело. 3. Как вам отдыхалось? 4. Быть грозе. 5. Не видели такой грозы.
Б. 1. Снегом замело избушку. 2. Водой залило погреб. 3. Молнией зажгло копну сена.
В. 1. У него нет таланта художника. 2. На выставке не было опошнянской керамики. 3. В его руках не было цветов.



171. 1. В. 2. Б. 3. В. 4. Г.

172. **А.** Платок носили по всей территории Украины. Раньше использовали полотняные и шерстяные платки домашнего производства, потом их вытеснили фабричные образцы. В некоторых регионах их вышивали. Завязывали платки чаще поверх повойника. Во время сватовства их дарили сватам. В некоторых регионах даже обряд помолвки называли «платки». Иногда даже руки молодым во время венчания завязывали платком. (*Неопр.-личн. предложения).*
Б. В школе организовали экскурсию на хлебный завод. Мы очень обрадовались. Многие никогда не видели, как пекут булки, хлеб. На заводе нам выдали белые халаты и специальные шапочки. Сначала рассказали об истории предприятия, об организации труда. Потом показали чудо — по конвейеру двигались булочки. Их было так много, что невозможно было сосчитать.

173. *Работа со словом.* Изделий — изделия, делал — делать, сделанные — сделать.
Работа с предложением. Нужно делать всё вовремя (*безл.*).

180. **А.** *Предложения с главным членом — подлежащим.* Сосны. Под ними много шишек. Вот бегущая вверх знакомая тропинка. Вот и заросли малины.

Б. *Предложения с главным членом — сказуемым.* Иду лесной просекой, предназначенной для нового шоссе. Её вырубили ещё в прошлом году. Пытливо рассматриваю всё вокруг. Сумрачно. А грибов совсем нет. Не было дождя. Захотелось увидеть знакомые места. Знаю наперечёт каждое гнездо, каждый кустик. На этот раз насобираю хотя бы ягод.

181. Время мира,
Время войны,
Время не спать,
Время видеть сны (*слож., бессоюз.*).

182. 1. Б. 2. А. 3. Г.

183. Шепот, робкое дыханье,
Трели соловья,
Серебро и колыханье
Сонного ручья,
Свет ночной, ночные тени,
Тени без конца,
Ряд волшебных изменений
Милого лица,
В тёмных тучках пурпур розы,
Отблеск января,
И лобзание, и слёзы,
И заря, заря.

185. *Работа с предложением.* **А.** Один учитель учит словесности, другой — математике, истории, алгебре, естествознанию, музыке, пению. **Б.** Мише, Тане, Свете, Ване, Пете, Семёну хочется бегать. **В.** Не забывайте своих учителей, друзей, родителей, соседей, приятелей.

189. Сегодня приходите на консультацию в пятнадцать часов, а завтра — в четырнадцать. Первыми из школы вышли первоклассники, за ними — второклассники. Мой брат хочет стать биологом, а я — физиком. С одной стороны дома растут берёзы, с другой — вязы.

192. Кто не знает русскую матрёшку? Знаменитых дородных Матрён можно вынуть одна из другой (*безлич.*). Это старинный промысел (*назывное*). И нет ему конца, как всему народному (*безлич.*). На Загорской фабрике игрушек точат и расписывают тысячи матрёшек (*неопр.-лич.*).
Опытным мастерам хочется продвинуть промысел дальше, проявить творчество, придумать что-нибудь новое (*безлич.*). Выставили они на художественный совет свой новый образец. Те же пустотелые куклы (*наз.*), но расписаны по-другому (*неопр.-лич.*). Из дедки вынимается бабка, из бабки — внучка, из внучки — Жучка, из Жучки — кошка, из кошки — мышка. Наконец вытянули репку (*неопр.-лич.*).

193. **А.** В каждом человеке — солнце (*пов., невоскл., пр., двус., неполное, пропущ. сказуемое*).
Б. Через тернии — к звёздам (*пов., невоскл., пр., однос., неполное, пропущ. сказуемое*).

194. 1. А. 2. Б. 3. Б.

195. **А.** — Что делаешь?
— Ничего! (*не делаю*)
— А он что? (*делает*)
— Помогать пришёл (*он*).

198. Нужно помнить, что уши даны человеку, чтобы слушать и слышать, зрение — чтобы смотреть и видеть, а язык — чтобы общаться и быть понятым.

200. **Односоставные предложения**

Вид	Значение	Способ выражения главного члена	Пример
С главным членом в форме сказуемого			
1. Определённо-личные	Действие или состояние предмета	Глагол 1-го или 2-го лица ед. ч. из. накл., ед. и мн. ч. повел. накл.	Завтра уезжаем в Киев.

2. Неопреде-лённо-личные	Действие или состояние предмета	Глагол 3-го лица, мн. ч во всех временах	Его именем назвали одну из улиц города.
3. Обобщённо-личные.	Действие или состояние предмета	Глагол 1-го лица. мн. ч наст. вр.; 2-го лица ед. ч. наст. и буд. вр., 3-го лица ед. и мн. ч. наст. вр.	Цыплят по осени считают. Семь раз отмерь, один раз отрежь.
4. Безличные.	Действие или состояние предмета	Безличный глагол, инфинитив, наречие, слова *не было, нет*; краткая форма страдат. причастия	На душе было весело.
С главным членом подлежащим			
5. Назывные	Предмет речи	Существительные, неделимые словосочетания	Поздняя осень.

203. *Работа со словосочетанием.* **А.** Режут на колене, столе, скамье, столешнице, тумбе, покрывают краской, морилкой, воском.

Б. Проходить ножом и стамеской, выходят из-под пилы и рубанка, вырезать ногу, голову, гриву. (*Способ связи — управление*)

204. Если верить фамилиям... (*безличное*).
Столяров, Ковалёв, Мельников, Мельниченко, Мирошник, Мирошниченко, Кожемяко, Перевозчиков, Пасечник, Овчинников, Рыбников.

208. **Б.** 1. Красивые пароходы, небольшие баржи, старые плоты, новые лодки несла на себе быстрая река. 2. Белоствольные берёзы, роскошные липы, высокие тополя распространяли весеннее благоухание. 3. Внимание посетителей выставки привлекал пожилой человек в тёмных очках, с красивой тростью, в светлой шляпе. 4. В ежедневном труде, пережитых испытаниях закаляется воля.

209. 1. В этом году альпинисты отправились на Тянь-Шань и на Памир. 2. На летних каникулах восьмиклассники побывали в Одессе, Николаеве, Херсоне. 3. С этого железнодорожного вокзала отправляются поезда на юг Германии и на восток Польши. 4. Нам предложили ознакомиться с выставкой и библиотекой. 5. Геолого-разведочные партии работают в степи, на побережье моря, в горах.

213. *Без однородных членов.* 1. Поболтали с соседкой о том о сём. 2. Сядь отдохни после долгой ходьбы. 3. Ждём не дождёмся поездки к морю. 4. Об истории села лучше всего могут рассказать старожилы. 5. Вот уж действительно экскурсия так экскурсия! 6. При всём при том это вполне приличный человек. 7. На праздник спешил и стар и млад.

С однородными членами. 1. Давайте совершим прогулку по Днепру и побываем в Каневе. 2. В походе нам не потребовались ни палатка, ни спальный мешок.

Б. 1. Все взволнованно говорили о поездке и об экскурсиях. 2. Много интересного мы узнали об истории города, его настоящем, прошлом. 3. На экскурсии мы внимательно слушали рассказ о героических событиях прошлого, об известных людях города. 4. Гостей украинской столицы всегда приглашают посетить Киево-Печерскую лавру,

Михайловский Златоверхий монастырь. 5. Среди достопримечательностей нашего города наиболее известны площадь Свободы, парк Шевченко.

218. Предложения с соединительными союзами: 7, 8.

Предложения с противительными союзами: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

219. 1. Собака, лев да волк с лисой в соседстве как-то жили. 2. Ну, некогда ни пить, ни есть, ни даже духу перевесть. 3. Лиса умна, да лгать великая охотница. 4. Очков с полдюжины она себе достала, вертит Очками так и сяк: то к темю их прижмёт, то их на хвост нанижет, то их понюхает, то их полижет. 5. Старик Крестьянин с Батраком шли под вечер леском домой, в деревню, с сенокосу, а повстречали вдруг медведя носом к носу.

220. 1. Школьники любят свой край и интересуются его историей. 2. Надо, чтобы все заботились о природе и берегли её. 3. К зиме готовятся не только звери, но и птицы. 4. В нашем лесу много разных ягод: черника, земляника, малина. 5. Мой товарищ упорный и трудолюбивый. 6. Он всегда помнит об обещании и не откладывает его в долгий ящик.

221. 2. ○, но ○. 3. ○, да ○. 4. и ○, и ○, и ○. 5. то ○, то ○.

6. ○, ○, ○, ○. 7. не то ○, не то ○.

Верфь.

222. 1. Я очень устал за день, зато много успел сделать. 2. Всем объявили благодарность за то задание, которое было выполнено в срок. 3. Пришла сестра, тоже удивилась нашему удачному лову. 4. Путешественники взяли то же направление, что и вчера. 5. Нам было так же весело, как и другим. 6. Я наслаждался покоем, тишиной, также книгами и морем.

223. **А.** Побывав в Киеве, мы посетили различные музеи, галереи и выставки. Кинофестивали проходят не только в Италии и Франции, но и в Украине. Я хочу если не побывать в Праге и Париже, то хотя бы посмотреть на достопримечательности этих городов по телевизору. Этот город хотя и не настолько древний, но всегда вызывает интерес у туристов.

Б. На экскурсии мы не столько слушали, сколько рассматривали экспонаты. Мы обязательно поедем в Карпаты если не летом, то зимой. Я вместе с инструктором, хотя и не прилагал все силы, быстро дошёл до вершины горы. Не только в городе, но и в селе есть супермаркеты. Эти советы были полезны как опытным туристам, так и начинающим.

225. 1. ○, и ○, и ○. 2. ○, зато ○. 3. не только ○, но и ○.

4. как ○, так и ○. 5. ни ○, ни ○, ни ○. 6. ○ и ○, ○ и ○.

226. 1. **В.** 2. **Г.** 3. **В.** 4. Нет вариантов ответа.

227. 1. На экскурсию туристы отправляются на автобусах и поездах. 2. Гуляя по Одессе, каждый гость должен пройтись по Приморскому бульвару, а также побродить по набережной. 3. Во Львове можно отдохнуть, гуляя по старому городу или сидя в кафе. 4. И Крещатик, и Киево-Печерская лавра, и Владимирская горка — главные достопримечательности Киева. 5. Мы отправляемся в путешествие то ли в субботу, то ли в воскресенье.

228. 1. Наша школьная команда завоевала первенство как по шахматам, так и по шашкам. 2. Соревнования были проведены не только по спортивному ориентированию, но и по кроссу. 3. На спартакиаде новые рекорды были установлены как по прыжкам в высоту, так

и по прыжкам в длину. 4. Экскурсанты побывали не только в Каневе, но и в Умани.

229. 1. Чувство Вакулы должно пройти через испытания: равнодушие и капризы Оксаны. 2. В комнате стояла современная мебель: столы, стулья, книжный шкаф. 3. Будучи студентом, он изучал современную музыку и интересовался причинами различных болезней. 4. Я люблю играть в футбол и плавать. 5. На школьном конкурсе выступали как танцоры, так и певцы, чтецы.

236. В общественном транспорте приходится контактировать с большим количеством людей. Чтобы избежать конфликтных ситуаций, не получить травму, необходимо знать и соблюдать правила поведения в общественном транспорте. Взаимная вежливость пассажиров может сделать поездку быстрой и приятной.

237. *Однородные определения.* Приятная, тёплая погода; интересная, увлекательная книга; дождливая, грязная, тёмная осень; ровный, монотонный голос; прозрачный, чистый воздух.

Неоднородные определения. Длинные светлые волосы; новый теннисный мяч; весёлый лесной ручей; влажный холодный ветер; маленький деревянный дом.

239. А. 1. На детях были жёлтые, синие костюмы. 2. Нам нужны футболки большого, среднего размера. 3. Сладкие, кислые фрукты лежали в вазе. 4. В кабинете были столы круглой, прямоугольной формы. У бабушки есть красивые ситцевые, шёлковые, шерстяные платья.

Б. 1. У девочки маленький красный бантик. 2. Я съела большое сладкое яблоко. 3. Большой круглый стол занимал много места. 4. У танцующих девушек были маленькие жёлтые шёлковые платочки.



240. 1. В программе концерта намечались разные украинские песни: весёлые, шуточные, грустные. 2. Слова бывают исконно русские и заимствованные. 3. Леса бывают хвойные и смешанные, бывают леса сырые и сухие. 4. Мне больше нравятся приключенческие повести тогда, когда они проиллюстрированы. 5. Это было выдающееся техническое открытие. 6. Он отведал хрустящие грузди.

242. Простое, ласковое слово может помочь человеку в трудной ситуации. Наш классный руководитель — молодая интеллигентная и обаятельная женщина. У моей мамы умный, добрый взгляд. На улице дует влажный, холодный ветер. Мы подошли к заржавленным чугунным плитам. Наша дача — маленький деревянный дом. От ворот идёт холодный металлический блеск. У моей сестры тонкая, изящная рука. Вдали светились синие, белые, жёлтые огни.

243. 1. Уже в древности люди хотели получить ответы на многие важные вопросы. (*Неодн. опр.*) 2. Они представляли, будто Земля имеет вид выпуклого круглого острова. (*Неодн. опр.*) 3. Александр Флеминг в детстве посещал обыкновенную сельскую школу. (*Неодн. опр.*) 4. Путь этого выдающегося, талантливого учёного начинался в политехническом институте, затем была медицинская школа. (*Одн. опр.*) 5. После многих неудачных попыток выделить возбудителя обычных простудных заболеваний Флеминг абсолютно случайно открыл пенициллин. (*Неодн. опр.*) 6. История клонирования началась в далёкие сороковые годы. (*Неодн. опр.*)

244.

Однородные определения
Характеризуют предмет с одной стороны
Выражаются, как правило, одной и той же частью речи
Относятся к определяемому существительному
Произносятся с интонацией перечисления и допускают употребления союза *и*
Неоднородные определения
Характеризуют предмет с разных сторон
Выражаются разными частями речи
Относятся ко всему словосочетанию
Не произносятся с интонацией перечисления и не допускают употребления союза *и*

245. 1. **А.** 2. **Б.**

246. **А.** 1. К периоду созревания у картофеля появляются красивые белые цветы. 2. При окучивании картофеля части слабых и бледных стеблей засыпают рыхлой землёй. 3. При этом образуются сильные и мощные корни. 4. Из завязи цветка у картофеля образуется ягода с большими и маленькими семенами.

247. Дерзайте — смело стремитесь к чему-либо благородному, новому.
Не отрекайтесь от мечты! (односост., опр.-личн., распр., воск.)
Способности, как и мускулы, растут при постоянных длительных тренировках. (*Неодн. опр.*)

251. **А.** Ученый-физик Синельников Кирилл Дмитриевич.
Ученый-математик Остроградский Михаил Васильевич.
Ученый-химик Вернадский Владимир Иванович.
Ученый-медик Пирогов Николай Иванович.
Ученый-биолог Журавель Петр Алексеевич.
Ученый-генетик Кавсан Вадим Мусеевич.
Ученый-эколог Адаменко Олег Максимович.

Б. Николай Михайлович Амосов, ученый-медик, кибернетик, возглавлял отдел биокибернетики Института кибернетики Академии наук Украины. 17 января 1963 года знаменитый кардиолог провёл первое в СССР протезирование митрального клапана сердца. Первым в мире он создал и стал использовать в операциях антитромботические протезы сердечных клапанов. Пишут, что первые образцы клапанов были сделаны из нейлоновой рубашки Николая Амосова, которую он привёз из-за границы. В клинике, созданной Амосовым, произведено более 95000 операций на сердце.

В. Юрий Кондратюк — один из основоположников космонавтики, родился в Полтаве в 1897 голу. Его труд «Завоевание межпланетных пространств» (1929 г.) до сих пор является источником идей для практической космонавтики. Так называемая «трасса Кондратюка», расчет траекторий межпланетных полетов, легла в основу разработки полета на Луну американских астронавтов.

Иван Пулюй, украинский ученый-исследователь, родился в поселке Гримайлов под Тернополем, сделал много открытий в области физики и электротехники, первым в мире сделал снимок скелета человека с помощью

сконструированной им лучевой трубки, которая впоследствии стала прообразом рентгеновского аппарата.

Илья Мечников — лауреат Нобелевской премии в области физиологии и медицины, родился в Ивановке невдалеке от Харькова в 1845 году. Мечников — один из основоположников эволюционной эмбриологии, иммунологии и микробиологии. Харьковский НИИ микробиологии и иммунологии носит имя великого учёного.

Сергей Королев, ученый-конструктор, основоположник практической космонавтики в СССР, создатель ракетно-космической техники, родился в Житомире в 1905 году. После Киевского политехнического института и МВТУ им. Баумана работал авиаконструктором. В Реактивном НИИ работал над созданием крылатых ракет и баллистических ракет дальнего действия. Сталинские репрессии не обошли и этот институт. В 1937 году руководители разработки ракетных снарядов Иван Клейменов и Георгий Лангемак были арестованы и расстреляны в 1938 г., в этом же году был арестован и Королев. Арест, пытки, ссылка в лагеря не сломили ученого. В 1940 году по ходатайству Туполева Андрея Михайловича, выдающегося авиаконструктора, тоже находящегося в тюрьме, но занимавшегося научной деятельностью, Королев был переведен из лагерей в тюремное конструкторское бюро, так называемое «туполевская шарага». Впоследствии под руководством Сергея Королева был осуществлён запуск первого искусственного спутника Земли и первого космонавта планеты Юрия Гагарина.

253. Филология, история, археология, геология — науки.

Вирусолог, океанолог, микробиолог, биофизик, генетик — новые профессии.

Биссектриса, медиана, уравнение, теорема, аксиома — математические термины.

Пробирка, горелка, колба — лабораторная посуда.

Моя сестра учится на факультете английской филологии. Я хочу быть микробиологом. На уроке математики мы изучили новую теорему. Эти химические опыты нельзя провести без пробирок, горелок и колб.

254. ОС: ○, ○, ○. Снег лежал везде: на дорогах, в лесу, в горах.

○, ○, ○ — ОС. На дороге, в лесу, в горах — везде лежал снег.

256. 1. Плохо, когда у человека всё серо: и душа, и мысли, и взгляд. 2. В человеке должно быть всё прекрасно: и лицо, и одежда, и душа, и мысли. 3. Знания, умения, настойчивый труд, горячее желание добиться поставленной цели — всё это, вместе взятое, принесло желанную победу.

257. Общение с окружающим миром: природой, искусством, живыми людьми — обогащает и облагораживает человека. Общение необходимо всем: и молодым, и пожилым, и детям. Без контактов: без встреч, без впечатлений — невозможно не только ощущать радость, но и существовать вообще.

258. А. *Тематическая группа «Изобразительное искусство»:* колорит, доминирующие тона, портрет-характер, портрет-биография.

Колорит портрета держится на доминирующих тонах: серо-голубом и розовато-лиловом.

Б. За окном — стандартные домики, а за ними — осенний пейзаж: поля, полоска леса на горизонте и затянутое облаками небо. И. Павлов предстаёт на картине удивительным человеком: страстным, динамичным,

непреклонным. В положении рук отражается характер человека: воля, убеждённость, боевой задор.

259. 1. Г. 2. А. 3. В.

260. 1. Музыка может выразить нежность, раздражение, тревогу, покой, радость, печаль — все оттенки человеческих чувств. ○, ○, ○, ○, ○, ○ — ОС. 2. И кочи, и моховые болота, и пни — всё хорошо под сиянием лунным. ○, ○, ○ — ОС. 3. Всё в тающей дымке: холмы, перелески. ОС: ○, ○. 4. Потом бабушка предложила моей матери выбрать для своего помещения одну из двух комнат: или зал, или гостиную. ОС: ○, ○. 5. Тут Соловей являть своё искусство стал: защёлкал, засвистал на тысячу ладов, тянул, переливался. ОС: ○, ○, ○, ○.

261. Всегда ли материк был покрыт толстым слоем льда? Что прячет под собой ледяная «шапка»: материк или группу островов? Есть ли в недрах континента залежи полезных ископаемых? Чем объяснить усиленный интерес к изучению ледяного континента?

Много из этих загадок уже разгаданы.

Антарктида из-за циркуляции атмосферы и вод Мирового океана воздействует на природу всей Земли.

Работа со словом. Империя холода, полюс недоступности, безлюдный материк, континент без границ.

267. **А.** Сыночек! Не забудь сходить в магазин. (*Обращение мамы*). Серый! Пойдём на тренировку! (*Обращение друга*). Серёжа! Не забудь убрать в комнате. (*Обращение брата*).

Б. Коля! Я задерживаюсь на совещании. Сходи, пожалуйста, в магазин. (*Обращение жены*). Сыночек! Почему долго не звонишь? (*Обращение мамы*).

Николай Николаевич! Зайдите, пожалуйста, в кабинет директора. (*Обращение коллег*). Дядя Коля! Как мы вам рады! (*Обращение племянников*). Николай, подожди нас. (*Обращение сослуживцев*).

268. **А.** 1. Безмолвное море, лазурное море, стою очарован над бездной твоей. 2. Шуми, шуми, послушное ветрило, волнуйся подо мной, угрюмый океан. 3. Что ты клонишь над водами, ива, макушку свою... И дрожащими листами, словно жадными устами, ловишь беглую струю? 4. Тучки небесные, вечные странники, степью лазурною, цепью жемчужною мчитесь вы, будто как я же, изгнанники с милого севера в сторону южную. 5. Колокольчики мои, лютики степные, что глядите на меня, тёмно-голубые?

Б. 1. Сердечный друг, ты нездорова. 2. О чём ты думаешь, казак? 3. Что же ты, моя старушка, приумолкла у окна? 4. Учись, мой сын: науки сокращают нам опыты быстротекущей жизни. 5. Позвольте мне, читатель мой, заняться старшею сестрой.

269. 1. Здравствуй, широкий, могучий и непокорный Днепр! 2. С добрым утром, родной и любимый город! 3. Солнечная весна, нет тебя милей и краше. 4. Что, лес густой, призадумался? 5. Прощай, бесконечная степь!

271. 1. Б. 2. А.

272. **А.** 1. Дорогие друзья! Поздравляю вас с Новым годом! 2. Уважаемые жильцы дома № 41! В ответ на ваше письмо от 21 мая 2007 года сообщаем следующее. 3. Милая Наташа! Большое спасибо тебе за хорошее письмо. 4. Родная мамочка, прости, пожалуйста, что так долго не писал.

5. Поздравляем Вас, уважаемый Николай Иванович, с пятидесятилетием.

Б. Горы мои, горы, дорогие мои вершины... Ходил я вами — тоскую о вас.

Раскрыл я душу вам навстречу, полными радости глазами смотрел на тебя, голубая смерека, что стоишь далеко на обрыве, на тебя, таинственная Черногора, на тебя, синеглазый Черемош. Затаив дыхание, заглядывал в пропасти, часами слушал задумчивый шёпот потоков и сливался душой с каждым звуком, с каждым дыханием, с каждым последним отблеском солнца...

278. *Благодаря новым постройкам город преобразился.* Возможно, благодаря новым постройкам город преобразился. Благодаря новым постройкам, говорят, город преобразился. Заметьте, благодаря новым постройкам город преобразился. Во-первых, благодаря новым постройкам город преобразился.

285. 1. Книги у нас, как известно, издавна почитались. 2. Пожар в лесу, по словам очевидцев, вспыхнул неожиданно. 3. Поезд отправляется через час, следовательно, нам нужно выходить из дому. 4. Конечно, вы не раз смотрели этот альбом. 5. Одним словом, вы легко отделались. 6. По сообщению синоптиков, скоро ожидается понижение температуры.

287. 1. Упражнение должно быть выполнено чисто и аккуратно. — Ученик, должно быть, торопился и не продумал задания до конца. 2. В результате быстрого таяния снега возможно наводнение. — В мае, возможно, будут заморозки. 3. Удостоверение, выданное университетом, действительно до конца года. — Действительно, в течение всего сентября стояла чудесная погода. 4. Решение по делу было совершенно очевидно. — Поезд, очевидно, немного опаздывает. 5. Что значит твоё молчание? — Значит, ты приедешь ко мне вечером?

288. 1. Видно, за крутым поворотом было поле. — За крутым поворотом было видно поле. 2. Прежде всего необходимо изучить имеющуюся литературу на эту тему. — Необходимо изучить, прежде всего, имеющуюся литературу на эту тему. 3. Учащийся, безусловно, справился с заданием. — Учащийся справился с заданием безусловно. 4. Верно, конструктор решил сложную задачу. — Конструктор решил сложную задачу верно. 5. Эксперимент, естественно, подводит нас к правильным выводам. — Эксперимент подводит нас к правильным выводам естественно. 6. Дом напротив был очень красив. — Напротив, дом был очень красив. 7. Кстати, сказанное очень верно. — Очень верно сказанное кстати. 8. В данный момент учитель может быть на собрании. — Может быть, в данный момент учитель на собрании. 9. К счастью, он привык уже. — Он привык уже к счастью.

290. К сожалению, долгое время люди не задумывались о том, что они оставят своим потомкам. Человечество, к счастью, пришло к выводу, что наиболее ценные объекты нужно внести в особый список — список всемирного наследия ЮНЕСКО. Среди них есть, конечно, живописные уголки природы и поражающие воображение творения рук человеческих.

294. 1. Б. 2. В. 3. В.

301. Яранга, изготовленная из оленьих шкур, является надежным домом для жителей Заполярья. Изготавливая яранги из оленьих шкур, жители Заполярья надежно защищают себя от зимнего холода.

302. 1. К коренным малочисленным народам Севера относятся те, численность которых менее 50 тысяч человек: ненцев, чукчей, коряков, эвенов и других, проживающих на территории расселения своих предков, сохраняющих традиционный образ жизни и осознающих себя самостоятельными этническими общностями.

2. Занимаясь оленеводством, перерабатывая продукты животноводства, создавая художественные изделия, они сохраняют традиционный образ жизни.

306. Очипок — старинный головной убор украинской замужней женщины в виде шапочки, закрывающей волосы. Намитка — прямоугольный кусок белого полотна, намотанный вокруг головы разными способами. Кибалка имеет вид обруча или дуги, обращённой назад.

310. Хазары — тюркский кочевой народ, известный в Восточном Предкавказье вскоре после нашествия гуннов. Гунны — кочевой народ, вторгшийся в IV веке из Азии в Восточную Европу. Сарматы — кочевой скотоводческий ираноязычный народ конца VI — начала IV вв. до н. э., населявший степные районы от водораздела Тисы и Дуная до Аральского моря. Скифы — ираноязычные племена, обитавшие в степной зоне Северного Причерноморья от Дуная до Дона.

311. 1. Мы живём вместе на свете и разгадали не все чудеса. 2. Лёгкий ветерок врывался иногда с озёр и разливал в воздухе запах сырой лесистой почвы. 3. По ведущей к садам пыльной дороге тянулись скрипучие арбы. 4. Рождаемые ласковым дыханием ветра волны тихо бились о берег. 5. Он вырос на берегу моря и знал все приметы приближающейся бури.

312. 1. Так как бабочки были привлечены светом, они кружились около фонаря. 2. Поскольку земля измучена многодневной засухой, она жадно утоляла жажду. 3. Стаи птиц улетали на юг, этим они напоминали о приближении зимы. 4. Он заснул очень быстро, потому что был утомлён дневным переходом.

313. 1. Розы, срезанные несколько дней назад, наполняли комнату ароматом. 2. Неожиданно северо-восточный ветер, державший нас в плену, изменился на юго-западный. 3. Льдины, небольшие и неострые, всё же могли раздавить наше судёнышко.

314. 1. Солнце, тусклое и оранжевое, опускалось в голубую тучу, растущую очень быстро. 2. Усадьба, стоявшая на берегу, была красива, а внизу протекала река, богатая рыбой. 3. Струйки дыма вились в ночном воздухе, наполненном влагой и свежестью моря. 4. Мы одевали на себя меховую одежду, заботливо уложенную в наши рюкзаки гостеприимными охотниками перед нашим отъездом.

316. 1. Готовясь к празднику, многие расписывали ритуальные вёсла, изображающие старинную легенду о том, как киты спасли охотников. 2. Шили одежду, нарядную и удобную, и красили оленьи кожи охрой, добытой в горах. 3. На восходе все жители селенья со стариками и малыми детьми появились на берегу, укрытом снегом. 4. На блюдах несли креветки, раскрошенные на мелкие части, обломки ракушек, глубоководных и редких.

317. 1. Изба лесника состояла из одной комнаты, закоптелой, низкой и пустой. 2. Надвигалась ночь — холодная, с ветром, с дождём. 3. Из дому вышел широкоплечий, плотный мужчина, босой, в рубашке с расстёгнутым

воротом, без пояса. 4. Рыжеватый, с морковным румянцем на всю щёку, боец сбегал к кухне, принёс котелок супа. Он без шинели, широк в плечах, узкобёдрый, сильно затянут ремнём.

318. 1. Широкоплечий, коротконогий, в тяжёлых сапогах, в толстом кафтане цвета дорожной пыли, он стоял среди степи, точно вырубленный из камня. 2. Слепили они снеговика, огромного, с носом из морковки и глазами-пуговками. 3. И вдруг с чёрного хода появился Кондратий, в пыли, хмурый. 4. Аквариум, большой, с множеством океанских диковинных рыб, не отличался от подобных хороших аквариумов в других странах. 5. Две стеариновые свечки, в дорожных серебряных шандалах, горели перед ним. 6. Девушка в красном сарафане сразу запомнилась мне.

320. А. Хотя дни стояли морозные, но солнце, яркое и блестящее, слегка пригревало, и в лагере было весело, оживлённо, шумно. Кони паслись в широкой степи, никогда не знавшей ни серпа, ни косы. На необозримых равнинах Дикого поля повсюду подымались к небу дымки костров и виднелись круглые, похожие на шапки, чёрные с белым верхом юрты, привезённые ханами. Были и белые юрты, отнятые у разгромленных кипчаков.

Б. Геологи, собравшиеся на Крайний Север, были готовы к поездке. Люди, победившие невзгоды и холод, являются для нас примером силы и мужества. Охотник, отважный до дерзости, дал интервью известному журналисту. Этот день, запомнившийся на всю жизнь, стал для нас настоящим праздником.

323. *Работа с предложением.* Очень, очень давно предки их, бежавшие из России, поселились за Тереком. Казак, считающий при посторонних неприличным ласково или праздно говорить со своею бабой, невольно чувствует её превосходство, оставаясь с нею с глазу на глаз.

329. 1. Василий Ян, известный писатель-романист, блестяще описал события ордынских нашествий на Киевскую Русь. 2. Я прочёл о Чингисхане, первом хане Монгольской империи, в одноимённом историческом романе В. Яна. 3. Геродот, известный древнегреческий историк, оставил нам описание жизни скифов-кочевников.

330. 1. Он сейчас работает как техник. 2. Разумеется, как добрый человек, он [Левин] больше любил, чем не любил людей, а потому и народ. 3. Оба они, как лучшие ученики класса, были награждены медалями. 4. Наш учитель русского языка, уроженец города Киева, сейчас работает в другой школе. 5. Нелюдимый и угрюмый Савелий Саврюк, по прозвищу Дикорос, жил на берегу уединенного озера, затерянного в глубине вековых рязанских лесов. 6. Николай Иванович работал как рисовальщик и живописец. 7. Меня знали как старого артиллериста и просили рассказать о сражениях.

331. 1. Каждый из нас, как воспитанный человек, должен уважать старших. 2. Как известный певец, он был в жюри конкурса. 3. Ему, как механику, доверили ответственную работу. 4. Как человек широких взглядов, он мог разговаривать на любую тему.

332. 1. В. 2. Г. 3. А. 4. А.

333. А. 1. Питомцы ветреной судьбы, тираны мира, трепещите. 2. Прошло сто лет, и юный град полнощных стран, краса и диво, из тьмы лесов, из топи блат вознёсся пышно, горделиво. 3. В качестве охотника, посещая

жиздринский уезд, сошёлся я в поле и познакомился с одним калужским помещиком Полутыкиным. 4. Через полчаса явился худенький и черноволосый человек, лекарь. 5. Богат, хорош собою Ленский везде был принят как жених.

Б. 1. Заказчик, крупная фирма, требует немедленной отгрузки товара. 2. Лётчик, опытный испытатель, поражал всех своим непревзойдённым искусством. 3. Учёные, разработчики нового проекта, скоро продемонстрировали свои достижения. 4. Юноша, лыжник с большим опытом, шёл по ещё не укатанной лыжне. 5. Не понятую мной теорему мне объяснил одноклассник, наш отличник.

337. Благословив сына, мать ушла в дом и стала убирать в комнате.

338. 1. Котёнок, спрятавшись за кустом, начал внимательно следить за стайкой воробьёв. 2. Школьники, сидя за партами, внимательно слушали учителя. 3. Отец, устроившись на диване, стал смотреть футбол. 4. Он, повернув вправо, быстро зашагал вдоль стадиона.

340. 1. Открывая калитку, мы услышали её громкий скрип. 2. После покупки подарка маме у нас ещё остались деньги. 3. Ночь наступила, когда мы ещё читали книгу. 4. Когда мы собирали грибы, начался дождь. 5. Не успела она войти в класс, как ей поставили подножку. 6. Когда я возвращался домой, шёл дождь.

344. 1. Сделав зло, не жди добра. 2. Обжёгшись на молоке, будешь дуть и на холодную воду. 3. Стараясь о счастье других, мы находим своё собственное. 4. Железо стареет, не находя себе применения, стоячая вода гниёт или на холоде замерзает, а ум человека, не находя себе применения, чахнет. 5. Дружба, как стекло, разбив, не сложишь.

346. 1. Внизу, как зеркало стальное, синеют озера струи (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено сравн. оборотом*). 2. Откуда-то тянуло затхлой сыростью, точно из погреба. 3. Метель не утихала; ветер дул навстречу, как будто силясь остановить молодую преступницу. 4. Мне показалось, что они [звёзды] гораздо выше, чем у нас на севере. 5. Ночью летать было безопаснее, нежели днём. 6. Весёлая песня что крылатая птица.

347. 1. Б. 2. Б. 3. Г.

348. Смеясь, шурша, нагнувшись, колыхая, степь поёт на все голоса.

354. *Тематическая группа «Степь»*: золотая от густого жнивья, глубокая и мягкая пыль, блестело от низкого солнца.

Тематическая группа «Песня»: песня рассказывает, течёт ровно, долго грустью разлуки, крепла волей, далью, отвагой, воинским ладом, протяжно и грустно любовалась, песня медлила, гордо дивилась, била в литавры.

Синонимы: тих, неподвижен. *Антонимы*: дико — чудесно.

356. Леса, несмотря на тропический зной, не отличались особой пышностью (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено сравн. оборотом*). *Несмотря на* — производный предлог.

357. Несмотря на позднее время, мы уставшими не были. Несмотря на усталость, мы продолжали работать. Несмотря на неудачу, мы не отчаивались. Несмотря на запрет, дети пошли на речку.

358. 1. Несмотря на сильный ветер, мы продолжали идти. 2. Не смотря вперёд, мы двигались дальше. 3. Наша лодка быстро приближалась к берегу, несмотря на ветер. 4. Несмотря на шторм, возле моря было много людей. 5. Несмотря на ясное безоблачное небо, все ждали грозу.

6. Мы взяли с собой плащи-дождевики, несмотря на то, что с утра было тепло.

359. А. В случае отказа, неисправности, болезни.

Б. При желании, благоприятных обстоятельствах, наличии, удобном случае.

В. Вопреки предсказаниям, распространенному мнению, обещаниям, трудностям.

Я, в случае болезни, не поеду на экскурсию. При удобном случае, зайди ко мне. Вопреки обещанию, работа вовремя не была сдана.

360. 1. Бульба, по случаю приезда сыновей, велел созвать всех сотников и весь полковой чин. 2. Невзирая на непогоду, он [проводник] решил отправиться в гавань на лодках. 3. Я стал на углу площадки, крепко упёршись левою ногою в камень и наклоняясь вперёд, чтобы в случае лёгкой раны не опрокинуться назад. 4. ...Детям, по причине малолетства, не определили никаких должностей. 5. Невзирая на погоду, мы решили идти назад к морю.

361. Океан, вследствие сильного прилива, гонит на сушу волну за волной. Благодаря набегу и откату волн, слегка перемещаются неисчислимые песчинки пляжа и бесчисленные гальки. Очертания границы моря и суши, вследствие волнения моря вблизи берегов, меняются. Волны, даже вследствие лёгкого ветерка, немного ходят. А во время шторма нередки водяные валы высотой до пятнадцати метров. Белая пена покрывает их верхушки. Длинными полосами стелется между горами волн. Возле берега бег волн, благодаря небольшому трению, замедляется.

362. 1. Вследствие дождя, наше путешествие на остров не состоялось. 2. Несмотря на усталость, мы сразу же направились на берег моря. 3. Вопреки сообщениям метеорологов, шторм в море не утихал. 4. Благодаря современнейшему техническому оборудованию, стало возможным исследование глубин океана. 5. Согласно приказу, мы должны были вернуться до обеда.



365. Меня интересует история, то есть наука о последовательном развитии человеческого общества. На экскурсии рассказывали об археологии, то есть науке о древностях, изучении быта и культуры древних народов по дошедшим до нас вещественным памятникам. Мы обратились за помощью к архивариусу, то есть работнику архива.

367. 1. Б. 2. А. 3. Б.

368. А. 1. Валя шла не смотря по сторонам. 2. Вопреки предсказанию моего спутника погода прояснилась и обещала тихое утро. 3. По пути, вопреки строгим предписаниям начальства, он свернул на стройку. 4. Несмотря на праздничный день, в парке было пусто. 5. Луговые цветы в этом году благодаря постоянным дождям необыкновенно ярки и пышны. 6. Я лёг у костра, но, несмотря на усталость, долго не мог заснуть.

Б. 1. Электропоезд, согласно расписанию, прибыл в 14.00. 2. Вопреки прогнозу, погода наладилась. 3. Лыжники вернулись на базу благодаря вовремя оказанной помощи. 4. Несмотря на правила, ему не был предоставлен отпуск.

369. 1. Он не спеша, по-хозяйски, поцеловал жену и долго не снимал руки с её плеча. 2. Но потом, к ноябрю, наступил штиль с его запоздалым трогательным теплом. 3. Тут, на распутье рек, всегда с особенной силой резвился ветер.

370. *Работа со словом.* Море разное, новое, невиданное, тихое, светло-голубое, индиговое, шерстяное.

Работа с предложением. Петя залюбовался морем, постоянно меняющимся на глазах. Но главное очарование моря заключается в какой-то тайне, хранящейся в его пространствах.

Море сияло, светилось, хранило тайну.

371. Полное затишье на море — штиль. Сильная буря на море — шторм. Длинные и высокие волны, порождаемые мощным воздействием землетрясения на всю толщу воды в океане — цунами.

373. А. *Слова, обозначающие цвет*: белый, тёмный, чёрный, седой, серебристый.

374. Несмотря на сильный дождь, мы решили поход не отменять. Вопреки предсказанию синоптиков, погода переменилась и обещала нам тихое утро.

376. 1. Я, наряду с другими, оказался в колонне спортсменов. 2. Мы получили, сверх обещанного, ещё и телевизор. 3. По существу, вместо ответа он лишь оправдывался.

378. Здесь, вместо лампы или свечи, горел яркий веерообразный огонек, приделанный к трубочке, вбитой в стену.

379. 1. Многие из ребят, помимо рюкзака, держали в руках ещё и сумки. 2. Вместо сумки он взял пакет. 3. В отличие от выносливого Пети, Миша выглядел хилым.

380. 1. К счастью, по причине неудачной охоты, наши кони не были измучены (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено ввод. словом и обособл. обст.*). 2. Вместо весёлой петербургской жизни, ожидала меня скука в стороне глухой и отдалённой (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено обособл. обст.*). 3. Хаджи Мурат остановился, бросив поводья, и, привычным движением левой руки отстегнув чехол винтовки, правой рукой вынул её (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено обособ. обст. — дееприч. оборотами*). Кольчатый тюлень, или нерпа, относится к отряду ластоногих (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено уточн. чл. предлож.*). 5. Гений живёт в народе, как искра в кремне (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено обособ. обстоятельством — сравн. оборотом*). 6. Киев, как один из древнейших городов, известен всему миру (*пов., невоскл., простое, двусост., осложнено обособ. обст.*).

381. 1. В. 2. А.

382. А. Кроме чашки, на столе ничего не было. Кроме чашки, на столе находились ещё чайник и ложка.

393. Будьте такими же счастливыми, как солнечный свет, и такими же свободными и неприручаемыми, как море (*побуд., невоскл., простое, односост. — опред.-лич., осложнено обособ. обст. — сравн. оборотом*).

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

АНГЛІЙСЬКА МОВА

Карпюк О. Д.



p. 4, ex. 2. 1. The best type of holidays for me is at the seaside. (b) 2. The money for my holidays come from my parents because they pay for everything. (a) 3. The most important thing on holiday for me is to have a lot of fun. (b) 4. When I am on holiday I like walking and swimming. (c) 5. Number one for me is good weather. (a) 6. I enjoy spending time outdoors. (c) 7. On holiday I usually go to the cinema or theatre. (a) 8. If I have some extra money, I like to spend it on shopping. (b) 9. My ideal type of holidays would be with my best friend. (c) 10. I would choose a summer camp for teenagers at the seaside for my next holidays. (b)

p. 6, ex. 3. Most B answers. I believe holidays should be fun and nothing but fun. I like going out and spending time with my friends.

p. 6, ex. 4. b1**accommodation** — place to stay (hotel, campsite, youth hostel, bed and breakfast place).

d2**book** — reserve accommodation, a ticket, etc.

a3**local dishes** — typical food eaten in some place or in a certain region.

c4**sightseeing** — visiting places of interest as a tourist.

p. 7, ex. 5. 1. something you buy to remind of a place where you spend your holiday — **souvenir.**

2. places away from your own country — **accommodation.**

3. visiting places of interest as a tourist — **sightseeing.**

p. 7, ex. 7.

Type of place	Activities	Activities
a big city	water skiing	hiking
the mountains	swimming	photographing
the countryside	dancing	cycling
the beach	fishing	volleyball
a seaside resort	windsurfing	tennis
	camping	diving
	visiting museums	writing postcards
	sunbathing	

p. 8, ex. 1. **a) Are** you **doing** anything at the moment? — Present Continuous.

Jim **has** already **done** lots of work today. — Present Perfect.

Bill never **does** anything. — Present Simple.

b) We use the Present Continuous Tense for something that is happening **at the moment.**

We use the Present Simple Tense for something that happens **regularly.**

We use the Present Perfect Tense for something in the past which tells us something about the **present.**

c) My family and I have breakfast at 7 o'clock every morning.

She is reading an interesting book now.

They have already washed up and cleaned the room.

p. 8, ex. 2.

English Present tenses	Questions	Positive answers	Negative answers
Present Continuous	Is he still watching *Titanic*?	Yes, he is.	No, he isn't.

Present **Simple**	Do you sometimes go to the cinema?	Yes, I do.	No, I don't.
Present **Perfect**	Have you already seen *Titanic*?	Oh, yes, I have. And I'm quite impressed by it.	No, I haven't.

p. 9. ex. 3.

1. Which of the present tenses do English speakers usually use when they describe an activity which is in the progress at the moment?	b) Present Continuous
2. Which of the present tenses is used to describe a regularly repeated action?	a) Present Simple
3. Which of the present tenses describes an action that happened at an indefinite time before the present?	c) Present Perfect
4. Which of the present tenses is used to describe something that is generally true?	a) Present Simple
5. Which of the tenses should be used to describe thoughts and states with the focus on them and not on the activities?	a) Present Simple
6. Which of the tenses is usually used with such adverbs as «so far», «up to now», «already»,«yet», «just»?	c) Present Perfect

p. 10, ex. 4. a) Pete **put** his books away on the bookshelf. (Past Simple). She **had put** the medicine on its place before Tim asked her for it. (Past Perfect).
b) We use the Past Simple for a **past** action. We use the Past Perfect for an action which happened before a **definite** time in the past.
c) I **had** already **done** my homework before my mother came home. (Past Perfect). I **came** home and **washed** my hands. (Past Simple).

p. 10, ex. 5. **Past Perfect Tense.** 1. I **had read** the book before she came. 5. **Had** he **arrived** before the snow began?
Past Simple Tense. 2. He never **did** it. 3. My family **went** to the seaside last summer. 4. She **didn't put** her hat on. 6. When **did** you **feed** the parrot?

p. 11, ex. 6. **a)** What did Jack do yesterday morning?
Jack **slept** until 6. 30 a. m. He **got** up at 7. First, he **read** his school timetable and **put** his books in the bag. Then he **drank** a glass of warm milk and **ate** some toast with jam and butter. After that, he **cut** two slices of bread and **made** a sandwich. Before he **left** the house, he had fed his dog. He met his friend Larry at the bus stop. They **went** to school together.
b) What did he do after school yesterday?He **came** home at 4 pm. He **threw** his books in the corner and **went** to the kitchen. He **found** some pizza in the fridge and **ate** it. Then he **took** his dog to the park. They **ran** around for a while. They **saw** some other kids and dogs in the park. They **had** fun. On the way home, Jack **bought** some dog food in the pet shop.

p. 11, ex. 7. 1. Nick **found** (the second action) the key that he **had lost** (the first action) last week. 2. They **had spoken** (the first action) to him before they **went** (the second action) home. 3. After he **had sold** (the first action) his car, he **bought** (the second action) a new one. 4. She **showed** (the second action) us the pictures she **had taken** (the first action). 5. The house **was** (the second action) very quiet because everybody **had gone** (the first action)

to sleep. 6. After she **had brushed** (the first action) her teeth, she **went** (the second action) to bed.

p. 11, ex. 8. 1. I had woken up by 9 o'clock yesterday. 2. I had made my bed by 9 o'clock yesterday. 3. I had brushed my teeth and washed my face by 9 o'clock yesterday. 4. I had taken a shower by 9 o'clock yesterday. 5. I had had my breakfast by 9 o'clock yesterday. 6. I had said «Good morning» to my mum by 9 o'clock yesterday. 7. I had done morning exercises by 9 o'clock yesterday.

p. 12, ex. 1. People go on holidays because they want to have a rest, visit different countries, meet new people and have fun.

Some people pack loads of things when they go on holidays because they like comfort and want to have everything they need with them.

Some people like camping because they like nature, fresh air and quiet places.

Some people never travel by plane because it is dangerous and expensive.

Some people enjoy going on holiday alone because they want to have some rest from their relatives and friends or they want to meet new people.

p. 12, ex. 2. Last summer I was in the country. I stayed with my grandparents. I stayed there for 2 months. I had a rest and helped my grandparents. I went swimming and fishing but did not go diving and wind surfing. I went dancing but did not go hiking. I played football, volleyball and cards but I did not play tennis. I took a lot of photographs. I sunbathed but did not visit any museums. I did not write postcards but I met some new people and made new friends. The unusual thing that happened to me was a new friend who I made.

p. 13, ex. 3. My friend went to the country last summer. He stayed with his grandparents for 2 months. He had a rest and helped his grandparents. He went swimming and fishing but did not go diving and wind surfing. He went dancing but did not go hiking. He played football, volleyball and cards but He did not play tennis. He took a lot of photographs. He sunbathed but did not visit any museums. He did not write postcards but he met some new people and made new friends. The unusual thing that happened to him was a new friend who he made.

p. 14, ex. 3. keep in touch — a write, communicate; it's not my cup of tea — b I don't like it; hangout — c spend a lot of time; cool — d great; chat — e talk in a friendly way.

p. 14, ex. 1. **Personal information**

Please, write 4-5 sentences about yourself, your interests and activities.

I am active and energetic. I like outdoor activities, meeting new people and spending time with my friends. I enjoy reading and searching the Internet for something new and interesting. I am sociable and open-hearted. I always help my friends when they are in need.

Academic information

Current level of English — **beginner.**

Where do you study English? — **at school.**

How long have you studied English? — **for 7 years.**

How many lessons a week? — 2 lessons a week.

Do you have any special reasons for learning English? — **Yes, I do. I want to find new friends and it is important for my future career.**

Why do you want to improve your English? — **I want to improve my English because it is one of the most important subjects nowadays.**
Have you ever been to a language school before? — **No.**
If yes, name the school — ... .

p. 15, ex. 2. I think that I have achieved some success in learning English. First of all, I have improved some skills, listening, speaking and writing. The hardest thing for me is speaking because I do not have enough speaking practice. I don't have any problems with reading and I think it is not very difficult. I spend a lot of time listening to English songs. I try very hard to understand native speakers. I'm getting good at writing. I'm OK with writing school essays and other tasks. I like improving my English skills. I like listening the best because it is very useful and helps me with learning English.

p. 16, ex. 3. **My future English Study**

I can improve my reading skills by reading original English books. I can start with adopted books (Beginner level, then Elementary, Intermediate and so on). Later I can try to read original novels (detective stories or love stories).

Start reading by reading

I can improve my writing and conversation skills by communicating with a native speaker. I can find a new friend in the Internet and communicate with him using Skype or other programs.

Find an English speaking friend

I should try to listen carefully and pronounce the words and phrases like a native speaker.

p. 17. **Pre-reading questions**

Yes, my family members have hobbies. My mother likes reading and watching TV, my father likes repairing everything, my grandmother likes knitting.
I spend a lot of time with my friends, usually a couple of hours every day.
My best friend is tall and thin, with dark hair and hazel eyes.
He is friendly and helpful, trustworthy and funny.
I know a lot about healthy habits. You should go to bed and wake up at one and the same time, eat your breakfast, do morning exercises, spend much time outdoors, not overeat, drink milk, not eat junk food or drink fizzy drinks.
Everyday schedule helps me to provide a healthy lifestyle.

p. 18, ex. 2. **Positive:** reliable, understanding, sociable, ambitious, honest, strict, friendly, complaining, fair, amusing, kind, helpful, overprotective.
Negative: lazy, jealous, pessimistic.

p. 18, ex. 3. A person who
- doesn't like working is **lazy.**
- never lets you down is **reliable.**
- always tells the truth is **honest.**
- often believes bad things will happen is **pessimistic.**
- is always happy to give more than usual is **helpful.**
- is never happy with what he or she gets is **complaining.**
- always likes to be in the company of other people is **sociable.**
- usually treats everybody the same is **fair.**
- wants to be successful is **ambitious.**
- usually tells jokes is **amusing.**

p. 19, ex. 4. 1. helpful **d** is ready to help; 2. trustworthy **g** doesn't tell your secrets to other people; 3. shy **b** doesn't like meeting new people; 4. outgoing **f** is friendly and likes parties; 5. chatty **a** likes talking to people; 6. honest **c** always gives his\her opinion; 7. responsible **e** doesn't forget to do things; 8. caring **h** thinks about what others need.

p. 20, ex. 3. 1. a) always. 2. b) we have a lot in common. 3. b) I hope everything is OK. 4. a) tells me it's not a good idea because I can get into trouble. 5. c) my happy and sad moments. 6. b) gets to know your new friend better. 7. b) It's OK, but I prefer your old hairstyle. 8. comes over to my place and helps me with studying.

p. 21, ex. 1. What does a true friend do?
He\She is there for **you**.
When you are happy,
But when you are **sad**, too.
How does true friendship show itself?
It begins with short **«Hi!»**
And then with time and care
It starts to **go** and **go**
«What does true friendship say?»
Don't worry. You'll be OK
And with an understanding **so**
Your problems seem to go away.
I feel happy when my friend is with me and I share my happiness with him.
When I feel sad my friend always supports me.
When I feel worried my friend tries to calm me down.
Friendship grows when friends stay together in happy and sad moments share everything and support each other in difficult moments.

p. 22, ex. 2. a) How are things? — Greetings.
Good for you! — When my friend is happy for me.
What's the matter? — When my friend worries about me.
Oh, poor thing! — When something happened and my friend says it is a pity for him.
How did it go? — My friend asks me about something in the past.
Oh, lucky you!— My friend is happy for me.
b) — How are things?
— Fine, thanks.
— My parents bought me a new bicycle.
— Oh, lucky you!

— Hi! What's the matter?
— I have lost my favourite CD.
— Oh, poor thing.
— Thanks!

p. 22, ex. 3. 1. — What's your best friend like?
— He is reliable and honest, active and caring.
2. How do you get on with your parents? What are they like?
— I get on well with my parents because I always listen to their pieces of advice and try not to argue with them. They are kind, caring and understanding.
3. — What would you like your teachers to be like? Say why?
— I want my teachers to be kind, friendly, understanding and helpful because it is very important for good studying.

p. 22, ex. 4. What is Tara like?Tara is angry and does not believe in her friends. She thinks only about herself.
What is Emma like?Emma is funny, active, caring and understanding. She always wants to support her friend. And she is trustworthy.
What is your friend like? How do you know?My friend is trustworthy and helpful, caring and active. I know it because we have suffered a lot together.
p. 23, ex. 5. 1. What does Emma suggest? d Coming over to her place. 2. Why does Tara get angry? c Because Emma is teasing her. 3. What does Luke look like? e Tall and plump, with long straight hair. 4. What does he like? a Music and acting. 5. What is he like? b Caring and understanding.
p. 23, ex. 6. Luke has accepted Eve's invitation.
p. 24, ex. 7. 1. Why doesn't Luke want to go to the Activity Centre at first? — Luke doesn't want to go to the Activity Centre at first because he doesn't like meeting new people. 2. What does Tara look like? — Tara is tall and thin with long curly hair, often in a pony tail. 3. What is she like? — She is very nice. 4. What does Lee like? — Lee is easy to talk to.
p. 24, ex. 8. — Hi, it's Egor here.
— Hi, there.
— Do you want to go to the cinema. It is a very good film on today.
— What is the genre of the film?
— Well, it is a combination of action and drama. And your favourite Leo Di is there too.
— Oh, when does it start?
— It starts at 6 p. m.
— OK, great. I have free time just this evening. Where are we meeting?
— Let's meet at the cinema at 5. 30.
— OK. Great. See you there. Bye.
— Bye.
p. 25, ex. 1. 1. Ann has got as blue eyes as John. 2. Cathy is not so tall as Rose. 3. Linda has got as curly hair as Mary. 4. Bill is as good a pupil as Tom. 5. Your grandparents are not so old as mine. 6. Lisa is not so good in skating as Brenda.
p. 26, ex. 1. All the people in June's life are: her brother, her parents, her best mate Eve, a boy Pete.
p. 28, ex. 2. 1. a person who can't stop working hard — workaholic. 2. a strange person — weirdo. 3. a group of friends — a bunch of friends. 4. an area of wild land in Australia — the Bushfires. 5. these make objects that are far away seem near — binoculars.
p. 28, ex. 3. 1. You come **across** someone's address or an old photo. 2. You take up painting classes or some hobby. 3. You catch **up** with the gossip or with others after missing a week at school.
p. 28, ex. 4. My **Mum** works for an advertising agency. Her job is much more interesting that my Dad's. I get on well with her, but sometimes she worries too much.
My **father** is a bit of a workaholic. He works for a big publishing company. He works late hours, even weekends. He's nice, but when I go out he wants me to be back by 10 o'clock.
My **brother** thinks I'm not talented at all. He's a bit of a weirdo. He is 18, but still spends most of the time on his skateboard. He has a bunch of friends who are all crazy about it. They all think they are cool. He hopes

to become a famous musician. He spends hours practicing, the rest of the time he teases me.
My best mate is called **Eve.** She's a real friend. She never lets me down.
Pete is a real joker. He doesn't notice me.
Mum is understanding, friendly, helpful but sometimes overprotective. Father is sometimes overprotective. Brother is lazy. Eve is reliable. Pete is amusing.

p. 28, ex. 5. This person gets up early and goes to bed late.
This person likes working and never wastes time.
This person reads a lot every day.
This person does not watch TV much.
This person does not spend much time at home.
This person is June's father.
I would use Present Simple to describe every day actions.

p. 28, ex. 6. I like June's life because she has caring and friendly parents. They always worry about her. She gets on well with her parents. Their family spends time together. Her best mate is part of her family. Eve is reliable and helpful. It is so nice to have good and kind people around you.
I think I have much in common with June but not with her brother. I have friendly and caring parents who sometimes are overprotective too. And I also have a reliable and helpful best friend who never lets me down. I spend much time with him.

p. 29, ex. 1. 1. Reasons for writing a letter. 2. Her family. 3. Her interests. 4. Her best friend. 5. Her plans for the weekend.

p. 29, ex. 2. B (beginning) I'm sorry I haven't written sooner. I was very happy to receive your letter. Thanks a lot for your letter I got two weeks ago.
E (end) Write back soon. Keep in touch. Give my love to your ...

p. 29, ex. 3. Dear friend!
My name is ... and I am looking for a pen friend. I came across your address while I was surfing the Internet. It was the website about English films which we both like so much. So I believe we have at least something in common. I like classical English films very much and my favourite actor is Aidan Turner. He is Irish but it is not important.
Let me tell you more about myself. I am 14 years old. I live with my family in Ukraine. My family is not very big, only my parents and my grandmother. I love them much because they are very nice and caring.
My father does not spend much time at home because he works much. He works at the plant. At weekends we try to spend time together, go to the park or some other interesting place. He is friendly, caring and energetic. He does not like staying at home when the weather is fine.
My mother is active too. She works at the shop so she is sociable and funny. When she has free time she likes cooking something new and delicious.
My grandmother is a kind and friendly old lady. I always share my secrets with her because I know that she is trustworthy. But sometimes she is overprotective but I do not think it is bad.
When we all are at home we like discussing our life or plans for the future. Sometimes we play different games together and it is so great.
I hope that you will write me back and share some information about your hobbies and interests, and about your family as well.
Keep in touch. Waiting for your answer.
Yours, ...

p. 30, ex. 1. 1. I need at least 8 hours every night. 2. Usually I fall asleep easily but sometimes I do not sleep all night long. 3. When I am tired or I have a walk before going to bed I fall asleep easily. 4. Usually I sleep like a log but sometimes I can wake up during the night. 5. Yes, sometimes I do not sleep a wink. It happens when I worry about something. 6. Yes, sometimes I dream so it is so difficult to wake up. 7. Yes, I remember my dreams quite often in the morning. 8. Usually I do not wake up easily in the morning especially when I have to go to school.

p. 31, ex. 3. quickly — **rapidly;**
find and answer a problem — **solve;**
a very frightening dream — **nightmare;**
take and let out air — **breathe;**
a period or step in a process — **stage.**

p. 31, ex. 4. 1. False. We go through 5 stages of sleep. 2. True. 3. False. You dream four to six times during the REM stage. 4. False. REM means «Rapid eye movement». 5. True. 6. False. There are all kinds of dreams: good ones, bad ones and nightmares. 7. False. Chocolate in the evening is a bad idea because chocolate has caffeine so it keeps you awake. 8. False. Exercising before bedtime doesn't help you fall asleep but wakes you up.

p. 32, ex. 5. **a)** sleep like a log — nobody and nothing can wake you up, you do not hear sounds;
be fast asleep — you fall asleep very fast and without problems, almost the very minute you lay down;
not sleep a wink — do not sleep all night long, do not sleep at all.
b) The baby was crying all night and I did not sleep a wink.
I didn't hear any noise last night because I was fast asleep.
I didn't hear the phone this morning because I was sleeping like a log.



p. 32, ex. 6. 1. Some people can't fall asleep easily.
2. I often dream that I'm running fast.
3. «I didn't sleep a wink last night», she said nervously.
4. «I sleep like a log», he said happily.

p. 32, ex. 7. 1. During stages 1 and 2 you sleep lightly.
2. During stages 3 and 4 you sleep deeply.
3. During stage 5 you breathe more quickly than in the previous stages.
4. During stage 5 your eyes move rapidly under your eyelids.
5. Nightmares are scary dreams.
6. If you have problems falling asleep you shouldn't eat chocolate, drink tea or Coca-cola in the evening, shouldn't eat too much in the evening, shouldn't exercise before bedtime, shouldn't eat, study or watch TV in bed.

p. 33, ex. 1. 1. My favourite food is meat and chocolate. 2. Yes, the food I don't like is salad and porridge. 3. Yes, I regularly have breakfast. Usually I have sandwiches with tea. 4. Usually I have sandwiches or chocolate as snacks. 5. Yes, I can cook something not difficult.

p. 34, ex. 2. DIET— 3. The food that you eat when you want to get thinner.

p. 34, ex. 3. I always have breakfast on school days, usually a sandwich and a glass of orange juice.
I don't drink any milk.
I drink tea instead of coffee.
I eat a lot of bread and pasta.
I drink a lot of fizzy drinks.

I spend a lot of pocket money on snacks.
I love fruit, especially raspberries.

p. 35, ex. 4. a) 1. True. It is very important to have a proper breakfast every morning because breakfast is the most important meal as it gives you energy for the whole day and it is also wakes your body up. 2. True. It is enough to have two meals a day because you don't need to have dinner every evening. You must eat your breakfast by yourself share your lunch with your friend and give your dinner to your enemy. 3. False. We don't have to drink at least two litres of water a day because it is not good for our kidneys. 4. False. Portions have become smaller nowadays because people do not work as hard as they used to. 5. True. We should as much food as we need but not overeat as it is bad for our body. 6. False. Much sugar and salt is harmful for our body. 7. False. You should eat slowly because it is good for your stomach.

p. 35, ex. 5. 1. People who don't eat breakfast regularly are more risk of becoming fat. 2. If you eat five or six times a day you won't get too hungry and overeat. 3. How much water we should drink a day depends on our physical activity and the weather. 4. We should eat our food slowly.

p. 36, ex. 6. 1. If you are **at risk** of something you **are in danger of it.** 2. If you **skip** something, you **don't do it.** 3. The **flavor** of food is its **taste.** 4. If you **take your time,** you **aren't in a hurry.** 5. A **fizzy drink** is a **drink with bubbles.** 6. A **snack** is a **small amount of food.**

p. 36, ex. 7. **Healthy Eaters. Questionnaire**

1. Do you have breakfast every morning? 2. Do you eat much before going to bed? 3. Do you eat vegetables for lunch? 4. Do you eat fruit every day? 5. Do you drink a glass of milk every day? 6. Do you drink fizzy drinks every day? 7. Do you eat junk food for lunch? 8. What do you usually have for dinner? 9. How many cups of tea do you have every day? 10. How many teaspoons of sugar do you add to your tea?

p. 37, ex. 2. 1. We **are leaving** for Kyiv next week. 2. She **is starting** a new project next week. 3. I **am staying** at my granny's when I get to Kharkiv. 4. He **is not coming** until next week. 5. We **are going** shopping our first day there. 6. I **am staying** home and **reading** tonight.

p. 38, ex. 3. 1. I am visiting my grandmother tomorrow. 2. My mother and I are going shopping this weekend. 3. I am spending time with my friends today in the evening. 4. I am watching an interesting film this Saturday. 5. I am going to the cinema with my friends tomorrow. 6. I am going to the museum on Sunday.

p. 38, ex. 4. 1. What time are Bob and Sue coming? 2. Are you working next week? 3. When is Liz going on holiday? 4. What are you doing tomorrow evening?

p. 38, ex. 5. 1. I **am meeting** my friends this evening. 2. I **am not going** out tonight. 3. The concert **starts** at 8. 15. 4. Tom **is not coming** to the party on Thursday. 5. The English course **finishes** on 7 May. 6. I **am not going** to London tomorrow. 7. My sister **is getting** married next December. 8. My train **leaves** at 8. 45.

p. 38, ex. 6. 1. Peter **works** in his studio every day. 2. He **is painting** his greatest work at the moment. 3. We are travelling from Rome to see the painter's opening night. 4. On Thursday, our train departs at 11 am and **arrives** at 7 pm. 5. Peter **is finishing** three different pieces for the

exhibition. 6. His manager **is picking** up the finished work on Wednesday. 7. The show **begins** promptly at 9 pm, on Thursday.

p. 39, ex. 7. 1. The plane **arrives** at 6 pm. 2. My cousin **is having** a birthday party this Friday. 3. I **will** probably **come**, but I'm not sure. 4. I think you **will like** Scotland. 5. Adrian **will not come** to Amy's party because he is grounded.

p. 39, ex. 1. **a)** 1. I decide to wait for a bus. (a) 2. On my summer holiday at the seaside I go to the local disco in the evenings. (a) 3. I want to climb a mountain. (a) 4. I decide to run to my friend's house and listen to music. (c) 5. In summer I sleep with my bedroom window open. (b)

b) Results:1. 5; 2. 5; 3. 10; 4. 5; 5. 5.30

I like to spend my free time outside but not too much. I'm pretty normal.

I agree.

p. 41, ex. 2. **a)** I agree with this statement.

p. 41, ex. 3. 1. an entry [c] the right or opportunity to enter a place; 2. a range [e] a set of different objects of the same kind; 3. a specimen [d] a single typical thing or example; 4. absorbing [f] interesting, holding somebody's attention; 5. to gain [b] to achieve something important; 6. to reveal [a] to show, to be seen, to make known.

p. 42, ex. 5. **a)**

table tennis	fishing	skateboarding
watching TV	surfing the Internet	football

b) I enjoy swimming in the pool, reading a book, playing football, watching a film at the cinema, watching TV, listening to music, taking photos, surfing the Internet.

I don't enjoy fishing and visiting a museum.

I watch TV and surf the Internet in my free time.

p. 44, ex. 7. **a)** 1. Brian is dreaming of visiting a holiday camp because he is tired of going to the same place every summer. 2. George wrote the text. 3. The camp is in Ireland. 4. Its name is Kids Camp. 5. The children get up at seven o'clock there. 6. George hates getting up early but he doesn't mind getting up early in the camp. 7. In the morning children have breakfast and play water polo for two hours. 8. George likes going hiking in the woods, especially when they have a treasure hunt best. 9. The children spend the evening in the camp and they sometimes listen to Sam playing the guitar and sing. 10. Sam is good at playing the guitar.

b) I love surfing the Internet and travelling to new places.

I enjoy eating fast food and swimming in the pool.

I'm good at doing housework.

I'm interested in watching sports on TV.

I'm tired of lying on a sunny beach.

I can't stand getting up early and listening to loud music.

I'm bad at reading novels.

p. 44, ex. 8. Brian would like to try horse riding.

Brian would like to go on a treasure hunt.

Brian would like to play as much water polo as he can.

p. 45, ex. 9. Usually I spend my holidays in the country. I go swimming and walking. I help my grandparents and watch TV.

I would like to spend my ideal holiday in a new interesting place.

I have been to a holiday camp once\ I have never been to a holiday camp and I would like to spend my holidays in a camp such as Kids Camp.
I have never tried horse riding and I would like to try it.
I would like to go on a treasure hunt with pleasure.
I would like to go hiking and camping.

p. 45, ex. 1. My friend and I enjoy spending time together. We like going to different places and watching interesting films. We also like surfing the Internet. Many boys in my class play football and basketball. They like it very much. And the girls like dancing and reading fashion magazines. But almost all my classmates like listening to music and watching series. They are interested in foreign singers and actors and only some of them like Ukrainian music and films. We all like having parties and celebrating holidays together.

p. 45, ex. 2. **The Rules of Healthy Lifestyle**

1. Do not spend long hours in bed. 2. Do morning exercises every morning. 3. Drink milk every day. 4. Go in for sport. 5. Spend a lot of time outdoors. 6. Be active. 7. Do not surf the Internet for many hours a day. 8. Walk as long as possible. 9. Do not listen to loud music. 10. Spend much time with your friends outside by visiting interesting places.

p. 45, ex. 3. **My dream holiday**

I would like to spend my dream holiday with my family and friends. I mean parents and children together. I would like to go camping to the woods by the river. It would be really great. We would cook our food on the fire and sleep in a tent. We would play volleyball and swim in the river. And in the evening we would sit by the fire and sing songs and communicate.

p. 46, ex. 1. I am going to a foreign country, maybe Spain next year.
Tonight I am going to a restaurant with my family.
I will see Ann again tomorrow.
I am going to buy some shoes when I go shopping.
At the weekend I am going to the cinema.
I am going to phone John this evening.
I am going to have potato with meat for dinner tonight.

p. 46, ex. 2. as like as two peas; as silent as the grave; as hungry as a bear; as busy as a bee; as clear as the day; as white as snow; as old as the hills; as good as gold.

p. 47, ex. 3. Attentive, friendly, honest, kind-hearted, unselfish, cheerful, understanding, fair, amusing people make good friends.
Faithful, devoted, thoughtful of others, reliable people make true friends.

p. 47, ex. 4. **Can you be a real friend?**

1. b) yes, of course. 2. a) do it easily. 3. c) explain I'm tired and invite him to come to my place. 4. b) explain that I'm busy but in an hour or two I'll visit him.

Score. 1. 2; **2.** 2; **3.** 1; **4.** 1.6.

Results. I'm real friend, I am kind and helpful.

p. 48, ex. 5. 1. A friend differs from an acquaintance because a friend is always ready to help and share everything with you. 2. Yes, I have a true friend. 3. I think a man can have only one true friend but many acquaintances. 4. I have everything in common with my friend. We have common views, interests, tastes, way of thinking and way of life. 5. I differ from my friend by appearance. 6. My friend will always come to help me when I am

in trouble. 7. My friend is reliable, trustworthy, honest and kind, helpful and funny. 8. We have been friends for many years. 9. Friendship means much to me. 10. You can start with looking for acquaintances and maybe you will find one friend among them.

p. 49, ex. 6. My mum is hard-working and reliable. She is helpful and kind. My father is kind and amusing. He is trustworthy and honest.
My best friend is reliable and helpful.

p. 49, ex. 7. 1. Sleep is important for teenagers because it is while they are sleeping they release a hormone that is essential for their growth. 2. Playing computer games until late at night but having problems with getting out of bed in time for school is typical of many teenagers. 3. New research suggests that the reason for such behavior maybe the hormonal changes of puberty. 4. Melatonin is the «darkness hormone» which helps us to fall asleep. 5. The body of a teenager starts producing melatonin at 1 am. The result of that is that teenagers are being kept awake by their bodies till late at night. 6. Some schools in America decided to start their classes later in the morning to give their teenagers some extra time in bed.

p. 50, ex. 8. 1. Yes, he does. He usually goes to bed late. 2. Yes, it is. It is hard for him to get out of bed in the morning. 3. Yes, he does. He usually plays computer games or watches TV late at night. 4. Yes, he is. Sometimes he is in a bad mood in the morning. 5. Yes, he does. He thinks our classes start too early in the morning. 6. 10 am or 11 am would be good time for him to start school because he would have extra time in bed.



p. 51, ex. 10. **Quiz: Food and health**

1. d) 5 or more (portions of fruit and vegetables you should eat every day). 2. a) carrots (gives us a lot of Vitamin A). 3. c) eggs (give us a lot of Vitamin D). 4. d) 50 g of peanuts (contain the most fat). 5. c) at least 20 min three times a week (we should exercise) 6. a) swimming (burns up the most energy per minute). 7. d) nut (a vegetarian is allowed to eat).

p. 52, ex. 11. 1. Agree. Teenagers eat much fast food and junk food, meat and sweets. 2. Agree. 3. Agree. Parents shouldn't give teenagers much pocket money but give them home-made lunch to school. 4. Agree. A lot of people save time by eating their dinner and watching TV at the same time. 5. Disagree. It depends on their way of life. 6. Agree. Many people work too much so they have no time to eat together. 7. Agree. Cooking is a very useful for future life skill. Both boys and girls should have it as one of the school subject.

p. 53, ex. 12. **The Rules of Healthy Lifestyle**

1. Eat your breakfast every day. 2. Do morning exercises every morning. 3. Drink milk every day. 4. Go in for sport. 5. Spend a lot of time outdoors. 6. Be active. 7. Eat a lot of fruit and vegetables every day. 8. Do not eat fast food and junk food. 9. Do not drink fizzy drinks. 10. Do not replace your meal with snacks.

p. 53, ex. 13. **An adventure holiday**

There are not many mountains to climb and caves to explore in Ukraine. But there are a lot of small forests almost around every city or town. So we can go to the country and have some extreme adventure like treasure hunt or «lost in the forest» game there. We don't need to use any special equipment like skis, skateboards or roller-skates there. We just need our

hands and brains. It will be very exciting to look for something hidden in the forest or find your way back home. You will need to cook your dinner and read the map. And you will spend time with your friends. Isn't it exciting?

p. 55, ex. 2. 1. Hans was **c)** an honest fellow. 2. He lived in **b)** a small cottage. 3. Every day he worked **a)** in his garden.4. Hans felt **c)** very proud of having a friend with such noble ideas. 5. The rich Miller **b)** never gave little Hans anything to help with food. 6. In winter, little Hans **c)** suffered from cold and hunger. 7. The Miller said: **a)** «There is no good in my visit to see Hans». 8. The Miller's wife was **b)** pleased with her husband's words.

p. 56, ex. 3. I disagree with the Miller's words that «when people are in trouble no visitors should bother them». When people are in trouble their friends should visit them and help them. Only true friends are reliable and helpful while selfish people think only about themselves. They never help their friends. They only take but give nothing in return. Such friends are worse than enemies.

p. 56, ex. 4. 1. Hans was a hard-working and kind-hearted man because he worked in his garden all days long in spring, summer and autumn and he shared everything he had with his friend Miller and asked him for nothing. 2. I don't agree that the most devoted friend was big Hugh, the Miller, because he never helped his friend Hans but just said that he appreciated their friendship. 3. I agree with these words because real friends should share everything when their friends are in trouble. 4. You can speak about something but do quite the opposite thing. So it proves that actions are everything while words are just words. Hans was a man of action because he shared everything with the Miller while the Miller was only a man of words who just said something but never helped Hans. 5. Hans proved to be a devoted friend because he always shared with the Miller everything he had in his garden and asked him for nothing in return. 6. A true friend does not speak much but does everything to help his friend if he is in trouble.

p. 57, ex. 5. 1. If you want to have a friend — be one means that you should be a true friend by yourself and be ready to do everything to help your friend when he is in trouble. 2. When your friend is in trouble you should help him but not look for arguments why you can't do it. 3. Only true friend will help you when you are in trouble. Other people will let you down and forget about you when you need them.

p. 57, ex. 6. a) «The Devoted Friend» from the point of view of Hans is a person with noble ideas. b) «The Devoted Friend» from the point of view of one of the neighbours is somebody who gives you something in return. c) «The Devoted Friend» from the point of view of Hugh, the Miller is somebody who doesn't want you to bother him when he is trouble.

p. 57, ex. 7. I think that Hans is more sympathetic to me because he is friendly and open-hearted. He has a lot of friends. He is also generous and unselfish because he always shares everything he has with his friend.
I don't think that Miller is sympathetic to me because he is selfish and unfriendly. He is mean and greedy because he only takes but gives nothing in return.

p. 57, ex. 8. Selfish people can't be devoted friends because they are selfish, think only about themselves. They are greedy so they do not share anything

with their friends but only take and give nothing in return. Selfish people are not helpful because they never help other people when they are in trouble.

p. 58. **My learning Diary**

The topics of this unit are Family and Friends, a healthy lifestyle.

I find this unit quite difficult.

I think that the most important thing I have learnt is healthy way of life and information about teenagers and their problems with going to bed.

The most difficult thing for me was learning new words.

The things I enjoyed most in the Unit were quizzes and questionnaires.

The things that I didn't enjoy were answering the questions after the texts.

The ways I used working with the Unit were translating the words using Multitran (on-line dictionary).

My favourite activities | tasks were quizzes and questionnaires.

The new grammar I have learnt in the Unit is different ways of expressing the future (Present Simple, Present Continuous, Future Simple).

The best lesson I had in my English class was about healthy way of life.

The things that are easy to read are Grammar boxes.

The things that are easy to listen to are conversations.

The things that are easy to talk about are family and friends.

The things that are easy to write about are family and friends.

The things that are difficult to read about are hormones and other medical things.

The things that are difficult to listen to are texts.

The things that are difficult to talk about are text characters.

The things that are difficult to write about are ideal holidays.

Three things I would like to remember from this unit are plans about the future, suggestions and informal letters because they are very useful for future learning.

I would like to improve my spelling, vocabulary and grammar.

The things that I would like to learn are teenagers' problems and way of life.

I feel satisfied and motivated after finishing this unit.

p. 61. **Pre-reading questions**

I go to a simple secondary school.

My school is a 3(4) stored building of a typical shape.

Yes, I am good at some school subjects.

I often take part in school parties and festivals.

I do not always keep to school rules but I try to.

Our teachers are not too strict some of them are very kind.

p. 62, ex. 1. My first day at school this year was great. I was curious and excited because this year we are having new and interesting subjects. So we met new teachers and I hoped they would be friendly and kind. And they really are. I was a little scared as well because I didn't know how I would do. I wanted to be good at new subjects and now I see that they are interesting and I do not have problems with them.

p. 63, ex. 4. **a** Lily is good at History. **b** Mary has got a bad mark for the History test because she doesn't like memorizing the dates. **c** Chris cheers Mary up by saying that she can ask her teacher to improve the situation. **d** They decided to visit Terry on Saturday.

p. 64, ex. 1. 1. **A:** It's getting late.
B: Yes, we **should** go back before it gets too dark to see.
2. **A:** You **shouldn't** do things to hurt other people.
B: Yes, sometimes I **should** think first.
3. **A: Should** we buy the tickets the day before the concert?
B: Yes, we **should**. We **shouldn't** wait until the last minute.
4. **A:** You have everything you need. It **shouldn't** be too hard to do your homework.
B: Yes, I **should** start today.
5. **A:** You **shouldn't** spend all your free time playing computer games.
B: I know, I **shouldn't**. But I am crazy about them.
6. **A:** If you have a temperature, you **should** stay in bed.
B: Yes. The doctor says that I **shouldn't** go to school before Monday.
7. **A:** Parking near schools **shouldn't** be allowed.
B: I agree. But where **should** teachers and parents park then?
8. **A:** Why **should** I walk if we have three cars?
B: You **should** walk as much as possible. It is good for you.
9. **A:** You **shouldn't** lift this by yourself. It's too heavy.
B: Should I ask someone to help me?
10. **A:** Teachers **shouldn't** give so much reading for homework.
B: I agree. We **should** read only five books every semester.

p. 65, ex. 3. 1. My mum may not go to work. 2. He might beat me at tennis. 3. Tom might phone me. 4. We may visit our cousins. 5. They might become actors. 6. You may go to the cinema. 7. I might not get up early.

p. 66, ex. 4. 1. I may go to the picnic. 2. I might see Stella tomorrow. 3. Tom may be late. 4. It might rain tomorrow. 5. I may go swimming. 6. They might not come. 7. I may not go out tonight.

p. 66, ex. 5. 1. I am not going to write a story tomorrow. I might not write a story tomorrow. 2. I am going to get up early tomorrow. I may get up early tomorrow. 3. I am not going to the party tomorrow. I may not go to the party tomorrow. 4. I am going to have a shower tomorrow. I may have a shower tomorrow. 5. I am not going to buy a dress tomorrow. I might not buy a dress tomorrow. 6. I am not going to play volleyball tomorrow. I might not play volleyball tomorrow. 7. I am not going to make a cake tomorrow. I may not make a cake tomorrow. 8. I am going to do my homework tomorrow. I may do my homework tomorrow.

p. 66, ex. 6. 2. — Does Annie want fish and chips?
— No, she may want the chicken salad.
3. — Will the film finish before nine?
— It may finish at about nine thirty.
4. — How are you going to buy that new phone cover?
— I may ask my dad for some money.
5. — Is your mum going to change her job?
— She may move to a different office.
6. — Is your dad going to come and meet you?
— He may come and meet me if he finishes work early.
7. — Are they going to the concert?
— They may go to the concert if they can get tickets.
8. — Do you want an ice cream?
— No, but I may want a drink.

9. — Is it going to rain today?
— We don't know. We may need our umbrellas.
10. — Is your teacher going to give you a test?
— I don't think so. He may be kind to us.

p. 67, ex. 7. 2. It's early. The shops **might not** be open yet. 3. That's a great poster. You **should** hang it on the wall. 4. Michael **shouldn't** eat so much ice cream. It isn't healthy. 5. I am very busy today. I **may not** have time to see you. 6. My room is a mess. I **should** clean it. 7. It is very cold. It **might** snow tonight. 8. You **shouldn't** listen to loud music. It can damage your hearing. 9. I can't meet you now, but I **may** have some time after lunch. 10. Children **should** sleep at least eight hours a night. 11. That dress looks small. It **might not** fit you. 12. That cake is delicious. You **should** try it!

p. 68, ex. 1. **a)** 1. True. British children start school when they are six. 2. True. They leave their primary school when they are 11. 3. False. When they are 13 they go to the 8th form. 4. False. They start a school day at 9 o'clock. 5. True. They usually have lunch at school and only a few people go home to have lunch. 6. False. They have lessons in the afternoon. They start at a quarter to two and finish at a quarter to four.
7. False. They go to school from Monday to Friday.



p. 70, ex. 2. 1. When British schoolchildren are eleven they leave their primary school and go to the secondary school. 2. At thirteen they choose the subjects they want to do for their national GCSE. 3. They should take GCSE in six subjects, although they might take more. 4. They might leave school after their GCSEs. 5. If they decide to go to a university they should take «A» level exams. 6. In the school pupils can also join the music group or belong to a club.

p. 70, ex. 3. I think that Mark and Ted's school life is very interesting and hard at the same time. They have to take a lot of exams for their GCSE. They spend almost all their time at school. They can join different clubs there or do sport.
The main differences between school life in Britain and in Ukraine are that British pupils can choose what subjects to study and they can leave school after their GCSEs. Additional two years for «A» level exams are not obligatory for everybody.

p. 70, ex. 4. 1. I study at a typical secondary school. 2. My school is situated not far from my home. 3. There is a school yard in front of the building and a school playground behind it. 4. The school was built last century. 5. The classrooms look almost alike. They are big, light and comfortable. 6. My classroom is situated on the first\second\third floor. 7. Our form-master\mistress is very good and nice. 8. He\she teaches ...9. Usually I have got 6 or 7 lessons a day. 10. The pupils have their daybooks for writing down their homework and getting their marks. 11. Yes, the pupils are often called to the blackboard in my school. 12. If the pupils make mistakes our teachers correct them. 13. After every lesson teachers give us marks and homework. 14. At the end of each term we get a school report with our marks. 15. At my school we have subjects which are all compulsory: Ukrainian, Literature, Algebra, Geometry, Chemistry, Physics, English, History, Geography, PE and so on. 16. I am not good at all of them but only at some of them. 17. I realize that a good knowledge of English is

important nowadays so I do my best learning it, always do my homework and try to work hard in class.

p. 71, ex. 5. Specialized schools\lyceums\gymnasiums are different from ordinary schools in the way of having additional classes like second foreign language and they usually pay more attention to Maths or languages because they have special Maths or Language classes.

Their advantages are: additional classes and deeper studying of some subjects.

Their disadvantages are: you have less free time and you have to study more so you get tired more.

I would like to study in an ordinary secondary school because I like my school and my teachers very much.

p. 73, ex. 7. 1. project d a long piece of school work; 2. grade c American word meaning «a school year»; «an exam result»; 3. subject e you study it at school, e. g. Science, Spanish, History; 4. uniform a special school clothes; 5. mad b American word meaning«angry».

p. 73, ex. 8. **Steve's school situation**

1. They do different subjects at his school: Maths and English, Music and Art, Science and Technology. 2. They study Spanish because there are a lot of Latinos there. 3. They have no uniform and most kids wear T-shirts, jeans and sneakers. 4. They have to get good grades otherwise they can be «left back» (do the year again). 5. Every morning they have the Pledge of Allegiance.

Daniel's situation

1. There isn't a school near his house. 2. He uses his radio and the Internet to study. 3. A teacher sometimes visits him. 4. He uses a web-camera for seeing Science experiments. 5. He doesn't have to sit in a classroom and keep quiet.

I like Daniel's school situation more because his studying is more interesting and he does not go to school but uses the Internet for it.

p. 73, ex. 1. a) **Henry** doesn't like Maths because it is boring.

Melinda doesn't like History because it is boring, lots of reading and writing. She thinks that everything was discovered before them. But Melinda likes Maths and says it is really great.

George likes History, Geography and Maths because they are important for his future profession.

b) Melinda likes only Maths.

Henry hates Maths.

George prefers History, Geography and Maths because they are important for his future profession.

p. 74, ex. 2. It is interesting if the textbook is nice.

It is interesting if there are a lot of experiments.

It is interesting if it helps me in my future profession.

It is interesting if the homework is not very hard.

It is boring if there is a lot to memorize.

It is interesting if it is useful for my future profession.

It is interesting if the teacher is good.

It is boring if we read or learn about something which was discovered long ago.

It is interesting if we work with computers.

It is interesting if we discover new things.

p. 75, ex. 3. Illustrations, pictures, posters, schemes and tables are helpful at the lesson because they help to understand the lesson better and make it not so boring.

The classroom should be big, light and comfortable, with a big blackboard and comfortable desks and chairs. The lab and the workshop shouldn't be very big but there should be equipment for work. It should be equipped to make it a good place to work because we can't work or study without special things.

There are a lot of advantages in a well-equipped classroom. First of all, lessons are more interesting and you can set some experiments in such a classroom. And I think the use of modern facilities is important not only at our Science lessons but at every lesson, Maths and Literature, Geography and History and so on.

p. 75, ex. 4. **Arts and Crafts Room.** There are a lot of special tools there because we have our Labor Training lessons there.

Assembly Hall. There are a lot of comfortable chairs there because we usually watch the concerts there.

Canteen. We have comfortable tables and chairs there because we usually have lunch there.

Laboratory. There are a lot of special tools for setting different experiments there because we have our Chemistry lessons there.



Computer Room. We have a lot of modern computers there because we have our computer lessons there.

Library. There are a lot of books there. There are different kinds of books, textbooks and novels there. We can borrow books in the library.

Workshop. There are a lot of special tools there because we have our Labor Training lessons there.

p. 75, ex. 5. **A)** This is our Chemistry class. It is a lab which is well-equipped. There are a lot of tables and diagrams on the wall here. They help us to understand the lesson well. When we have class we usually do different experiments and make observations. **B)** This is our workshop. We usually have our Labor Training lessons here. There is modern equipment in the workshop. When we have our class we are usually taught to use some tools and machines. And we also have practice because we want to get useful skills. **C)** This is our Assembly Hall. It is big and light. It holds about 200 people. It is decorated with our national symbols. Usually we arrange different concerts and performances here. There is a very good stage here.

p. 76, ex. 6. I agree that more educational excursions should be arranged because they are very interesting and useful.

I agree that the school should invite a guest speaker every week because we can meet new people and learn more useful information.

I agree that a school orchestra should be formed because boys will be able to spend their free time at school and practise their skills and all the rest will be able to listen to them.

I don't agree that uniform should be compulsory at school because it is not convenient for everybody.

p. 77, ex. 7. a) I think that labs and workshops are usually best-equipped.

I think that the most interesting tradition in our school is celebrating different holidays with performances and concerts.

I think that educational television programmes would be very useful at school.

b) The list of improvement for my school

1. More educational excursions. 2. More different clubs at school. 3. More different performances. 4. More sport tournaments at school. 5. More educational films and programmes at school.

p. 77, ex. 1. There are a lot of school subjects at school. I am not good at all of them because some of them are interesting while the others are boring. Most of all I like interesting subjects like History and Literature because our teachers usually tell us a lot of interesting things about different people and events. I think it is really exciting. But some school subjects are really boring so I am not very good at them. I don't like Maths at all because I do not understand it very well. I like Chemistry and Physics because they are very useful in our life. And I like Geography because it is always exciting to find out something new about different countries.

p. 77, ex. 2. **Angry Column!**

There are no clubs at school. We can't spend our free time and practise our skills here. It would be nice to have a literary club or a knitting club at school. There is no school band at school. It would be nice to listen to our boys performing on stage. And there is no dancing club at school. A lot of people at school like dancing but have no place to practise.

p. 78, ex. 3. WRITING A PERSONAL STORY

Once I missed a couple of days at school

It happened a couple of years ago. I caught a cold and my mother made me stay at home for a couple of days. I didn't feel well but I called my class-mates every day and asked them about our lessons and homework. I did it carefully because I didn't want to miss anything. But when I was going to be at school the following day I called my friend and asked him about our homework. He gave me some information but it looked strange. The material was totally new for me so I asked my mother to help me with it. My mother had done well at school so she explained me everything. I did my homework easily and went to school the following day. But when the teacher asked me about my homework and I showed it to him he said that the class hadn't discussed that topic yet. I was surprised and asked my friend. He said that he had just mixed the pages. But there was one positive moment in all this event. Our class discussed that material that very lesson and I helped the teacher with presenting the new material. He said that I understood the material well and gave me an excellent mark. I was pleased and delighted.

p. 79, ex. 2. strict teachers; aggressive people; good marks; interesting lessons; smart pupils; patient children; hard school subjects; short school holidays.

p. 80, ex. 3. 1. Nobody likes **aggressive** people because they often fight. 2. **Strict** teachers don't let their pupils speak in class. 3. Mr Parker is never strict with Tom because Tom is his **pet student**. 4. People often **shout** when they are angry. 5. Jane is so **smart**. She has no problems with school. 6. **Honest** people don't tell lies. 7. My history teacher is very **patient**. She waits till we think of a good answer. She never hurries us up. 8. My parents let me babysit my little brother because they know that I am **responsible**.

p. 80., ex. 4. **Positive:** responsible, good, fair, patient, strict, interesting, smart, busy, firm, honest.

Negative: boring, hard, aggressive, low, short.

p. 80, ex. 1. **A headmaster** is the head of the school. He\She works in my school.

An IT teacher is a teacher who teaches us to use computers. He\She works in my school.

A psychologist is a person who helps the pupils to cope with their problems. He\She works in my school.

A librarian is a person who is responsible for the books in the library. She works in my school.

A janitor is a person who keeps the school clean and tidy. He works in my school.

p. 81, ex. 2. I agree that a good IT teacher has to be good at Maths but I don't agree that he has to be young and mustn't be patient.

I agree that a good headmaster has to be good at organizing things but I don't agree that he doesn't have to be hard-working and mustn't be tense.

I agree that a good librarian has to love books but I don't agree that he doesn't have to have computer skills.

I agree that a good psychologist has to be good at talking to people but I don't agree that he doesn't have to be a good listener.

I agree that a good janitor has to be good with his hands but abut I don't agree that he doesn't have to be responsible.

p. 81, ex. 3. a) [a] A janitor says this because he looks after the things at school.

[b] A teacher says this because he uses new technologies.

[c] A librarian says this because he works in the library and gives the books to the pupils.

[d] A headmaster says this because he works with pupils, teachers and parents.

[e] A psychologist says this because he should try to help the children solve their problems.

b) 1. «What I like is that both students and teachers are interested in new technology». (b) 2. «I get very upset when children break things on purpose». (a) 3. «Some of the children have problems at home and some have problems in class». (e) 4. «They borrow only books that are on their reading list». (c) 5. «The school council consists of pupils from each year group, teachers and parents». (d)

p. 83, ex. 4. 1. interactive [b] whiteboard. 2. front [d] gate. 3. broken [a] chairs. 4. good [f] marks. 5. telephone [c] calls. 6. reading [e] list.

p. 83, ex. 5. 1. **«She helps us out»** means **b)** she helps us when something is not easy. 2. **«They are into computers»** means **a)** they like computers. 3. **«Skipping classes»** means **b)** not coming to school without a good reason. 4. **«A good read»** means **b)** a book that is interesting. 5. **«Anti-bullying strategies»** means **b)** ways to stop bullying. 6. «School outings» means outside walks. 7. **«We are a good team»** means **b)** we work well together.

p. 85, ex. 2. 2. I was playing. 3. They were listening. 4. He was swimming. 5. You were phoning. 6. It was raining. 7. We were eating. 8. She was waiting.

p. 83, ex. 3. 1. They were playing yesterday. 2. We were shopping all day. 3. It was snowing in Hawaii. 4. I was baking some bread. 5. She was sleeping.

p. 86, ex. 4. Harry was helping his friend with homework.

Harry's brothers were playing football in the garden.

His mother **was** reading a book.
His father and grandfather **were** repairing the car.
His grandmother **was** watching TV.
His dog and cat **were** sleeping in their baskets.

p. 86, ex. 5. Jill's friend **was cutting** her hair in a bathroom.
Jill's mum **was putting** stamps on a lot of letters.
Jill's dad **was studying** some brochures about computers.
Jill's cousin **was writing** a book report.
Jill's grandparents **were flying** to Paris.
Their next-door neighbours **were jogging** in the park

p. 87, ex. 6. **a)** While Harry was doing homework his brother was watching TV. **b)** While Bob was brushing his teeth his father was listening to music. **c)** While Mary was reading a book her friends were walking around the shopping centre. **d)** While Veronica and Pat were exchanging text messages their parents were playing cards. **e)** While I was talking on the phone my pets were fighting in the garden. **f)** While the teacher was waiting for the bus the traffic was moving slowly.

p. 87, ex. 1. **a)** 1. Mrs Rolland thinks that it is hard to be a good teacher because she has to teach her subject well and take care of her pupils. 2. Mrs Rolland likes her job very much. 3. She likes her job because most children are so warm, smart and interesting. 4. Those kids who are aggressive or who aren't interested in anything are hard to teach.
She solves the problem by keeping them busy.
b) It is hard to be a teacher because a teacher gives too much energy to his pupils and still some of them are not grateful.
I think that teachers like their jobs because they have interesting and smart pupils every year. They know what they work for.

p. 88, ex. 4. When somebody dies people put him into the coffin.
It is not a good comparison when parents compare their children.
Fame is something which brings only trouble.
Funeral is not a happy but sad event.
A novelist is somebody who writes novels.
Usually you do not produce something good under emotional pressure.
Everyday practice contributes to your level of English.
Good books or films usually inspire me.
Children are often punished for bad behavior.
It is very good to be creative and active.
I think that this car is very powerful.
I think this book is incredibly interesting.
You should drink milk instead of tea.

p. 91, ex. 1. 1. I sometimes feel bored at school. **a)** 2. I usually study hard for school. **b)** 3. I usually take notes in class. **a)** 4. I always do my homework. **a)** 5. I sometimes talk in class. **b)** 6. I never forget my PE kit. **b)** 7. I only sometimes cheat at the tests. **c)** 8. I never argue with the teachers. **c)** 9. I am sometimes absent from school. **b)** 10. I am sometimes late for school. **a)** 4 a and 4 b.
I agree that I can be rather serious as well as lightheaded. So, I should set my goals and make my plans. I should keep to the plans and soon I'll become the master of my mood. It'll help in my study and life.

p. 92, ex. 2. Yes, children in my class and my school usually study several hours a day because they have many lessons every day.

Yes, children in my class and my school usually arrive at school at 8. 30 because our classes start just this time.

Yes, children in my class and my school always get good marks if they study hard because it is logical and our teachers are good.

Yes, children in my class and my school think that tests or exams are stressful because it is really true.

No, not all the children in my class and my school worry about doing well at school because they are not serious but absent-minded.

No, not all the children in my class and my school have problems with their parents because a lot of parents are good and understanding, caring and kind.

No, not all the children in my class and my school have problems with their teachers because they are good and hard-working pupils.

Yes, many children in my class and my school read only books that are on the reading list because they do not like reading or do not have enough time for it.

Yes, almost all the children in my class and my school show great interest in computers because modern children can't live without computer games and communicating with their friends.

Yes, some children in my class and my school sometimes feel lonely because they have nobody to share their problems with.

Yes, almost all the children in my class and my school greet teachers when they meet them because they are taught to do it by their parents.

p. 93, ex. 3. a) 3. parent pressure; 2. bulling; 1. mobile phones in school.

b) 1. I think that all the pupils should leave their mobile phones in a special place at school and take them back after the lessons. They will be more concentrated on their studying. 2. I think that such bullies should be ignored by all other pupils and they will feel that they are wrong. I do not think that teachers or parents will help in this situation. 3. I agree that we study for ourselves and our parents should pay more attention to our knowledge but not our grades. But pupils should remember about their future and try their best to get good education.

p. 94, ex. 4. 1. letter 1; 2. letter 3; 3. letter 2.

p. 94, ex. 5. The two girls agree in dialogue 3.

They disagree in dialogues 1 and 2.

I agree with Sarah more.

p. 95, ex. 6. 1. Yes, our teachers sometimes confiscate something during class and I think it is right. The pupils become more concentrated. 2. My parents sometimes give me lectures when I behave not in a proper way. 3. I am sick and tired of talkative pupils who talk all the time. 4. At the weekend I enjoy myself by spending time with my friends or surfing the Internet. 5. Yes, I think I can defend myself. 6. No, I do not have a feeling that somebody picks me up.

p. 95, ex. 7. In my opinion, look and clothes are important but opinion based on these things is always wrong.

I don't think that school uniforms are a good idea because they do not let pupils feel comfortable.

I don't agree that girls are never bullies. Sometimes girls are worse than boys.

I think that life without a mobile phone is difficult only in some situations but not all the time.

I believe that teachers must be strict because discipline is very important in class.

I don't think that school grades are more important than how much we know because in the future our knowledge will be useful but not our grades.

p. 96, ex. 8. *I think that important qualities are* a) teach their subject well; e) are friendly and kind; f) are patient; g) are firm with students but not too strict; h) are fair and honest.

p. 96, ex. 9. a) 1. Jenny thinks that school is OK because it would probably be boring without it. 2. She says that holidays are too short. 3. Miss Polly is her favourite teacher. 4. She likes Miss Polly best because her lessons are always interesting and fun. 5. She thinks that teachers are like pupils. Some are good and others are not.

p. 97, ex. 10. I like good teachers and interesting subjects at school. I don't like short holidays and too much homework. I think that pupils must have free time left after doing their homework.

I like good teachers, friendly and kind, patient, fair and honest. I don't like shouting teachers. School is like a second home so pupils must feel comfortable at school.

p. 97, ex. 2. Hi, Jenny!

I agree with you that it would be boring without school. I also have a lot of friends at school and I sometimes miss them when I am on holiday. We have holidays four times a year. Autumn and spring holidays are really too short.

There are many good teachers in my school. My favourite teacher is English teacher. She is very good teacher because she knows her subject very well. She is kind and friendly. And our lessons are usually very interesting.

I think that our schools have a lot in common. Do you agree with me?

p. 98, ex. 1. I was listening to my CD player.

My dad wasn't test driving a new car.

My friend wasn't having a pyjama party.

My grandparents weren't making ice cream.

My teacher wasn't visiting my party.

My neighbours were watching a video.

It was raining.

The wind was blowing.

p. 98, ex. 2. 1. Were you sleeping around 10 pm last night? No, I wasn't. 2. Was your mum watching TV around 11 pm yesterday? Yes, she was. 3. Was your dad reading a book between 10 and noon last Sunday? No, he wasn't. 4. Were you and your best friend talking on the phone all last evening? Yes, we were. 5. Were your parents washing the car yesterday afternoon? No, they weren't. 6. Were your mum and her friend having coffee all afternoon yesterday? No, they weren't.

p. 98, ex. 3. b) In our school we still have a register.

We do not have prefects in our school.

Nowadays we do not have a system of marks for behavior. But if we do something serious, our teacher calls our parents to school.

I do not think that I am eager to adopt anything from these things in my school because all these things are strange.

p. 100, ex. 4. **School charter. Equality.** All the pupils are equal. They have the same rights and responsibilities. No pet pupils.

Respect. I will respect my school mates and my teachers. And they should respect me.

No mobile phones. Mobile phones are not allowed in class. Neither pupils nor teachers can use a mobile phone in class.

p. 100, ex. 5. **a) Are you good at school?**

1. I like meeting with schoolmates at school. **c)** 2. I am going to do only the things which I will likely be asked. **a)** 3. I am going to apologize to the teacher and take my seat. **a)** 4. I'll choose the one which I think is the most useful in my future. **c)** 5. Study develops my mind, and the knowledge I am getting will be useful in future. **a)** 6.I usually take the place where I can see and listen to my teacher clearly. **a)**

My score

1. c 1; 2. a 1; 3. a 2; 4. c 2; 5. a 2; 6. a 2.10.

I am a real top class pupil. I've got a chance to go far in my future.

b) I got ten and I agree with my score.

p. 102, ex. 6. 1. Is it important to give so much homework during the week? 2. Why don't small children under 11 have homework to do? 3. Do you think that sport is more important than other subjects? 4. Can pupils come to school on Saturdays only for sport activities? 5. There is no library at school so where do the pupils get the books from their reading list? 6. Are the pupils full of energy after a lunchtime disco and do they want to continue their studies after lunch? 7. How many pupils have joined a music club? 8. Do the pupils really study in the library during their lunch time? 9. Can the pupils go home for lunch? 10. Do you have only English to choose as a foreign language?

Does anybody teach Computer Studies?

Is there any place to do private study there?

Do they have anything to do at lunchtime?

Does anybody teach Music?

Does everybody study Science?

p. 104, ex. 7. I agree that school introduces me to different sorts of people, introduces me to new science ideas and teaches me about our country, its history, culture etc.

I don't agree that school helps me make my own decisions, makes me polite and well behaved or trains me for a future job.

p. 104, ex. 8. I can say that school is my second home because I spend a lot of time here and my friends are here too. School gives me a lot of things but first of all it gives me knowledge. Of course I have a favourite teacher. It is our kind and friendly English teacher. An ideal teacher knows his subject well, does not shout in class, kind, friendly, understanding and patient. I think that some students hate school because they are lazy and want to spend more time at home with their computers. I think that modern school should give pupils more practical knowledge and get him ready for their future professions. I think that in future the school will depend on the Internet and pupils will study at home to save time for going to school and so on.

p. 105, ex. 9. **My perfect school**

It should be a big 4 storey building with big and light classes with all modern facilities, interactive whiteboards, posters, diagrams and so on.

The classes should start at 10 am, then a long break for lunch at 1 pm and three more classes from 2 till 5.

Compulsory subjects are Ukrainian, Literature, English, Maths, History, Geography, Physics, Chemistry, Computer Science. PE and Labor Training are not compulsory but you can take them if you want.

There are a lot of clubs and activities at school: music club, drawing club, dancing club and a lot of sport clubs.

Pupils should not miss their lessons and always be in time. They must behave well at school, respect their schoolmates and their teachers.

Teachers should respect their pupils, not shout or offend them.

p. 106, ex. 1. **Good morning, miss Dove**

The action of the story takes place in the school.

The main characters are Miss Dove, a teacher, and her 40 pupils, her former pupil Thomas Baker and his younger brother Randy Baker.

p. 108, ex. 2. 1. We know that Miss Dove was a strict teacher because all the pupils were afraid of her special look. 2. The children called their teacher «the terrible Miss Dove». 3. The lessons usually ended when Miss Dove told them to close their books and go. They usually left the classroom quietly without shouting or running. 4. Miss Dove usually left somebody after the lesson and made him write something for 20 times as a penalty. 5. The teacher sometimes remembered about her former pupils when she looked at her pupils. 6. She allowed Randy Baker to read his brother's letter because she was thinking about Thomas Baker all the time. 7. Once Thomas Baker had to spend many days laying on a raft without anything to eat and very little to drink. 8. Miss Dove's methods helped Thomas to survive because he remembered her classes and repeated to himself that soon it was going to finish. 9. Randy's face became very red because his brother asked him to give a kiss to Miss Dove. 10. This kiss was compared with a medal and I completely agree with it. I think that a kiss was the best reward for Miss Dove.

p. 109, ex. 3. 1. I do not agree with the statement «Miss Dove was too strict and cruel with her pupils» because she was strict but she never was never cruel with her pupils. 2. I would do the same thing in Thomas Baker's place. 3. I think that men can be born brave. 4. Yes, it is important to be self-disciplined in order to be brave. 5. Thinking about Miss Dove's classes had helped Thomas to stay alive. 6. Miss Dove loved her pupils because she always remembered about her former pupils and knew what had happened to them. 7. I think that Miss Dove thought about the future of her pupils because she taught them to be disciplined and responsible. 8. Miss Dove taught her pupils to be disciplined and responsible. 9. Yes, Miss Dove was a good teacher because her former pupils remembered her lessons. 10. Yes, I like her as a person because she gave everything she had to her pupils and wanted to make them better. 11. A kiss was a «medal» for Miss Dove. 12. I don't want to be a teacher because it is very hard and a teacher must love children. 13. A good teacher wants his pupils to be better so he is strict but caring.

p. 113. **Pre-reading questions**

In my childhood my favourite fairytale was «Peter Pen».

I like reading because it is very interesting but I do not do it very often as I do not have much free time.

I know the biography of my favourite author.

I prefer pop, rap and rock music.

My favourite singer is Robbie Williams and my favourite band is Okean Elzy.

No, I don't play any musical instrument well but I want to.

p. 114, ex. 1. 1. Reading books we learn many things. 2. There are books which help pupils with their lessons. 3. In general, books can be divided into two main groups: fiction and non-fiction. 4. In ancient times books were written by hand and few copies were made. 5. Printing played a very important role in the development of culture, science and literature. 6. A librarian is always ready to help people to find a book on any subject if those do not know the title of the book they want. 7. Those who know how to use catalogue can find a book and needn't consult the librarian. 8. New interests can be developed during conferences, exhibitions and other events which take place in libraries. 9. Many libraries have reading rooms and the rooms equipped with computers to give the opportunity to work with the Internet.

p. 116, ex. 2. **a)** Books about great people teach us to be noble, to be brave and honest.

Books about famous travellers teach us to be kind and clever, to be hard-working.

Books on history teach us to understand other people, to love our Motherland.

Books about children teach us to be a true friend, to help the old people and the younger ones, to be polite, to have good manners.

b) Stories about birds and animals can teach us to understand the beauty of nature, to love nature and to take care of it, to help animals and birds.

Fairy-tales can teach us to be kind and clever.

Fables can teach us to understand what is right and what is wrong.

Poems can teach us not to be lazy and naughty, not to boast.

p. 116, ex. 3. contents — what is there in the book;

a table of contents — what and where is everything in the book;

to publish — to make a paper copy of a book or newspaper;

an atmosphere — surroundings, something around us.

p. 117, ex. 4. **a)** The author of the trilogy the «Lord of the Rings» is John Tolkien. It was written last century (1954–1955) but I have a copy published in 2008 by Ukrainian publishing house «Folio». It is an adventure story or fantasy.

p. 117, ex. 5. Julia likes poetry because poetry books are very truthful and interesting.

p. 119, ex. 6. 1. William Shakespeare. 2. Sir Arthur Conan Doyle. 3. Agatha Christie. 4. Walter Scott.

p. 121, ex. 8. **a)** 1. Friday and Robinson Crusoe are the characters in «The life and adventures of Robinson Crusoe». 2. Father Wolf, Mother Wolf, Ballo, the bear are the characters in «Mowgli». 3. Tom, Becky and Heck are the characters of «The adventures of Tom Sawyer». 4. The Tiger and his friends

are the characters in «Winnie-the-Pooh and All, All, All». 5. Jane, Michael and Mary Poppins are the characters in «Mary Poppins». 6. Christopher Robin, his Teddy-Bear are the characters in «Winnie-the-Pooh and All, All, All».

b) Alice is famous for her adventures in Wonderland.
Tom Sawyer is famous for his adventures at school and at home.
Gulliver is famous for his adventures in seas and in strange lands.
Mowgli is famous for his adventures in the Jungle.

p. 121, ex. 9. Yes, they do. Books need much care.
We must be good to books and fair while reading them.
We use book marks to hold our place where we read.
We mustn't turn an open book upon its face because it is bad for the book.

p. 122, ex. 1. Many books are published every month.
The country is washed by the sea.
This dinner is cooked by my grandma.
The prize is won at the competition.
The newspaper is read by children in the library.
The children are looked after by their mums.

p. 122, ex. 2. 1. Ukrainian **is spoken** in Ukraine. 2. Many people **are** usually **met** during summer holidays. 3. Teen magazines **are** usually **read** by young people. 4. He **is known** as a polite person. 5. The headmaster **is** always **reported** about all the important events in school. 6. We **are** rarely **suggested** to join some sport clubs. 7. His music **is loved** by many. 8. She **is given** some pocket money every week.

p. 123, ex. 4. 2. What name **is written** at the top of the page?3. They **play** tennis twice a week. 4. Chocolate **is made** from cocoa beans. 5. Why **are** your dogs **left** alone all day?6. We **do** the dishes every evening. 7. The Olympic Games **are held** every four years. 8. Thousands of people **visit** the museum every day. 9. In this hotel, meals **aren't served** in guests' rooms. 10. This program **is watched** by millions of people. 11. I **am allowed** to stay out late at weekends. 12. They **wear** sandals in the summer.

p. 124, ex. 5. 2. Hundreds of e-mails **are sent** every second. 3. The old newspapers **are collected** every Monday. 4. The Internet **is used** by millions of people. 5. What kind of food **is served** in that restaurant?6. Spanish **is spoken** in Argentina. 7. The computers **are turned** on early in the morning. 8. All Lana's friends **are invited** to the party. 9. French and English **are taught** in this school. 10. Our class **is cleaned** every afternoon.

p. 124, ex. 6. **Travel agent:** Well, you are taken to a different islands every day, for example, Santorini or Rhodes.
Sharon: That **sounds** like fun. **Are** we **allowed** to leave the boat?
Travel agent: Of course. Guests usually **have** a few hours to walk around the islands.
Sharon: And what activities **are offered** on the ship?
Travel agent: During the day, activities **are organized** near the pool and in the evenings movies **are shown**. And children **are not forgotten**. There are lots of activities for them.
Sharon: Great! Now, what about meals?
Travel agent: Breakfast **is served** in the dining room but lunch and dinner **areeaten** are eaten in a restaurant. All the food **is prepared** by top chefs.
Sharon: Great. Thank you.

p. 125, ex. 7. 2. Bananas are grown in the country. 3. Terrible illnesses are caused by smoking. 4. Rugby is played in schools in Britain. 5. The school is not painted every year. 6. Newspapers are sold at this supermarket.

p. 126, ex. 2. **b)** flick through music magazines; find out about new CDs; pick out one or two; borrow books; look at the cover; be fond of Agatha Christie.

p. 127, ex. 3. **Fiction.** Harry Potter and the philosopher's stone,The hobbit, The Chronicles of Narnia, Robinson Crusoe.

Non-fiction. Great Mysteries of the World, The Guiness Book of Records.

p. 127, ex. 4. 1. Sarah often talks with her friends about books. 2. I usually pick out books about adventures. 3. She never reads novels that are too long. 4. Emma sometimes reads fairy tales to her younger sister. 5. My mum always chooses detective stories. 6. My dad rarely reads horror stories.

p. 127, ex. 5. adventure books, fairy tales, detective stories, horror stories.

p. 129, ex. 1. **a)** 1. I like Bagheera because she is smart. 2. I like Mary Poppins because she is kind. 3. I like Tom Sawyer because he is brave. 4. I like Winnie-the-Pooh because he is amusing. 5. I like Robinson Crusoe because he is hard-working.

b) I like Frodo Baggins because he is brave and I like Sam because he is friendly and loyal.

I like Harry Potter because he is smart and brave.

c) I don't like Scher-Khan because he is mean and aggressive.

p. 131, ex. 4. The cover and the advice of the librarian or one of my classmates help me to make a choice.

No, I do not find it easy to make a choice when I see a lot of new books in the library.

A reader's card tells about the reader's preferences and likes.

It is useful to consult a library catalogue because sometimes it is difficult to find the book you are looking for.

I think that encyclopedias are useful in my study.

p. 131, ex. 5. [a] It is Mowgly. [b] It isWinnie-the-Pooh. [c] It is Tom Sawyer. [d] It is Cinderella. [e] It is Mary Poppins.

p. 131, ex. 6. The man asked for the book but I think it is not a book but a novel. So it is not science-fiction but fiction.

p. 132, ex. 7. «The Lord of the Rings» by John Tolkien.

1. John Tolkien wrote this trilogy in 1954-1955. 2. There are 3 volumes (parts) about 300 pages each. 3. Frodo Baggins and his friends are the characters in the story. 4. I think Frodo and his friends are brave, honest and reliable. 5. I like this book because it is about true friendship.

p. 132, ex. 8. **a)** 1. True. 2. False. Chris enjoyed only one of them because the other one makes unhappy reading. 3. False. Chris didn't tell Mary both of the stories. 4. False. Mary prefers true-to-life stories but this time she has just finished an adventure story. 5. False. Chris doesn't hope but thinks that Mary will like the book that she has read and enjoyed much. 6. False. Chris doesn't ask but invites Mary to go to the library the next day. 7. False. Lily phoned Chris yesterday and told her to find some information about Alan Milne. 8. True.

p. 134, ex. 9. **a)** Harry Potter and Deathly Hallows.

1. The book was written by Joan Rowling. 2. The story takes place in England in an imaginary world. 3. The story is about good people and evil people. 4. The main characters are Harry Potter and his friends Ron

and Hermione. 5. The characters are reliable, friendly, honest, smart and brave. 6. The story has a happy-end. 7. Yes, I have. 8. I liked the story very much.

p. 134, ex. 10. 1. I am fond of reading. 2. I prefer adventure books. 3. In our literature class we read and study classical books. 4. I haven't read any books in English yet. 5. Yes, it is very difficult for me to read books in English. 6. I have read a lot of Ukrainian and foreign classics like Taras Shevchenko and William Shakespeare. 7. I know a lot of English and American writers like Charles Dickens and Jack London. 8. No, I do not usually read books for several times. 9. No, people usually do not make me read books because I do it by myself. 10. Yes, I usually put aside a book that seems dull to me. 11. No, I do not always read a book to the end especially if the book is dull. 12. Yes, I read the «Lord of the Rings» from the beginning to the end (from cover to cover) without putting it down. 13. My favourite writer is John Tolkien. 14. I like that my favourite characters are friendly and brave. 15. We can learn how to solve different problems and cope with different life situations.

p. 135, ex. 1. I like reading very much that is why I go to the library almost every weekend. We have a very good library in our district so it is not a problem for me to take a new book every week. I joined this library about 4 years ago. My friend advised me this library because there are a lot of different modern books here. Usually I ask the librarian for advice because she always tells me what books I will like and what books will be not very interesting for me.

p. 136, ex. 2. **Title** The Lord of the Rings.

Writer John Tolkien.

Plot First nine brave men met to save the world. Then they went to Mordor, the evil place, to destroy the ring. In the end they saved the world.

1. This book is about nine brave men, four hobbits, an elf, a dwarf, a magician and two men, who wanted to save the world from the evil. 2. The main characters are brave and responsible. They can give their lifes to save the friend. 3. The action takes place in the imaginary world, first in Shire then in Mordor. 4. The plot is about brave hobbits, elves, dwarfs and people who fought with the evil. 5. The book has a happy end, almost everybody got everything he deserved. 6. I like this book because it is about true friendship and responsible creatures who can manage anything when they are together.

p. 138, ex. 1. c) 1. A large group of people who play classical music together is called an **orchestra**. 2. The person who stands in front of them is the **conductor**. 3. A person who plays the piano is a **pianist**4. A person who plays the violin is a **violinist**. 5. A person who plays the cello is a **cellist**. 6. A person who sings opera is an **opera singer**. 7. A person who writes music is a **composer**. 8. Carmen is an opera **by** Bizet. 9. Last night we went to a classical music **concert**. Placido Domingo was **performing** with the London Symphony Orchestra. It was fantastic.

p. 138, ex. 2. c) I would put a waltz and a tango to the classical music bubble and I would but musical and jazz to pop music. And I would put folk music and folk-pop music to the pop music bubble.

p. 139, ex. 3. **Instruments.** Guitar, drum, piano, violin, trumpet, cello.

Person. Cellist, drummer, guitarist, pianist, violinist, trumpeter.

p. 140, ex. 5. **About myself**

1. I have never listened to jazz concert. 2. I have listened to a classical music concert several times but I didn't like it. 3. I listen to pop music or rock music all the time because I like them. 4. Maybe I will listen to country music some day. 5. I know I'll never listen to the opera because I think it is really boring.

About my family and friends

My mum has always been crazy about folk music.

My dad has never liked opera.

p. 140, ex. 6. a) 1. band e also group; 2. well-known g famous; 3. be able to i you can do it; 4. download music a copy music from the Internet onto a computer, MP3 player, etc; 5. single d one song on a CD; 6. number one h the single that sells the most in one week; 7. the singles chart f the list of pop music singles that sell most in one week; 8. album b a number of songs, usually about 10, on a CD; 9. lead singer c the most important singer.

b) Arctic Monkeys are a four-piece **band** from Sheffield, England. They first became **well known** in 2004 when people were able to **download** their music from the Internet. Their first two **singles** went to number one in the UK **single chart** in 2005, and their first album, «Whatever People Say I am, That's What I'm Not», sold over 350,000 copies in its first week. The group are: Alex Turner, who is the **leadsinger** and plays the guitar, Jamie Cook and Nick O'Malley, who both play the guitar, and Matthew Helder, who is the drummer and also sings.

c) 1. There are **four** people in the band. 2. They first became **wellknown** in 2004. 3. People were **able** to download music in 2004. 4. Their first two singles went to **number one**. 5. Their first **album** sold over 350,000 copies in the first week. 6. Alex Turner is the **lead singer.** 7. Matthew Helder plays the **drums.**

p. 140, ex. 7. 1. My favourite group is Boombox. 2. The group are: Andrey Hlyvniuk, the lead singer, Andriy Samoilo, who plays the guitar, Valentin Matiuk, the DJ, Denis Levchenko, who plays the bass guitar, Olexander Luliakin, who plays the drums and Pavel Litvinenko, who plays the keyboard instruments. 3. They first became well known in 2005. 4. «For you» is one of their singles. 5. «Family business» is one of their albums. 6. «People» is my favourite song by this band.

p. 141, ex. 1. a) The children are talking about c different tastes in music.

b) 1. I don't care about being IN. 2. I bet you didn't go to the U2 concert. 3. My piano teacher gave me a few hints. 4. I haven't been to a concert since then. 5. He's been my idol for years. 6. I've built this word of my own.

c) 1. I agree that John doesn't care about being popular. 2. I don't agree that he is stubborn. He just has his personal preferences in music. 3. I agree that Linda likes electric guitars and has her hands in the air in concerts. 4. I don't agree that Linda likes the sounds of the piano. She doesn't like them.. 5. I agree that usually media decide what or who is a «must-see». 6. But I do not agree that they only follow public opinion. Sometimes the media create public opinion.

p. 143, ex. 2. b) 1. There were a hundred thousand people at the concert. **c)** 2. John heard the music because it was loud. **b)** 3. Music is a matter of personal choice like the colours we choose. **c)**

p. 144, ex. 3. 1. trendy stuff — things, that are considered modern; 2. artificial — fake, not natural; 3. create hysteria — plan and organize extreme excitement; 4. get carried away — forget to stop.

p. 144, ex. 4. a) 1. loud — soft; 2. artificial — natural; 3. snobbish — modest; 4. trendy — old-fashioned; 5. quality — ordinary, poor, inferior.
Loud music, soft light. Artificial diamond, natural resource. Snobbish views, modest behaviour. Trendy looks, old-fashioned dress. Quality shoes, inferior jacket.

p. 145, ex. 5. A. 1. Linda defends the media. 2. John has to wake up. 3. Linda got carried away. 4. Linda is sorry.
B. 1. What did U2 have at their concert? — U2 had a giant stage and giant loudspeakers at their concert. 2. What went through the walls. — «Kabooms» went through the walls. 3. What has survived for centuries? — Classical music like Chopin's music and Mozart's music has survived for centuries. 4. What kind of messages does music send? — Music sends messages of love and peace.

p. 146, ex. 1. 1. The myth about Loch Ness **was created** by Scottish people. 2. The legends about Robin Hood **were passed** from generation to generation. 3. Peter Pan **was written** by Scottish novelist and playwright J. M. Barrie. 4. This novel **was admired** by audience in London. 5. The character of the film **was loved** by many. 6. The song **was sung** by John Lennon.

p. 147, ex. 2. 1. Piano sonatas were played by S. Richter at the concert. 2. This beautiful music was composed by Mozart. 3. Music can be heard everywhere. 4. Elvis Presley is considered to be the king of rock'n'roll. 5. The stage was decorated in blue and pink. 6. The album was introduced in 1984. 7. The band was called «Take That». 8. They were helped to record their first single. 9. The band's name was changed to the Beatles. 10. Their lyrics are loved by many.

p. 147, ex. 4. 1. The cinema was invented in France. 2. St. Sophia Cathedral in Kyiv was built in the 11^{th} century. 3. Mona Lisa was painted by Leonardo da Vinci. 4. David Copperfield was written by Charles Dickens.

p. 148, ex. 5. 1. In ancient times books were written by hands. 2. A lot in history was changed with invention of printing. 3. People are helped by librarians to find a book on any subject. 4. Their visitors' reading preferences are developed by thematic selection of books. 5. The main characters were introduced by the author in the 2^{nd} part of the story. 6. The topic was discussed two days ago. 7. The walls were coloured in green and yellow stripes. 8. The series of books were published last year.

p. 148, ex. 6. 1. Why was Sherlock Holmes created by Conan Doyle? 2. When was Walter Scott known as a poet? 3. What was put into songs and plays? 4. When was it published? 5. What time was the reading room looked by librarian? 6. Where were the reasons for the popularity of the book mentioned? 7. How many sentences was the plot of the story retold in? 8. Where was Agatha Christie born? 9. What is shown in the table of contents? 10. Where was a special feeling created?

p. 150, ex. 4. a) 1. The Beatles came from Liverpool. **b)** 2. Elvis Presley was not a Beatle. **d)** 3. The Beatles became famous in the 1960s. **a)** 4. John Lennon played rhythm guitar. **b)** 5. Paul McCartney and John Lennon wrote most of the songs. **b)** 6. They recorded 13 albums until 1970. **c)** 7. Yellow Submarine was a cartoon. **c)** 8. John Lennon died a violent death. **b)**

c) 1. John Lennon went to Quarry Bank High School. 2. The headmaster of Quarry Bank High School helped John to get to art college. 3. Music helped John in getting over his tragic loss.

p. 153, ex. 5. a) 1. Who joined the Quarrymen in 1957?Paul McCartney joined the Quarrymen in 1957. 2. Who went to sea?John's father went to sea. 3. Who bought their first single?Stella's grandpa bought their first single. 4. Who created the Beatles look?Their manager Brian Epstein created the Beatles look. 5. Who listened to Blackbird and Octopus's Garden?Stella's mother when she was a baby listened to Blackbird and Octopus's Garden. 6. What events of John's life made him unhappy?The death of his mum made John unhappy.

b) Emma isn't **interested in** the Beatles music. She's **keen on** rap. The girls at Mrs Spencer's school were **crazy about** John Lennon. John Lennon was **good at** writing and art. He was **devastated by** his mother's tragic death.

c) I am interested in pop music. I am good at retelling and doing different quizzes. I am keen on going to art school. I am crazy about Ukrainian boxers.

p. 153, ex. 6. «Oh, maybe it seemed nicer because I was younger». People can change their points of view when they grow older or they simply open their eyes and see real but not imaginary things.

«Guys with guitars are always popular». Such guys usually attract too much attention. They are usually surrounded by many girls.

«Music helped him in getting over it». Music helped Lennon to cope with his problems. Music usually helps people to go on living when something bad happens with them.

«It all seemed like yesterday!» Good memories stay with us for a long time and we usually remember such events like they had happened yesterday.

p. 153, ex. 7. b) 1. How did you choose your song for the Eurovision Song Contest? 2. Will you refuse from your music for your political ambitions? 3. What awards are more pleasant for you, foreign or native? 4. How do you support your country now? 5. Why did you become an Ambassador of Good Will in UNESCO? 6. What Ukrainian singers you like and dislike and why? 7. Does your social life interfere your private life? 8. What is more important for you, your family or your musical career? Will you leave stage for your family?

p. 155, ex. 8. 1. The band «Boombox»: Andrey Hlyvniuk, Andriy Samoilo, Valentin Matiuk, Denis Levchenko, Olexander Luliakin, Pavel Litvinenko. 2. They met in 2004 and became known in 2005. 3. In 2006 their album «Family business» got a golden status in Ukraine. 4. It is a Ukrainian fank, hip-hop and rock group. 5. I like «For you», one of their singles and «Family business», one of their albums. 6. «Love and peace» is their message to the world.

p. 155, ex. 1. b) 1. John and Terry had a wonderful weekend. b) 2. They went to the concert. c) 3. The performance started at six o'clock. a) 4. The boys were allowed to sit at the stage. a) 5. The singer told the boys to enjoy the show. a) 6. John was happy because he had talked to his favourite singer. b)

p. 157, ex. 2. a) 1. Yes, John and Terry had a really wonderful time on Saturday. 2. They arrived at the place at three o'clock. 3. At three o'clock they watched the group setting up the speakers for the sound system.

4. During the concert the boys were sitting at the edge of the stage. 5. At the concert Terry felt excited because he was near his favourite singer. 6. The singer told the audience to enjoy the show. 7. The concert was wonderful, they all joined the group and danced to the music, everybody had a great time. 8. After the concert John felt happy because he had had the chance to see his favourite band and talk to Svyatoslav in front of five thousand people. And Terry felt exhausted, but also delighted.

p. 158, ex. 4. a) hit — 2a song that is very popular;
the charts — 3a list of the most popular pop songs at the moment;
album — 1a record, tape or CD that has a collection of songs on it;
number one — 4a song that is at the top of the charts.

b) For B. a) The programme is about new singles chart.
b) It is broadcast on Radio 1st.
c) The broadcast is every Sunday afternoon at five o'clock.
d) The «Top40» is produced by Gallup Chart Services.
e) First discs are recorded. Then they are released, given a code number and sent to shops. When they are bought, their code numbers are recorded in the shop's computer and the information is sent to the central computer. Finally the information is sorted and the chart is produced.

p. 159, ex. 5. 1. I do not know for sure but maybe the songs of Max Barskih, Ivan Dorn or Jamala are number one at the moment because they are full of emotion and relaxing. 2. Max Barskih, Tina Karol, Ivan Dorn are at the top of charts in my country. 3. I am not sure maybe it was Jamala's«1944» song. 4. My favourite band has a lot of gentle hits. 5. My favourite album is the exciting «Family business» by Boombox. 6. My favourite musician is Max Barskih. 7. He plays electro pop, pop, dance-pop and indy-pop.

p. 160, ex. 8. The number of people who don't play musical instruments is nine out of ten because they think they aren't musical.
Three things we need to be good musicians are the following: support and help from your family, a kind teacher and lots of practise.
The reason why some children are better at music that others is practice which makes difference between young people who are good at music and those who aren't.
The number of hours that good musicians practice before they are 18 is 5,000 to 10,000 hours.

p. 162, ex. 1. Music is very important in my life as well as everybody's life. We hear music everywhere nowadays, even in the subway or in the park. Music helps us feel better when we are in trouble or improve our mood when we feel sad. I always listen to music in my free time. Usually it is radio or MP3 player. I have my own playlist on my computer. I do not buy a lot of CDs or tapes because I can download anything I want from the Internet. Unfortunately, I can't go to musical concerts much because tickets for them are expensive. But I can talk about music with my friends who share my musical interests.

p. 163, ex. 2. Last summer I attended a very good musical concert. My favourite group came to the city so my friends and I were able to attend it. It was a wonderful event on the stadium. The weather was not very good but it did not spoil the impression from the concert.
There were many preparations for the concert but we came just before it started so we didn't have good place to stand.

There were a lot of people on the stadium and everybody was happy and excited. Almost everybody was singing with the group and dancing. The music was very exciting, sometimes fast, sometimes slow but still it was very exciting. The people were wearing jeans and T-shirts with the portraits of the group. They were clapping and waving their hands almost all the time.

At the end of the event my friend and I felt tired but we were very excited. The concert was really great and exciting.

p. 164, ex. 1. 1. The last **part** of the book was really exciting. 2. Although the book was written for children, it is **interesting** for adults as well. 3. The **ending** was a happy one because the hero wins. 4. A picture of the author is on the **cover.** 5. The **characters** in the story are very amusing. 6. The **setting** is the galaxy. 7. The **author** of the book is Douglas Adams. 8. The **title** of the second novel is The Restaurant at the End of the Universe.

p. 164, ex. 2. **a)** Charles Dickens — 1. Great Expectations.
Lewis Carroll — 2. Alice's Adventures in Wonderland.
Sir Arthur Conan Doyle — 3. The Adventures of Sherlock Holmes.
Jane Austin — 4. Pride and Prejudice.
Jonathan Swift — 5. Gulliver's Travels.
Daniel Defoe — 6. Robinson Crusoe.
Mark Twain — 7. The Adventures of Tom Sawyer.
Tolkien — 8. The Lord of the Rings.
H. G. Wells — 9. The Time Machine.
Robert Louis Stevenson — 10. Treasure Island.
b) All these books were made into films.

p. 165, ex. 3. I think that an e-book is a very good and useful device because you can read any book you want everywhere you want.

p. 165, ex. 5. I like reading. Especially I like detective stories or adventure novels. Nowadays I do not need to go to the library to borrow books there because I have an e-book. So I can read any book I want at home or anywhere I want. Usually I read in the evening or at week-ends. My favourite writer is Tolkien. I have read all his books and I like them very much. Now I am reading a very interesting fantasy story about magicians and people and I like it very much.

p. 166, ex. 6. Recently I have read a very good book. It is an exciting adventure of a brave and responsible man. I think that this book is very good for reading because it can improve human nature and help everybody to be friendly. It can also develop your mind and bring up your feelings and emotions because this story is full of love and describes how to live with good and bad events in everyday life. I think this book is very useful because it is really amusing.

p. 167, ex. 7. **a)** 1. I read for information and for fun. **a) b)** 2. I like to read fiction, detective stories and adventure stories. **a) d) h)** 3. I think I can't do without any library at all because my home library is not very rich in books. **b)** 4. I get books from the school library. **a)**

p. 168, ex. 8. 1. The book **was written** in 1989. 2. Thousands of people visit the museum every day. 3. What name **is written** at the top of the page? 4. The letter **wasn't sent** in time for the meeting. 5. English and Arabic **are taught** at our school. 6. This program **is watched** by millions of people.

7. The children **were told** to be quiet in the library. 8. The dog **wasn't taken** for a walk an hour ago.

p. 168, ex. 9. 1. They'll produce a single before their album **is done**. 2. If I **take part** in the contest I'll win the CD of my favourite rock singer. 3. When we **make** the programme of our band's development, we'll send it to the Producers' Center. 4. Phone Tom after you **come** back from the concert. 5. They'll call me as soon as the radio programme **finishes**.

p. 168, ex. 10. 1. band — d a group of musicians; 2. rap — f new, mainly black music with important words; 3. message — a the ideas in the words of a song; 4. heavy metal — e modern rock'n'roll, very loud; 5. beat — b the rhythm or time of music; 6. greats — c the most popular people/things in the history of something.

p. 168, ex. 11. 1. Another word for a band is a **group**. 2. The most important singer is the **lead** singer. 3. Someone who plays the drums is the **drummer**. 4. A CD with one song on it is a **single**. 5. A CD with about ten songs on it is an **album**. 6. The **chart** is the list of singles that sell most in a week. 7. The Beatles first became well **known** in the 1960s. 8. You can download music from the Internet.

p. 169, ex. 12. a) 1. b; 2. c; 3. a.

b) 1. These three groups of musicians play classical music, folk music and rock music. 2. They play string instruments, different types of string, brass and woodwind instruments and electric guitars, bass guitars, the drums and the keyboard. 3. There are from three to ten members in a tamburitza orchestra, about a hundred members in a philharmonic orchestra and five members in a rock band.

p. 171, ex. 14. Mark prefers all types of music but at the moment he likes rap most of all. Maggie prefers rock.

p. 172, ex. 15. 1. I listen to music almost every day. 2. I do not know who is my favourite composer is as I do not like classical music much. 3. I do not have a favourite pop group. 4. I do not play any musical instrument. I am not good at it. I did not take any musical lessons. 5. I do not have any records because I usually download music from the Internet. It is not expensive at all. 6. I haven't been to a concert recently. 7. I consider a music fan a good listener of music because he does it almost every free minute he has.

8. — Who performed?

— What was the concert like?

— What kind of music does the band perform?

9. The concert was really great. There were a lot of people there. It was not only a concert but a real show. Everybody was singing with the group. It lasted for 2 hours which were really wonderful. I would give 9 out of 10 to the performance. It was really great.

p. 172, ex. 17. a) There is no arguing about matters of taste means that all people are different and they like different things. I agree that it is useless arguing about tastes.

b) I think that books, food, pets, sports, make up, clothes, hobbies are matters of personal taste.

p. 174, ex. 1. 1. wealthy f rich; 2. involved c taking part in something; 3. poison e a substance that can make you die; 4. Paris a the capital of

France; 5. tutor [b] a private teacher; 6. mystery [d] a story or play about crime.

p. 174, ex. 2. 1. Yes, I know several books with a character called Hercule Poirot, Murder on the Orient Express or The Murder of Roger Ackroyd for example. 2. I haven't read Death on the Nile and haven't seen the film but I want to. 3. I have seen some TV programmes about Hercule Poirot. He is a Belgian detective, not tall, with famous moustache. He was very tidy. 4. Agatha Christie created that character.

p. 174, ex. 3. 1. shy — nervous and afraid to speak in the presence of others; 2. attend — to go regularly to a place; 3. divorce — the legal ending of a marriage; 4–5 sharp mind — intelligence, cleverness; 6. background — the part of the picture behind the main objects; 7. screenplay — the text (story) used in a film; 8. keep occupied — keep busy; 9. novel — an invented story long enough to fill a complete book.

p. 176, ex. 5. 1. Agatha Christie was born on the 15th of September, 1890. 2. She was the youngest of the three children. 3. She didn't attend school because her mother wanted her to be taught at home by a governess and tutors. 4. When she was a child she was very shy and she learned very early to create games to keep herself occupied. 5. She studied the piano and music in Paris. 6. Archie Christie, a World War 1 fighter pilot, was her first husband. 7. She started writing detective stories while she was working in the hospital. 8. In 1926 Archie asked Agatha Christie for divorce. 9. She met her second husband on a trip to Baghdad. 10. She often travelled to the Middle East. 11. Her most popular characters were Hercule Poirot and Jane Marple. 12. She was 85 when she died.



p. 177, ex. 6. Devon is the place where Agatha Christie was born.

Archie Christie, a World War 1 fighter pilot, was the first husband of Agatha Christie.

Paris is the city where Agatha Christie studied the piano and music.

HerculePoirot is one of her most popular characters.

Max Mallowan, an archaeologist, was the second husband of Agatha Christie.

The Orient Express is the train Agatha Christie and her husband Max Mallowan took to get to England.

The Middle East is the place Christie and her husband Max Mallowan travelled many times.

Miss Jane Marple is one of the most popular characters of Agatha Christie.

p. 177, ex. 7. **Born** Devon, England, on the 15th of September, 1890.

Died the 12th of January, 1976.

Family wealthy family with three children.

Education taught at home by a governess and tutors, studied the piano and music in Paris.

Jobs a nurse.

Marriages two husbands, Archie Christie and Max Mallowan.

Famous Novels Death on the Nile, Murder on the Orient Express, Murder at the Vicarage.

Famous Characters Hercule Poirot and Miss Jane Marple.

Literary Work 70 novels, a number of short stories, plays and screenplays.

p. 181. Yes, I have read a newspaper several times.

My parents do not read periodicals very often.

No, there are no magazines or newspapers made at my school.
I am not very good at geography.
Ukraine is situated in the south-east of Europe.
The climate in the UK is insular.

p. 182, ex. 1. a) 1. A reporter d interviews people. 2. A driver f delivers newspapers to shops. 3. A correspondent e sends stories through the phone and e-mail. 4. A secretary b types the messages. 5. A compositor a makes the newspaper pages. 6. A news editor c chooses the best stories.

p. 183, ex. 2. 1. A newspaper office gets information and different messages through the Internet and other different resources. 2. Editors send out **reporters and photographers to interview people**. 3. Sometimes the reporters can't **get back to the office on time**. 4. People use machines to **print a newspaper**. 5. To make a newspaper **you need people, means of communication, machines and lots of paper**.

p. 183, ex. 3. 1. TV, radio, newspapers, magazines and the Internet are called **media**. 2. Printed newspapers and magazines are called **press**. 3. The person who gives information on the news is called a **reporter**. 4. You can buy **magazines** every week or month, often with stories and coloured photos. 5. Journalists **report** the news from all over the world. 6. An **event** is something important that happens. It can be good or bad. 7. An **advertisement** is a text, picture or short film which tries to sell you something.

p. 184, ex. 4. 1. newspaper d The Times, Holos Ukrainy, The Washington Post; 2. find out a get information or fact; 3. happen h take place; 4. article f a piece of writing in a paper or a magazine; 5. the news c a description of an event; 6. nothing much g nothing important; 7. weather forecast b a description of the weather for the next few days; 8. believe e think that something is true.

p. 185, ex. 1. I read newspapers not very often.
No, there are not any newspapers or magazines for children.
My favourite magazine is Series.
I like it because it is interesting.
I would not like to work in a newspaper office because it is difficult.
No, there is no newspaper or magazine in our school.
I do not know what the schoolchildren need to make a school newspaper, maybe a lot of paper and different school news.
I have never been to a school newspaper office.

p. 185, ex. 2. The names of the first Ukrainian periodicals are Lviv Courier (started in 1749) and Kharkiv Weekly (started in 1817).
The names of the main national newspapers are Holos Ukrainy, Pravda Ukrainy, Silski Visti etc.
The names of popular magazines are Berehynya, Diloviy Visnyk, Korespondent, Lyudyna I Svit etc.
The number of editions in Ukraine is very big, more than 3,000 newspapers and 1,500 magazines.

p. 187, ex. 3. 1. Ukrainian Truth — Pravda Ukrainy. 2. Rural News — Silski Visti. 3. The Weekly Mirror — Dzerkalo Tyzhnya. 4. The Voice of Ukraine — Holos Ukrainy. 5. The Facts — Fakty. 6. The Business Reporter

— DiloviyVisnyk. 7. The Correspondent — Korespondent. 8. The Man and the World — Lyudyna I Svit.

p. 187, ex. 4. 1. Lviv Courier, Kharkiv Weekly and Kharkiv News were among the first newspapers in Ukraine in the 18–19th centuries. **b)** 2. The number of newspapers and magazines which are published in Ukrainian has increased since Ukraine became independent state. **a)** 3. National newspapers report national and international news. **c)** 4. The army, top officials, private individuals are those who the periodicals make their publications about. **a)** 5. Ukrainian newspapers are usually dailies and weeklies. **c)** 6. Magazines and newspapers differ in size and contents. **a)** 7. In any democratic society newspapers and magazines are in control of life of the society. **b)**

p. 188, ex. 5. 1. I know Fakty as a daily newspaper. 2. My parents usually read Fakty almost every day. 3. My family does not subscribe periodicals because we usually buy newspapers or magazines we like. But my grandma subscribes SilskiVisti. 4. I am not planning to subscribe any periodicals. 5. Well, maybe it is convenient to subscribe newspapers or magazines but my family does not do it. 6. Some people prefer to buy single issues because they can choose what to read.

p. 190, ex. 3. **Quality papers.** The Financial Times, The Independent, The Guardian, The Times.



Tabloids. The Daily Express, The Sun, The Daily Mirror.

p. 191, ex. 1. 1. We've got some great plans. We**'re going** to spend the holidays in Italy. 2. I'm busy. **I'm talking** to you this afternoon.

3. A: This bag is heavy!

B: **I'll help** you.

4. I promise **I'll send** you a postcard. 5. She's busy every afternoon this week. On Monday she**'s going** to the dentist.

p. 192, ex. 2. 1. I **travelled** to the North last summer. **b)** 2. We **were sailing** in a ship down the river at this time last July. **b)** 3. I **had read** some books about the North before I started travelling. **c)** 4. We **had returned** home by the 20th of August. **c)** 5. We **have** already **prepared** for the beginning of the new school year. **c)** 6. We **have bought** books and copybooks already. **c)**

p. 192, ex. 3. 1. In this photo I am playing the piano. **d** Present Continuous 2. She was working hard when they came. **e** Past Continuous 3. He does his morning exercises every day. **a** Present Simple 4. It was a nice birthday party. **b** Past Simple 5. We'll invite some famous people for this. **c** Future Simple

p. 192, ex. 4. 1. The nurse **is talking** to a patient right now. 2. I **wrote** an entry on Facebook a few minutes ago. 3. I **don't read** my e-mails every day. 4. Pam and her brother **will visit** family in the U.S.A next month. 5. I **am going to call** my grandmother this evening. 6. We **watch** TV every night.

p. 193, ex. 5. 1. It's still dark outside. The sun hasn't risen **yet**. **b)** 2. I **had** a headache yesterday. **a)** 3. Have you seen a good movie **lately?** **a)** 4. I have **just** received an SMS, but I haven't read it yet. **b)** 5. Nick is a medical student. He **has studied** medicine for many years. **b)** 6. Ben is still eating his breakfast. He **hasn't gone** to school yet. **a)** 7. I **found** some money in the street yesterday. **b)**

p. 193, ex. 6. 1. Keren and her family **have lived** here for a long time. They **moved** to this neighbourhood seven years ago. 2. Mr Livne **didn't teach** in this school in 1999. He **started** teaching here six years ago. 3. Galia **visited** France and England last year. She **hasn't been** to Italy yet. 4. I **have already spoken** to the police about the robbery. I **told** them about it a few hours ago. 5. The last time it **rained** was in April. We **haven't had** any rain for a long time.

p. 193, ex. 7. 2. I **did not enjoy** the judo class yesterday. 3. I **haven't visited** my grandparents for a long time. 4. It **did not rain** at all last week. 5. We **haven't had** any exams since Tuesday. 6. Ted **answered** all his e-mails last night.

p. 194, ex. 1. 1. I read a newspaper because it has interesting articles. 2. I believe some of the facts I read in the news.

p. 194, ex. 2. **b)** Sue is a young woman of 17. She is interested in fashion. She doesn't like reading papers because she thinks they are boring.

Mike is a young man of 15. He is interested in music and he likes to read articles about his favourite groups and singers. He doesn't like to read about politics because he thinks it is dull and boring.

Rick is a young man of 16. He is interested in computers and he likes playing computer games. He doesn't like reading papers because he thinks it is a waste of time.

Liz is a young woman of 13. She is interested in comics. She thinks comics are funny and it is very entertaining to read them.

p. 198, ex. 8. When did it happen? What did you do to save Amy? Who helped you to save Amy? Where were you when you heard a loud scream? How did you save Amy? Why did Amy get into trouble? How many people helped you to save Amy?

p. 200, ex. 1. **Capital cities.** Rome, Washington DC, Sydney, Kyiv, Paris.

Countries. France, Italy, Germany.

Continents. Asia, North America, Africa, South America, Australia, Europe.

p. 200, ex. 2. 1. The USA lies between Mexico and Canada. 2. Paris is the capital of France. 3. Edinburgh is in Scotland. 4. Montana and Mississippi, Minnesota, Maryland and 4 more states start with the letter «M». 5. The longest river in Africa is the Nile. 6. The largest continent is Eurasia. 7. Australia is the smallest continent. 8. The Adriatic Sea is between Italy and Croatia. 9. The Indian Ocean is between Africa and Australia. 10. The Rocky Mountains are in the west of North America. 11. Dublin is in Ireland. 12. Dutch comes from the Netherlands. 13. The Thames flows through London.

p. 201, ex. 3. **London** lies on **the River Thames. The Danube** is the longest river in **Europe. France** is also in **the European Union. Switzerland** has three official languages: French, German and Italian. **Odessa** is a port on **the Black Sea.** The ocean between **Europe** and **America** is **the Atlantic Ocean.** Many tourists visit **Michigan** every year.

p. 202, ex. 4. 1. capital [g] a city where a country has its government; 2. inland [h] not near the sea; 3. major [b] large and important; 4. famous [f] many people know about it; 5. popular [c] many people like it; 6. enormous [e] very big; 7. kilometres long [d] distance from one end to the other; 8. metres high [a] length from top to bottom.

p. 202, ex. 5. Brazil is **enormous**. The Atlantic coast is more than 3,000 **kilometres long** and in the north, **south** and west, there are borders with ten different countries. The longest **river** is the Amazon. Pico da Neblina is about 3,000 **metres high**: it's the **highest mountain** in Brazil. The capital, Brasilia, is **inland**, but many of the **major** cities are on the coast. The most **famous** is Rio de Janeiro, which has Sugar Loaf mountain, Corcovado and some great beaches. It is very **popular** with tourists.

p. 203, ex. 1. 1. Ireland is situated in **the north-east** of Europe. **a)** 2. The colours of the flag of Ireland, from left to right, are **green, white, orange. b)** 3. The capital of the Republic of Ireland and its biggest city is **Dublin. c)** 4. The longest river in Ireland is **the river Shannon. a)** 5. **Carrauntoohill** is in Ireland. **a)** 6. **Loch Ness** is in Ireland. **b)** 7. **The Atlantic Ocean** is to the west of Ireland. **a)** 8. **The Irish Sea** is to the east of Ireland. **b)** 9. The official languages in Ireland are **both English and Irish. c)** 10. The patron saint of Ireland is **St. Patrick. a)** 11. The symbol of Ireland is **a shamrock. b)** 12. In old Irish stories we find fairy people called **leprechauns. c)** 13. The climate in Ireland is **warm and wet. b)** 14. As the Republic of Ireland is the member of the European Union, the money used there is **the euro. c)**

p. 205, ex. 3. **a)** 1. Ireland. 2. Dublin. 3. Europe. 4. Irish. 5. Carrauntoohill. 6. Lough Corrib. 7. The Shannon. 8. The Irish Sea. 9. The Atlantic Ocean. 10. The South. 11. The Republic of Ireland. 12. The European Union.



b) 1. a country; 2. a city; 3. a continent; 4. a language; 5. a mountain; 6. a lake; 7. a river; 8. a sea; 9. an ocean; 10. one of the points of the compass; 11. a republic; 12. a union.

p. 209, ex. 3. 1. The issue of the school newspaper **has been released** already. 2. I am happy with the fact I **have been chosen** to travel around Britain. 3. The topic **has been covered** by the editor. 4. The leading article **has** already **been written** by my sister. 5. The place **has been visited** by thousands of people lately. 6. A new bridge over the river **has been built** this year. 7. She was surprised with the building that **has been risen** recently. 8. The new construction of the museum **has been finished** already.

p. 209, ex. 4. 1. Have many schools been constructed this year? Many schools have not been constructed this year.

2. Has the new project been finished yet? The new project has not been finished yet.

3. Has our library been turned into a shopping center? Our library has not been turned into a shopping center.

4. Has the problem been discussed yet? The problem has not been discussed yet.

5. Have the letters been posted? The letters have not been posted.

p. 210, ex. 5. 1. Her new book has been published recently. 2. Our local museum has just been opened by the town council. 3. Their house has been painted. 4. The room has been cleaned. 5. My dress has been washed. 6. Dinner has just been cooked. 7. A new theatre has been opened in the city. 8. The letters have been posted.

p. 210, ex. 6. 1. Tim has been sent an invitation by Lisa. 2. Molly has been given a new dress by her mother. 3. This tasty dish has been cooked by Fiona. 4. This party has been organized by Simon. 5. The master has been chased by his dog. 6. The English language programme has been supported by the British Council.

p. 210, ex. 7. 1. Your homework must **be** finished by Monday. 2. The house **has** been decorated recently. 3. Mike has been **told** about his new school. 4. The letters **are opened** in the office every morning. 5. The woman **was** seen taking the children to school.

p. 211, ex. 8. 1. Has Mary been invited by you? 2. Has a Christmas card been written by her? 3. Has the report been done by Mike yet? 4. Has the shopping been done? 5. Has the door been repaired by Ben?

p. 211, ex. 9. 1. Have the articles been written yet? 2. Have the photos been made yet? 3. Have the poems been composed yet? 4. Have the jokes been written yet? 5. Have interesting materials from magazines been collected yet? 6. Have the pictures been drawn yet? 7. Have the pages been designed yet? 8. Has the leading article been finished yet? 9. Has a crossword been made up yet? 10. Have questions for the quiz been chosen yet? 11. Have the texts been printed yet?

p. 214, ex. 3. 1. An island is a piece of sub-continental land that is surrounded by water. 2. The United Kingdom is situated on an island (islands). 3. Northern Ireland occupies the northern part of Ireland. 4. Great Britain consists of three parts. 5. Their names are England, Scotland and Wales. 6. Scotland is situated in the north of Great Britain, Wales — in the southwest, and England — in the southeast. 7. Great Britain is surrounded by seas on all sides and is separated from the continent by the North Sea and the English Channel. 8. The rivers in Great Britain are not long, but many of them are deep. 9. The mountains are situated in the north of England and in Scotland. 10. London is the capital of Great Britain and it is situated on the Thames River. 11. A climate of a country where winters are not very cold and summers are not very hot is mild. 12. Great Britain has a very good geographical position because it is an island. 13. Many countries are connected with Great Britain by seas. 14. Gulf Stream makes the climate of Great Britain mild. 15. The climate of Great Britain is mild.

p. 216, ex. 5. 1. Ukraine covers an area of 603,700 square kilometres. 2. Its territory stretches for 893 kilometres from the north to the south and for 1,316 kilometres from the east to the west. 3. Our country borders on Russia, Belarus, Moldova, the Czech Republic, Poland, Slovakia, Hungary and Romania. 4. Ukraine is washed by the Black Sea and the Sea of Azov. 5. The two mountainous areas are the Carpathian and the Crimean Mountains. 6. The main rivers are the Dnieper, the Dniester, the Bug, the Donets and others. 7. The climate is mild and soft in the west and in the centre, warm and dry in the east and hot in the south. 8. The flora of Ukraine is rich in a great variety of plants, which number up to 16,000. 9. The fauna (animal life) is also unusual and specific. 10. The population of Ukraine is 47 million inhabitants.

p. 216, ex. 6. 1. Ukraine is situated in the eastern part of Europe, in the central part of Eastern Europe. 2. Its geographical position is favourable because the country lies on the crossroads of the ways from Asia to Europe. 3. Ukraine borders on Russia, Belarus, Moldova, the Czech Republic, Poland, Slovakia, Hungary and Romania. 4. Ukraine is washed by the Black Sea and the Sea of Azov. 5. The western and southern parts are occupied by the mountains. 6. Ukraine is visited by a lot of tourists every year. 7. The tops of high mountains are usually covered with snow. 8. Ukraine is inhabited with Ukrainians, Russians, Romanians, Belarusians, Bulgarians, Hungarians,

Poles, Jews, Armenians and other nationalities. 9. The southern part of Ukraine is washed by the Black Sea. 10. Ukrainian and Russian are spoken in Ukraine.

p. 216, ex. 7. a) 1. The official name of Great Britain is the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland. 2. It is situated to the northwest of Europe. 3. It is washed by the Atlantic Ocean, the Irish Sea and the North Sea. 4. It is a parliamentary monarchy. 5. The capital city is London. 6. It is a country with a population of 56,878,000 people. 7. English is spoken here.

b) Canada. 1. The country is called Canada. 2. It is situated in the northern part of North America. 3. It is washed by the Atlantic Ocean, the Pacific Ocean and the Arctic Ocean. 4. It is a federal parliamentary representative democracy under constitutional monarchy. 5. The capital city is Ottawa. 6. It is a country with a population of 36,048,521 people. 7. English and French are spoken here.

p. 220, ex. 1. 1. I like to imagine that I am travelling to some places. 2. I travel to imaginary places with wild nature. 3. I travel with my friends. 4. I usually travel by hitchhiking. I usually take a map and a compass with me. 5. Yes, it is more interesting to travel when you have a map and a compass.



p. 220, ex. 2. 1. True. 2. False. It was about a sea trip to Great Britain. 3. False. The fastest way to get to Great Britain is flying there by airplane. 4. False. It is more exciting. 5. False. It takes only an hour and a quarter to cross the English Channel by ship. 6. False. It is one of the most ancient ports. 7. False. Dover Castle stands right above the harbour on a cliff. 8. True.9. You can learn a lot of facts about history and geography of the country when you imagine that you are travelling.

p. 224, ex. 3. If I won a prize — a travel to any country, I like I would choose some exotic country like India or Mexico. I want to visit a country with beautiful nature and interesting and old history. For example, India is a very beautiful country with beautiful places. I would like to visit its famous Taj Mahal and its exciting temples and I would like to see some of traditional Indian ceremonies like weeding or something else.

p. 225, ex. 1. politics **k**, economy & finance **f**, ecology **i**, education **c**, art & culture **d**, business **j**, science & technology **h**, health **g**, entertainment **l**, weather **e**, TV guide **a**, private life **b**.

p. 225, ex. 4. a) 11. Memories of the School Concert — Jim.
14. Orchestral and Choral Concert — Elizabeth.
4. Public-speaking Competition — Robert.
9. Play on — Anna.
13. If Music be — George.

p. 228, ex. 8. 1. John sees that a new hospital has been built. 2. John sees that the old library has been rebuilt. 3. John sees that the city centre has been turned into a real shopping area. 4. John sees that a theatre has been opened. 5. John sees that the names of some streets have been changed. 6. John sees that the city open market has been closed. 7. John sees that many trees have been planted.

p. 229, ex. 11. 1. England, Scotland and Wales are situated on the British Isles. 2. English, Scots, Welsh, Irish and Polish are spoken in England, Wales, Scotland and Northern Ireland. 3. The population of Great Britain is

64,716,000 people. They are English, Irish, Indian, Pakistani, Bangladeshi, Chinese and other groups. 4. The Union Jack is the national flag of the United Kingdom. 5. The flag combines three older national flags: the red cross of St George of the Kingdom of England, the white saltire of St Andrew for Scotland and the red saltire of St Patrick for Ireland.

p. 229, ex. 12. 1. The biggest Scottish city is Glasgow. **c)** 2. Scotland is famous for a great number of lakes. **b)** 3. A kilt is a knee-length skirt for men. **a)** 4. Robert Burns is Scotland's most famous poet. **b)** 5. Hugh Jackman is not Scottish. **a)**

p. 231, ex. 14. A. 1. What is the geographical position of Scotland? — Scotland is a country in the north of the United Kingdom. 2. What is the size of Scotland? — It is 77,933 km. 3. What part of Great Britain does it occupy? — It occupies a third of Great Britain. 4. What colour is the Scottish flag? — It is blue with a white cross. 5. What is the St Andrew's cross? — It is the national flag of Scotland. 6. How many inhabitants are there in Scotland? — There are more than five million inhabitants in Scotland. **B.** 1. What is the capital of Scotland? — Edinburgh is the capital of Scotland and its second largest city. 2. What is the largest city? — Glasgow is the largest city. 3. What seas is Scotland washed by? — Scotland is washed by the North Sea. 4. What does Scotland border on? — Scotland borders on England. 5. What are lochs? Lochs are lakes in Scotland. — There are about 3000 smaller and bigger lakes in Scotland. 6. How many islands are there in Scotland? — There are almost 800 islands in Scotland.

p. 236, ex. 2. 1. This story took place in the 1800s. 2. Elizabeth wrote a very good letter to the editor. 3. She was unusual person because she wanted to be a reporter so she did everything possible to get the job. 4. A lot of people greeted her almost in every place she stopped. 5. The main idea of the story is: a person can do anything if he really wants it and does everything he can for it. 6. I think that this article is very exciting and motivating.

p. 236, ex. 3. 1. She proved the idea because she wrote that America did not use the minds of its women so it was not as strong as it could be. 2. Nellie Bly thought differently because she did not write ordinary women's articles but chose different topics. 3. It was dangerous because she collected news for her stories in dangerous places like factories and jails. 4. She wanted to prove that there was nothing impossible for a person if he really wanted it.

p. 236, ex. 4. 1. The main idea of the story is the following: there is nothing impossible for a person if he really wants it. 2. The details are her work in dangerous places and her round the world trip. 3. The main idea and details help to prove Nellie Bly's point of view.

p. 236, ex. 5. 1. I think Nellie Bly was a brave person. 2. I think that her ventures were dangerous but they were worth it. 3. I think that Nellie Bly used her mind to help other people and her country. She worked in many dangerous places to write her stories about poor people.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

АНГЛІЙСЬКА МОВА

Несвіт А. М.



Introduction

LESSONS 1–2. Welcome Back!

p. 4, ex. 1. There is a school yard in both photographs. I can see school children there. The children are having their first school day at school.

p. 4, ex. 2. 1. Ann and Jane are happy to see each other. Steve is ready to start his new school year marathon. 2. A and B are happy to show their summer project to their teacher.

p. 5, ex. 3. **Steve** says that he will have lessons all five days a week. **Ann** says that school is not only lessons but the time when they learn to be friends and practise their life skills. **Jane** says pupils will have to go back to their studies and be busy all the time. I agree with them all because school life means not only lessons five days a week but also good social life, communicating with friends and practicing different useful skills.

p. 5, ex. 4. **Why Go to School?**

to find new friends, to practise different useful skills, to become a responsible person, to learn a lot of useful things for your future profession.

p. 6, ex. 5. School helps us find new friends and practise different useful skills. It also helps to become a reliable person and learn a lot of useful things for our future profession.

p. 6, ex. 6. 1. Our class always **does** some projects and **helps** the community. 2. **Have** you **learnt** anything new about healthy lifestyle yet? 3. Nowadays people can **communicate** easily with each other. 4. Peter **has been doing** Maths for two hours. 5. — **Are** you **doing** anything special at the moment? — I **am thinking**. 6. Our conversation with Tom **was** very difficult yesterday. I **could not understand** what he **was talking** about.

p. 6, ex. 7. My first day at school was really great. Finally I met my school friends. I missed them very much. I also missed my favourite teachers so I felt really excited when I came to my school yard. I was curious about my school classes some of which changed after redecoration. I was delighted to take new books for our lessons. My friends and I showed great interest to our new subjects and our new teachers. We got acquainted with them on our first day and I think that they are really great. After our lessons we decided to go to a café to share our summer impressions with each other.

UNIT 1. MASS MEDIA: the Press

LESSONS 1–2. The Age of Information

p. 8, ex. 1. **a)** I use a computer to play computer games. I use the Internet to watch films and read the news. I use radio to listen to music. I use my laptop to make different reports for school. I use a newspaper to read different news. I use a magazine to read different articles about my favourite actors or singers. I use books to read interesting novels or stories. I use a TV set to watch interesting films. I use headphones to listen to music from my laptop. I use my mobile phone to call my parents and friends. I use a CD to keep different files.

b) 1. I sometimes listen to the radio. My favourite radio programmes are morning shows. 2. I watch TV almost every day. I like sport programmes and entertaining shows. 3. I do not often read a newspaper. Interesting facts and stories usually attract my attention. 4. I like to read magazines. 5. I use the Internet for watching interesting films or finding useful information.

p. 9, ex. 2. **Where Does the Information Come from?**

a) A newspaper, a magazine, TV, radio, the Internet.

b) **TV** usually presents news, soap operas, documentaries, sport programmes, quiz shows and feature films. **Radio** usually presents news, entertainment programmes, concerts, music quizzes. **Newspapers** usually present news, reviews, interviews and commentaries. **Magazines** usually present sports, travel, computers, fashion, cars, home decorating. The Internet usually presents any kind of information on different websites.

p. 9, ex. 3. **a) 1.** Alex and Tom are at home. **a) 2.** Alex and Tom talk about a present for Dan. **a) 3.** The boys have decided to buy a CD. **c)**

b) Alex: Have you decided on a present yet?

Tom: I'd like to buy either a computer game or a CD.

Alex: Computer games have developed into a mass form of media lately. Children and teenagers spend hours playing them.

Tom: Dan knows the right balance between work and leisure.

Alex: As far as I know he has a great number of computer games at home. Let's buy a CD for him.

Tom: Who is his favourite singer?

Alex: Why not ask Ann?

Tom: OK.

p. 10, ex. 4. I use discs and tapes and films for entertainment every day.

p. 10, ex. 5. 1. We say that the 20th century started the age of information because people in different continents get to know the latest news immediately. 2. The news usually comes from electronic media and print media. 3. The invention of the television and radio helps the news to travel very fast. 4. We can listen to the radio, watch TV, both listen and watch to the Internet and interact with the Internet. 5. I do not agree that modern world is getting smaller nowadays because of the development of mass media.

p. 11, ex. 6. 1. A business of preparing and printing books, newspapers, magazines, etc. and making them available to the public — **publishing** 2. A cassette or a reel with tape wound round it, used for recording sounds, pictures or information — **tape** 3. The sending out of programmes on radio and television — **broadcasting** 4. A flat thin round object which is used for storing information or recording music — **a disc** 5. Live Journal, the personal site on the Internet where the author publishes his comments on different topics — **the blog.** 6. The action of providing something interesting or enjoyable for somebody or the process of being provided with something interesting or enjoyable — **entertainment** 7. The automatic collection of MP-3 audiofiles from different sites on the Internet — **podcast** 8. The main means of communication with large number of people, esp. television, radio and newspapers — **electronic media and print media** 9. Games which are designed to play on the computer — **computer games.**

p. 11, ex. 7. **a) 1.** British **publishing** has traditionally been based on the principle that it is a public service. 2. The **entertainment** business is growing in Ukraine today. 3. Have you prepared anything to **broadcast**? 4. The event received excellent **podcast** coverage. 5. Have you recorded this song on **the tape?** 6. I read his comments in **the blog** yesterday. 7. All the information is kept on this **disc.** 8. «Are you working on a computer

or are you playing **computer games**, Steve?» mother asked. **9.** «Where did you find this wonderful music?» — In **the Internet**.

b) I think that **electronic media** are more popular than **print media** nowadays. The news is usually **broadcasted** every thirty minutes. I think that **publishing** business is not up-to-date. A lot of people keep their information on special Internet resources but not on **discs** or **tapes**.

Conversation Lab

p. 11, ex. 8. We live in the 21st century and the development of different technology is very fast. Nowadays we can talk about print media as well as electronic ones. I think that electronic media are more popular because we can use the Internet almost everywhere and the list of the news usually gives us information about the most important events of the day. And you can find almost anything you want or you need in the Internet. And if we compare print media and electronic media newspapers and magazines are more expensive than electronic Internet magazines or newspapers.

p. 11, ex. 9. **1.** What is more preferable nowadays: electronic newspapers or print newspapers? **2.** Why do people read the press every day? **3.** Is it possible to live without the press nowadays? **4.** Do you read any particular magazine every month? **5.** Would you like to be a magazine editor?

LESSON 3. We are in Fleet Street

p. 12, ex. 1. **a)** Ann and Dan are in Fleet Street. I think they are talking about their favourite magazines.

b) Fleet street is such a popular place because it was the home of the British press.

p. 13, ex. 2. **1.** Fleet Street is in London. **2.** It has been the home of the British press for 300 years. **3.** The news came from travelers who visited these taverns. **4.** History lies under the steel and brick of modern Fleet Street. **5.** Today the Canary Wharf has become the centre of world news because of the news agency Reuters which has its offices there. **6.** People still refer to the British press as «Fleet Street».

p. 13, ex. 3. **1.** freelance journalists; **2.** news agencies; **3.** press bureaus; **4.** headquarters of many magazines; **5.** strategically located; **6.** the attic offices; **7.** to keep informed; **8.** to let the news travel.

LESSONS 4–5. How Do You Get to Know the News?

p. 14, ex. 1. The word news comes from a French word meaning «new things».

p. 14, ex. 2. **a)** **(A)** She is surfing the Internet. **(B)** He is listening to music. **(C)** He is reading a newspaper. **(D)** They are watching the news.

b) — What newspapers does your family read?

— My family prefers entertaining magazines.

— What radio programmes do you find interesting?

— I like listening to music on the radio and I find it interesting.

— What TV programmes are you interested in?

— I am interested in different shows like «Ukraina maye talant» or «Tantsyut vsi».

— What are your favourite the news websites on the Internet?

— I do not usually read news on the Internet websites.

p. 15, ex. 3. These newspapers have different articles on the politics and economics. These newspapers cover a wide range of topics of up-to-date life. These newspapers give information about our country and foreign

affairs and provide their readers with useful information. They also contain different news, interviews, reviews, commentaries and true-to-life stories.

p. 15, ex. 4. Newspapers are popular nowadays because they keep us informed about what is going on in the world, they entertain, educate and examine the events of the day.

p. 16, ex. 5. 1. 60,000 newspapers are published worldwide every day. 2. Subscribers are people who pay to have each edition delivered to their house. 3. Most newspapers are published daily or weekly. 4. To keep the cost to the reader low but still make money in most newspapers between one-third and two-thirds of the paper is taken up by advertising.

p. 16, ex. 6. 1. How many subscribers **did** our local newspaper **have** last year? 2. Current events **are** always **highlighted** on the front page of any newspaper. 3. I think she **will keep** us informed about the events tomorrow. 4. What intervals **is** this magazine **published** at? 5. New products and services **are advertised** in every issue of this newspaper. 6. Newsprint **is** the name of the paper on which newspapers **are printed**. 7. **Is** this magazine **sold** worldwide? 8. Advertising **has become** more and more popular in Ukraine nowadays.

p. 16, ex. 7. «Fakty» is a Ukrainian newspaper. It is of great interest. It keeps people informed about different events in our country and abroad. The newspaper comes every day. It has a lot of subscribers. You can also buy each edition of this newspaper in every newsagents. Every edition of this newspaper is taken up by a lot of subscribers. The newspaper provides the readers with the information about politics and economics all over the world.

LESSONS 6–7. News Services

p. 17, ex. 2. News is spread worldwide in different ways. First of all, the greatest numbers of newspapers has offices or reporters in their capital cities and they send their reporters to other cities around the world to bring news to their country. Secondly, most newspapers rely on news services for international news.

p. 17, ex. 3. 1. People usually expect to see or read up political and economic news every day. 2. The most popular news service organization is the «Interfax–Ukraine» News Agency. 3. Modern telecommunication systems, the phone, the fax and the Internet, have speeded up the worldwide gathering of the news.

p. 18, ex. 4. 1. The greatest number of newspapers has offices or reporters in the capital city **(c)**. 2. Reporters bring the news to their country. **(a)**. 3. Most newspapers rely on news services for international news. **(a)**. 4. The «Interfax–Ukraine» News Agency is the most competent supplier of timely and objective information. **(b)**.

p. 18, ex. 5. Modern news services are up-to-date. Many newspapers and TV chanells send their reporters to different foreign countries to bring the news. Many newspapers rely on news services such as the most popular news service organization the «Interfax–Ukraine» News Agency. It is the competent supplier and provider of international news. Some freelancing reporters usually gather and sell the news to the press but they gather information about popular people interfering with their private life.

p. 18, ex. 6. I don't agree with the author that «we have to make children and youth read a newspaper now because it is vital source of news». Nowadays it is much faster and cheaper to read the news in the Internet or mobile phones. They read the same news but in a different recourse. That is all.

p. 18, ex. 7. Ann is attracted by fashion and she likes a lot of pictures. Ann bought «Cool» and «Cool Girl» and Dan bought «Shpil».

p. 19, ex. 9. **The First Newspapers**

The earliest newspapers **were** probably handwritten notices. They **were** posted to be read by public. But the first true newspaper was a weekly newspaper. It **started** in Germany in 1609. It **was called** Strassburg Relation. The Germans **were** pioneers in newspaper publishing.

Johannes Gutenerg, the man who **developed** the idea of movable type, **came** from Germany.

One of the first English language newspapers, The London Gazette, **was printed** in England in 1665. «Gazette» **is\was** an old English word that **means\meant** «official publication». Many newspapers today still **use** the word «gazette» in their names.

LESSONS 8–9. Navigating the Newspaper

p. 20, ex. 2. The main parts of the newspaper are: newspaper's logo and title, the reporter's name, the headline, the column and the article.

p. 21, ex. 3. The reason to read a newspaper is to find the information about what is happening around the town, who won the game last night, what is on TV.

The topics of the articles are different usually of current importance, the national and local news, the weather and sports.

A front page of a newspaper gives the most important news and the editorial is also there.

Most newspapers are divided into sections and the newspaper index tells the readers what topics the issue covers.

The editorial is a special article usually written by the editor which gives his or her opinion on a topic of current importance.

The editor is the head of the newspaper and he or she usually writes the editorial.

p. 21, ex. 4. 1. True. 2. False. The news is published on the first section. 3. False. You should look through the newspaper index if you want to know the most important news. 4. False. You can't find the information about international news in any newspaper but you can find national and local news, the weather and sports. 5. True. 6. False. The price of the newspaper is written on the front page. 7. True. 8. False. Newspaper headlines give brief information about the events.

p. 22, ex. 6. 1. I can look for results of last basketball games in the Sports section (page 6). 2. I can find out if I need to wear my raincoat tomorrow in the Weather section (page 11). 3. I can find the programme of tonight's TV shows in the TV and Radio section (page 10). 4. I can find the editor's opinion of current events in the Editorial section (page 1). 5. I can read the readers opinion in the Letters section (page 12). 6. My father or mother read the information on business issues in the Business section (page 5).

p. 22, ex. 8. 1. They usually **publish** their comments on different topics in the newspaper. 2. He **has been collecting** all these discs and tapes for years. 3. In ancient times news **came** from travellers. 4. What modern electronic

and print media **do** you **know**? 5. We **are visiting** the international news agency now. 6. Nowadays computers **have developed** into a mass form of media. 7. The father **has** just **read** the latest issue of «The Facts». 8. What kind of news **does** the editorial **discuss**? 9. Steve **had found** all the information by 5 o'clock yesterday.

LESSON 10. Reading a Newspaper. Listening Lab

p. 23, ex. 1. 1. The first true newspaper was printed in 1704. 2. The name of the first successful newspaper in the USA was The Boston News-Letter. 3. It began printing in 1704. 4. 1833 was important in newspaper publishing because that year the New York Sun became the first penny newspaper. 5. Four ways the penny newspapers were like the newspapers of today are: they printed news while it was still new, they were the first to print advertisements and sell papers in newsstands and penny newspapers were the first to be delivered to homes.

p. 23, ex. 2. 1. Newspapers (magazines) usually offer different kind of information about political and economic situation, sports, weather, public life etc. 2. The information I get from newspapers usually contains comments to understand the world today. 3. The editorial usually deals with topics of current importance. 4. I think that yesterday's sport events are the most interesting.

p. 23, ex. 3. In Great Britain and the USA people read Herald, Daily Mirror, Evening Gazette, Daily Mail, the Daily Telegraph, the Guardian, the London Free Press, the Times, the Washington Post.

Learning Strategies: Reading Newspapers and Talking News

p. 24, ex. 4. The newspaper articles cover the topics of education, music and entertainment, bringing-up the children.

4. **(A)** ChildLine celebrates 20th Birthday after helping nearly two million children.

1. **(B)** Right or wrong: New exam for 8th graders?

3. **(C)** Money trees, robot nannies, self-cleaning clothes: the wish list of UK parents.

2. **(D)** «The Queen» is crowned at London Film Awards.

LESSON 11. Writing News Stories

p. 26, ex. 1. a) The British like reading a lot. They have the top per cent of newspapers per person. There are two groups of newspapers there, quality and popular. They have Sunday papers and evening papers. There are magazines for practically every special interest, cooking, gardening, science, cars, motorcycles, computers, modeling, home decorating, fashion, sports, body building, film, theatre, music etc.

b) 1. The British are a nation of newspaper readers because there are more newspapers per person are sold in Britain than in any other country. 2. The two main groups of the British newspapers are quality and popular. 3. These two groups of papers can be distinguished by their quality and size. Quality newspapers are more serious and cover home and foreign news thoughtfully while the popular newspapers like shocking personal stories as well as some news. 4. Yes, the British press means more than newspapers because there are magazines for practically every special interest.

p. 27, ex. 2. Publications are nice and short.

p. 28, ex. 3. 1. False. People in Britain read not only when they are at home but when they are travelling to and from work as well. 2. False. Newspapers do not just tell us the news but also give information for entertainment. 3. False. The articles in the Daily Mirror are short and nice. 4. True. 5. False. Jane usually looks at the TV guide and does the cross-word. 6. True. 7. False. Jane's father reads not only the business pages in the Wall Street Journal but also looks at the arts section to see if there are any reviews of plays or concerts and he always reads the letters page. 8. False. People in Britain often read a newspaper while they are having breakfast on Sunday morning.

LESSON 13. Grammar Revision

p. 31, ex. 1. 1. How long has Fleet Street been the home of the British Press? 2. What do newspapers provide by giving information at little cost? 3. Where does she usually find the information about current events? 4. What kind of information does «Ukrainian Observer» usually describe? 5. When did they read the editorial and discuss it in class? 6. How fast is the information distributed?

p. 31, ex. 2. Some newsletters **began** during the Renaissance in Europe. Merchants **spread** handwritten documents that **described** the latest wars, economic news, and human-interest stories. After Gutenberg **invented** the printing press in the fifteenth century, printed newsletters **appeared** in the late 1400s. Many «newssheets» in the 16th century even **had** illustrations. Despite their popularity in Europe, newspapers **had** a rocky start in colonial America. A newspaper **was called** The Public Occurrence and **was printed** in Boston in 1690. Perhaps it **documented** things too publicly. The publisher **was arrested** by the authorities and all copies of the newspaper **were destroyed.**

Remember, this **had been** before the Bill of Rights **made** freedom of the pres a basic right in America.

p. 31, ex. 3. **At the Newsagent's**

A. Let's buy a magazine to read.

B. I do not know what magazine to choose.

A. There is a great choice of interesting magazines. What kind of articles are you interested in?

B. Magazines include articles on many subjects. I think Cool Magazine is interesting.

A. OK. There are some «how to» columns to find there. Experts write articles and give tips on how to do something.

B. I like your choice.

UNIT 2. SCHOOL LIFE

LESSONS1–2. My Studies at School

p. 34, ex. 1. 1. I go to secondary school. 2. Yes, there are a lot of school rules I have to follow: I must not miss my classes and I must do my homework every day. 3. I like finding something new every time I go to class. 4. I don't like following to all the rules at school. 5. I would like to change my timetable and add some more classes or replace some other classes. 6. I think that my school is a nice place to study.

p. 34, ex. 2. Ann likes to meet her classmates and to do the projects or the experiments during the lessons. Ann thinks that school helps her to get some social skills.

p. 35, ex. 3. **1.** False. Ann likes Geography, History and English most of all and she likes her schoolmates and respects her teachers. **2.** True. Ann says that school helps her get some social skills. **3.** True. **4.** False. Ann does not like to get up very early and wear a school uniform, and she always has to do her homework and does not have much free time for her hobbies. **5.** True. Ann does not feel comfortable with her homework because she does not have much free time for her hobbies. **6.** True.

p. 35, ex. 4. A. Where **are** you from, Larisa?

B. I **am** from Kyiv. (Present Simple, regular action, fact)

A. **Do** you enjoy it here, in Artek-Bukovel? (Present Simple, regular action, fact)

B. Definitely. Nature is really beautiful here. Besides, I have a chance to meet children from all over Ukraine in this youth camp.

A. Larisa, **do** you miss your school friends? (Present Simple, regular action, fact)

B. No, I **don't** (Present Simple, regular action, fact). But I wish they were here. When I **am** back home (Present Simple, conditional sentence), I'll have lots of stories to tell them. I think that we enrich our knowledge about the surrounding world as well as practise our life skills.

A. **Are** there any things that you **do not** like about going to school? (Present Simple, regular action, fact).

B. No, there **are not**. I like everything: my friends, teachers, the school building and the activities we have. (Present Simple, regular action, fact).

A. Enjoy your time in Artek!

B. Thank you very much.

p. 36, ex. 5. **1.** She **combines work and leisure** during the day. To my mind, she has learnt to plan her working day perfectly. **2.** Steve has joined the Chemistry Club **to cope with** this school subject. **3.** Whatever **happens**, don't forget to ring Mark. **4.** They **were discussing** a story when the school bell rang. **5.** There was too much work for our computer **to enrich knowledge**. **6.** My youngest brother **gets on well** with all his classmates. **7.** My elder brother is rather successful in business. I think he **got good knowledge** when he was at school and at the university. **8.** My friends **are understanding and sympathetic**. They are easy to be with and always keep our secrets.

Writing Lab: Linking Words and Phrases

p. 37, ex. 6. **However**, there are some things that I don't like about going to school (show contrast). **To start with**, I have to get up very early as I don't live close to my school (list points). **Also**, we have to wear a school uniform (add more points). **Finally**, I always have to do my homework and don't have much free time for my hobbies (introduce a conclusion). **All in all**, school life is fantastic (introduce a conclusion).

p. 37, ex. 7. I do not like all my school rules because some of them are strict and boring. I like my school traditions because they help the pupils to socialize. I like clothes we can wear to school because they are comfortable. I like the people in our school because they are good and kind. I like our school building because it is very beautiful and convenient.

p. 37, ex. 9. To begin with, I like going to school. Firstly, I have a lot of friends at school. Secondly, I learn a lot of useful things and gain practical skills at school. Finally, people in our school are nice and kind. For example, our teachers are experienced and qualified. As a result our pupils give good results in different subjects. Moreover, we understand that our future profession and future life depend on our school knowledge. To sum up, my school is very important in my life.

LESSONS 3–4. Going to School in Ukraine

p. 38, ex. 1. **b) A.** What form does Olena go to? What type of school does Olena go to? Are there any facilities at Olena's school? What is she doing now? **B.** What form does Oles go to? What type of school does Oles go to? What are his favourite school subjects? Does he belong to any school club or team? What is he doing now? **C.** Who are these people? What type of school do they go to? What do they usually do after school? What do they like doing? What are they doing now? **D.** Who are these people? Where are they now? What do they do after school? What do they want to learn?

p. 39, ex. 3. Maksym Shcherbyna wants to be a businessman like his brothers so he goes to a lyceum and studies Maths and Physics.

Natalia Sokolova wants to follow her brother and sister's success and be good at Ukrainian language and Literature at the City Humanitarian Gymnasium.

Ihor Ivasiuk goes to the same language school as his elder sister and his parents.

All these people go to the same school as their sisters, brothers or parents.

p. 39, ex. 4. 1. Maksym; 2. Natalia; 3. Ihor; 4. Maksym; 5. Ihor; 6. Natalia.

Listening Strategies: Listening Activities

p. 40, ex. 5.

	A secondary School	**A gymnasium**
Location and size	New district, for 300 pupils	The centre of the city next to a fabulous part, rather far from the main road
Facilities	All modern facilities: a computer room, a very nice library and two gyms and a school stadium	A swimming pool? Televisions, computers and whiteboards, a big Informational Technology Classroom and a smart board
School subjects	English and German	Algebra, Geometry, Ukrainian, English, Law, Economics, Technical Translation, Country Study, Ukrainian Language and Literature
After school activities	School clubs or library	Different sport clubs, the Gymnasium Choir, the Debate Club

p. 40, ex. 6. 1. headmasters — **j)** get ready to greet the pupils and run the school during the year. 2. Physical Education teachers — **g)** check the sport equipment. 3. Social Workers — **i)** decorate the classrooms for the new school year. 4. Psychologists — **f)** work with pupils, their parents and teachers to test and understand how to help children study better.

5. Art and Music Teachers — **h)** teach students to draw, sing, understand notes, play and sing from the music. **6.** Librarians — **c)** check the books in the school library. **7.** Secretaries — **b)** keep the Headmaster's Office running. **8.** Teachers — **e)** plan how to teach English, Science, Maths and other school subjects. **9.** School nurses — **d)** check records to make sure children are healthy. **10.** Vice Principals (Assistant Principals) — **a)** help the Headmaster run the school.

p. 41, ex. 7. They are **Headmasters** who always get ready to greet the pupils and run the school during the year, and **Vice Principals** (Assistant Principals) who help the Headmaster run the school, and **Secretaries** who keep the Headmaster's Office running and **Psychologists** who work with pupils, their parents and teachers to test and understand how to help children study better. They are **teachers** who plan how to teach English, Science, Maths and other school subjects, **Physical Education teachers** who check the sport equipment and **Art and Music teachers** who teach students to draw, sing, understand notes, play and sing from the music. And also there are **Social Workers** who decorate the classrooms for the new school year and **Librarians** who check the books in the school library.

p. 41, ex. 8. 1. What are you doing now? — I **am checking** this computer. **2.** Who **works** with students, their parents and teachers to help children study better? — I think, school psychologists. **3.** Our school nurse **has** already **checked** all the important records. **4.** The librarian **was checking** the books, when I **came** into the library. **5.** Can I **talk** to your parents? **6.** The new Headmaster **is running** our school this year.

LESSON 5. Primary and Secondary Education in Ukraine

p. 41, ex. 1. In primary school there are smaller desks and chairs. There are special tables for small children in primary school. There are special laboratories with special facilities in secondary school.

p. 41, ex. 2. **a) 1.** When do children start going to school? — At the age of six or seven. **2.** Where do children study when they are three or four? — In the kindergarten. **3.** What education is compulsory in Ukraine? — Primary and secondary. **4.** How long do children study at the primary school? — Four years. **5.** How many stages are there in the secondary education? — The basic secondary school and the upper secondary school.

b) The main stages of secondary education in Ukraine are the basic secondary school and the upper secondary school.

p. 42, ex. 3.

	Stage 1	**Stage 2**	**Stage 3**
	The primary school	The basic secondary school	The upper secondary school
Age of Pupils	6–7		14–15
Period of Studies	4 years	5 years	2 years
Aim		Continue schooling both at the upper secondary school and colleges or vocation schools	Take standard assessment tests and go into higher education

Subjects	Mathematics, languages and nature study	Science, mother tongue and foreign languages	Mathematics, physics, biology, history
Skills		Science and Humanities	Computer skills and trade education
Certificate	no	The basic school certificate	yes

p. 42, ex. 4. 1. In Ukraine children start going to school at six–seven (b). 2. Primary and secondary education is compulsory and free (c). 3. Primary and secondary education in Ukraine is divided into three stages (b). 4. Primary and secondary education together last eleven years (b) 5. Students get the basic secondary school certificate at the age of fourteen-fifteen a). 6. Students are divided into groups according to their abilities and study more detailed subjects in the upper secondary school c).

LESSON 6. School Subjects

p. 44, ex. 2. 1. I am interested in humanities. 2. Usually my parents and friends help me cope with difficulties in my studies. 3. In the basic secondary school I study Ukrainian language and Literature, English, Maths, Physics, Chemistry, Biology, History, Geography and other subjects. I am interested in Humanities and I think I am good at them. 4. I think that almost all school subjects are important.

Reading Lab

p. 45, ex. 3. 1. C. 2. B. 3. A. 4. D. 5. E

p. 45, ex. 4. 1. Music. 2. Maths. 3. Maths. 4. English and Maths. 5. Music. 6. Music.

p. 46, ex. 5. A. It is a Chemistry Lab. It is well-equipped with modern facilities, schemes and tables. The lab is provided with the equipment for laboratory experiments which are carried out during the lessons. In class the teacher usually gives a demonstration of the experiments and pupils make careful observations.

B. It is an English study. It has modern equipment for learning foreign languages. You can improve your listening and reading skills and develop communicative skills. During the lessons you can also practise pronunciation and grammar. I think that if you work hard you will be satisfied with your results. And if you show good knowledge of English you will cope with homework easily.

LESSONS 7–8. Schools in Great Britain

p. 47, ex. 2. The types of school in Great Britain are: a nursery school or a kindergarten, a primary school, a comprehensive school or a grammar school, a sixth-form college. Private school: a preparatory school and a public school.

p. 48, ex. 3. 1. education c) the process of teaching and learning usually at school, college or university; 2. comprehensive school d) all inclusive schools in Great Britain; 3. complicated a) difficult to understand; 5. boarding school b) schools where students live and study; 6. compulsory e) must be done because it is the law; 7. public schools g) the most expensive private schools in Great Britain; 8. kindergartens h) schools for children

under 5 years old; **9.** independent schools **f)** schools run by private organizations.

p. 48, ex. 4. **1.** The British children start going to school when they are five. **2.** The children under 5 years old receive education in a nursery school or a kindergarten. **3.** In a primary school children stay for seven years. **4.** After that they continue their education at a comprehensive school or a grammar school. **5.** In a grammar school the children get academic education. **6.** In the sixth form they get ready to enter the university. **7.** Public schools in Britain are very expensive and they are usually boarding schools. **8.** Boarding schools are schools where students live as well as study.

Listening Lab

p. 49, ex. 6. **1.** Tim lives in the UK **b)**. **2.** He attends comprehensive school **b)**. **3.** He is on Key Stage 3 **c)**. **4.** It is 8 years of studies **c)**.

p. 50, ex. 7. **a)** **The Schools I went to**

I started (1) **primary school** when I was five, but before then I went to a (2) **nursery school** for a couple of years. I only stayed there from nine in the morning until twelve, but at primary school we stayed until three in the afternoon. I really enjoyed primary school. I made lots of friends there. We didn't have much homework and we played a lot. When I was eleven, I started (3) **secondary school** and things became more difficult. We studied from nine until four every day. I went to a (4) **state school.** It was free. The government paid for everything. It was OK, but my parents wanted me to go to a (5) **private school.** It was expensive, but the school was better and the students could get better exam results and get a better job in future. I left school when I was sixteen. I want my children to study at (6) **university.**

b) **1.** I went to nursery school for a **couple** of years. **2.** I really **enjoyed** primary school. It was great! **3.** I **made** lots of good friends at school. **4.** At the age of eleven I started **secondary school.**

Conversation Lab

p. 50, ex. 8.

Schools in Great Britain	Schools in Ukraine
Children start school at the age of 5.	Children start school at the age of 6.
Students can leave school when they are 16.	Pupils must stay at school for 9 or 11 years.
Students don't have to take exams when they transfer from junior school to secondary school.	Pupils have to take exams after the 9th and 11th classes.
Students must stay at school for additional two years and take «A» (Advanced Level Exams) to enter one of British universities.	Pupils may enter the university after they leave school.

p. 50, ex. 9. **Educational system and schools in Great Britain**

Educational system of Great Britain is not easy. There is a nursery school, infant school, junior or primary school and secondary school. The children under 5 years old receive education in a nursery school or a kindergarten. When they are five they start going to a primary school. In a primary

school children stay for seven years. After that they continue their education at a comprehensive school or a grammar school. Or they can go to public schools but in Britain they are very expensive and they are usually boarding schools where students live as well as study. When they are 16 they can go to a technical college or sixth form college to get ready to enter the university.

LESSON 9. After School

p. 51, ex. 1. 1. Children can take up different after-school activities such as sport clubs or debate clubs or different sections like dancing section or reading section. 2. In our school we have different sections. 3. Attending any club can be effective in our studies at school in different ways. First of all we can socialize and learn to be goal-oriented and responsible. 4. Yes, I attend a sport section. 5. Usually my parents or friends helped me choose after-school activities for myself.

p. 51, ex. 2. A. These children take up a theatrical section as their after-school activity. B. These children take up a sport club as their after-school activity. C This child takes up musical lessons as his after-school activity. D. These children take up hand-made club as their after-school activity.

p. 52, ex. 3. I have found that it is possible to find a good after-school activity for yourself if you look on school bulletin boards or in the school newspaper and talk to the activity advisor.

p. 52, ex. 4. 1. At the beginning of the school year, teachers often **make announcements about after-school activities in the school.** 2. You can find announcements **on school bulletin boards or in the school newspaper.** 3. Ask your friends what **they like.** 4. Some things to decide before joining any club include **age, physical conditions, marks and time.** 5. Each school is unique with its own **list of after-school activities.** 6. If you don't find what you want in your school, you can try **other clubs in the place where you live.**

Conversation Lab: Discussing the Choice of After-school Activities

p. 53, ex. 5 . Too Much of a Good Thing?

Once you (1) **take up** an activity, you have (2) **to enjoy** it. You mustn't (3) **feel** stressed. It's important (4) **to keep** a balance between to schoolwork, after-school activities, and your health. If you (5) **join** a club and need (6) **think** for any reason, (7) consult with the teacher or coach. Be direct and polite and (8) **explain** your situation and feelings. Sometimes it's just not the right choice for you or it (9) **takes** too much of your time. Perhaps you have (10) **to plan** your schedule better. (11) **Improve** your marks in some of the school subjects and (12) **rejoin** later. You won't help yourself or the group if you (13) **quit** your homework during a training or (14) **feel** tired during practice. Saying »no» can be the most responsible thing to do.

LESSONS 10–11. School in the News

p. 54, ex. 1. I think that these students have become successful because they know how to plan their day and keep the balance between their schoolwork, after-school activities and their health.

p. 54, ex. 2. The students in some American schools are paid for perfect attendance school and standardized test scores.

p. 54, ex. 3. 1. True. 2. False. More administrators are for cash rewards for the best students in class. 3. False. Not only students in high school can

get a cash prize based on attendance records and standardized test scores. **4.** True. **5.** False. Only some educators think that such programs ought to be given a chance. **6.** False. Critics say that such programs will lead to higher test scores among at-risk students.

p. 55, ex. 4. **1.** Our school does not usually reward students for the achievements in studies. **2.** Only smart students who work hard can become top students. **3.** Yes, I think that if the students are paid for their school results it can make a difference to their attitudes towards studies.

Grammar Lab: Sentences with the Conjunctions If ... and Unless

p. 55, ex. 5. **1.** If he trains a lot, he can win the school running competition. He can win the school running competition if he trains a lot. **2.** If I can't solve this problem, I can ask my teacher for help. I can ask my teacher for help if I can't solve this problem. **3.** If you look tired, why don't you have a rest? Why don't you have a rest if you look tired? **4.** If our class wins the school basketball competition, we get a prize. We get a prize if our class wins the school basketball competition. **5.** If they are good students, they keep the school rules. They keep school rules if they are good students. **6.** If Ann is a monitor in our class, she gets higher test scores. Ann gets higher test scores if she is a monitor in our class.



p. 56, ex. 6. **1.** You can't hear all the teacher's explanation unless you come on time for the lesson. **2.** Unless you are ready for the lesson, you can't answer the teacher's questions well. **3.** You aren't the best student in class unless you sometimes wear a school uniform. **4.** Unless she passes her exams, her parents can't be happy. **5.** My father doesn't drive me to school in his car unless I'm really late. **6.** We usually go to the cinema on Sundays unless we are busy with our homework.

p. 56, ex. 7. I don't think that students need the promise of rewards to get good grades because they will go to school for rewards not for knowledge. I think that if the students want knowledge they do not need the promise of reward. The major reason for studying must be knowledge for future profession. But nowadays parents usually reward their children for high test scores but it should not be the major reason for studying. It is very good that our schools do not reward their students but parents usually give cash rewards and it usually changes the students approach schoolwork. In the USA some schools give cash to some students just for their attendance records and standardized test scores but I do not think it is right.

LESSON 13. Grammar Revision

p. 58, ex. 1. **1.** What subjects does your friend study? When do his lessons start? What after-school activities does he take up? **2.** What do you do to get the highest marks in your school tests? Why do you need to get the highest marks in your school tests? **3.** Why is your school life very interesting? What does your school life involve?

p. 58, ex. 2. Mark **is** 13 years old. He **lives** in Manchester and **goes** to a grammar school.

Mark **has** always **enjoyed** using computers. He **started** using them three years ago. He **used** it to write his English compositions. This year, Mark **is doing** very well in his school tests and, as a reward, his parents **bought** him a router. A router **allows** his computer to have the Internet access. Mark **has been using** his router for a few weeks now. He **sends** messages

to his friends all over the world. He even **plays** computer games with his friends in Australia.

p. 58, ex. 3. 1. If I have time, I go to the cinema. 2. Unless Sue finishes her homework, she can't play computer games. 3. Unless Bill learns the grammar rules, he will make a mistake. 4. Unless the school holidays start, we can't have a rest. 5. Unless Steve improves his test results, he can't join the swimming club. 6. Unless they buy a modem, they can't surf the Internet.

p. 58, ex. 4. Many children **enjoy** (Present Simple Active) school every day, but some of them only **like** (Present Simple Active) it on holidays when it's **closed** (Present Simple Passive). We **decided** (Past Simple Active) **to make** (the infinitive) all our children happy at school. So we **organized** (Past Simple Active) a composition contest «The Funniest School Day in My Life». All the children **enjoyed** (Past Simple Active) it. They **told** (Past Simple Active) us many funny stories **to amuse** (the infinitive) us. We**'ve made** (Present Perfect Active) «The Golden Book of School Stories» and now you **have** (Present Simple Active) a good chance **to read** (the infinitive) it.

One day Sharon **brought** (Past Simple Active) a wonderful essay to school. Her English teacher **looked** through (Past Simple Active) the essay attentively and **said** (Past Simple Active), «Sharon, this essay **looks** (Present Simple Active) as if your mother **wrote** (Past Simple Active) it».

Sharon **was** (Past Simple Active) a clever and fun-loving girl. She **answered** (Past Simple Active) immediately, «I **borrowed** (Past Simple Active) my mum's pen, Miss».

Harry **is** always **cheating** (Present Continuous Active) at the lessons. So his teachers **try** (Present Simple Active) **to prevent** (the infinitive) his cheating. One day Miss White **said** (Past Simple Active), «I **hope** (Present Simple Active) I **didn't see** (Past Simple Active) you **cheating** (the gerund), Harry». Harry **smiled** (Past Simple Active) and **answered** (Past Simple Active), «I **hope** (Present Simple Active) you **didn't** (Past Simple Active) either, Miss».

Conversation Lab

p. 59, ex. 5. 1. What type of school do you go to? Are there any rules in your school? What rules do you like and what rules you do not like? 2. What school subjects are you good at? What school subjects are you fond of?

p. 59, ex. 6. **The funniest School Day in My Life**

It happened a couple of years ago. I do not remember when exactly it was. It was one of the subjects I was not good at. The following day we were having a very serious test but I had no time to prepare carefully but I spent the whole night writing special small notes for the test. I hoped to have the chance to cheat. When I came in class I felt so tired because I did not sleep carefully. But the teacher said that we had no time to write something long and difficult so we wrote a simple test very fast. I had no chance to cheat but I remembered everything very well as I spent the whole night writing. The funniest thing is that I got excellent mark and was very happy and pleased.

UNIT 3. BOOKS AND WRITERS

LESSONS 1–2. Stories, Stories, and Stories

p. 62, ex. 1. a) 2. The book «The Lord of the Rings» was written by J. Tolkien. 3. The book «Oliver Twist» was written by Charles Dickens. 4. The book «Romeo and Juliet» was written by William Shakespeare. 5. The book «The Jungle Book» was written by Rudyard Kipling. 6. The book «Treasure Island» was written by Robert Louis Stevenson. 7. The book «Harry Potter and the Philosopher's Stone» was written by Joanne Rowing. 8. The book «The Adventures of Tom Sawyer» was written by Mark Twain.

b) I have read «The Adventures of Tom Sawyer», «Romeo and Juliet» and «Harry Potter and the Philosopher's Stone». I would like to read «Oliver Twist» and «Treasure Island». I know «The Hobbit» by J. Tolkien, «David Copperfield» by Charles Dickens», «Hamlet» by William Shakespeare, «Kim» by Rudyard Kipling, «Strange Case of Dr Jekyll and Mr Hyde» by Robert Louis Stevenson, «Harry Potter and the Deathly Hallows» by Joanne Rowing, *«A Connecticut Yankee in King Arthur's Court» by Mark Twain.*

p. 63, ex. 2. Jane likes to read adventure stories and detective stories, classical novels and historical novels.

p. 64, ex. 3. 1. False. Jane writes a letter to share her impressions about her reading habit. 2. False. Jane sent Ann some books for Christmas and Ann liked them. 3. False. Jane has developed good reading habits already. She thinks it is a great thing because you never feel lonely. Books are necessary for her and she never travels very far without taking one with her. 4. True. Jane writes that everybody can easily find something for him to read on every possible occasion.

p. 64, ex. 4. 1. An adventure story is an exciting story about a hero who goes on an unusual journey and does new and dangerous things **b)**. 2. A science fiction story is about events that take place in the future or in space and it usually describes strange creatures and robots **c)**. 3. A drama is a serious and emotional play, written for the theatre, television or radio **a)**. 4. A mystery is a story about a crime or a strange event that is difficult to explain **a)**. 5. A humorous story is a funny story with a happy ending **c)**. 6. A biography is the story of a person's life written by another person **b)**. **c)** «Harry Potter» is a fantasy and adventure story. «Rob Roy» is a historical novel. «Gulliver's travels» is a satirical and fantastic novel.

Conversation Lab

p. 65, ex. 7. I like reading a lot. Usually I read adventure stories and detective stories. I like Arthur Conan Doyle and Mark Twain, Walter Scott and Louis Boussenard. I also like fantasy which is very popular nowadays. I know that our Ukrainian fantasy writers used to be the best in Europe in 2006 (Henry Lion Oldie) and 2013 (Andrey Valentinov). I am glad and proud of our writers. I also like historical novels. My favourite writers are Ukrainians because I am proud of my country.

p. 65, ex. 8. I am fond of reading very much. I like reading because books usually tell us about the surrounding world, develop our artistic taste and broaden our outlook. Moreover books always give us useful and interesting information, provide us with the facts about life in the past or reflect real life. They almost all the time focus our attention on real life problems.

But I prefer adventure stories and fantasy because they are good not only for entertaining but also gaining practical knowledge as well.

LESSONS 3–4. The Story of a Book

The book has changed greatly since ancient times. First the Celts carved runes on the stones and the Slavs wrote on the bark of a birch tree. Then Egyptians used papyrus. And modern people print books nowadays.

p. 67, ex. 3. C. All books are here to stay

p. 67, ex. 4. 1. We can find the personal opinion of the writer in the first paragraph. 2. We can find a thought provoking fact to get the reader interested in the subject in the second paragraph. 3. We can find the emphasis on the difference between owning a traditional book and an e-book in the third paragraph. 4. We can find an argument about which type of books will be used in future in the fourth paragraph.

Grammar Lab: Future Simple Passive Voice

p. 68, ex. 5. 1. With time, these gadgets will be used more and more, and electronic books will be read by almost everybody. What will be used more and more with time? What will be read by almost everybody? 2. The moment you pay for it, the text will be shown on your screen. When will the text be shown on your screen? What will be shown on your screen the moment you pay for it? 3. I am sure I will be joined by other book lovers around the world. Who will I be joined by? Where will I be joined by other book lovers?

p. 68, ex. 6. 1. The film about Tom Sawyer **will be shown** on TV tonight. 2. The new library **will be built** in the city centre. 3. The writer **will be met** at the airport tomorrow. 4. An interesting fairy tale **will be told** in the evening. 5. This book **will be given** next week. 6. The last issue of the magazine **will be published** in three days.

Conversation Lab

p. 69, ex. 7. **F.** The trees will be cut in the forest. **A.** The wood will be delivered to the paper factory. **B.** The wood will be turned into substance. **D.** The substance will be turned into paper. **C** The paper will be cut into sheets. **E.** The sheets of paper will be turned into books.

p. 69, ex. 8. 1. This book will be discussed at the lesson of World Literature. This book will not be discussed at the lesson of World Literature. Will this book be discussed at the lesson of World Literature? 2. The pupils of our class will be taken on an excursion next Friday. The pupils of our class will not be taken on an excursion next Friday. Will the pupils of our class be taken on an excursion next Friday? 3. The composition about Rob Roy will be written tomorrow. The composition about Rob Roy will not be written tomorrow. Will the composition about Rob Roy be written tomorrow? 4. The catalogue of books will be made next week. The catalogue of books will not be made next week. Will the catalogue of books be made next week? 5. The dictionary will be used while reading the text in English. The dictionary will not be used while reading the text in English. Will the dictionary be used while reading the text in English? 6. This information will be included in the new edition of the encyclopedia. This information will not be included in the new edition of the encyclopedia. Will this information be included in the new edition of the encyclopedia? 7. The school library

will be visited tomorrow. The school library will not be visited tomorrow. Will the school library be visited tomorrow?

LESSONS 5–6. A trip to the Library

Listening Lab

p. 70, ex. 1. 1. I think I can see a library in the picture. 2. People are working with ancient manuscripts. 3. They are taking care of ancient manuscripts. 4. I do not know anything about this famous place of ancient world. 5. I think that all the manuscripts are kept in a museum.

p. 70, ex. 2. a) The most magnificent library in the ancient world was situated in Alexandria in Egypt. The great library of Alexandria existed for more than 900 years. The library in Alexandria contained over 700,000 scrolls which was the equivalent of 100,000 modern books.

b) 1. The Greeks gave everyone access to books because they loved learning. 2. Their libraries contained scrolls on all subjects ranging from mathematics to myths. 3. The most magnificent library was in Alexandria. 4. It contained over 700,000 scrolls which was the equivalent of 100,000 modern books.

p. 70, ex. 3. The modern library offers to the readers different services such as surfing the Internet and listening to modern music, participating in different contests and meeting new friends.

p. 71, ex. 4. You can sign up for the Book Borrowing Department at **the registration desk**. You can work on the computer or surf the Internet in **the Reading Room**. You can listen to music in **the Multimedia Hall**. You can read a book in **the Reading Room**. You can ask a librarian for advice in **the Book Borrowing Department**. You can find encyclopedias and reference books in **the Book Borrowing Department**. You can borrow books in **the Book Borrowing Department**.

Grammar Lab: Past Simple Tense and Past Continuous Tense

p. 72, ex. 5. 1. The librarian asks the children to return the books in time. 2. The librarian asks the children to keep the books clean and tidy. 3. The librarian asks the children to use book marks. 4. The librarian asks the children not to make drawings on the margins. 5. The librarian asks the children not to make dog ears. 6. The librarian asks the children not to tear the pages. 7. The librarian asks the children not to colour the pictures in books. 8. The librarian asks the children not to cut out the pictures. 9. The librarian asks the children not to lose books.

Conversation Lab

p. 73, ex. 7. There are a lot of different kinds of books in modern libraries. You can find almost any genre of book you like. Modern libraries also offer to the visitors a lot of different services such as surfing the Internet and listening to music, participating in different contests and meeting new friends. I think that e-books are even more popular nowadays than paper books and you can find them in the library as well. So if you like reading visiting libraries is a good thing for you.

p. 73, ex. 8. We have a very good library in our school. You can find almost every book from your reading list there because there is a good collection of books there. I try to go to the library every two weeks to exchange my books. I think that our library is very good but free Internet service would make it even better.

LESSONS 7–8. Taras Shevchenko

p. 74, ex. 1. I know that Taras Shevchenko is one of the most famous Ukrainian poets all over the world. He is our favous «Kobzar». I know that Ivan Franko was a philologist as well as a writer and poet. He is known as our «Kameniar». Lesia Ukrainka is our famous poet. She was very educated person.

p. 74, ex. 2. I was impressed by the fact that Taras Shevchenko orphaned when he was 11 but he could find his path in life. Russian painters bought Shevchenko's freedom. Shevchenko established modern literary Ukrainian language. There are a lot of monuments to Taras Shevchenko not only in Ukraine but also all over the world.

p. 75, ex. 3. 1. Taras Shevchenko was born in the village of Moryntsi on March 9, 1814. 2. Yes, he was orphaned in his early teens, when he was 11. 3. He grew in poverty and misery because he was orphaned when he was 11 and his father was a serf. 4. When Taras was 14 years old, he became a servant («a houseboy») in the house of his owner, P. Engelhardt. 5. P. Engelhardt noticed Shevchenko's artistic talent. 6. T. Shevchenko became free after K.Bryulov had painted the portrait of the Russian poet V. Zhukovsky and sold it for 2500 roubles. 7. He was admitted to Academy of Arts in St.Peterburgh. 8. In 1840 he published his first collection of poems «Kobzar». 9. Shevchenko's role in the history of the Ukrainian literature is important because he was the founder of the new Ukrainian literature, he established Ukrainian as the national literary language.

Reading Lab: Jigsaw Reading

p. 75, ex. 4. **Group A.** 1. Taras Shevchenko describes the Dnipro River as a mighty river which roars and bellows. 2. The weather is gloomy and angry. 3. The description of the Dnieper, ground and willows help us to see the picture of the Ukrainian nature. 4. The poem awakens patriotic feelings in readers.

Group B. 1. The poet really loved his Motherland and the following words show it: my beloved Ukraine, the boundless steppes, the Dnieper's plunging shore. 2. He prayed for freedom for his countrymen. 3. The poet was dreaming of the free great country. 4. He believed that people could gain their freedom when they rose up and broke their heavy chains.

Listening Lab

p. 77, ex. 5. **a)** 1. False. «Kobzar» is the name of his first small collection of poems. 2. True. 3. True. In his poems Shevchenko depicted the mother as the most wonderful sacred thing on the earth. 4. True. He also wrote of his love for homeland and the fight for its freedom and happiness, of the fight for spiritual freedom. 5. False. Taras Shevchenko brought completely new themes and images to the Ukrainian literature. 6. True.

b) 1. «Kobzar» is the name of Shevchenko's first small collection of poems. 2. He wrote a ballad «The Bewitched», a completely realistic work about things that were quite usual for those days. 3. It was a tragic story of a serf girl who had been seduced. 4. In his poems he wrote of his love for homeland and the fight for its freedom and happiness, of hatred to any oppression, of the fight for spiritual freedom. 5. His poetry contributed greatly to the evolution of the national Ukrainian consciousness that's why he is a national poet, a poet of the people. 6. He wrote of the fight for

spiritual freedom. **7.** T. Shevchenko brought completely new themes and images to the Ukrainian literature.

p. 77, ex. 7. **1. A.** What were you doing when I saw you yesterday?
B. I **was talking** to the librarian.
2. Dan Who **were** you **talking** to when I phoned you?
Steve It was my brother. He **was telling** me about the book he read.
3. A. Were you **watching** TV when I called you last night?
B. No, I wasn't. I **was reading** a magazine.
4. A. Were you **playing** tennis yesterday afternoon?
B. No, I **was not playing** tennis, I **was doing** my homework.

Lesson 9. The British Writers

p. 78, ex. 1. I know all these English writers.
I have read «Romeo and Juliet» by William Shakespeare, poems by Robert Burns, detective stories about Sherlock Holmes by Sir Arthur Conan Doyle and «The Jungle Book» by Rudyard Kipling.

p. 78, ex. 2. **1.** Robert Burns is honoured as a national poet of Scotland because he is the Scotland's favourite son. **2.** He was born in Ayre on January 25, 1759. He was the eldest of the seven children in a family. He had little regular schooling. His life was difficult because by the age of fifteen he was the main helper to his father on a farm. **3.** Robert Burns got his education from his father. **4.** The boy's father taught his children reading, writing, arithmetic, geography and history and also wrote A Manual of Christian Belief for them. **5.** He belonged to the Romantic Movement in literature. **6.** Today his poems and songs Auld Lang Syne, A Red, Red Rose, A Man's A Man for A» That, My Heart's in the Highlands are well-known.

p. 79, ex. 3. **(A)** It is a marvelous mountain peak and a clear stream. **(B)** These are snowy mountains and a fabulous lake with clear water. **(C)** These are breathtaking waterfalls. **(D)** It is a picturesque stream.

p. 80, ex. 4. **1.** The poem helps me to imagine the author's native land. **2.** He uses the following words to describe it: the mountains high cover'd with snow, the straths and green valleys below, the forests and wild-hanging woods, the torrents and long-pouring floods. **3.** He expresses his love to his native land with the following words: birthplace of valour, the country of worth.

Conversation Lab

p. 80, ex. 6. **1.** The story **was made** into film last year. **2.** The book **will be returned** to the library tomorrow. **3.** The biography of this writer **will be studied** by many scientists in future. **4.** Young William Shakespeare **learnt** to read Latin and Greek, and he **studied** the Roman classics. **5.** «To be or not to be; that is the question,» **is** a well-known phrase by William Shakespeare, but many facts about his life **remain** a mystery. **6. Have** you **read** any poems by Robert Burns?

LESSON 10. A. Book Review

Listening Lab

p. 81, ex. 1. **a)** A book review is a short report about a story.
b) People usually write reviews of their favourite books to make other people read it. They make advertisement of their favourite books.

p. 81, ex. 2. Dan gives his opinion of the book in the fourth paragraph.
Dan describes what happens in the book in the third paragraph.
Dan gives brief information about the book and its author in the first paragraph.

p. 83, ex. 3. 1. True. 2. False. The story is set in England, in Hogwarts School. 3. False. The main character is a boy. 4. True. It is one of Dan's favourite books. 5. False. It was not mentioned in the review.

Writing Lab: Writing a Book Review

p. 83, ex. 6. A. Book review

I would like to share my impressions about the first part of the trilogy «The Lord of the Rings». It is a story of brave and friendly heroes. It was written by J. Tolkien. It is a very famous fantasy book of one of the most influential fantasy writer in the world. The first part of the trilogy is called «The Fellowship of the Ring». It is about a trip of nine friends to the land called Mordor to destroy the Ring of Power which can cause a lot of trouble. The main heroes are brave and smart hobbits Frodo, Sam, Merry and Pippin; the Men Aragorn son of Arathorn, a Range of the North; and Boromir, a Captain of Gondor; Gimli son of Gion, a Dwarf warrior; Legolas Greenleaf, an Elven prince; and Gandalf, a Wizard. Their adventures are very dynamic and dangerous which makes the story very interesting and absorbing. I would thoroughly recommend this book to all my friends. I like the book because it teaches us friendship and responsibility.

LESSON 11. Readers in the News

p. 84, ex. 1. 1. True. I completely agree with this statement. 2. True. E-readers have replaced paper books nowadays. 3. True. I completely agree with the statement.

p. 84, ex. 3. 1. The article is about the habit of reading **b**). 2. The article says about the Harry Potter books that they make teenagers develop a habit of daily reading **b**). 3. The Harry potter books influence the children's school results that they became better **a**). 4. Librarians and booksellers don't sell more Harry Potter books and don't buy more Harry Potter books to the school libraries **c**).

Conversation Lab

p. 85, ex. 4. **Group A**. We are sure that reading books helps people to forget about their busy work in the office and relax at the end of the day. It is quite true that reading for pleasure is more important than reading for information.

Group B. We don't think that reading fewer books means people can't read as well. By the way, electronic literacy may be more critical to young people's future success. However searching for information on the Web may be more challenging than reading a Harry Potter book.

LESSON 13. Grammar Revision.

p. 87, ex. 1. 1. The Testement by Taras Shevchenko **will be learnt** for tomorrow. 2. The textbook review **will be written** in two days. 3. The Nobel Prize in Literature **will be given** to the best writer next year. 4. Our stories **will be published** in the next issue of our school newspaper. 5. The museum of Ivan Franko **will be visited** next month. 6. The pictures for the new book **will be drawn** in three months.

p. 87, ex. 2. 2. Peter isn't as inattentive reader as his sister. 3. Reading paper books is not as comfortable as reading e-books. 4. Boys aren't as good readers as girls.

p. 87, ex. 3. Ernest Hemingway, an American writer, **was** born on July 21, 1899. His parents **encouraged** his many creative beginnings. His mother **taught** him music and **took** him to concerts, art galleries, and operas. His father **taught** him practical skills, like how to build fires, how to use an axe, and how to tie fishing flies.

By the age of three, he **had known** stories about many great men in American history, and he **had collected** cartoons of the Russian-Japanese war. He **belonged** to a nature study group. Ernest **liked** writing and **could spell** well. His parents **taught** him to value physical courage.

Ernest **showed** an interest in writing when he **was** 12. He **wrote** stories about heroes having high action adventures. In high school he **wrote** for the school's weekly newspaper. He also **took up** canoeing. His motto was «be afraid of nothing».

Ernest **was** an unusual child. No one **was** too surprised when he **grew up** to be an exceptional writer.

Conversation Lab

p. 88, ex. 5. **My favourite Ukrainian writer**

I like reading very much. It is one of my hobbies. I like foreign classics as well as Ukrainian writers. I also like Ukrainian poetry very much. I think that Lesya Ukrainka is one of our greatest and most famous poet. Lesya Ukrainka is a pen name of Larisa Petrivna Kosach–Kvitka. She was born in Novograd-Volynsky on February 15, 1871. Lesya's father was a lawyer and her mother was a Ukrainian writer who wrote under pen name Olena Pchilka. She was educated by Ukrainian tutors at home because her parents wanted to avoid schools that taught Russian as the primary language. The beginning of her literary career coincided with the first symptoms of incurable disease — tuberculosis of the bones. These problems made her travel to warm countries, such as Austria, Germany, Crimea, Italy, Georgia, Bulgaria and Egypt.

Her first book of verses «On Wings of Songs» was published in 1893. Her next books of verses «Thoughts and Dreams», «Responses» earned her a leading place in Ukrainian literature. After that she turned to playwriting. Her best plays are «The Forest Song» and «The Stone Host».

In 1897 in Yalta she met Serhiy Kostiantynovych Merzhynsky and they fell in love. He died of tuberculosis on March 3, 1901.

Lesia Ukrainka married to Klyment Kvitka, a court official, in 1907. They settled first in Crimea, then moved to Georgia.

Lesya Ukrainka died on August 1, 1913 in Georgia, and she was buried in Kiev.

UNIT 4. LISTENING TO MUSIC

LESSONs 1–2. The Mystery of Music

p. 90, ex. 1. The author says that music is everywhere because he finds music in every sound our ears hear.

p. 90, ex. 2. **A** The people are on the concert of rock-music. They are of different age. They enjoy listening to music and have fun. **B** The people are on the concert of classical music. I think that they are people of over 40. They

enjoy listening to classical composers and their works. **C** This is a concert of pop-music. Usually teenagers and young people like this kind of music. **(D)** This is Ruslana's concert. Usually young people visit her concerts because the songs are energetic and active. **E** These people are Potap and Nastia. They are R&B singers popular among the people of middle age. **F** This is a jazz singer and player. He is playing the saxophone. Usually people of middle age like jazz music.

p. 91, ex. 3. Music is a universal **(1) language**. It offers up refreshment from our daily **(2) life**. It washes away the dust of everyday **(3) routine** from our souls.

Music has accompanied people through the ages with wonderful **(4) melodies**, harmony and **(5) songs**. Ancient people listened to the sounds of nature and believed in their strong power over them. Music, in many ways, has become one of the central ways in which people of different nations pass on their traditions.

Native music in any **(6) culture** is creative and very much alive. Contemporary music is not static either.

Today's **(7) artists** and **(8) composers** use their national tradition in music as their starting point and the main source of inspiration.

Music is the art that speaks most openly to us: a child's **(9) tune** brings a smile, **(10) lyric** sounds towards the soul and mind, and a waltz makes us dance.

Music talks to our heart and soul. It carries our culture to the next generation.

Music opens the way into the future.

p. 91, ex. 4. **1.** Music is called «a universal language» because it offers up refreshment from our daily life and it washes away the dust of everyday routine from our souls. **2.** Music communicates to different people with the help of wonderful melodies, harmony and songs. **3.** Our emotions depend on the sounds we hear. **4.** The ancient people listened to the sounds of nature and believed in their strong power over them. **5.** The music has changed through centuries because it is not static. **6.** National tradition in music helps modern composers make their expressions more personal.

p. 91, ex. 5. **1.** to offer up **g)** refreshment from our daily life; **2.** to arise **e)** various emotions; **3.** to use smth. as **f)** starting point; **4.** to wash away **b)** the dust of everyday life; **5.** to be enchanted by **h)** the mystery of music patterns; **6.** to tap out **c)** the first beats; **7.** to be the main source of **d)** inspiration; **8.** to accompany smb. **a)** through the ages.

p. 92, ex. 7. **1.** You **will** definitely **be enchanted** by contemporary music. **2.** People **will be accompanied** by music through the ages. **3.** Positive emotions **will be arisen** by this piece of music. **4.** His\her own music patterns **will be followed** by every musician. **5.** Nature as a source of inspiration **will** always **be considered** by musicians. **6.** Our problems **will be washed** away by good music. **7.** The rhythm on his drum **will be tapped** out by him.

LESSONS 3–4. Music Styles

p. 92, ex. 3. Tina Karol was born on January 25, 1985 in Orotucan, Russia. Oleksandr Ponomariov was born on August 9, 1973 in Khmelnitskiy, USSR. **Ukraine Award:** Honoured Artist of Ukraine, Merited Artict of Ukraine. He won the first price at Ukrainian contest of young singers «Chervona

Ruta» in 1993, he got grand prix at Vladimir Ivasiuk International contest of young performers of modern Ukrainian song in 1995.
Style: pop.

p. 93, ex. 4. a) I listen to rap.
b) 1. «Rhythm and blues» started in the USA. 2. Elvis Presley was one of the first «rock and roll» singers. 3. The Beatles mixed rhythm and blues, rock and roll and soul music to create the British Beat Music. 4. Bob Marley made «reggae» popular. 5. Jazz is an American musical art form.

p. 94, ex. 5. Picture **B** is associated with the Blues. Picture **C** is associated with Rock and Roll. Picture **D** is associated with Heavy Metal. Picture **E** is associated with Country and Western. Picture **F** is associated with Rap. Picture **G** is associated with Reggae. Picture **H** is associated with Gospel.

Conversation Lab: Talking about Music

p. 95, ex. 9. 1. I **will be asked** at the music lesson tomorrow. 2. We **were told** a lot about the life of famous Ukrainian composer M. Lysenko by our teacher of music at the previous lesson. 3. Our musical dictations **are** usually **checked** by our teacher. 4. The name of this composer **is** seldom **mentioned** in our country. 5. The girl **is not allowed** to go to the concert. 6. The way to the nearest concert hall **was shown** to me by the Londoner.

LESSON 5. Musical Instruments

p. 96, ex. 1. a) 1. Jazz started among slaves from West Africa **a)**. 2. A popular type of music in which the words are spoken not sung, is called rap **b)**. 3. The music of Bach, Beethoven, and Mozart is called classical music **c)**. 4. Traditional music played by the ordinary people is called folk music **a)**.

p. 97, ex. 3. b) 1. **Stringed Instruments** a kobza, a guitar, a double bass, a cello, a violin, a bandura. 2. **Wind Instruments** a flute, a French horn, a saxophone, bagpipes. 3. **Percussion Instruments** a xylophone, a drum. 4. **Keyboard Instruments** an accordion. **Stringed** and **Keyboard Instrument** a piano. **Stringed and Wind Instrument** an organ.

p. 98, ex. 4. a) 1. B. 2. D. 3. C. 4. A.
b) 1. bagpipes; 2. a French horn; 3. a violin; 4. a piano.

Grammar Lab: Modal Verbs

p. 99, ex. 5. This one **must** be created by a real professional. (The person is 95% sure about what he is saying. This modal verb expresses deduction).
You **can** play different styles of music on it. (The person expresses possibility).
My mum is sure I **will** participate in an international contest one day. (The person is 100% sure what he is talking about. This modal verb expresses certainty).
I believe I **should** go to a music school and have more lessons. (This modal verb expresses expectation).

p. 99, ex. 8. 1. Who wants to become a pop star? He wants to become a pop star, doesn't he? 2. What does music help people to do? Does music help people to express themselves? 3. What have I always dreamt of? Have I or they always dreamt of playing the piano? 4. What do we enjoy? We enjoy our traditional folk music, don't we? 5. What has my favourite group recorded yet? Has my favourite group recorded a new album yet? 6. Who

is going to participate in the school concert? Am I going to participate in the school concert or city demonstration?

LESSON 7. Music Lessons

p. 101, ex. 2. 1. The poem is about electric guitar. 2. The speaker likes both to play this musical instrument and listen to it. 3. We can hear the sounds of the electric guitar everywhere, on CDs or tapes, at home or in cars, in the street, or gigs or bars. 4. Rock and reggae, pop, heavy metal and jazz, are usually performed on it. 5. The speaker says different styles of music do not bother him. 6. I think that the speaker likes this musical instrument because of its sound. 7. Yes, I have my favourite musical instrument. 8. Its sound makes it so special for me.

p. 101, ex. 3. a) A. Hi! How are you today?

B. I'm fine! You're listening to something new as usual, aren't you?

A. Do you want to listen to my new CD? It was a free gift with a magazine. Listen, please. Do you like it?

B. It's really something new for me. In my opinion, this style of music is hard to listen to. What do you think of it?

A. Well, I think it's awful! What style of music do you think it is?

B. Heavy metal.

A. What style of music do you like?

B. Rap and R&B. They are quite in fashion at the moment.

A. Do you play any musical instrument?

B. Sure, I can play the piano.

A. That's interesting. I like playing the guitar. I learn to play this music instrument at school.

B. In Ukraine we aren't taught to play any musical instrument at school. We usually go to a music school or have private lessons.

A. There are also music schools in Britain. Children who study there are going to become professional musicians. Have you ever heard about music lessons online?

B. No, I haven't. Where can I read about them?

A. Go to Google, type «International Internet Music Academy» and surf the website. I think you'll find something interesting there.

B. Thank you for your advice.

p. 102, ex. 4. 1. The pupils must play the musical instruments regularly. 2. The pupils should follow the notes. 3. The pupils must listen to the conductor's commands. 4. The pupils should sit straight and comfortably. 5. The pupils should keep their musical instruments in order. 6. The pupils should enjoy playing their musical instrument. 7. The pupils can become successful.

Conversation Lab

p. 102, ex. 6. Nelly **has been singing** in the school choir since she was eight. Last month the choir **gave** a concert and two weeks ago the school **took** part in a competition with other schools. Nelly **has wanted** to be a pop star for a long time. When Nelly was very young she **saw** Kylie Minogue on TV, and since then Nelly **has been dreaming** of becoming famous. Nelly also plays the violin. She **has been having** lessons for three years, and she really enjoys them!

LESSONS 8–9. At the Concert

Listening Lab

p. 103, ex. 1. a) The children are going to the concert of Natalia Mohylevska.

b) Cashier Can I help you?

You Can I buy tickets to the concert of Natalia Mohylevska for Saturday night?

Cashier Sorry, they are sold out. What about Sunday night?

You That's OK. Are there enough seats for Sunday night?

Cashier Yes, there are seats for that one. How many tickets would you like?

You Two adults and two children.

Cashier OK, that's two hundred hryvnias, please (two adults and two children).

You Here they are.

Cashier That's 200 UAH out of 500 UAH. 300 UAH is your change.

You Thank you.

Cashier You are welcome. The concert starts at 7 o'clock.

You We'll be on time.

p. 104, ex. 2. The music was fantastic, the singing was quite good, the guitar solos were brilliant, the drums were really loud. The lighting and the special effects were breathtaking. The stage design was spectacular. The sound was clear. The songs were marvelous, the words were charming. The costumes were original and fashionable.

Writing Lab: A concert Review

p. 104, ex. 3. 1. The Place and the Singer. **2.** The Singer and the Audience. **3.** The Performance. **4.** Feelings after the Performance.

p. 105, ex. 4. 1. The reviewer liked the concert because he wrote that the evening was highly enjoyable and there was a tremendous amount of fun there. **2.** He watched the concert in a small concert hall. **3.** The audience was about 100 people. **4.** The audience clapped in the rhythm. **5.** The singer talked a lot, but not only between songs, also during songs. **6.** Yes, it was an enjoyable experience.

p. 105, ex. 5. songs solo; **the audience** really close, clap in the rhythm; **the music** get flooded with music, festivals, real experience, real; **the performance** enjoyable, tremendous.

p. 106, ex. 8. Last Sunday, hundreds of fans **went** to Ukraine Palace in Kyiv to see the famous Ukrainian band «Okean Elzy». There **was** not an empty seat anywhere in the auditorium. «Sure, it's cold outside, but I hope we'll warm it up here for you» said Sviatoslav Vakarchuk, the band leader.

The band **sang** a lot of well-known songs from their albums.The wonderful music and the songs' words **told** the listeners about the eternal values: understanding, friendship and love.

The sound **was** perfect. The audience really **loved** the concert. Many people in the crowd **were** real fans and they **knew** the words and they **sang** along to nearly every song.

At the end of the concert, «Ocean Elzy» **showed** that they **were** true performers. They **finished** with a new song — a song from their album «Mira». I **know** that I **saw** the performance of real stars.

p. 106, ex. 9. A. Concert Review

I like listening to music very much. I can't live without it so I enjoy going to the concerts very much. My favoirite Ukrainian band is Okean Elzy. Last year I had a chance to see Okean Elzy alive. I went to their concert and was very excited. I came there an hour before the concert to get a good position and see everything better. Unfortunately the concert started an hour later so I had to wait for two hours but I did not regret going there. Everything was great, the sound, selection of songs and scenic design. The audience started singing together with the band almost from the first song. Almost all the time they focus our attention on real life problems. It was really amazing to see all this. The concert lasted for a couple of hours but I did not feel tired. I was really excited and filled with emotions. The concert was amazing.

LESSON 10. Favourite Melodies

p. 107, ex. 1. Dan is looking for a new CD by «Okean Elzy» in a record shop.

p. 107, ex. 2. We do not know who has recorded a CD by «Ocean Elzy». We do not know who has nominated the group as «the Best Live Group–2007». We know that radio and TV have broadcasted many of their songs.

Grammar Lab: Present Perfect Passive Voice

p. 108, ex. 3. 1. A new concert hall **has been built** in the capital city recently. **2.** The old violin **has been found** in New York. **3.** An unknown young singer **has been awarded** the first prize at the song contest. **4.** A new album by Tina Karol **has been recorded** this month. **5.** The concert **has been attended** by thousands of fans. **6.** The famous singer **has** warmly **been received** by the audience. **7.** This violin **has been used** by many famous musicians.

p. 108, ex. 4. a) 1. Helen B **2.** Julia C **3.** Ryan A

p. 109, ex. 5. 1. How many CDs in this collection have been bought as souvenirs? Why have many of the CDs in this collection been bought? **2.** What has been discovered recently? What facts have been discovered recently? **3.** What good report has been prepared by one of my classmates? Who has been a good report about modern music been prepared by? **4.** What festival has been organized in Lviv? Where has the music festival been organized?

LESSON 11. Famous Composers

p. 109, ex. 1. a) 1. False. Mozart was born in Austria. **2.** True. **3.** True. **4.** True. Ludwig van Beethoven studied not only under Mozart but also under Franz Joseph Haydn and Antonio Salieri.

Reading Lab: Jigsaw reading

p. 109, ex. 2. Group A. 1. Beethoven lived in the end of the 18th century and the beginning of the 19th century. **2.** He got his education in Vienna. **3.** I know the Moonlight Sonata and Ninth Symphony. **4.** Mozart and Haydn were his teachers. **5.** When Beethoven was 32 he went deaf.

Group B. 1. Mozart began composing at the age of five, from the age of six he toured Europe and gave concerts in Austria, Germany, France, Italy and Switzerland. **2.** Mozart lived only 35 years, but he became one of the world's most famous composers. **3.** Mozart could play different instruments. **4.** Mozart composed «The Marriage of Figaro» and «The Magic Flute». **5.** I think that the legends around Mozart's life are just legends.

p. 111, ex. 3. Wolfgang Amadeus Mozart is a famous composer. He was born in Austria in 1756. He started playing different musical instruments at the age of four.

He began composing at the age of five. From the age of six he toured Europe and gave concerts in Austria, Germany, France, Italy and Switzerland. He wrote symphonies and several great operas. His most important works include «The Marriage of Figaro» and «The Magic Flute».

p. 111, ex. 4. Kyrylo Stetsenko **is** a grandson of the Ukrainian composer Kyrylo Stetsenko, a classic of the Ukrainian music. He **picked up** the family musical tradition at the age of five when **began** to learn to play the violin. Such remarkable violinists as Bohodar Kotorovych, Leonid Kohan and Valeriy Klymov were among his teachers.

Kyrylo Stetsenko **has won** Ukrainian and International prizes; he **has toured** the USA, Canada, Poland, Hungary, Austria, Belgium and Portugal with concerts; he **writes** classical music, pop music and music for television programmes and feature films.

p. 111, ex. 5. **Joseph Haydn**

Joseph Haydn is one of the creators of the fundamental genres of classical music. Ludwig van Beethoven was his most famous pupil. Joseph Haydn was born on March 31, 1732 in Rohrau, Austria. At the age of 8 he started singing in the choir at St. Stephen's Cathedral in Vienna where he learnt playing the violin and the piano. In 1761 he became a court musician of Prince Pal Antal Esterhazy in his castle at Estenstadt. His famous works are «Paris symphonies» (1785–1786) and the original orchestral version of «The Seven Last Words of Christ» (1786). In 1795 he returned to Vienna. He died there at the age of 77.

LESSON 13. Grammar Revision

p. 113, ex. 1. 1. a) Mrs Johnson loves all her pupils. **2. b)** The singer will be given flowers. **3. a)** The composer has already written a new song.

p. 113, ex. 2. 1. Two tickets to the concert were bought by me yesterday. **2.** A new disc will be brought by my friend tomorrow. **3.** Musical instruments are sold in this shop. **4.** This famous violin has been stolen recently. **5.** This opera will be staged by us at the beginning of the next season. **6.** Musical festivals are often participated by my mother.

p. 113, ex. 3. 1. Music **is played** everywhere. **2.** I **studied** to play the piano for three years at the musical school. **3.** Our teacher **is loved** by people. **4.** This opera **has been composed** lately. **5.** A new musical school **will be opened** in our city next month. **6.** The students **greeted** the famous singer warmly.

p. 114, ex. 4. 1. This film has already been seen by our class. **2.** Have you ever been to the Opera House? **3.** He has never played the flute. **4.** We have already listened to the new hit of Ruslana. **5.** Has your mood been improved by this music? **6.** I have been taken to the concert by my friend.

p. 114, ex. 5. 1. This concert has not been played before. What has been played before? **2.** I was not offered a ticket to the concert of Volodymyr Hryshko. What ticket was I offered? **3.** The audience did not admire the charming music at the concert last Sunday. When did the audience admire the charming music at the concert? **4.** The biography of the outstanding composer Petro Chaikovsky will not be told to us in English. Whose biography will be told to us in English? **5.** We are not always inspired by music. Who is always inspired by music?

UNIT 5. COUNTRIES, PEOPLE, LIFESTYLE: THE UK AND UKRAINE

LESSONS 1–2. My Penfriends

p. 116, ex. 1. Greg and Dan are penfriends. They communicate with each other by e-mails. They tell each other about their hobbies and interests.

1. Hello, Greg! My name is Dan and I'm interested in learning English. I am a student from Ukraine. I'm fond of travelling. Tell me more about your interests. 2. Hi, Dan! I'm from Scotland. I'm in the Internet café on 5th Street now. I'm preparing a report about the climate in Europe. What's the weather like in Ukraine at the moment? 3. Hello again, Greg! Nice to meet you. The day is very nice and the sun is shining. It's the typical weather for Ukraine in April. I have always dreamt of visiting Scotland. It is the country of Robert Burns and Walter Scott. We've learnt about Scotland at the English lessons this year. 4. Hi, Dan! Thank you for your e-mail. I'm glad that you know about famous writers. Are you interested in Literature? My hobby is Music. I'm learning to play the bagpipes. I took part in a music festival last month.

p. 117, ex. 3. My name's Greg and I'm from Scotland. I'm 14 years old and I'm in year 9 at school.

I've got lots of hobbies and interests. I'm keen on music and enjoy playing the bagpipes. I practise quite a lot of time every day. I'm very interested in learning more about the countries in Europe.

I'm **not at all** a shy person. I'm **quite** confident and **really** ambitious. I've probably got a few faults. I think I'm **slightly** impatient and maybe a little quick-tempered.

p. 117, ex. 4. 1. I'm **slightly** sensitive. 2. My friend is **really** hard-working. 3. I find Chinese **quite** difficult. 4. He is **not at all** a rude person. 5. She is **a little** shy. 6. He is **very** attentive to his friends.

p. 118, ex. 6. 1. Where **do** you come from? 2. How big **is** your family? 3. What school **do** you study at? 4. What **are** your favourite school subjects? 5. What free time activities **are** you interested in? 6. What countries **have** you visited?

LESSONS 3–4. Teenage Leisure

p. 119, ex. 1. (A) The teenagers are backpacking in the mountains. (B) The teenagers are entertaining the children in the kindergarten. (C) The teenagers are listening to the presentation of an important problem. (D) The teenagers are having a good time at the concert. (E) The teenagers are playing football. (F) The teenagers are having a computer class. (G) The teenagers are having a picnic. (H) The teenagers are communicating with their penfriends on the Internet.

p. 119, ex. 2. 1. (B) Two Common Leisure Activities in the UK. 2. (D) Entertaining and Cinema. 3. (A) Eating out. 4. (E) Doing Sports.

p. 121, ex. 3. Teenagers in UK enjoy computer games and watching television most of all.

p. 121, ex. 4.

Activities\Names	Dan	Ann	Maksym
Travelling			+
Listening to music			

Drawing		+	
Going to the theatre and cinema		+	
Playing computer games	+		
Chatting online	+		
Doing sport	+		+
Going out with friends			

p. 121, ex. 5. 1. Maksym is very keen on sport. **2. Dan** spends a lot of money on computer games. **3. Dan** spends two or three hours a day chatting online. **4. Ann** enjoys going to the theatre and to the cinema more than doing sports. **5. Ann** thinks that a good hobby can become a future profession. **6.** Maksym spends school holidays visiting different places in Ukraine and abroad.

p. 122, ex. 7. I enjoy doing sport. I really like playing computer games. I don't like going to theatre. I quite like going out with friends. I prefer chatting online to drawing.

LESSON 5. Climate and Weather.

p. 123, ex. 1. 1. A. 2. D.

p. 124, ex. 2. Climate is the weather in a certain area or place over many years.

p. 125, ex. 3. 1. The climate is the weather in a certain area or place over many years. **2.** The weather describes the day-to-day conditions of the atmosphere. **3.** The weather includes the temperature of the air, the amount of sunshine and rainfall, and the wind and direction. **4.** The climate of the UK is temperate which means that it is not very hot or very cold, or very wet or too dry. **5.** The climate of the UK has variations within the different parts of the country. **6.** Britain has plenty of clouds and rain because the wind more often comes from the south-west and moves across the Atlantic Ocean and picks up moisture.

p. 125, ex. 5. 1. Did the weather forecast affect your choice of clothes yesterday? **2.** The climate of the UK **is** described as temperate. **3.** What **is** the temperature today? — It **is** 20 degrees above zero. **4. Does** this territory get enough sunshine and rainfall? **5.** The weather **has** changed greatly recently. **6.** It **is** boiling hot. **7.** The wind speed and direction **will** change tomorrow. **8.** The weather conditions **have** already been studied by the meteorologists. **9. Do** you usually listen to the weather forecast? **10. Are** there any places in the UK which **are** warmer than inland?

LESSON 6. Whatever the Weather

p. 126, ex. 1. (A) It is summer. The weather is sunny and hot. It is not raining. I usually wear a T-shirt and shorts on such a day. **(B)** It is autumn. It is cloudy and gloomy. It is about to rain. I usually wear a sweater and trousers on such a day. **(C)** It is spring. The weather is sunny and warm. It is not raining. I usually wear a jacket and jeans on such a day. **(D)** It is winter. The weather is cold and snowy. I usually wear a warm coat and trousers.

p. 126, ex. 2. Fine weather snowy, sunny, hot, calm, bright, clear, warm, cool. **Nasty weather cloudy, rainy, misty, foggy, wet, cold, dull, stormy, windy.**

p. 126, ex. 3. Picture C.

Learning Strategies: Talking about the Weather

p. 127, ex. 4. A. — Nice day, isn't it?
— Yes, it is. But it is hot enough for me. I'm boiling.
B. — Looks like rain to me.
— This rain hasn't let up for two weeks.
C. — Isn't it beautiful out today?
— Yes, it's a perfect day for staying outside.
D. — A little on the cool side, isn't it?
— Are you joking? I'm going crazy! Gee, it's slippery out here.

p. 127, ex. 5. 2. Steve says, «It may not rain hard in September here». **3.** Pamela says, «It may not snow much in December». **4.** Ramona says, «You should not put a warm sweater on, Jack!» **5.** Dennis says, «You have soaked wet. You should give me your jacket and hat to dry». **6.** Sue says, «It may be too windy for a picnic». **7.** Mr Stevenson says, «The weather may not change today any more». **8.** Mrs Brown says, «You should put the right clothes into your suitcase!»

p. 127, ex. 6. My favourite season is summer. The weather in summer is usually sunny and hot. The sun shines brightly, the sky is clear and it seldom rains. I like summer because it is a good season for swimming and sunbathing. I also like summer because there are many berries, fruit and vegetables. In summer I usually have my summer holidays. I like playing computer games, watching TV and spending time with my friends. I think that having fun and communicating with friends are especially popular among teenagers in summer.

LESSON 7. At the Map of the UK

p. 128, ex. 1. b) S stands for the south. SW stands for the south-west. NW stands for the north-west. NE stands for the north-east. N stands for the north. E stands for the east. W stands for the west.

Grammar Lab: Prepositions

p. 128, ex. 2. 1. (B) The British Isles. **2. (C)** Great Britain. **3. (A)** The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland.

p. 129, ex. 3. 1. True. The official name of the country is the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland. **2.** True. The UK consists of several parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. **3.** True. The UK is an island country. The biggest islands are Great Britain and Ireland. **4.** False. Ann does not know a lot about the UK. Olia knows a lot about the UK.

Vocabulary Notes

p. 129, ex. 4. 1. (A) What's the weather like in the west of the UK?
(B) It's cloudy and not hot.
2. (A) What's the weather forecast for the northern part of the UK?
(B) Oh, it's going to be cloudy but with no rain and not very warm.
3. (A) How's the weather in Edinburgh (Scotland)?
(B) I've heard it's cloudy and not very hot.
4. (A) What's the temperature?
(B) It's 18–19 degrees above zero.

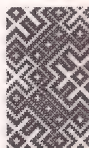
p. 130, ex. 5. 1. The following statement best describes the weather across the UK: d) cloudy with heavy rain. **2.** Western part of the UK (Ireland) has no

sunshine forecast. **3.** The forecast for northern Scotland is 18–19 degrees above zero. **4.** The highest temperature forecast is in the centre. **5.** The temperature in England is 18–19 degrees above zero. **6.** There is no rain forecast in Cardiff in Wales. **7.** In Scotland the wind is blowing from the east. **8.** It is colder and it is heavy rain in central and eastern Scotland and it is warmer in Northern Ireland.

Conversation Lab

p. 130, ex. 7. a) 1. I **have visited** Scotland, but I **have never been** to Northern Ireland. 2. How many parts **does** the UK **consist** of? 3. I **was reading** a book about the places of interest in Great Britain when he **came.** 4. You **will have** the meeting with our friends from Scotland in a month. 5. The day **will be** nice tomorrow. 6. Sam always **listens** to the weather forecast for the coming week.

LESSON 8. The Land of Great Britain



p. 131, ex. 2. 1. **(C)** It consists of four countries which are England, Scotland, Wales and Northern Ireland. **2. (A)** They are known as «the backbone of England». **3. (F)** There are many lakes around the UK. **4. (G)** It extends north-east to south-west and forms a natural barrier between the Highlands and Lowlands. **5. (B)** It marks part of the border between Scotland and England. **6. (D)** There are many lonely hills, quiet rivers, deep lakes and just farmlands, especially in the south of the country.

p. 132, ex. 3. 1. The UK is situated off the north-west coast of Europe. **2.** The UK is called an island state because it is situated on two big islands, Great Britain and Ireland. **3.** I know that the most important rivers are the Thames, the Severn and the Clyde and the mountains in Great Britain are not very high. **4.** The Union Jack is made up of three crosses: the cross of St. George (the patron saint of England), the cross of St. Andrew (the patron saint of Scotland) and the cross of St. Patrick (the patron saint of Ireland).

Grammar Lab: Article with the Geographic Names

p. 133, ex. 4. a) **seas, oceans and rivers**

The two islands are separated by **the Irish Sea.** The UK is separated from the continent by **the English Channel** and **the Strait of Dover.** The UK is also washed by **the Atlantic Ocean** in the north and **the North Sea** in the east. The most important rivers are the Thames, the Severn and the Clyde.

mountains

The **Grampian Mountains** are a mountain range of central Scotland. **Ben Nevis** is the highest peak. The Pennines are a low-rising mountain range in northern England and Scotland. There are **the Cambrian Mountains** in Wales.

people

More than **57 million people** live in Britain. But **foreigners** are often surprised by the fact that much of land in Britain is open country.

cities

Their capitals are **London, Edinburgh, Cardiff** and **Belfast.** Many of them live in big industrial cities like **London, Manchester** and **Liverpool.**

the flag

The flag of the United Kingdom is known as **the Union Jack.**

b) The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, **the** UK, Europe, London, Edinburgh, Cardiff, Great Britain, England, Scotland, Wales, Ireland, **the** Irish Sea, **the** England Channel, **the** Strait of Dover, **the** Atlantic Ocean, **the** North Sea, **the** Thames, **the** Severn, **the** Clyde, **the** Grampian Mountains, Ben Nevis, **the** Pennines, **the** Cambrian Mountains, Manchester, Liverpool.

Conversation Lab

p. 133, ex. 6. 1. The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) **is situated** in Europe. 2. The UK **is washed** by the Atlantic Ocean in the north and the North Sea in the east. 3. What **have** you **read** about the most important rivers in the UK? 4. They **took** many pictures of Ben Nevis during their expedition to the mountains last year. 5. They **were watching** a film about the industrial cities in the UK when the bell **rang**. 6. The flag of the United Kingdom **is known** as the Union Jack.

LESSON 9. Life in Britain

p. 134, ex. 2. **People in Britain**

1. **(D)** The English are also famous for their love of animals. 2. **(G)** Every country in the UK has got its own symbol. 3. **(A)** A red dragon is probably the oldest symbol of Wales. 4. **(C)** Green is one of the symbols of Ireland and everybody wears green on St. Patrick's, the Irish national holiday. 5. **(E)** People from Scotland, Wales or Northern Ireland are not English. 6. **(B)** They like to speak Welsh, to sing songs in Welsh and when you travel you can see road signs in Welsh all over Wales.

p. 135, ex. 3. 1. **England.** In this country people are crazy about gardening. 2. **Ireland.** In this country you may see different shades and tones of green. 3. **Scotland.** In this country men wear skits called the kilts. 4. **Wales.** You can see a red dragon on the flag of this country. 5. **Wales.** In this country rugby is the national sport. 6. **England.** The symbol of this country is a red rose. 7. **Ireland.** The most famous symbol of this country is the shamrock. 8. **Scotland.** In this country there are many lakes called the lochs. 9. **Scotland and Wales.** People who live in these countries don't like when they are called English. 10. **Wales.** These people are especially proud of their language.

p. 136, ex. 5. 1. David **was learning** the Welsh language when he was at school. 2. **Do** the Welshmen **wear** kilts everyday or on special occasions? 3. Sue **hopes** that she **will travel** to Northern Ireland next summer. 4. My classmates **are talking** about British traditions now. 5. Mr McGregor **feels** very proud of his son because he **has won** the bagpipe competition. 6. We **have been looking** for the information about Great Britain for two hours. 7. They **were reading** the story about the Scottish thistle when the bell **rang**. 8. Bob **had drawn** the UK symbols before they **came**.

LESSON 10. Different Countries, Different Customs...

p. 138, ex. 2. Olia tells Ann about Scottish traditions of the Highland Games and the Eisteddfod Festival in Wales.

Grammar Lab: Indefinite Pronouns

p. 139, ex. 3. 1. I went to the Bakers' house this morning but there was **nobody** at home. 2. The fridge is empty. We need to buy **something** for dinner tonight. 3. I don't want to talk to Stewart. I don't have **anything** to say

to him. 4. I've left my wallet at home. Can **somebody** lend me a bit of money?

Conversation Lab

p. 139, ex. 5. 1. What penfriends do you want to visit? Whom do you want to visit? 2. Where has Taras never been? Who has never been to Northern Ireland? 3. Who wore a kilt when he was in Scotland? Where did you wear kilt? 4. When will Brian watch a rugby match? What will Brian watch next Saturday?

LESSON 11. Love Ukraine

Listening Lab

p. 139, ex. 2. Ann and Dan are going to visit the Seven Wonders of Ukraine: Sofiyvka, Zaporizhzhia, Khortytsia Island, Chersonesus.

LESSONS 12–13. At the Map of Ukraine



p. 142, ex. 1. 1. Ukraine is situated in the centre of Europe. 2. It borders on Russia, Moldova, Romania, Hungary, Slovakia, Poland, Belarus. 3. It is washed by the Black Sea and the Sea of Azov. 4. Yes, there are mountains in Ukraine. They are situated in the west of Ukraine (the Carpathian Mountains) and in the south (the Crimean Mountains). 5. Yes, there are over 131 rivers in Ukraine. They are the Dnipro, the Dniester, the Danube, the Southern Buh, the Siversky Donets and the Tysa. 6. The landscape from west to east of the country is changing in the following way: the highest peak 2061 m in the west and there are flat summits and gentle slopes there. 7. The climate in Ukraine is different in various parts of the country. The climate is mostly moderately continental.

p. 142, ex. 2. **The Geographical Position of Ukraine**

1. **(B)** Ukrainian Neighbours. 2. **(A)** Ukrainian Mountains. 3. **(C)** Water Bodies and Water Resources. 4. **(D)** The Administrative Division of Ukraine. 5. **(E)** Climate.

p. 145, ex. 3. a) 1. A square kilometer **g)** a unit for measuring area; 2. to border on **h)** to share a border with another country; 3. a peak **i)** the pointed top of a hill or a mountain; 4. a slope **b)** a surface which is higher on one side than the other; 5. gentle **f)** not rough; 6. to stretch **c)** to reach, spread out or cover; 7. a status **d)** the official legal position or condition of a person, group, country; 8. due to **a)** owed to someone or something; 9. resources **e)** something such as useful land, or minerals such as oil or coal, that exists in a country and can be used to increase its wealth.

b) 1. The territory of Ukraine is about 603, 700 thousand **square kilometers**. 2. Ukraine **borders on** Russia, Moldova, Romania, Hungary, Slovakia, Poland and Belarus. 3. Hoverla is the highest **peak** in the west of Ukraine. 4. The Carpathian Mountains have flat summits and **gentle slopes**. 5. Ukraine **stretches** for 1,300 km from east to west and 900 km from north to south. 6. The geographical position of Ukraine is ideal for the development of its economy **due to** the natural **resources**. 7. The cities of Kyiv and Sevastopol have a special **status** set by the laws of Ukraine.

p. 145, ex. 4. 1. Ukraine borders on 7 countries **(c)**. 2. The Carpathian Mountains are characterized by flat summits and gentle slopes **(a)**. 3. The Crimean Mountains are in the south of Ukraine **(b)**. 4. Ukraine has over 131 rivers and 3,000 lakes **(c)**. 5. Ukraine consists of 24 regions and the Autonomous

Republic of Crimea (c). 6. The cities Kyiv and Sevastopol have a special status set by the laws of Ukraine (c). 7. The climate of Ukraine is different in various parts of the country (b). 8. The highest rainfall is observed in the western part of Ukraine (a).

p. 146, ex. 5. 1. (—) Ukraine is situated in **the** centre of (—) Europe. 2. (—) Ukraine borders on (—) Russia, (—) Moldova, (—) Romania, (—) Hungary, (—) Slovakia, (—) Poland and (—) Belarus. 3. **The** Carpathian Mountains have (—) flat summits and (—) gentle slopes. 4. Have you ever tried to climb (—) Hoverla? 5. What is **the** highest peak of **the** Crimean Mountains? 6. My family usually spends **a** month or (—) two in (—) summer at **the** Black Sea or **the** Sea of Azov. 7. (—) Ukraine consists of 24 regions and **the** Autonomous Republic of (—) Crimea. 8. My grandparents live in (—) Rivne. 9. **The** cities of Kyiv and Sevastopol have special status set by **the** laws of Ukraine. 10. **The** climate along **the** coasts of **the** Black Sea and **the** Sea of Azov is much warmer that **the** climate of **the** rest of country.

LESSON 14. Countries in the News

p. 147, ex. 2. **People in Ukraine**

Ukrainians are tolerant, hospitable, reserved and kind people. They are also open-hearted, warm and generous, hard-working and skillful, brave, determined and ready for self sacrifice. Ukrainians are passionate and talented.

p. 148, ex. 3. 1. False. Ukrainians inhabited the territory in southeastern Europe, that is now Ukraine, since prehistoric times. 2. True. Ukraine became independent on August 24th, 1991. 3. True. Ukrainians comprise the biggest part, about 78%, of the whole population of Ukraine. The second part of 17% comprise Russians. 4. False. The Ukrainian language occupies the twenty second place among the world languages. 5. False. The main characteristic features of Ukrainians are tolerance, hospitality, generosity and a lot of others. 6. False. Ukrainians have great sense of humour. 7. True. Ukrainians express their sorrows and joys, wittiness and humour, courage and passionate love to their native land in their songs. 8. False. Ukraine gave numerous talented singers, musicians and composers to the world.

p. 148, ex. 4. 80% of Ukrainian people describe themselves as tolerant people. 73% of Ukrainian people describe themselves as hospitable to foreigners. 71% of Ukrainian people describe themselves as reserved people. Ukrainian language occupies the 22nd place among the world languages and the 2nd place after Russian among the Slavonic languages.

Conversation Lab

p. 148, ex. 6. 1. Everybody **is** saying that Nadal will win the match, but I'm not so sure. 2. If anybody has any questions, **they're** welcome to come and ask me. 3. Nobody in my family **eats** meat. 4. Somebody stole my wallet yesterday. **He** took it from my desk. 5. Helena sent twenty job applications but **nobody** replied. 6. My home town is the same as it was twenty years ago; nothing **has** changed!

LESSON 16. Grammar Revision

p. 150, ex. 1. 1. Great Britain consists of four parts. 2. I have never been to Scotland. 3. I am staying at the Hilton Hotel. 4. I was in London last

year. 5. My friends sometimes invite me to spend my holidays with them in London. 6. I do not go to the south every year. 7. The Severn is the longest river in Great Britain.

p. 150, ex. 2. 1. You will not see your friends before you leave Kyiv. 2. I am not going to stay in Lviv for a month. 3. I have not visited the famous park in Uman. 4. Do not find a few pictures of the Carpathians. 5. There are not many rivers in the place where I live. 6. We did not learn about the geographical position of Ukraine at the last lesson.

p. 150, ex. 3. 1. Why do boys like football? 2. When can they go cycling in the Carpathians? 3. What school championship has our team won? 4. Who is travelling around Western Ukraine now? 5. What stories did my granddad use to tell me? 6. Where has Mary been swimming for an hour?

p. 150, ex. 4. **The Traditional Dance of Ukraine**



Ukrainian musical culture **has** its roots in the ancient Slavic music. As a result, most Ukrainian music and dance **are associated** with the folk calendar, harvest, and life-cycle events. My life-cycle songs, especially wedding songs **are based** on dance rhythms. One of the examples of such a dance **is** «Arcan» («The Lasso»). The Ukrainian music **is played** on the violin, tsymbaly, kobza, bandura, turban, and bagpipes.

Many of the dynamic and colourful folk dances of Ukraine **reflect** a rural or Cossack lifestyle. The oldest dances **are** the khorovody, the agricultural dance games which **are associated** with the cult of the sun. Originally, folk dances **are** either **accompanied** by songs or by instruments.

Introduced in the late 18th century, classical ballet **developed** under the European influence and **attained** high standards. Ukraine **has** six theatres for opera and ballet performances.

READER

UNIT 1. MASS MEDIA: THE PRESS

How I Edited the Agricultural Paper (p. 155)

p. 154, ex. 1. 1. Yes, I sometimes read the magazines, but not very often. 2. I like reading magazines for teenagers. 3. I am interested in music and films. 4. My family members like to read our local newspaper with the latest news. 5. No, I have never tried my hand at editing a school newspaper. 6. Yes, I think the editor has to know everything that is published in the newspaper.

p. 158, ex. 2. 1. to bang **g)** to hit smth hard, making a loud noise; 2. to relieve **h)** to reduce someone's pain or unpleasant feeling; 3. a turnip **e)** a large round pale yellow vegetable that grows under the ground, or the plant that produces it; 4. a cane **f)** a long thin stick with a curved handle that you can use to help you walk or punish other people; 5. to string **c)** to move suddenly and quickly in a particular direction; 6. an instinct **d)** a natural tendency to behave in a particular way; 7. to edit **a)** to prepare a book, piece of film etc for printing or broadcasting by removing the mistakes; 8. a passageway **b)** a long, narrow connecting way, esp. inside the building.

p. 158, ex. 3. 1. The newspaper editor **edits** letters before printing them. 2. Tom **strung** out of bed and ran downstairs. 3. He pulled all the **turnips** in a half-ripe condition. 4. He led me down a narrow **passageway**. 5. Most animals have an **instinct** to protect their young. 6. We **relieved** to hear that you

had arrived safely. **7.** I was often punished with a **cane** when I was a child. **8.** Stop **banging** on the door.

Comprehension Check

p. 159, ex. 5. 1. The main character took the offer to become an editor of an agricultural newspaper because he needed money and the regular editor of the paper was going off for a holiday. **2.** The new editor was pleased during his first days in the office because when he left the office, a group of men and boys at the foot of the stairs gave him passageway. **3.** An old gentleman thought that the new editor had never edited an agricultural paper before and he had never had any experience in agriculture practically. **4.** The long pale young man who came to the office suffered because he thought he was crazy. **5.** The pieces of furniture broken by the old man and those two young farmers caused the sadness of the regular editor. **6.** The new editor made the paper of interest to all classes and ran the circulation up to twenty thousand copies and gave the best class of readers that ever an agricultural paper had so those were the positive effects, but he ruined the reputation of the paper and that was the failure of the new editor of an agricultural newspaper.

p. 159, ex. 6. 1. I had some doubts when I agreed to edit an agricultural paper **b)**. **2.** I was naturally pleased with their attention **c)**. **3.** Great care is necessary in looking after the turnip **a)**. **4.** It is the first time I ever heard of man's having to know anything in order to edit the newspaper **b)**.

Reading and Thinking

p. 159, ex. 7. 1. D. I took the offer of the regular editor of the paper. **A.** I was naturally pleased with the attention of a group of men and boys. **2. F.** The old person who was displeased by the paper, got up, tore his paper into small pieces, broke several things with his cane, went out and banged the door after him. **3. B.** But the editor has taken a great load off the mind of a long pale man. **4. C.** After his coming back the regular editor was displeased with the reputation of the paper. **5. E.** Nevertheless, the new editor has done his duty.

p. 160, ex. 8. The text is about the importance of being a good specialist in everything you do **c)**.

p. 160, ex. 9. 1. False. The young man did not agree to edit an agricultural magazine but an agricultural newspaper. **2.** True. The new editor thought that every year millions and millions of turnips were spoiled by being pulled in a half-ripe condition. **3.** False. In the winter the pumpkin should be kept in a cool place with the temperature of 5–15 degrees above zero. **4.** False. The regular editor was looking sad after his holiday. **5.** True. The street out here is full of people who think that you are crazy. **6.** True. You are the loser in this situation, not me.

p. 160, ex. 11. 1. The new editor was a person to surprise everyone because he decided to edit an agricultural newspaper but he knew nothing of agriculture. **2.** He decided he could edit an agricultural newspaper because he had been in editorial business for fourteen years.

UNIT 2. SCHOOL LIFE

p. 162, ex. 1. 1. Yes, I remember my first day at school very well. **2.** My first impression was good. I thought that the building was really big and great.

3. My classroom was a comfortable and light room. 4. I liked my first teacher very much.

Miss Honey (p.163)

Building up Vocabulary

p. 164, ex. 2. 1. A process of learning and getting knowledge at school, college, university — education. **2.** Long before the time something is expected, or happens — in advance. **3.** To speak louder when you are angry — to raise voice. **4.** A plan or preparation you make for some event — arrangement. **5.** Very seldom — rarely. **6.** To feel that something is important and worth worrying about — to care about. **7.** To begin studying at school — to start school. **8.** To like somebody or something very much — to adore. **9.** A feeling when you are afraid of something or somebody — fear.

p. 164, ex. 3. to start school — to go to school for the first time; to care much — to worry about smth or smb very much; education — a process of getting knowledge at school; arrangement — previous agreement to do smth; in advance — do earlier or beforehand; to raise voice — to say smth loudly; rarely — not often; fear — to scare smth; to adore — to love smth or smb very much.

p. 164, ex. 4. 1. Matilda was a little late in **starting school**. **2.** Matilda's parents didn't **care much** about their daughter's **education**. **3.** So they had forgotten **to make the proper arrangements in advance**. **4.** Miss Jennifer Honey was a mild and quiet person who **never raised her voice**. **5.** She **rarely** smiled but every child in the class **adored** her.

p. 165, ex. 5. a) Matilda's parents didn't care much about their daughter's education so they had forgotten to make the proper arrangements in advance. **b)** The village school for younger children was a brick building called Crunchem Hall Primary School. There were about two hundred and fifty pupils aged from five to just under twelve years old. **c)** Miss Honey was twenty-three or twenty-four. She had a lovely pale oval face with blue eyes and her hair was light-brown. Her body was slim and fragile. Miss Jennifer Honey was a mild and quiet person who never raised her voice. She rarely smiled but every child in the class adored her. She seemed to understand all the fears of small children who for the first time in their lives had to come into the classroom and to obey orders.

Comprehension Check

p. 165, ex. 6. 1. Most children begin studying at Primary School at five or even just before. **2.** No, Matilda's parents did not care much about their daughter's education. **3.** There were eighteen other children in Matilda's class. **4.** Miss Honey was a mild and quiet person.

p. 165, ex. 7. 1. Most children begin Primary School at five or even just before **a)**. **2.** Matilda's parents had forgotten to make the proper arrangements **b)**. **3.** The village school for younger children was a brick building **c)**. **4.** Miss Honey had a lovely pale oval face with blue eyes **b)**. **5.** She seemed to understand all the fears of small children who for the first time in their lives had to come into the classroom **c)**. **6.** Miss Honey said, «It is the beginning of at least eleven long years of schooling that all of you are going to go through» **a)**.

Reading and Thinking

p. 166, ex. 8. 1. D. Matilda's parents had forgotten to make the proper arrangements for school in advance. **2. B.** Matilda has come to the bottom class of Crunchem Hall Primary School. **3. C.** The author describes Miss Honey's appearance. **4. A.** Miss Honey is telling pupils about their studying at school.

p. 166, ex. 9. The text is about Matilda's first day at Crunchem Hall Primary School **c)**.

p. 166, ex. 10. 1. True. **2.** False. There were about two hundred and fifty pupils aged from five to just under twelve years old at Crunchem Hall Primary School. **3.** True. **4.** False. Their teacher was called Miss Honey, and she was twenty-three or twenty-four. **5.** False. She rarely smiled and every child in the class adored her. **6.** True.

p. 166, ex. 11. 1. Most children begin Primary School at five or even just before. **2.** The village school for younger children was a brick building called Crunchem Hall Primary School. **3.** Miss Jennifer Honey was twenty-three or twenty-four.

UNIT 3. BOOKS AND WRITERS

p. 168, ex. 1. 1. Yes, I like to read books. **2.** No, I prefer watching TV to reading books. **3.** I do not go to the library very often.

The Reader of Books (p.168).

Building up Vocabulary

p. 170, ex. 2. A chatterbox — smb, who talks all the time; a library — a place, where you can take books to read at home; a librarian — a person, who works in the library and gives you books; to introduce — to say, what is your name; to borrow — to take smth for some time and then give it back; to read from cover to cover — to read the whole book from beginning to end; to learn by heart — to remember every word and be able to retell it.

p. 170, ex. 3. 1. To tell somebody your name and give some general information about you — to introduce. **2.** To learn something (a poem, a story) so that you can remember it very well — to learn by heart. **3.** To take something for a short time and then to give it back — to borrow. **4.** A person who talks all the time — a chatterbox. **5.** A place where there are a lot of books and you can borrow them without paying money — a library. **6.** A person who works in the library and helps you to choose books — a librarian.

p. 170, ex. 4. 1. The parents called her a noisy **chatterbox**. **2.** By the time she was three, Matilda had **taught** herself to read by studying newspapers and magazines. **3.** Matilda went to the public **library** in the village. **4.** She had read this book from **cover** to **cover**. **5.** Matilda **introduced** herself to the librarian. **6.** Public libraries allow you to **borrow** books.

Comprehension Check

p. 171, ex. 6. 1. Matilda was a child to surprise everyone. **2.** She could read at the age of three. **3.** She asked her father to buy her a book because there was only one book at home and she had already read it. **4.** She went to the library to read books.

p. 171, ex. 7. 1. Matilda was a child to surprise everyone because she could talk very well **a)**. **2.** Matilda asked her father to buy her a book **c)**. **3.** One day

Matilda decided to go to the public library **b)**. **4.** When she went to the library, she read all the children's books **a)**.

Reading and Thinking

p. 171, ex. 8. 1. C. By the age of one and a half her speech was perfect and she knew as many words as most grown-ups. **2. D.** The walk took only ten minutes and this allowed her two hours to sit quietly in a cosy corner and read one book after another. **3. B.** Within a week, Matilda had finished Great Expectations which contained four hundred and eleven pages. **4. A.** «When you have chosen the book you want, bring it to me so I can make a note of it and it's yours for two weeks. You can take more than one if you wish».

p. 172, ex. 9. The text is about a clever girl who wanted to read books **b)**.

p. 172, ex. 10. 1. True. **2.** False. By the time she was three, Matilda had taught herself to read by studying newspapers and magazines that lay around the house. **3.** True. **4.** False. Her father did not allow her to buy a book. **5.** True. **6.** False. Over the next six months Matilda read the books by Charles Dickens, Charlotte Bronte, Jane Austin, Thomas Hardy, Mary Webb, Rudyard Kipling and others.

p. 172, ex. 12. 1. Matilda was a child to surprise everyone because by the age of one and a half her speech was perfect and she knew as many words as most grown-ups and by the time she was three, Matilda had taught herself to read by studying newspapers and magazines that lay around the house. **2.** She liked going to the library because there was a cosy corner there where she could read books.

UNIT 4. LISTENING TO MUSIC

p. 174, ex. 1. 1. Music means a lot for me because I listen to music every day. **2.** Orchestra is a group of musicians playing different instruments. **3.** No, not anybody can play in the orchestra, only particular musicians. **4.** The conductor usually shows everybody in the orchestra what to do and when to start.

In the School Orchestra (p.174)

Building up Vocabulary

...g wished to see the whole of his island.

p. 177, ex. 2. 1. A conductor d)... he came to a fine open place close by the sea. **3.** Far and directs their... he saw land. **4.** Yes, he saw a lot of different animals and by a musici... At night he sometimes slept in a tree and sometimes he shut in... himself up in a little pen made by tall stakes. **6.** During his travel he caught a kid.

Reading and Thinking

p. 186, ex. 7. 1. G. Robinson Crusoe had long wished to see the whole of his island. **2. E.** One fine morning, he set out to travel across to the other side of the island. **3. D.** Far in the distance he could see land. **4. F.** He saw many green parrots among the trees, so he wanted to catch one of them and teach it to talk. **5. C.** In the low grounds Robinson saw some animals that looked like rabbits and foxes. **6. B.** At night he sometimes slept in a tree, while his dog watched below him. **7. A.** One day his dog caught a young kid.

p. 187, ex. 8. The text is about the travel of Robinson Crusoe to the other side of the island.

boy sharing a music stand with me said, «Hi, looks like I'll be your **stand partner**». 5. The conductor raised his **stick**, and the orchestra began to play. 6. After a few **bars** we stopped playing while the conductor tried to cheer up the **trombone** player. 7. After **the rehearsal** the conductor asked Kim to stay behind and play a short piece for him. 8. «My father's lessons are cheap», I said eagerly, although I didn't actually know how much Father **charged**.

Comprehension Check

p. 178, ex. 5. 1. We discovered that our school had an after-school orchestra which met twice a week b). 2. Before Kim and her I could play in the orchestra, we had to play a few bars of music alone b). 3. The conductor offered the boy to play the triangle a). 4. When I took my place, the boy sharing a music stand with me said, «Hi, looks like I'll be your stand partner» b). 5. «I heard your sister tell the conductor that your father is a violin teacher, too» a). 6. The boy felt sure that his father would love to have a new student, especially someone who really liked music b). 7. When playing together with other people, my trick was to draw my bow back and forth, without quite touching the strings b). 8. «Would you like to come to our house and meet my elder brother and sister? They also play musical instruments b).

p. 179, ex. 6. 1. Kim and her brother did not want to play in the orchestra but their parents singed them up but never asked them. 2. The conductor put Kim near the front of the orchestra. 3. He put Kim's brother in the very last row of the violin section because he played the violin not very well. 4. Mathew wanted to take the violin lessons. 5. Kim played the cello very well. 6. Kim invited Mathew to their place.

Reading and Thinking

p. 179, ex. 7. 1. False. Kim's brother was not very happy that his parents signed him up for the orchestra. 2. True. 3. True. 4. False. Her brother did not plav the violi... very well. 5. True. 6. False. Matthew played with for a short time and then to give ... brother introduced Mathew who talks all the time — a chatterbox. 5. A plac... of books and you can borrow them without paying m... orchestra a). 6. A person who works in the library and helps you to choose ... ctor a librarian.

p. 170, ex. 4. 1. The parents called her a noisy **chatterbox**. 2. By the time she was three, Matilda had **taught** herself to read by studying newspapers and magazines. 3. Matilda went to the public **library** in the village. 4. She had read this book from **cover to cover**. 5. Matilda **introduced** herself to the librarian. 6. Public libraries allow you to **borrow** books.

Comprehension Check

p. 171, ex. 6. 1. Matilda was a child to surprise everyone. 2. She could read at the age of three. 3. She asked her father to buy her a book because there was only one book at home and she had already read it. 4. She went to the library to read books.

p. 171, ex. 7. 1. Matilda was a child to surprise everyone because she could talk very well a). 2. Matilda asked her father to buy her a book c). 3. One day

UNIT 5. PEOPLE, COUNTRIES, LIFESTYLE: THE UK AND UKRAINE

p. 183, ex. 1. 1. Yes, I like travelling very much. **2.** I think that all my trips were exciting but sometimes we had some troubles. **3.** I have not read the story «Robinson Crusoe» by Daniel Defoe yet. **4.** I would feel very lonely if I happened to live on a desert island because of some reason.

Robinson Crusoe For Children (p. 183)

Building up Vocabulary

p. 185, ex. 2. 1. A hatchet **h)** a small axe with a short handle. **2.** A pouch **d)** a small bag, usually made of leather, and often carried in a pocket or attached to the belt. **3.** A stake **e)** a wooden post that is pointed at one end and pushed into the ground in order to support something or to mark a place. **4.** A savage **f)** an offensive word for somebody who belongs to a tribe that is primitive, not developed and aggressive. **5.** A vine **g)** a climbing plant that produces grapes. **6.** A shot **b)** a bullet or a large number of small metal balls that you fire together from the gun. **7.** A powder **a)** a dry mass of very small pieces of explosive substance. **8.** A pen **c)** a small piece of land surrounded by the fence in which farm animals are kept.

p. 185, ex. 3. 1. In my belt was my best **hatchet**. **2.** In my **pouch** I had plenty of **powder** and **shot**. **3.** If it were an island, there might be **savages** on it whom it would not be safe for me to meet. **4.** Sometimes I shut myself up in a little **pen** made up by tall **stakes**. **5.** Here, too, were fine woods, with many strange trees and **vines**.

p. 185, ex. 5. 1. Robinson Crusoe had long wished to see the whole of his island **b)**. **2.** Far in the distance he could see land **c)**. **3.** If it were an island, it would not be safe for him to met savages **b)**. **4.** He found this side of the island much more beautiful than that where his castle was **b)**. **5.** Robinson Crusoe travelled very slowly around the island, for he wished to see everything **a)**. **6.** During his travel Robinson Crusoe saw different animals, parrots, turtles and seabirds **b)**.

p. 186, ex. 6. 1. Robinson Crusoe had long wished to see the whole of his island. **2.** Towards evening he came to a fine open place close by the sea. **3.** Far in the distance he saw land. **4.** Yes, he saw a lot of different animals and birds. **5.** At night he sometimes slept in a tree and sometimes he shut himself up in a little pen made by tall stakes. **6.** During his travel he caught a kid.

Reading and Thinking

p. 186, ex. 7. 1. G. Robinson Crusoe had long wished to see the whole of his island. **2.** E. One fine morning, he set out to travel across to the other side of the island. **3. D.** Far in the distance he could see land. **4. F.** He saw many green parrots among the trees, so he wanted to catch one of them and teach it to talk. **5. C.** In the low grounds Robinson saw some animals that looked like rabbits and foxes. **6. B.** At night he sometimes slept in a tree, while his dog watched below him. **7. A.** One day his dog caught a young kid.

p. 187, ex. 8. The text is about the travel of Robinson Crusoe to the other side of the island.

p. 187, ex. 10. 1. The nature of the island was wonderful. He could see large, open fields, green with grass and sweet with flowers, fine woods with many strange trees and vines. 2. Robinson Crusoe had a great journey because he could see beautiful nature and a lot of animals and birds there.



РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

НІМЕЦЬКА МОВА

Сотникова С. І.



LEKTION 1. MEINE FAMILIE UND MEINE FREUNDE. МОЯ РОДИНА ТА МОЇ ДРУЗІ

Stunde 1. Wie waren die Sommerferien? Якими були літні канікули?

Üb. 3, Seite 6. 1 — Rad fahren, 2 — in der Sonne liegen, 3 — Boot fahren, 4 — angeln, 5 — zelten, 6 — tauchen.

Üb. 4, Seite 7. 1) wandern. Wir wandern gern. Und im Sommer haben wir auch gewandert.
2) zelten. Wir zelten gern. Und im Sommer haben wir auch gezeltet.
3) In der Sonne liegen. Wir liegen in der Sonne gern. Und im Sommer haben wir auch in der Sonne gelegen.
4) Basketball spielen. Wir spielen Basketball gern. Und im Sommer haben wir auch Basketball gespielt.
5) ans Meer fahren. Wir fahren ans Meer gern. Und im Sommer sind wir auch ans Meer gefahren.
6) Freunde besuchen. Wir besuchen Freunde gern. Und im Sommer haben wir auch Freunde besucht.
7) reisen. Wir reisen gern. Und im Sommer haben wir auch Freunde gereist.
8) ins Café gehen. Wir gehen ins Café gern. Und im Sommer sind wir auch ins Café gegangen.
9) in eine andere Stadt fahren. Wir fahren in eine andere Stadt gern. Und im Sommer sind wir auch in eine andere Stadt gefahren.
10) schwimmen. Wir schwimmen gern. Und im Sommer haben wir auch geschwommen.

Üb. 5 b), Seite 8. 3 — Михаєль: У літку я був на морі. Мої батьки, мій брат та я їздили до моря на авто. Там ми жили у готелі. Там була також спортивна площадка та спортивний зал. Там можливо було займатися спортом. Погода не завжди була гарною, іноді дощило, тому ми грали у настільний теніс у спортивному залі. Але коли погода була гарною ми звичайно були пляжі, ми плавали, пірнали, загоряли и грали у волейбол. Декілька разів ми плавали на кораблі та човні.
4 — Лара: Мої літні канікули були супер! Я була у моєї бабусі. Вона живе за містом. Там дуже красиві краєвиди, озеро та ліс. У мене там дуже багато друзів. Мі плавали у річці та ходили у ліс гуляти. Також я багато їздила на велосипеді. Це було найкраще.
1 — Сабина: Мої батьки та я здійснили цікаву поїздку до Іспанії. Ми їхали туди залізницею. В Іспанії ми відвідали Мадрид та багато маленьких міст. Там ми жили у готелях та дуже багато гуляли по містам. Ми також відвідали театр та музеї. Особливо мені сподобались старі дома та замки. Я дуже багато фотографувала.
2 — Ян: мої канікули я провів в літньому таборі. Він знаходиться на півдні не далеко від Альп. Це був наметовий табір, там ми жили у наметах. Декілька разів ми ходили у гори. Вечорами ми часто сиділи біля багаття, співали пісні та грали. Іноді організовували дискотеки, тоді ми йшли на дискотеку і та танцювали. Це було круто.

Üb. 6, Seite 8. Situation 1: Hier spricht Lara. Situation 2: Hier spricht Jan. Situation 3: Hier spricht Sabine. Situation 4: Hier spricht Michael.

Stunde 2. Herzlich willkommen! Ласкаво просимо!

Üb. 3, Seite 9. Катя, ще раз дякую тобі за твоє запрошення. Існує гарне прислів'я . Я приїжджаю 20 серпня. Ти можеш мене зустріти на вокзалі.

Потяг приходить о 10 годині, вагон 7. Я опишу тобі мою зовнішність. В мене світлі волоси, блакитні очі и я достатньо висока. Я одягну червону футболку, світло-сині джинси та білі кросівки. В мене буде чорний рюкзак. З нетерпінням чекаю на зустріч з тобою! Вітання твоїм батькам.
Твоя Софія.

Üb. 5, Seite 10. 1. Das ist ein Mann. Er ist etwa 70 Jahre alt. Er hat graue Haare, ovales Gesicht, braune Augen. Er hat eine graue Hose, ein grünes Hemd an.
2.Das ist ein Mädchen. Sie ist etwa18 Jahre alt. Sie hat blonde Haare, ovales Gesicht, blaue Augen, eine kurze Nase. Sie hat ein T-Shirt an.
3.Das ist ein Junge. Er ist etwa 7 Jahre alt. Er hat braune Haare, rundes Gesicht, braune Augen. Er hat ein weißes Hemd, einen schwarzen Anzug an.
4.Das ist eine Frau. Sie ist etwa 30 Jahre alt. Sie hat schwarze Haare, grüne Augen.

Stunde 3. Meine Verwandten. Мої родичі

Üb. 3, Seite 12. Софія показує фото та розповідає про свою родину та родичів: «Ти можеш побачити моїх батьків та родичів. Ми святкували День народження батька. Прийшли майже усі родичі. Тут ти бачиш батька мого батька, таким чином мого дідуся, а ось там мати мого батька, моя бабуся. Само собою зрозуміло була також моя мати. Мого брати ти також можеш побачити на фото, він був зі всією своєю родиною — з дружиною Лене, моєю невісткою, та своїми дітьми. Мої племінниці Ніколь (дочці мого брата) 2 роки, а моєму племіннику Лео (сину брата) тільки один рік. Мої батьки також є бабусею та дідусем для дітей мого брата. Ніколь та Лео є для них онуками. Сестра мого батька — тітка Емілі — також була, а її чоловік, мій дядько Петер звичайно також був. Їх доньку — мою кузину Сабіну — ти теж бачиш тут. А мого кузена ти тут не побачиш, але він також був, він нас фотографував.»

Üb. 5a) , Seite 13. Der Sohn der Tochter ist der Enkel. Der Bruder des Vaters ist der Onkel. Die Tochter des Onkels ist die Cousine. Der Sohn des Bruders ist der Neffe. Der Mann der Schwester der Schwager.

Üb. 6, Seite 13. Person Nr. 1 ist Sophies Vater.Person Nr. 3 ist Sophies Tante.
Person Nr. 2 ist Sophies Opa. Person Nr. 4 ist Sophies Cousin.

Stunde 4. Was sind sie von Beruf? Хто вони за професією?

Üb. 2, Seite 14 . Bestimmt arbeitet hier ein Optiker, denn man kann hier eine Brille sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Schneider, denn man kann hier eine Schere und Stoff sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Schreiner, denn man kann hier das Werkzeug und Holz sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Optiker, denn man kann hier eine Brille sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Apotheker, denn man kann hier eine Schlange und ein rotes Kreuz sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Mechaniker, denn man kann hier das Werkzeug und ein Auto sehen.
Bestimmt arbeitet hier ein Koch, denn man kann hier ein Kuchen und eine Suppe sehen.

Üb. 4, Seite 15. Auf Foto 1 ist eine Lehrerin. Sie arbeitet in einer Schule. Auf Foto 2 ist ein Clown. Er arbeitet in einem Zirkus. Auf Foto 3 ist ein Koch. Er arbeitet in einem Restaurant. Auf Foto 4 ist ein Schauspieler. Er arbeitet in

einem Theater. Auf Foto 5 ist eine Ärztin. Sie arbeitet in einem Krankenhaus (in einer Klinik). Auf Foto 6 ist eine Apothekerin. Sie arbeitet in der Apotheke. Auf Foto 7 ist eine Übersetzerin. Sie arbeitet in einem Übersetzungsbüro. Auf Foto 8 ist ein Mechaniker. Er arbeitet in der Werkstatt.

Üb. 5, Seite 15. Person Nr. 1 ist ein Koch. Person Nr. 3 ist eine Übersetzerin. Person Nr. 2 ist ein Mechaniker. Person Nr. 4 ist Lehrer.

Stunde 5. Berufswünsche. Бажання отримати професію

Üb. 2, Seite 16. Der Arzt heilt andere Menschen. Der Krankenpfleger hilft den Kranken. Der Koch kocht verschiedene Speisen. Der Fotograph macht Fotos. Der Mechaniker repariert Autos. Der Tierarzt hilft den Kranken Tiere. Der Lehrer unterrichtet in einer Schule. Der Verkäufer verkauft verschiedene Sachen.

Üb. 3, Seite 16. Ich glaube, das Mädchen auf Foto 1 will Bibliothekarin werden, denn es liest gern Bücher. Ich glaube, der Junge auf Foto 2 will Programmierer werden, denn es surft gern Internet. Ich glaube, das Mädchen auf Foto 3 will Tierarzt werden, denn es mag gern Tiere.

Üb. 4, Seite 17. Привіт Катя, дякую тобі за твій лист. Ти мене запитала ким я хочу стати. Про наші бажання отримати професію в нас нещодавно було проведено маленьке опитування. Ось тут його результати.

Ларс охоче фотографує, том у він хоче стати фотографом. Сабіна дуже любе тварин, тому вона хоче стати ветеринаром. В неї дві кішки. хвилястий папуга та собака та вона лікує їх сама. Хобі Свена це комп'ютер, том у він хоче стати програмістом. Він кожен день сидить за комп'ютером, грає або що шукає в Інтернеті. Ніколь вважає що робота з дітьми цікава, тому вона хоче стати вчителькою. А Верена хоче стати бібліотекаркою, бо вона охоче читає книжки та хоче ще більше знати про них і радити іншим людям. А я хочу стати лікаркою, бо так я зможу допомагати людям та лікувати їх. А ким бажають стати твої однокласники? Ти це знаєш? Ти зможеш мені про це написати?

Stunde 6. Sage mir, mit wem du umgehst, und ich sage dir, wer du bist. Скажи мені, хто твій друг, і я скажу тобі, хто ти

Üb. 2, Seite 18.

a) 1– D, 2 — I, 3 — A, 4 — F, 5 — C, 6 — G, 7 — J, 8 — E, 9 — H, 10 — B.

b) Der Familienname von Jonas ist Miller. Er kommt aus Österreich. Jonas ist 14 Jahre alt. Er wohnt in der Heinestraße. Jonas Geschwister heißen Lea und Lars. Seine Telefonnummer ist 234 56 78. Das Hobby von Jonas ist Skaten. Zu Hause hat er einen Hund, er heißt Waldi.

Üb. 5, Seite 20. Person Nr. 1 ist Niklas Schmidt. Person Nr. 3 ist Edwin Brown. Person Nr. 2 ist Nicole Bauer. Person Nr. 4 ist Laura Berger.

Üb. 6, Seite 20.

Leas Vater ist Metzger von Beruf. Die Mutter von Lea ist Verkäuferin.
Peters Vater ist Optiker. Die Mutter von Peter ist Tierärztin.
Tims Vater ist Ingenieur. Die Mutter von Tim ist Sekretärin.
Tinas Vater ist Arzt. Die Mutter von Tina ist Bibliothekarin.
Sabinas Vater ist Programmierer. Die Mutter von Sabine ist Lehrerin.
Max Vater ist Bauarbeiter. Die Mutter von Max Schneiderin.
Katjas Vater ist Fahrer. Die Mutter von Katja ist Köchin.

Stunde 7. Freunde erkennt man in der Not. Друзі пізнаються в біді

Üb. 4, Seite 22. а) Тюхтій. (повільний, незграбний , безпорадна людина).

C. Klaus und der Klasse

1.У нашому класі був товстий хлопчик, його звали Клаус, ми називали його Тюхтій. На перерві він стояв завжди окремо. Він був незграбний і лише заважав нам. Він добре навчався у школі, навчання йому давалося дуже легко. Якщо хтось не зробив домашнє завдання, він дозволяв списати зі свого зошита та залюбки все пояснював. Але у нього не було друзів. Герт, хлопчик з нашого класу, використав це.

F. Gert und Klaus sind nun Freunde

2. Одного разу Тюхтій приніс апельсин. Герт підійшов до нього ті запитав: «Ти хочеш стати моїм другом?»

«З задоволенням», крикнув Тюхтій. Він світився. «Хоче його», крикнув Тюхтій. «Зараз ти мій друг», Герт узяв апельсин та з'їв його.

A. Gert und Klaus gehen ins Kino

3.Наступного ранку Герт сказав Тюхтію: «В мене є ідея. Сьогодні після обіду ми разом підемо у кіно.» Тюхтій був щасливий. «Але я вже витратив кишенькові гроші на цей тиждень», сказав Герт. «А ти? В тебе щось є?»

«Тільки у скарбничці».

«Заховай скарбничку під свій светр. О третій я чекаю на тебе перед кінотеатром.»

Клаус зробив саме така. О третій він стояв перед кінотеатром. «Молодець», сказав Герт. «Давай сюди!» Він кинув скарбничку на землю і вона розбилася. Герт зібрав усі монети і вони пішли у кіно.

D. Klaus' Mutter entdeckt das Verschwinden des Sparschweins

4.Наступного дня мати Тюхтія помітила, що скарбнички немає. «Ти її забрав?», запитала вона у нього. «Ні», відповів він, а його вуха стали червоними. Одного дня Клаус захотів пограти з іншими дітьми у футбол. Але Герт сказав йому: «Ти дуже товстий для цього. Ти зможеш пограти якось у іншу гру.»

Тюхтій знову стояв засмучений біля стіни і лише спостерігав за нами. Потім ми пішли до класу, а Герт сказав Тюхтію: «У супермаркеті є часи за 5 Євро. Я придбаю собі. Бажаєш піти зі мною?»

B. Im Kaufhaus

5.Клаус був радий, що Герт дозволив йому піїти з ним. В відділі іграшок Герт сказав: «Подивись ось там гоночний автомобіль. Тобі хотілося б також мати такий?» «Так», відповів Клаус. «Але в нас вже не має грошей». «Ми тут цілком одні», прошепотів Герт. «Я спостерігаю. Вкради два автомобілі та заховай їх у светр.» «Але ...» сказав Тюхтій. «Нуж бо — або я більше не твій друг».

Отже Клаус пішов та вкрав два авто, але авто впало на підлогу. Герт втік Тюхтія схопила продавщиця.

E. Gert nennt Klaus einen Dieb

6.Поліцейський пішов з Тюхтіем до дому та розповів все його матері. Ми у школі про це прознали «Ти крадій, Тюхтій» закричали ми.

«Так крадій», сказав Герт. «Я бачив це на власні очі».

«Але це ти сказав, що повинен це зробити», сказав Клаус «і все ж таки мій друг!»

«Він ще і брехун», сказав Герт «і він ще хотів стати моїм другом.» І він відвернувся.

Üb. 5, Seite 24. 1.Klaus und Gert waren Bruder. falsch

2.Einmal brachte Klaus einen Apfel in die Schule. falsch

3.Für die Kinokarten nahmen die Jungen das Geld von Klaus. richtig

4.Klaus sagte seiner Mutter nichts über das Geld. richtig
5.Klaus wollte selbst ein Spielauto klauen. falsch
6.Gert ist kein echter Freund von Klaus. richtig

Stunde 8. Mein Lebenslauf. Моя біографія

Üb. 2, Seite 25. 1640 — sechzehnhundertvierzig; 1749 — siebzehnhundertneunundvierzig; 1750 — siebzehnhundertfünfzig; 1848 — achtzehnhundertachtundvierzig; 1917 — neunzehnhundertsiebzehn; 1945 — neunzehnhundertfünfundvierzig; 1980 — neunzehnhundertachtzig; 1991 — neunzehnhunderteinundneunzig; 2001 — zweitausendein; 2008 — zweitausendacht

Üb. 3, Seite 25. A.

Geburtsdatum 20. November 1967
Geburtsort Bremen
Eltern Vater — Lehrer, Mutter — Malerin
Schule von 1973 bis 1986
Studium von 1986 bis 1992
Arbeit: seit 1993

B. *Geburtsdatum*: 28. August 1749. *Geburtsort*: Frankfurt am Main. *Eltern*: Vater — Kaiserlicher Rat, Mutter — Hausfrau. *Studium*: Von 1765 bis 1768 in Leipzig. Von 1770 bis 1771 in Straßburg. *Arbeit*: 1771—1772. *Gestorben*: 22. Marz 1832.

LEKTION 2. ALLTAG. ПОВСЯКДЕННЕ ЖИТТЯ

Stunde 11. Morgenstunde hat Gold im Munde. Хто рано встає, тому Бог дає

Üb. 2, Seite 30. 2 — dritten; 3 — Akkusativ; 4 — Ende.

Üb. 3, Seite 31. Am Morgen steht man auf, macht man das Bett, putzt man die Zähne, frühstückt man, ging man zur Arbeit, zieht man sich an, macht man Morgengymnastik.

Am Vormittag geht man in die Schule, duscht man, lernt man,
Am Mittag isst man zu Mittag, ging man nach Hause,
Am Nachmittag macht man die Hausaufgabe, spielt man mit den Geschwistern, spielt man Computer, trifft man mit den Freunden
Am Abend geht man ins Bett, isst man zu Abend, ging man ins Theater, wäscht man sich, ging man ins Kino, sieht man fern, ruht man sich aus.
In der Nacht schläft man.

Üb. 5, Seite 32. a) Sophie steht um halb sieben auf. (Bild B). Sie geht um zehn Minuten vor sieben frühstücken. (Bild E) Die Stunden in der Schule beginnen um halb acht. (Bild D) Der Unterricht dauert meistens bis halb fünf Uhr. (Bild H) Ihre Hausaufgaben macht sie dann am Abend — um sechs Uhr. (Bild F) Um zwanzig Uhr sieht sie fern. (Bild C) Von 9 Uhr Abend bis zehn Uhr liest sie ein Buch. (Bild A) Um neun Uhr geht sie schlafen. (Bild G)

b) Meistens steht Sophie um **halb sieben** auf. Sie macht das Bett und geht ins Badezimmer. Dort wascht sie sich und trocknet sich ab, putzt die Zähne. Nach dem Waschen zieht sie sich an und geht um **zehn Minuten vor sieben** frühstücken. Nach dem Frühstück geht sie in die Schule. Die Stunden in der Schule beginnen um **halb sieben**. Der Unterricht dauert meistens bis **halb fünf**.

Dann geht Sophie nach Hause. Dort isst sie zu Mittag und ruht sich aus oder faulenzt, wie ihre Eltern sagen. Bei gutem Wetter trifft sie sich **um halb vier** mit ihren Freunden und sie gehen zusammen spazieren. Ihre Hausaufgaben macht sie dann am Abend — **um sechs Uhr**. Danach sieht sie noch eine Stunde fern und **um zehn Uhr** geht sie schlafen.

Stunde 12. Im Haushalt helfen. Допомагати по домогосподарству

Üb. 2, Seite 33. Auf Bild 1 macht das Mädchen das Bett. Auf Bild 2 deckt das Mädchen den Tisch. Auf Bild 3 räumt das Mädchen das Geschirr auf. Auf

Bild 4 gießt es die Blumen. Auf Bild 5 wischt das Mädchen Staub. Auf Bild 6 bügelt das Mädchen die Wäsche. Auf Bild 7 macht es die Hausaufgaben. Auf Bild 8 babysittet das Mädchen. Auf Bild 9 spült das Mädchen das Geschirr. Auf Bild 10 kocht das Mädchen. Auf Bild 11 staubsaugt es. Auf Bild 12 wischt das Mädchen den Boden. Auf Bild 13 wäscht das Mädchen die Wäsche. Auf Bild 14 räumt das Mädchen die Spielsachen auf. Auf Bild 15 geht das Mädchen einkaufen.

Üb. 3, Seite 34. das Bett gehen → das Bett machen: ich mache das Bett.
den Fußboden spulen → den Fußboden wischen: Ich wisch manchmal den Fußboden.
das Geschirr wischen → das Geschirr spülen: Ich spüle manchmal das Geschirr.
das Frühstück gießen → das Frühstück kochen: Ich koche das Frühstück.
spazieren machen → spazieren gehen: Ich gehe jeden Tag spazieren.
die Wasche kochen → die Wäsche waschen: Ich wasche manchmal die Wäsche.
die Blumen waschen → die Blumen gießen: Ich gieße die Blumen.
Staub bügeln → staubsaugen: Ich staubsauge manchmal.

Üb. 5, Seite 35. Nie, selten, manchmal, meistens, oft, immer.

Üb. 6, Seite 35. Lauras Mutter schreibt, Laura soll das Bett machen, sich waschen, frühstücken, die Blumen nicht vergessen, die Blumen gießen.
Die Mutter der Kinder schreibt, die Kinder sollen zu Abend essen.
Leas Mutter schreibt, Lea soll 1 L Milch, 10 Eier und 1 kg Mehl kaufen.
Stunde 13 Was hast du vor? Що ти плануєш?

Üb. 3, Seite 36. Der erste Wochentag ist der Montag. Der zweite Wochentag ist der Dienstag. Der dritte Wochentag ist der Mittwoch. Der vierte Wochentag ist der Donnerstag. Der fünfte Wochentag ist der Freitag. Der sechste Wochentag ist der Samstag (der Sonnabend). Der siebente Wochentag ist der Sonntag.

Üb. 4, Seite 37. Am Montag möchte Sophie um 10 Uhr Volleyball spielen, und um 16 Uhr kommt Tina, dann um 18 Uhr gehen sie zusammen ins Kino.
Am Dienstag möchte Sophie um 13 Uhr ins Schwimmbad gehen, und um 18 mit den Eltern ins Café gehen.
Am Mittwoch möchte Sophie im Warenhaus einkaufen, und um18 Uhr ins Theater gehen.
Am Donnerstag möchte Sophie um 14 Uhr ins Schwimmbad gehen, und um 18 Uhr in die Disco.
Am Freitag möchte Sophie um 10 Uhr Volleyball spielen, und um 16 Uhr in den Supermarkt gehen.
Am Samstag und Sonntag möchte Sophie nach Regensburg fahren.

Stunde 14. Guten Appetit! Смачного!

Üb. 2, Seite 39. 1 — die Kartoffeln, 2 — der Fleisch, 3 — der Saft, 4 — die Suppe, 5 — der Kuchen, 6 — der Fisch, 7 — der Kaffee, 8 — die Butter, 9 — das Hähnchen, 10 — der Käse, 11 — die Milch, 12 — der Tee.

Üb. 3, Seite 40. 1. Ohne. 2. Unbestimmten. 3. Bestimmten.

Üb. 7, Seite 42. Situation 1: Die Person möchte eine Gemüsesuppe und einen Fisch mit Kartoffeln bestellen. Situation 2: Die Person möchte einen Kuchen und einen Tee bestellen. Situation 3: Die Person möchte einen Gemüsesalat und ein Glas Mineralwasser bestellen. Situation 4: Die Person möchte ein Kotelett mit Nudeln und einen Orangensaft bestellen.

Stunde 15. Einkaufen und koche. Купувати та готувати

Üb. 1, Seite 43. zwei Kilo Fleisch 200 Gramm Käse
drei Flaschen Mineralwasser vier Kilo Mandarinen

eine Dose Konserven
350 Gramm Schinken
eine Liter Saft
eine Packung Tee
ein halber Liter Milch
ein Kilo Möhren

Üb. 3, Seite 43. 1. Für eine Suppe braucht man Fleisch, Zwiebeln, Möhren, Kartoffel. 2. Für einen Gemüsesalat braucht man Tomaten, Zwiebeln, Gurken, Oliven. 3. Für einen Kuchen braucht man Mehl, Milch, Salz, Zucker, Eier, Marmelade. 4. Für einen Obstsalat braucht man Bananen, Erdbeere, Mandarine, Ananas. 5. Für Buletten braucht man Fleisch, Salz, Pfeffer, Ei. 6. Für Nudeln mit Fleisch braucht man Nudeln, Fleisch.

Üb. 7, Seite 45.

Gemüsesuppe
Schweinebraten
Gurkensalat
Pflaumenkuchen
Tee

Erbsensuppe
Brathähnchen mit Nudeln
Tomatensalat
Apfelkuchen
Eis

Hühnerbrühe
Bratwurst mit Kartoffeln
Gemüsesalat
Schokoladenkekse
Saft

Gemüse, 1 Kilo Schweinfleisch, 2 Kilo Gurken, 1 Kilo Pflaumen, eine Packung Tee.

500 Gramm Erbsen, 1 Hähnchen, 1 Packung Nudeln, 2 Kilo Tomaten, 1 Kilo Apfel, 2 Kilo Mehl, 1 Packung Eis.

1 Huhn, 1 Kilo Bratwurst, 2 Kilo Kartoffeln, Gemüse, Schokolade, 2 Liter Saft.

Stunde 15. Essgewohnheiten und Spezialitäten. Звички у їжі та національні страви

Üb. 2, Seite 46.

Süßes	Fleischgerichte	Vegetarisches	Getränke	Backwaren
die Schokolade, der Bonbon, die Marmelade	das/der Gulasch, das Wurstbrot, die Hühnersuppe, das Schnitzel, das Brathähnchen, das Kotelett, der Hamburger, der/das Schaschlik, die Bratwurst	die Bratkartoffeln, die Gemüsesuppe, der Salat	die Limonade, der Apfelsaft, der Tee, der Orangensaft, der Kaffee, die Cola, der Cappuccino	der Apfelkuchen, die Pizza, das Brötchen, der Käsekuchen, der Keks

Üb.5, Seite 47. **Ігор**: Я живу в німецький родині. Родин дуже приємна. Тільки їжа не зовсім звична. Тут люди їдять, як і в нас, три рази на день. На сніданок тут їдять у більшості випадків хліб з джемом або свіжі булочки. У більшості випадків п'ють каву. Снідають доволі рано. На обід німці не дуже часто готують суп, вони охоче їдять м'ясні блюда з салатом. Гарячі страви вони їдять тільки на обід. На ужин вони їдять холодні страви, наприклад, бутерброд з ковбасою, сиром та п'ють чай або молоко.
Катя: У Німеччині готують не так багато як в нас, не проводять стільки багато часу на кухні. Дуже часто німці купують готові страви и лише розігрівають їх і мікрохвильовій пічці. Тому це не дуже смачно. Багато

страв смакують також по іншому, на приклад сир та сметана. Німецьки традиційній страви звичайно відомі, але у родинах дуже зрідка готують поросячу ногу з квашеною капустою. Маульташен схожі на наші вареники, але вони мають дещо іншу форму: вони чотирикутні та мають іншу начинку. Тут взагалі не їдять гречану кашу. Але німці охоче їдять макаронні вироби, сосиски та салати. Коли хто небудь приходить у гості. На столі стоїть не дуже багато страв як в нас в Україні. Дуже часто німці роблять гриль в саду або роблять пікніки в парку.

Сашко: Я помітив, що тут люди ходять у кафе та ресторан набагато частіше ніж в Україні. Дуже багато людей на вихідних їдять не вдома, а закладах громадського харчування. І це не обов'язково заклади з німецькою кухнею. Дуже популярні китайськи, італійськи, грецьки кафе та ресторани. Тому можливо сказати: Німці їдять інтернаціональні страви.



Stunde 17. Der Mensch ist, was er isst. Людина є тим, що вона їсть

Üb.3, Seite 48. Die Vegetarier essen kein Fleisch, denn sie haben Mitleid mit Tieren.

Die Vegetarier essen kein Fleisch, denn sie wollen keine Tiere töten.

Üb.4, Seite 48. Багато людей їдять вегетаріанські страви: Не має апетиту їсти м'ясо.

Сара та Лаура (14 років) вже з трьох років вегетаріанці. Раніше в їх сім'ях майже кожен день на столі було м'ясо. Сьогодні близнятки охоче їдять піцу замість шніцеля. По обіді Сара та Лаура приходять зі школи, вдома готують лише вегетаріанські страви. «Чому ви не любите м'ясо? Про це запитую багато людей. Ми просто відчуваємо відразу». Ви часто можете почути «М'ясо таке смачне, смачніше не може бути ні що». Але обидві дивляться на це інакше «Їжа це щось натуральне. Але з м'ясом це не має нічого спільного».

Є м'ясо натуральною їжею? Також деякі не вегетаріанці дивляться на це по іншому. Тварини можуть мати багато захворювань, тому їх м'ясо може бути небезпечним.

Астрід Виль (49 років) викладає у Сари та Лаури біологію. Вона називає іншу проблему: «Багато тварин годують антибіотиками. Людина споживає їх разом з м'ясом. Тому антибіотики перестають діяти на людину.» У вашій школі є приблизно по одному вегетаріанцю в класі. В основному це дівчата. «Багато говорять, що вони люблять тварин. Вбивство тварин та птиць вони знаходять жорстоким», каже вчителька.

Інес (13 років) проводила канікули на селянському дворі і бачила там, як вбивали корову. У цей момент вона зрозуміла, що вона їсть. Її старша сестра Деніс (14) також не їсть м'ясо. Обидві дівчинки вважають, що вони можуть допомогти тваринам. «Як що це будуть робити багато людей, це буде шкодити м'ясній промисловості.»

Але Дженіфер (12) и Джени (12) вважають: «Більшість молоді про це не думають, коли вони знову їдять гамбургер». Дівчата вважають, що вони показують приклад іншим.

Ясмін (14) тільки хоче спробувати. Її подруга з причин пов'язаних зі здоров'ям не може їсти м'ясо. Ясмін вважає, що вона теж може це зробити. «Я їла більше риби та соєвого м'яса, тому що потрібно отримувати білок за допомогою їжи.» сьогодні вона вважає, що вони здоровіше ніж була раніше. Замість солодощів вона їсть більше овочів та фруктів. Вдома в неї є домашні тварини і вона за ними охоче доглядає. І яких вона не хоче вбивати та їсти.

Stunde 18. Kleider machen Leute. Одяг робить людину

Üb. 2, Seite 50. 1 — die Schuhe, 2 — der Mantel, 3 — die Jacke, 4 — der Hut, 5 — die Hose, 6 — die Mütze, 7 — das T-Shirt, 8 — die Stiefel, 9 — der Pullover, 10 — die Shorts, 11 — die Socken, 12 — das Kleid.

Üb. 3, Seite 51. До іміджу людини належить не тільки відповідний стиль життя, але також и одяг. Через одяг ми дуже часто показуємо наш характер. Спокійні люди зазвичай не носять яскравий одяг. Майже усі німецькі учні та студенти одягаються, на приклад, просто та практично. Вони носять практичні джинси, легкі футболки влітку або теплі светри взимку.

Для дітей батьки часто купують кольорові і світлі речі.

Важливим також є привід. У поїздки люди одягаються практично та зручно. Жінки не одягають обув на високих підборах, які набагато краще пасують для відвідування театру. В театр люди одягають свій найкращій одяг. Багато жінок охоче надягають рожеві або лілові блузи. Молодь носить демократичний одяг. На дискотеку вони одягають джинси та модні футболки. Для подорожей потрібна зручна обув та відповідний одяг.

Üb. 4, Seite 51. 1) Die Adjektive nach dem bestimmten Artikel im Singular und Plural sowie auch nach den Possessivpronomen, den Pronomen «alle», «beide», «sämtliche» und dem Pronomen «keine» im Plural dekliniert man **schwach**, z. B. **keine grellen Kleidungsstücke**, **alle deutschen Schüler**.

2) Die Adjektive ohne Artikel im Singular und Plural sowie nach den Pronomen «viele», «einige», «mehrere» im Plural dekliniert man **stark**, z. B. **ruhige Menschen, praktische Jeans, leichte T-Shirts, warme Pullover, bunte und helle Kleidungsstücke, demokratische Kleidung, modische T-Shirts, bequeme Schuhe und passende Kleidung**.

3) Nach der gemischten Deklination dekliniert man Adjektive nur im **Singular**. In diesem Fall stehen mit Adjektiven der unbestimmte Artikel, Possessivpronomen oder das Pronomen «kein/keine», z. B. **ein bestimmter Lebensstil, unseren Charakter**.

4) Die Adjektive **rosa, lila, prima**, bleiben immer ohne Endungen, z. B. **prima Kleidung, rosa oder lila Blusen**.

Üb. 5, Seite 52. 2) Ich gehe mit meinen Freunden spazieren und ziehe meine rote Jacke an. 3) Leider habe ich hier kein passendes Hemd gesehen. 4) Wo hast du den grünen Pullover gekauft? 5) In der Vitrine liegen einige große Pullover. 6) Möchtest du ins Theater deine blauen Jeans anziehen? Das ist keine gute Idee. 7) In unserem Kaufhaus haben wir so viele schöne Kleider gesehen. 8) Ich glaube, die helle Bluse passt ganz gut zu deiner braunen Hose.

Stunde 19. Im Warenhaus. В універмазі

Üb. 3, Seite 53. 2) Sportschuhe, Kinderschuhe, Stiefel, Sandalen, Hausschuhe, Damen- und Herrenschuhe kann man in der Schuhabteilung kaufen.

3) Stereoanlagen, Kopfhörer, CDs, DVDs, Fernseher und CD-Player kann man in der Hi-Fi/Medienabteilung kaufen.

4) Wurst, Käse, Brot, Obst, Gemüse, Butter, Milch, Kuchen und Fleisch kann man in der Lebensmittelabteilung kaufen.

5) Tennisbälle, Tennisschläger, Volleybälle, Schlittschuhe und Rollschuhe kann man in der Sportabteilung kaufen.

6) Kleider, T-Shirts, Pullover, Hosen und Wäsche kann man in der Textilwarenabteilung kaufen.

7) Filme, Kameras, Fotoapparate und Fotoalben kann man in der Fotoabteilung kaufen.

Üb. 3, Seite 53. Situation 1: Die Person ist in der Textilwarenabteilung. Situation 2: Die Person ist in der Hi-Fi/Medienabteilung. Situation 3: Die Person ist in der Schuhabteilung. Situation 4: Die Person ist in der Spielwarenabteilung.

Üb. 5, Seite 54.

+	–
echt cool, schön, fantastisch, witzig, schick, recht elegant, toll, super, modern, komisch, sehr hübsch.	scheußlich, total hässlich, schrecklich, doof, furchtbar.

Stunde 20. Über den Geschmack lässt sich nicht streiten. У кожного свій смак

Üb. 2, Seite 56. Zur Kopfbedeckung gehören der Hut, das Käppi, das Kopftuch, die Mütze, der Sonnenhut.

Zur Winterkleidung gehören der Pullover, die Jacke, der Mantel, der Schal

Zur Damenkleidung gehören die Bluse, die Strümpfe, die Strumpfhose, das Abendkleid.

Zu Schuhen gehören die Stiefel, die Sandaletten, die Halbstiefel

Zur Sommerkleidung gehören das Top, die Shorts, der Badeanzug, das Sommerkleid, das T-Shirt, die Sportschuhe.

Zur Herrenkleidung gehören das Hemd, die Socken.

Üb. 3, Seite 56. Dem kleinen Peter gehört die rote Mütze. Der jungen Dame gehört das schwarze Kleid. Der neuen Lehrerin gehört die weiße Jacke. Der Kleine gehören die gelben Sandaletten. Der alten Oma gehört der Hut. Der älteren Schwester gehört der Badeanzug. Dem jungen Mann gehören die Socken. Das kleine Kind gehört die grüne Strumpfhose.

Üb. 4, Seite 57. Привіт Артем, дякую тобі за твій електронний лист. В тебе дуже багато приємних друзів. Це мене радує.

Мої друзі теж дуже приємні. Усі вони мають різні смаки, і я вважаю, що це класно! Це помітно по їх одягу. На зображені ти бачиш, як вони виглядають. Я сподіваюсь, що на картинці ти зможеш їх впізнати.

Сабіна має коротке чорне волосся, її зачіска завжди дуже модна. Їй подобаються широкі довгі брюки, цвітні топи та кросівки.

Зачіска Даніель також коротка, або її волосся біле. В неї такий же смак: вона носить широкі светри, широкі брюки та кросівки.

Але Вероніці подобаються спідниці, особливо охоче вона носить довгі вузькі спідниці та кросівки. А спідниці Габі у більшості випадків короткі. Іноді вони носить обув на не дуже високому підборі. Волосся Яна чорне, також йому подобаються чорні брюки, однокольорові футболки або светри, куртки та напівчоботи. А одяг Вернера в більшості випадків світлого кольору. Зазвичай він носить світлі футболки, светри або куртки, світло-сині джинси та білі або світлі кросівки. Хто є хто на картинці? Напиши мені! Твій Михаель.

Stunde 21. Mode und Kleidung. Мода та одяг

Üb. 2, Seite 59. Ich meine, die Personen auf Bild 1 kann man in einem Katalog sehen. Ich meine, die Personen auf Bild 2 kann man bei einer Modeschau sehen. Ich meine, die Kleidung auf Bild 3 kann man in der Vitrine eines Kaufhauses sehen.

Üb. 3, Seite 60. Für modische Kleidung sind Argumente von Lea. Gegen modische Kleidung sind Argumente von Verena, Maria, Sven, Evelyn, Daniel.

LEKTION 3. ERHOLUNG UND FREIZEIT

Stunde 24. Was macht man in der Freizeit gern? Що роблять у вільний час?

Üb. 3, Seite 66. 1 — C, 2 — A, 3 — D, 4 — B.

Üb. 5, Seite 67. Дорога Катя, три тижня я вже три тижня як вдома. Моя поїздка була чудовою. Твоє місто мені дуже сподобалось. А тепер я запрошую тебе до нас. В мене зараз не стільки багато часу як влітку, але для свого хобі я можу знайти час завжди. Мої однокласники також. Нещодавно ми провели опитування у класі. Тема була такою «Що я охоче роблю у свій вільний час?». Ті зможеш побачити результати. Більшість учнів в нашому класі слухають музику, потім йде фотографування. На 3 місці стоїть перегляд телебачення. Потім йде плавання. В середині комп'ютерні ігри (12 осіб назвали це). Наступні місця це мають поїздки та біг — в них однакові цифри. Деякі охоче читають. 9 хлопців з нашого класу охоче грають у футбол. Менш популярними є вечірки та їзда на велосипеді. І тільки де яки школярі займаються музикою і вільний час. Як ти оцінюєш ці результати? В твоїх однокласників теж такі інтереси? Твоя Софі.

Відповідь: діаграма B.

Stunde 25. Freizeitangebote. Пропозиції як провести вільний час

Üb. 3, Seite 69. 2 — A Bungeespringen. Банжи стрибки.

A: Я це вже пробував. Це було круто! Це було ні в нашому місті, в нас не має відповідного мосту. Але мої батьки говорять, що це дуже небезпечно.

3 — E. Anfängerkurs. Modellbau Flugzeuge und Schiffe (Курс для початківців з моделювання літаків та кораблів).

E: Я хотів би спробувати. Я дуже охоче майструю. Але мій батько говорить, що курс дуже дорогий. Потрібні інструменти та інші дорогі матеріали.

4 — D Mountainbiking. Маунтінбайк.

D: Я би хотів це спробувати, я дуже гарно їжджу на велосипеді. В горах це звичайно важче, але можливо навчитися.

5 — F Reitschule. Школа верхової їзди.

F: Конів я дуже люблю. В селі та у цирку я їх часто бачив. Я вважаю що, це не дуже тяжко, працювати з цими розумними тваринами.

6 — C Segeln. Плавання під вітрилами.

C: Я це бачив у морі. Я вважаю, що дуже красиво. Але це звичайно дуже дорого. Також погода не завжди сприятлива.

Üb. 4, Seite 70. Musik — A, C. Kunst — F, G, H.
Sport — D. Theater — B, E.

Üb. 6, Seite 71. Situation 1: Anzeige E Situation 3: Anzeige C.
Situation 2: Anzeige F. Situation 4: Anzeige H.

Stunde 27. Was ist heute im Fernsehen? Що сьогодні по телебаченню?

Üb. 2, Seite 74. Sportsendung, Kriminalfilm, Actionfilm, Quizsendung, Wissenschaftssendung, Familienfilme, Spielfilm, Trickfilm, Jugendsendung, Dokumentarfilm, Musiksendung

Üb. 4, Seite 75. Situation 1: Man spricht über den Sportspiegel im ZDF. Situation 2: Man spricht über «Fast Forward».

Situation 3: Man spricht über das Reisemagazin im ZDF.
Situation 4: Man spricht über eine Reportage über Biathlon im ZDF.

Üb. 5 (b), Seite 75. **B. Wie kann man ohne Fernsehen leben?**
Як можна жити без телебачення?

1) **Вероніка**: Я дуже охоче дивлюсь телебачення. Кожного вечора я сиджу по 2 години перед телевізором. Іноді батьки зляться , але я не можу уявити свій вільний час без моїх улюблених серіалів. Особливо я люблю молодіжні серіали та комедії. Там грають дуже хороші актори. Кожного вечора я очікую на зустріч з ними на телебаченні.
C Fernsehen und nicht nur. Телебачення і не тільки.
2) **Лукас**: Я не є фанатом телебачення. Ввечері я можу іноді переглянути пару передач, але не серіалів, вони дурні. Більш охоче я дивлюсь детективні фільми або телевікторини. Також не всіх ведучих я вважаю добрими. Я також люблю науково-популярні передачі , особливо передачі про тварин. Але своїх домашніх тварин я люблю більше, тому вечорами я гуляю зі моїми двома собаками.
3) **A.** Fernsehen? — Nein, danke. Телевізор? — Ні, дякую.
4) **Бен**: без телебачення я цілком спокійно жити. На телевізор в мене не має часу. На світі існує багато інших речей: спорт, друзі, комп'ютер. Новини можна прочитати в Інтернеті. Там можна також подивитися фільми. Або на CD та DVD, це набагато практичніше: Я можу дивитися фільми, коли в мене я час, а ні коли вони йдуть по телебаченню. Крім того багато дивитися телевізор шкідливо для очей та здоров'я людини.

Stunde 28. Wir treiben gern Sport. Ми охоче займаємося спортом

Üb. 2, Seite 77. Auf Bild 2 skatet man. Auf Bild 3 ist der Yoga. Auf Bild 4 snowboardet man. Auf Bild 5 spielt man Badminton.

Üb. 3, Seite 77. Tischtennis spielen, Schlittschuh laufen, Ski fahren/Ski laufen, Basketball spielen, Fitness machen, Fußball spielen, Eishockey spielen, Yoga machen, Rollschuh laufen, im Schwimmbad schwimmen, im Park joggen, Volleyball spielen, Rad fahren, Judo machen, Gymnastik machen, Badminton spielen.

Üb. 5, Seite 78. Im Sommer spielt Viktor gern Fußball, und im Winter fährt er Ski gern. Im Sommer macht Jonas gern Judo, und im Winter snowboardet er gern. Im Sommer schwimmt Anna gern, und im Winter macht sie Gymnastik gern. Im Sommer skatet Paul gern, und im Winter spielt er Eishockey gern. Im Sommer macht Mia Jogging gern, und im Winter spielt sie Tischtennis gern. Im Sommer fährt Fynn gern Rad, und im Winter boxt er gern.

Stunde 29. Wer ist dein Superstar? Хто твоя суперзірка?

Üb. 3 a), Seite 79. Auf Foto 2 ist Modern Talking, sie war Musikband. Auf Foto 3 ist Karl Lagerfeld, er war Modemacher. Auf Foto 4 ist Wolfgang Amadeus Mozart, er war Komponist. Auf Foto 5 ist Claudia Schiffer, sie war Model. Auf Foto 6 ist Michael Ballack, er war Sportler.

Üb. 5, Seite 80. Situation 1: Man spricht über Wolfgang Amadeus Mozart. Situation 2: Man spricht über Marlene Dietrich. Situation 3: Man spricht über Modern Talking. Situation 4: Man spricht über Karl Lagerfeld.

LEKTION 4. FESTE UND BRÄUCHE. СВЯТА ТА ТРАДИЦІЇ

Stunde 32. Feste und Symbole. Свята та символи

Üb. 3, Seite 85. Auf Bild 2 kann man ein Herz sehen. Das ist das Symbol von Valentinstag. Auf Bild 3 kann man eine Schultüte sehen. Das ist das Symbol

von erstem Schultag. Auf Bild 4 kann man einen Osterhasen sehen. Das ist das Symbol von Ostern. Auf Bild 5 kann man eine Uhr sehen, die 24 Uhr zeigen. Das ist das Symbol von Silvester. Auf Bild 6 kann man Kinder mit den Blumen sehen. Das ist das Symbol Muttertag. Auf Bild 7 kann man Clowns sehen. Das ist das Symbol von Fasching. Auf Bild 8 kann man eine Weihnachtstanne sehen. Das ist das Symbol von Weihnachten.

Üb. 4, Seite 86. Nur in Deutschland feiert man Tag der deutschen Einheit, Fasching, Muttertag.

Nur in der Ukraine feiert man Frauentag, Tag des Sieges.

In beiden Ländern feiert man Tag der Arbeit, Ostern, Weihnachten, Silvester, Nikolaustag, erster Schultag, Valentinstag.

Stunde 33. Es weihnachtet schon. Вже настало Різдво

Üb. 2, Seite 87. 1 — der Adventskranz, 2 — der Adventskalender, 3 — das Weihnachtsgebäck, 4 — der Weihnachtsmarkt.

Üb. 3, Seite 87. D. Vorbereitungen auf Weihnachten. Підготовка до Різдва

1.Різдво це найкраще родинне свято у Німеччині. Вже за декілька місяців багато німців готуються до свята. Вже в вересні можна побачити в супермаркеті гори пряників та дідів морозів з шоколаду. З кінця жовтня починають прикрашати магазини гілками ялинки та різдвяними шарами. Вже в листопаді купують подарунки для своїх рідних.

B. Weihnachtsmärkte in den Städten. Різдвяні базари в містах

2.Але тільки з Різдвяними базарами починається для багатьох німців цей гарний час. В кінці листопада він відкриває свої ворота на торгових площах в містах. Найвідомішим є базар у Нюрнбергзі.

E. Adventskalender für Kinder. Різдвяний календар для дітей

3. З різдвяним базаром починається також передріздвяний час. Дітям дарують різдвяні календарі. До Святвечора вони можуть кожного дня відкривати одні з 24 дверцят та знаходити там солодощі.

A. Adventskränze Різдвяні вінки

4. В кімнаті стоїть або висить різдвяний календар. Вони зроблені з гілок ялинки та прикрашені свічками. Кожні вихідні запалюють по одній свічці.

F. Am Heiligabend Святвечір

5. 24 грудня майже вся родина вдома та готує святкову їжу. До традиційних Різдвяних блюд належать різдвяна випічка, картопляний салат з сосисками, смажений гусак або карп. У вечері уся родина йде до церкви. Потім вони сидять за столом та їдять традиційну різдвяну їжу. Потім роздають різдвяні подарунки: сидять під різдвяною ялинкою, розпаковують подарунки та співають різдвяні пісні.

C. Mit Freunden und Verwandten feiern.
Святкування з друзями та ріднею

6. 25 та 126 грудня приходять друзі, родичі та знайомі, усі охоче святкують разом.

Stunde 34. Feste und Stimmung. Свята та настрій

Üb. 2, Seite 8. 2 — c) am Ende, 3 — a) zusammen mit dem Stamm.

Üb. 3, Seite 89. 1) Der Junge erzählt, dass die ganze Familie an Weihnachten zu Hause ist. 2) Er meint, dass die Stimmung am Heiligabend immer gut ist. 3) Das Mädchen sagt, dass einige Familien an diesem Abend nicht in die Kirche gehen. 4) Wir wissen, dass alle Kinder gute Geschenke bekommen möchten. 5) Unsere deutschen Freunde erzählen, dass alle Deutschen sich

auf dieses Fest vorbereiten. 6) Die Eltern sagen den Kindern nicht, sie schon Geschenke gekauft haben.

Üb. 4 b), Seite 90. Себастиан, 16 років: Тільки на Різдво можливо побачити усю родину разом. Ми більше не ходимо до церкви — через моїх маленьких брата та сестру. Добре що є спогади про минулий рік. Розвішувати різдвяні кулі та писати Різдвяні картки родичам. Таким чином отримуєш різдвяний настрій. Мені не подобається, що на Різдво більше не йде сніг. Взагалі мені подобається, як ми святкуємо Різдво. Але настрій я уявляю собі дещо іншим. Я хочу, щоб Різдво не було схоже на звичайний робочій день.

Катрін, 14 років: Класним я вважаю те, що можливо зробити Різдво самому. Мені заважає, що потрібно постійно цілувати дідусів, бабусь та дядьків та постійно говорити «дякую». Мені достатньо ялинки, подарунків та відвідування церкви.

Йорн, 15 років: Я святкував Різдво з моїм батьком, його подругою та їх дітьми в ресторані. Це було дуже весело. Їжа та подарунки були не дуже вражаючими. Я тільки хочу, щоб в мене було Різдво з великою кількістю подарунків, з усією родиною та без суперечок.

Штефан, 17 років: Різдво добре, коли все добре. Можливо знайти справжні подарунки. Зазвичай я покупаю дурні подарунки для матері, і вона потів весь рік ображаєтеся. Цього року все здійснилося. Дурним я вважаю, що потрібно бігати по місту, шукати

Не потрібні подарунки, витрачати гроші та перебувати у стресовому стані. Я б хотів відсвяткувати розслаблено, без святкового вбрання та звичаїв.

Сусанна, 14 років: Я була дуже рада, що моя бабуся також була. Мені заважало, що було багато їжі. Я вважаю Різдво ідеальним так як ви його святкуємо: даруємо подарунки та йдемо до церкви. Ігри усією родиною я також вважаю класним. Подарунки для мене не так важливі.

Üb. 5, Seite 91. Situation 1: Hier spricht Stefan. Situation 3: Hier spricht Sebastian. Situation 2: Hier spricht Kathrin.

Stunde 35. Weihnachtssymbole und ihre Geschichte. Символи Різдва та їх історія

Üb. 2, Seite 92. Vor Weihnachten kauft man Geschenke, Weihnachtsgebäck backen. An Weihnachten Lieder singen, das Feuerwerk hören, in die Kirche gehen, Glückwunschkarten schreiben und abschicken, Karpfen oder Gänsebraten essen, Verwandte besuchen.

Üb. 3, Seite 92. 1) des Adventskalenders, einen Adventskalender, den Adventskalender. 2) der Adventskranz, Diesen Adventskranz, einen Adventskranz, der Adventskranz. 3) Das weltbekannte Weihnachtslied, das Weihnachtslied, das Weihnachtslied.

Переклад:

1) «Батько» Різдвяного вінка німець Герхард Ланг. Коли він був дитиною він з нетерпінням запитував свою мати: «Коли прийде Санта Клаус? Скільки ночей я повинен ще спати?» його мати змайструвала йому Різдвяний календар. Пізніше завдяки цієї ідеї в 1908 він зробив Різдвяний календар з 24 дверцятами.

2) Раніше Різдвяний вінок виглядав дещо інакше. Він був з деревини та мав багато свічок — по одній на кожен день до Різдва. Кожного дня запалювали одну свічку. Цей Різдвяний вінок зробив пастор Віхерн в 1860 році для дітей з дитячого будинку. Цей дитячий будинок знаходився в Гамбурзі. Інші люди перейняли цей звичай. Але свічки були дуже

дорогими, тому пізніше робили з ялинкових гілок та ставили тільки 4 недільних свічки. Але тільки приблизно у 80-ті вони увійшли у моду по всій Німеччині.

3) Всесвітньовідома Різдвяна пісня була написана пастором Йозефом Мором в 1818 році в селі Арнсдорф з латинського тексту. Він хотів, щоб люди в його селі співали не тільки латинський текст, а також німецький текст, щоб вони могли його краще зрозуміти. Вчитель Франц Ксавьер Грубер положив текст на музику для органу. Але орган був зламаний. Відомий спеціаліст з органів Мурахер приступив до ремонту. Він почув Різдвяну пісню і вона йому дуже сподобалася. Він взяв її до дому і таким чином він поширив Різдвяну пісню. В 1833 її роздрукували і вона попала до Америці. Так вона стала популярною у всьому світі.

Üb. 4, Seite 93. 1) Der Deutsche Gerhard Lang hat einen Adventskalender gemacht. 2) Im Jahre 1908 hat er die Idee seiner Mutter entwickelt. 3) Die Idee mit dem Kranz gehörte dem Pfarrer Wichern. 4) Die Kerzen waren teuer, deshalb stellte man nur 4 Sonntagskerzen. 5) Der Pfarrer Josef Mohr hat das Weihnachtslied geschrieben. 6) Das war im Jahre 1818 im Dorf Arnsdorf. 7) Der Lehrer Franz Xaver Gruber vertonte den Text für die Orgel.

Stunde 36. Feste im Frühling. Весняні свята

Üb. 2, Seite 94. 8. März — Internationaler Frauentag. Ende Mai — der letzte Schultag. 1. Mai — Maifeiertag/Tag der Arbeit. 1. April — «Tag des Lachens» 50 Tage nach Ostern — Pfingsten. Der zweite Sonntag im Mai — Muttertag 40 Tage nach dem Fasching — Ostern. 9. Mai — Tag des Sieges

Üb. 4, Seite 95. Переклад. Шоста година ранку. «Тс», говорить Макс Лукасу тихо претихо, «тс, будь тихіше. Сьогодні День матері. Пішли зі мною, будемо робити сніданок.» «Мм», зло пробубонів Лукас і зовсім не тихо «я такий втомлений, я хочу ще спати.» він натягнув ковдру по самі вуха. Але Макс стягнув його та енергійно сказав «Підіймайся, може бути запізно. Ми сьогодні зробимо для все добре.» Лукас був молодшим за Макса, тому був повинен слухатися свого старшого брата. Він встав та швидко побіг за братом. Але не дуже тихо. З сусідньої кімнати вийшла Мари, старша сестра Макса та Лукаса. «Ей, чого це ви так рано бігаєте», зло закричала вона, «будьте тихіше, все ж таки сьогодні День матері!»

Хлопці прийшли на кухню. Макс хотів зробити чай. Він взяв чашки з шафи , але вони вислизнули з його рук та впали на підлогу. Там зараз лежить битий фарфор. У цей час Лукас бігав без взуття в саду. Він хотів зірвати матері красиві квіти. На землі він побачив равлика. Він хотів його краще роздивитися і ліг на мокру землю. Він пограв декілька хвилин з равликом, потім він піднявся та побіг далі на луг. Там він зірвав незабудки та поніс їх додому. У кухні хлопці включили мікрохвильову піч. Вони хотіли зробити тепле молоко. Але щось вони зробили не так і молоко вибігло через край. Через декілька хвилин сніданок був готовий і Лукас побіг в кімнату матері. «Мамо, мамо, пішли скоріше! Сніданок готовий!» Мати пішла до кухні. Що сталося з її красивою, чистою кухнею? На підлозі біте скло, в мікрохвильовій пічці вона побачила молочне озеро. підлога була брудною, можна було побачити шматки землі. А одяг Клауса був брудним. Мати не знала, що вона повинна сказати. Але вона подивилася на красиво накритий стіл та незабудки. Вона обійняла своїх синів та сказала: «Дякую, ви зробили все так красиво». «Так, звичайно», гордо сказав Макс, «ти повинна мати сьогодні усе найкраще.» А Лукас

додав : «Сьогодні ти можеш святкувати та не працювати, тому що сьогодні День матері!»

Üb. 5, Seite 96. 1) Das geschah im Mai. 2) Die Jungen standen um sieben Uhr früh auf. Falsch 3) Ihre Schwester hat sie gesehen. 4) Die Jungen wollten der Mutter Frühstück kochen. 5) Der jüngere Bruder vergaß die Blumen im Garten. Falsch 6) Der ältere Bruder zerbrach alle Teller. Falsch 7) Die Jungen stellen die Blumen auf den Tisch. 8) Die Mutter dankte den Kindern.

LEKTION 5

Stunde 40. Wie ist das Wetter heute? Яка сьогодні погода?

Üb. 2, Seite 105. 1 — Es regnet. 2 — Es ist sonnig. 3 — Es schneit. 4 — Es blitzt. 5 — Es ist neblig./Es gibt Nebel. 6 — Es ist frostig. /Es gibt Frost.

Stunde 41. Unsere Tiere. Наші тварини

Üb. 4 ,Seite 107. a) 1) Der Gepard läuft am schnellsten. 2) Unter den Landsäugetieren ist der Appetit des Elefanten am größten. 3) Der Fuchs fängt die meisten Mäuse. 4) Der Albatros kann 250 Stunden lang in der Luft bleiben. 5) Der Puma kann aus dem Stand 7 Meter hoch. 6) Das Känguru kann 13,5 Meter weit springen.

b) **Переклад.** **Рекорди тваринного світу**

Дуже багато людей знають, що гепард може бігти 115 кілометрів на годину. Цієї швидкості він досягає за 3 секунди!

Пума з міста може стрибнути на 7 метрів в висоту, а кенгуру — на 13,5 метрів у довжину.

Самим старанним мисливцем є лиса. Вона зрідка полює на гусей на дворі в людей, на багато частіше вона ловить мишей — до 30 000 на рік.

Найкращім будівником тунелів є кріт. Він розмиром лише 20 см, але може всього за 20 хвилин викопати 6 кілограмів землі. Він будує систему ходів до 500 метрів в довжину та багато пагорбів.

Сон лева може тривати до 12 годин.

Альбатрос може залишатися в повітрі 250 годин, це найдовше ніж інші птахи або літак.

Серед наземних ссавців найбільший апетит мають слони: за день він з'їдає до 470 кг зелені.

c) Genetiv.

Stunde 42. Die Natur in meiner Nähe. Природа поряд зі мною

Üb. 3, Seite 110. a) Артем, дякую тобі за твій лист. Він дуже цікавий. Нещодавно я з моїм класом їздили до Шварцвальду і я хочу написати тобі про це. Шварцвальд це гори на південному заході Німеччини. Там дуже багато високих гір. Найвищу гору називають Фельдберг. Тут простягаються красиві щільні ліси. Тут зростає багато ялинок. Але в Шварцвальді є також широкі луги та блакитні озера. Увесь день ми мандрували через природній парк. Ми бачили багато тварин та птахів. В Шварцвальді живе багато косуль, оленів та кабанів. Звичайно ми зробили багато фото ландшафту та тварин. Я висилаю тобі декілька. Ти знаєш цих тварин? Є у вас теж такі? Які ландшафти є у твоєї місцевості? Які тварини живіть там? З нетерпінням чекаю на твій лист. Твій Міхаель.

Stunde 43. Gefahren für Natur. Небезпеки для природи

Üb. 3, Seite 112. A — 2, B — 7, C — 4, D — 6, E — 8, F — 1, G — 3, H — 5.

Üb. 4, Seite 113. **Text 1**

Ein großes Problem ist heute die Luftverschmutzung. Der Mensch kann jetzt nicht immer nur frische Luft atmen, weil in unsere Luft Abgase von vielen Autos geraten. Die Industrie schadet der Luft und auch dem Menschen, weil sie die Luft mit Schadstoffen verschmutzt. Auch im Haushalt können Gefahren für die Luft stecken, weil viele Haushaltsmittel schädliche chemische Stoffe enthalten.

Переклад

Великою проблемою сьогодні є забруднення повітря. Людина не може сьогодні завжди дихати свіжим повітрям, тому що в наше повітря потрапляють вихлопні гази багатьох автомобілів. Промисловість шкодить повітрю, а також людині, тому що вона забруднює повітря шкідливими речовинами. Також у хатньому господарстві може захована небезпека для повітря, тому що багато господарчих засобів містять шкідливі хімічні речовини.

Text 2

Ist der Mensch ein Tierfreund oder — feind? Die meisten Menschen sagen natürlich, dass wir Freunde der Tiere sind. Stimmt das immer? Da in seinem Leben und in seiner Arbeit der Mensch nicht immer an die Umwelt und somit auch nicht an die Tiere denkt, muss man auf diese Frage negativ antworten. Man vergisst sehr oft, dass Tiere, Vögel und Fische nur in intakter Natur leben können. Und durch Menschen ist unsere Natur jetzt gestört. Durch die Tätigkeit des Menschen sterben viele Tier- und Vogelarten aus, weil sie in der verschmutzten Luft nicht atmen können, weil sie im verschmutzten Wasser nicht leben können, weil sie nicht immer genug Nahrung bekommen können.

Переклад

Людина є другом або ворогом тварин? Більшість людей кажуть зазвичай, що ми є друзями тварин. Це відповідає дійсності? Так як в своєму житті та роботі людина не завжди думає про навколишнє середовище а також про тварин, то треба негативно відповідати на це запитання. Дуже часто забувають, що тварини, птахі та риби можуть жити лише у беззаперечно чистій природі. А зараз через людину наша природа зруйнована. Через діяльність людей вимерло багато видів тварин та птахів, тому що вони не можуть дихати в забрудненому повітрі, тому що вони не можуть жити в забрудненій воді, тому що вони не завжди можуть отримати достатньо їжі.

Stunde 44. Unser Alltag und die Natur. Наше повсякдення та природа

Üb. 3, Seite 116. Ins Café gehen, in die Disko gehen, am Computer sitzen, surfen, rauchen, simsen, fernsehen, telefonieren

Üb. 4, Seite 116. b) Повсякдення в Гамбурзі, Кельні, або в Берліні: радіобудильник, метро, комп'ютер, телефон, супермаркет. Знову пройшов ще один день, і в цей день не побачили природи. Та знову нічого не побачили. Або все ж таки так? Потім заболіло. Тому що багато з нас добре почуваємось на природі, багато людей люблять ліси, озера та квіти навколо нас.

Майже чверть усіх німців живуть в великих містах. Багатьом з них природа чужа. Забруднення повітря та води, багато шуму є тільки однією стороною забруднення. Також організація відпочинку без природи має вплив на здоров'я. Люди, які палять або вдихають багато забрудненого повітря, мають проблеми з легенями. Медичні експерименти встановили: Люди, які часто бувають на природі, біль здорові та вдоволенні. Так, наприклад, у людей, які часто працюють в саду, ризик інфаркту менше.

А люди, які мають домашній тварин, живить довше. Багато людей в великих містах не мають садів та домашніх тварин. Як ми можемо вирішити цю проблему та зробити природу ближче?

Деякі люди відповіли на це питання:

Макс: я ходжу часто з моїми друзями в парк гуляти, таким чином ми стаємо ближче до нашої природи. А повітря там не так забруднено, як в центрі міста (зображення № 5).

Ліна: вдома у мене багато кімнатних рослин. Вони потребують багато догляду. Поливаю їх холошею теплою водою. І вони дають мені свіже повітря. (зображення № 3).

Леа: я живу у кварталі, де раніше було багато зелені. А зараз строять нові будинки, все вкрито бетоном та асфальтом. На щастя недалеко від мого дому знаходиться зоопарк , тому я часто ходжу туди, сиджу під деревами, думаю або читаю книжки. (зображення № 1).

Юлія: я живу в багатоповерхівке, на сьомому поверсі. На щастя в мене є тераса на даху. Там я проводжу свій вільний час. Я відчуваю себе тут вільним та ближче до неба. По ранкам я роблю тут мої вправи з йоги. Іноді я запрошую моїх друзів щоб позагоряти (зображення № 4).

Лоренц: Я насолоджуюсь природою у місті, коли йде дощ. Це мабуть комічно. Коли йде дощ я не залишаюсь вдома, а виходжу на вулицю. Я насолоджуюся пустими вулицями та свіжим повітрям. Дощ очищує повітря, , після дощу не має пилу та бруду. А особливо красивою я вважаю райдугу між домами (зображення № 2).

Üb. 5, Seite 117. Situation 1: Hier spricht Lea. Situation 2: Hier spricht Lorenz. Situation 3: Hier spricht Julia.

Stunde 45. Unsere Umwelt schützen. Захищати наше навколишнє середовище

Üb. 2, Seite 118. 1 — die Windturbinen, 2 — das Recycling, 3 — das Kraftwerk, 4 — die Solarzellen.

Üb. 3, Seite 118. Der Umwelt hilft das Sammeln von Altpapier und Altmetall, das Sparen von Energie, das Radfahren, die Benutzung von Windturbinen, das Kompostieren. Der Umwelt schadet die Verwendung von chemischen Stoffen, die Benutzung von Autos.

Üb. 4, Seite 119. Man kann Energie, Strom sparen.

Man kann Metall, Plastiktüten, Essensreste, Papier, Autos wiederverwerten.

Üb. 5, Seite 119. 1. Man muss weniger mit Autos fahren, sondern Fahrräder benutzen. 2. Man muss Plastiktüten und Altpapier nicht wegwerfen, sondern sammeln und recyceln. 3. Man muss Strom nicht von Atomkraftwerken, sondern von Windturbinen und Solarzellen bekommen. 4. Man muss öfter nicht baden, sondern duschen. 5. Man muss im Garten und im Haushalt keine chemischen, sondern natürliche Stoffe verwenden. 6. Man muss Essensreste nicht wegwerfen, sondern kompostieren. 7. Man muss für neues Papier keine neuen Bäume fällen, sondern Altpapier wiederverwerten.

Stunde 46. Mülltrennung. Сортування відходів

Üb. 4, Seite 121. Катя, дякую тобі за твій електронний лист. Ти пишеш, що в тебе скоро будуть весняні канікули. Я сподіваюсь, що погода буде доброю і ти зможеш цікаво провести свої канікули. Ти мене запитав, що значить «сортування відходів». Це найпопулярніше словосполучення в нас. В нас не можливо побачити купи сміття на вулиці. Ми викидаємо сміття на в один контейнер, а сортуємо його, тому що, сміття можливо

переробляти. Для кожного виду сміття є спеціальний сміттєвий бак. До жовтого баку викидають ,наприклад, речі з пластику, упаковка, до голубого — чистий папір, до зеленого — біовідходи, а інші відходи(все, що залишається) до чорного баку. Усі розуміють, що це дуже добра альтернатива забрудненню повітря та ґрунту. Як ти це знаходиш? Є у вас що подібне? Ви також сортуєте відходи або що ви робите з відходами? Напиши мені. Твоя Софі.

Üb. 5, Seite 121. A — Altglas: Flaschen Gläser.

B — Altpapier: Bücher, Packpapier, Telefonbücher, Zeitschriften, Hefte, Kataloge, Schreibpapier, Briefe, Computerpapier, Zeitungen, schmutzige Servietten.

C — Kunststoffe, Metalle: Zahnbürsten, Cola-Dosen, Plastiktüten, Konservendosen, Jogurtbecher, Spülmittelflaschen Aluminiumpapier, kaputte Kugelschreiber.

D — Biomüll: Speisereste, Blumen, Eierschalen, Brotreste, Teebeutel, Kartoffelschalen, Erde, Gemüsereste, Gras, Obstreste.

E — Restmüll: Spiegel, Glühbirnen, Glas, alte Farben, Hygieneartikel, Zigaretten, Kaffeefilter, alte Taschen.

LEKTION 6

Stunde 49. Wir mögen reisen. Ми любимо мандрувати

Üb. 2, Seite 126. 1 — D, 2 — B.

Stunde 50. Deutschland — Land und Leute. Німеччина — країна та люди

Üb. 4, Seite 130. Артеме, ти мене просив, щось розповісти про мою рідну країну. Ти вже багато слухав та знаєш про Німеччину, що Німеччина знаходиться в центрі Європи. Вона граничить з дев'ятьма країнами: Польщею та Чеською республікою на сході, Австрією та Швейцарією на Півдні, Францією, Люксембургом, Бельгією, Нідерландами на Заході, та Данією на Сході. Наша країна федеративна республіка. Це значить, що вона складається з декількох федеративних земель. Усього це 16 федеративних земель. Я живу в Баварії. Столицею Баварії є моє рідне місто — Мюнхен. Кожна федеральна земля має столицю. Цікаво, що деякі федеральні землі є містами: Берлін є столицею Німеччини та федеральною землею, Бремен та Гамбург також є федеральними землями. У Німеччині живе 81 мільйон людей. Більшість живе у великих містах. Берлін, Гамбург, та Мюнхен є найбільшими містами Німеччини. Я сподіваюсь, що ти особисто приїдеш до Німеччини та більше пізнаєш про нашу країну. Чекаю на тебе! Твій Міхаель.

Üb. 6 ,Seite 131.

1) Saarland → Saarbrücken
2) Brandenburg → Potsdam
3) Thüringen → Erfurt
4) Bayern → München
5) Sachsen → Dresden
6) Niedersachsen → Hannover
7) Sachsen-Anhalt → Magdeburg
8) Mecklenburg-Vorpommern → Schwerin
9) Baden-Württemberg → Stuttgart
10) Rheinland-Pfalz → Mainz

Stunde 51. Märchenstraße. Казкова вулиця

Üb. 3, Seite 132. Казкові вулиці

Не можливо представити дитинство без них. Що це? Казки та сказання. Вулиця довжиною 600 км веде з Бремена до Ханау.

В 1 На півночі Німеччини, у місті Бремен, ви вдома. Четверо домашніх тварини: півень, собака, кішка та осел після смерті замшилися в цьому

місті. Сьогодні можливо побачити тварин у вигляді бронзової статуї недалеко від ратуші. Бажання повинне здійснитися, якщо потерти передні лапи віслюка.

D 2 Трохи південніше від Бремена простий гравець на флейті зробив місто Хамельн відомим на увесь світ. Сказання розповідає, що місто було переповнено щурами. Гравець на флейті вивів їх своєю грою, але не отримав за сою роботу нічого, тому він вивів також 130 дітей з міста. Це трапилося 1284 році. Сьогодні цю історію розігрують кожного літа на вулицях міста.

C 3 В маленькому містечку Альсфельд Червоний капелюх вдома. Місто знаходиться у так званій країні Червоного капелюха. Тут багато лісів. Брати Грімм тут отримали ідею для написання казки, тому головна героїня казки носить традиційний одяг цієї місцевості: червоний капелюх та плаття.

A 4 не може існувати вулиці без братів Грімм. Якоб та Вільгельм Грімм відомі на увесь світ завдяки казкам для дітей. Вони народились в Ханау, пізніше переїхали з їхньою тіткою до Касселю. Там вони збирали з 1806 до 1812 історії та казки та написали їх.

Stunde 52. Mit Bahn fahren. Їхати поїздом

Üb. 2, Seite 135. 1 — D, 2 — C, 3 — E, 4 — G, 5 — H, 6 — B, 7 — F, 8 — A.

Stunde 53. Wir besuchen. Berlin Ми відвідуємо Берлін

Üb. 2, Seite 138. Привіт Катя, Раніше я тобі писала, що мій клас хоче зробити поїздку по Німеччині. Подорож закінчилась. Вона була дійсно супер. Ми відвідали Майнц, Штутгарт, Мюнхен, Нюрнберг та Берлін. Хтось вже був у деяких містах, але нікому ще не вдавалося, за п'ять днів так багато побачити. Це було трохи утомливо, але цікаво. Якщо сьогодні когось в класі спитати, як це було, тоді кожен скаже, що хоче ще раз зробити цю подорож. Ми відвідали багато міст та побачили багато цікавого. Особливо багато визначних місць ми відвідали в Берлині. Нижче я висилаю тобі завдання про найвідоміші з них. Мабуть ти зможеш з кимось з твого класу їх вирішити. Твоя Софі.

Üb. 4, Seite 139. Top 1 — Der Reichstag: Text D.
Top 2 — Der Fernsehturm: Text C. Top 3 — Unter den Linden: Text B.
Top 4 — Die Museumsinsel: Text E. Top 5—Das Brandenburger Tor: Text A.

Stunde 54. Das ist unser Heimat. Це наша Батьківщина

Üb. 1, Seite 141. Das Nachbarland, der Nordosten, die Amtssprache, die Staatsform, der Quadratkilometer, die Hauptstadt.

Üb. 2, Seite 141. 1) die Lage: in Osteuropa. 2) Nachbarland im Norden: Weißrussland. 3) Nachbarland im Nordosten und Osten: Russland. 4) Nachbarländer im Westen: Polen, die Slowakei, Ungarn, Rumänien, Moldawien. 5) die Staatsform: die Republik. 6) die Amtssprache: Ukrainisch. 7) die Hauptstadt: Kyjiw. 8) die Fläche: 603 700 Quadratkilometer. 9) die Bevölkerung: 45 Millionen. 10) die Landschaften: Steppen, Wälder, Waldsteppen. 11) der höchste Berg: der Howerla (2 061 Meter). 12) die Meere: das Schwarze, das Asowsche. 13) die Flüsse: der Dnipro, die Desna, der Dnister, die Donau, der Pruth, die Horyn, der Siwersky Donez, der Südliche Bug.

Üb. 4, Seite 142. Hallo Michael, diesmal schreibe ich dir über die Landschaften der Ukraine. Sie sind schön und malerisch. Man kann Waldsteppen (1),

Steppen und Gebirge in meinem Land sehen. Die bekanntesten Gebirge sind die Karpaten (2) im Westen. Der höchste Berg (3) des Landes ist der Howerla in den Karpaten mit einer Höhe von 2 061 Metern.
Im Süden ist die Ukraine von zwei Meeren umspült — vom Schwarzen und vom Asowschen (4). Im Sommer erholen sich viele Menschen hier. Auch viele Seen und Flüsse laden die Touristen zur Erholung ein. Der größte und bekannteste Fluss (5) der Ukraine ist der Dnipro. Es gibt aber noch viele, zum Beispiel die Desna im Norden oder der Dnister im Südwesten. Die größte Dnipro-Insel im Osten des Landes ist Chortyzja (6).
Am liebsten habe ich die ukrainischen Karpaten im Winter und das Schwarze Meer im Sommer (7).
Ich hoffe, dass du mal in die Ukraine kommst und alles mit deinen eigenen Augen siehst.
Viele Grüße.

Dein Artem

Stunde 55. Hier lebe ich. Тут я живу

Üb. 4, Seite 144. 1) im Supermarkt. 2) in der Apotheke. 3) auf der Post. 4) in der Bäckerei. 5) auf dem Markt.

LEKTION 7. SCHULEBEN

Stunde 59. Unser Schulgebäude. Наша школа

Üb. 2, Seite 151. Nummer eins ist die Treppe. Nummer zwei ist die Eingangshalle. Nummer drei ist Klassenraum für Biologie. Nummer vier ist der Computerraum. Nummer fünf ist die Aula. Nummer sechs ist die Garderobe. Nummer sieben ist die Werkstatt. Nummer acht ist die Sporthalle. Nummer neun ist Klassenraum für Erdkunde. Nummer zehn ist der Mathematikraum. Nummer elf ist der Speiseraum. Nummer zwölf ist Klassenraum für Chemie.

Stunde 60. Lehrer und Schüler. Вчитель та учні

Üb. 2, Seite 153. Die Lehrer geben Hausaufgaben, unterrichten, abfragen, Noten geben, jemanden aufrufen, den Stoff erklären.
Die Schüler lernen, antworten, Hausaufgaben bekommen, Übungen machen, Noten Bekommen, abschreiben, Regeln lernen, Testarbeiten schreiben.

Üb. 5, Seite 154. Люба Катя, дякую тобі за твій електронний лист, я прочитала його з інтересом. Це класно, що в тебе скоро канікули.
Та я вже втомилося від навчання, але в нас в червні ще немає канікул, ми навчаємося до кінця липня. А наші вчителі дуже суворі, задають нам багато завдань. Вони не хочуть зрозуміти, що вже тепло та не має бажання навчатися. Вибач, що пишу про свої проблеми. Я сподіваюсь, ти мене добре розумієш. Це добре, що скоро поїдеш до своєї бабусі а потім до моря. Добрих канікул на задоволення. Твоя Софі.

Stunde 61. In der Deutschstunde. На уроку німецької мови

Üb. 3 a), Seite 155. Substantive deklinieren, Verben nennen, Wörter lernen, Texte lesen, Wörter übersetzen, Sprichwörterlernen, Zungenbrecher lernen, Dialoge spielen, Hörtexte hören, Regeln lernen, Projekte machen, Rätsel lösen.

Stunde 62. Unsere Schulveranstaltungen. Наші шкільні заходи

Üb. 1, Seite 157. Der Malwettbewerb, die Disko, das Schulfest, die Ausstellung, das Kostümfest, der Musikwettbewerb, der Sportwettbewerb, das Schachturnier, die Tanzshow, stattfinden, veranstalten, teilnehmen.

УКРАЇНСЬКА ЛІТЕРАТУРА

Твори та творчі роботи



Роздуми над народною піснею «Ой, Морозе, Морозенку»

В історії українського народу є нетлінні імена тих, хто ціною власного життя обороняв від ворогів нашу святу землю. Це імена тих, хто поклав на вівтар майбутнього України свої життя.

У розбурханому морі історії часи козаччини, а саме роки турецько-татарських нападів на Україну, були одними з найкривавіших для нашого народу. Наші предки зазнали страшних страждань, тяжких втрат. Проливалася українська кров, знищувалося все святе в душах і серцях людей. Замислившись над цим, я мимоволі переконуюсь у тому, що страждений народ прагнув знайти собі могутню зброю в боротьбі за національні інтереси, опору та порятунок, тобто героя, який був би втіленням тієї надзвичайної, непереможної сили, незламного духу та сміливості. Цим героєм став козак Морозенко.

Фізична та духовна міць козака оспівується народом у пісні «Ой, Морозе, Морозенку!» У серцях українців славний Морозенко, син свого народу, займає визначне місце.

Ой Морозе Морозенку, ти славний козаче,
За тобою, Морозенку, уся Україна плаче.

Із любов'ю у пісню люди вклали захоплення постаттю Морозенка. Найяскравіші якості цього образу, на мою думку, — сила, мужність і патріотизм. Він перетерпів жорстокі муки заради Батьківщини.

Ой вони ж його не стріляли не четвертували,
Тільки з нього молодого живцем серце та й виймали.

Славний козак уособив безмежне прагнення українців до волі, незалежний дух, козацьку непокору ворогу. У цьому, вважаю, у цій незламності полягає наша національна самобутність. Тому образ Морозенка — це втілення ідеалів патріотизму. Саме любов до рідного краю та до українського народу є провідним мотивом пісні. Він виразно й промовисто звучить у заключній частині твору: «Подивися, Морозенку, тай на свою Україну».

Переді мною постає картина тих часів: ріки сліз матерів, сини яких загинули в цій кривавій боротьбі, та немов темні фарби на полотні — розпач і страх... І через століття, вірю я, не зітруться з пам'яті народу імена наших прадідів-героїв, велич їхньої сміливості й непохитності, безмежна любов до рідної землі.

МАРУСЯ ЧУРАЙ

Душа народу в пісні «української Сафо»

Пісня. У наш час це слово звучить звичайно, прозаїчно. Бо зараз для більшості людей це лиш суміш слів та гарної мелодії, яку ми чуємо щодня з динаміків, плеєрів, телебачення і лише іноді співаємо самі. Тому ми можемо лише уявляти, чим насправді була пісня для наших предків-українців, що вбирали любов до співу з молоком матері й проносили її крізь біль і радість до самої смерті. Наш народ співав усюди: було це свято чи просто праця в полі, весілля чи похорон (голосіння), свіжість світлого ранку чи чарівна тиша української ночі. Давні традиції, на жаль, пішли в небуття, але залишилися ті щирі, безцінні пісні, що лилися зі співучої української душі. Коли чуєш їх навіть уперше, то мимоволі відчуваєш, як усередині оживає щось давно забуте, але таке рідне до щему, до сліз...

Наш народ залишив чимало ліричних пісень, імена авторів яких давно затерла історія, але є й такі, що несуть за собою особистість піснетворців.

Найвідоміші з них — пісні Марусі Чурай, майже легендарної народної поетеси, чия доля хоч і не фігурує в історичних документах, але назавжди оселилася у свідомості народу. Її порівнюють із давньогрецькою поетесою Сафо, чия постать також оповита легендами, за однією з яких та також згубила своє життя через нерозділене почуття до Фаона. Маруся — з Полтави — мрійлива, грайлива, чутлива, як сама пісня — такою малюють нам її народні перекази. До нестями закохана, здатна на все заради почуття, але чиста душею, чесна, трагічна. Їй приписують багато пісень, що вважаються народними, бо почуття, що живуть у них, близькі будь-якій дівчині, що знає, як це — чекати, не спати довгими ночами в розлуці з коханим, а потім бути зрадженою й самотньою, як билина в полі. Головна тема пісень Марусі Чурай — доля молодої дівчини, нещасливої, але мужньої.



Так, у пісні «Засвіт встали козаченьки» переважає мотив сумного прощання матері та коханої дівчини з молодим козаченьком, який іде у бій. Пісня Марусі Чурай завжди була поряд з козацьким військом, наповнюючи наснагою, звеселяючи серця звитяжців, нагадувала про рідний край і сльози тисяч жінок, що чекають їх вдома. Значення образу народної поетеси за змістом перегукується із образом поета з «Давньої казки» Лесі Українки, що також словом надихав воїнів у поході. За допомогою пестливих слів у пісні створюється потрібна для такої ситуації атмосфера ніжності, тривожності, переживань трьох люблячих сердець. Повтори слів, обрамлення, паралелізми, характерні епітети вказують на фольклорність цієї пісні.

У продовження теми страждання через розлуку написана пісня «Віють вітри, віють буйні», в якій сум дівчини досягає апогею: вже й «сльози не ллються». Роздуми над долею самотньої людини, що ніби рослина без води й сонця в'яне й марніє.

У пісні «Ой не ходи, Грицю», розробляється цілий план помсти коханому-зраднику. Цей твір автобіографічний, бо, за легендою, так усе й відбулося: Маруся отруїла Гриця. Хоча у знаменитому романі у віршах «Маруся Чурай» Ліни Костенко дівчина не хотіла труїти невірного, а сама збиралася випити отруйну суміш. Як би там не було, але це тільки додає трагічності й таємничості образу Марусі Чурай, пісні якої безсмертні в народній пам'яті та душах людей.

ЛЕСЯ УКРАЇНКА

Послухайте поезії весну

Творчість Лесі Українки вражає насамперед силою її жіночого духу, ну і, звичайно, унікальністю художнього таланту. За мужністю й полум'яністю своєї поезії вона перевершила багатьох чоловіків, залишаючись усе тією ж чутливою, ніжною жінкою. Доля знущалася над нею, а Лариса «сміялася крізь сльози» і «сподівалася без надії». Так, у пошуках сили й боротьбі з невиліковною на той час хворобою сухоти, видатна поетеса створювала свої шедеври, що дивують своїм оптимізмом, вірою у щастя, природністю, невимушеною щирістю в любові.

«Весняною» можна назвати поезію Лесі Українки, бо вона пробуджує почуття, зеленіє новизною, розпускається квітками справжності й розтікається ручаями ліричної свідомості. Крім того, чимало віршів присвячені саме цій порі року: «Давня весна», «Стояла я і слухала весну» тощо. У моменти хворої самотності й відчаю згадка про пробудження природи від зимового сну давала поетесі наснаги, і тому поезії, написані в цей час, не зважаючи ні на що, сповнені любов'ю до життя та радісними відкриття-



ми. Характерна в цьому плані така лірична медитація як «Давня весна». Поетеса наділяє головну героїню — весну — людськими рисами: весела, щедра, мила; показує її як діяльну, активну господиню природи, що грає сонячним промінням і повсюди розкидає квіти турботи й надії. Динамізм, легкість, безмежність «Лесиної» весни відчувається з перших рядків. Унікальні метафоричні епітети «зелений шум», «веселая луна» розширюють гаму позавіршових емоцій. Контраст людського буття й природи виражений її станом: «хвора й самотна».

Я думала: «Весна для всіх настала,
Дарунки всім несе вона, ясна,
Для мене тільки дару не придбала,
Мене забула радісна весна».

Але як істинний романтик (точніше неоромантик), Леся Українка віддається повному єднанню з природою, її внутрішній світ гармонією зі світом природи. Її лірична героїня починає помічати незначні деталі, без яких миттю раніше відчувала себе обділеною і покинутою: цвіт яблуні, спів вітру і пташок.

Ні, не забула! У вікно до мене
Заглянули від яблуні гілки,
Замиготіло листячко зелене,
Посипались білесенькі квітки.

І серце її наповнюється світлим відчуттям вдячності за все, що принесла в її життя природа весни.

Отже, Леся Українка внесла в українську літературу небувалу свіжість свого мужнього жіночого серця і зламала назавжди стереотип «слабкої жінки», встановивши замість нього монумент природної краси й досконалості.

ВОЛОДИМИР СОСЮРА

Ніжна любов і тривога у вірші В. Сосюри «Любіть Україну»

Поет, що поєднав у собі чутливість струн душі скрипки та гучну мужність барабана, протяжний заклик сурми, — Володимир Сосюра. Людина з великої літери, що в 1944 році писав не про СРСР чи Сталіна, а про Україну як духовну сутність, яка живе у всьому, що нас оточує: у зірках, у вербах, у дівочих очах, як про основну цінність і неповторність — «для нас вона в світі єдина, одна». Письменник знав, що рано чи пізно отримає це клеймо: «буржуазний націоналіст», але писав щиро, бо як же можна бути нещирим із рідною ненькою, якою завжди була для поета Україна.

«Любіть Україну» — не просто вірш, це телеграма-блискавка, палкий заклик до свого народу, до кожного українця усвідомити, що він перш за все частинка рідної землі, її дихання і серцебиття, і що без любові до Батьківщини не можна вести мову ні про яку іншу любов до «народів других» чи навіть до дівчини: «Коханий любить не захоче тебе, якщо ти не любиш Вкраїну». Так, Сосюра ставить Україну навіть не у центр Всесвіту душі громадянина, а наповнює нею весь цей Всесвіт, усі почуття та стремління:

...Хай буде для неї твій сміх,
і сльози, і все до загину...

Овіяна ніжністю карих очей, дитячого сміху, світлих і щирих весен, постає пані Україна в цій поезії. Поет любить її, немов кохану дівчину, і це почуття — глибоке, всеохопне, таке, що не визнає меж.

На хвилю перемоги у Великій Вітчизняній Сосюра ставить свій корабель — національну свідомість і гідність, але те море, по якому йому належить плисти, зовсім не тихе й не ласкаве. Воно зле, розбурхане, тривожне... І ця тривога в душі автора: що буде далі, чи зможуть матроси наповнити духом вітрила, щоб піти проти течії, навіть без капітана й компаса? А, може, вони оберуть долю — пожертвувати кораблем, щоб заспокоїти бурю й провести у цьому застої ще багато років?.. Ми знаємо, чим усе завершилось. Але від того значущість патріотичної думки поета Сосюри не зменшується. Він став на стезю до тисяч інших наших співвітчизників, які в різні часи боролися за право гордо називатися українцями, і ці спільні зусилля врешті-решт привели до омріяної незалежності.

Але що робити зараз, у «годину негоди» і власного безсилля? Відповідь вічна і проста:

Любіть Україну у сні й наяву,
вишневу свою Україну,
красу її, вічно живу і нову,
і мову її солов'їну.

Адже серце держави, як і людське, шукає пристані в любові.

То хто ж ми є?
(переказ вірша Івана Малковича «Вшанування старовинних мотивів»)

Перед вами схиляю свою голову, дорогі мої предки, та не можу змовчати, бо даремно ви мріяли, що ми матимемо нове життя, нову країну. Хоч вам і спала з очей полуда, та де взяти сили, щоб відвоювати втрачене? Ви ослабли, а ми ще такі малі, що годі мріяти про якісь зміни. Рідна земля нам стала чужою, бо то не наша земля, хоч ми й виросли на ній. Але страх сковує наші думки й наші вчинки. Ми не живемо, а сновигаємо по цій землі, мов приблуди.

Що вже казати нам про наші права? Ми «не маєм права права мати», ми тішимося нашим терпінням. О, те наше терпіння! Чи, може, якось інакше воно називається? З яким задоволенням ми стаємо гарматним м'ясом заради великих світу цього! Ми можемо! Ми можемо роздерти власне тіло, якщо у нашого пана виникне бажання скуштувати нашої печінки. Ми і це можемо!

Пан хоче, аби ми не розмовляли по-своєму? Не будемо! У нас тепер буде «общий язык»! Рідна земля? А для чого вона нам? Братушка каже, що за добру чарку можна її продати? А чом би й ні? Та за добру чарку ми можемо й подарувати. На! Бери, мені не жаль! Хай сама бідує, нам же що до того? Ми ось так собі помаршируєм: і раз! і два! Ну то й що? Так, ми — хохли, ще й які хохли! Наказ бити? В живіт? Ногами? Буде зроблено! А нащо нам така земля? Нащо вона буде народжувати нових дітей? Щоб вона нас, уже народжених, (кажуть, безхребетних) в дністрах реакторів топила, як отих байстрючат?

Та що ж це? Та як же? Боже, яке горе! Нас так інколи обіймає жаль, він поглинає нас і пожирає, та що ми можемо? Он глянь — то наша мама. Боже милий! «Бреде цим світом, як селом, усіх минає, і регоче, і позолоченим ярмом, немов коралями, грімкоче...»

Боже милий, то що ж ми шанували? Якими ж недолюдками ми стали, коли свою рідну неньку ганьбили й зневажали, а тепер із жахом спостерігаємо її божевілля! Чиї ж ми сини? Хто ми такі?

Довідкове видання

Усі домашні завдання. 8 клас

Том 2

Укладач

Марков Дмитро Віталійович

Редактори:

Жук Марія Григорівна, Філатова Ірина Федорівна

Автори:

Колесникова Лідія Василівна, Залімська Ніна Дмитрівна, Гомульчинська Лариса Володимирівна, Латунов Ігор Сергійович, Гордієнко Валентина Іванівна, Галкіна Ірина Михайлівна, Максименко Наталя Вікторівна, Бурма Ніна Генріховна, Щедріна Наталія Олександрівна, Скорич Тетяна Анатоліївна, Філюнкіна Галина Володимирівна, Бойко Людмила Федорівна, Годунова Олена Миколаївна, Григор'єва Ганна Олександрівна, Єфімова Яна Валентинівна, Колесникова Тетяна Іванівна, Хоменко Тетяна Олексіївна, Петренко Ольга Сергіївна.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції
серія ДК № 4747 від 15.07.2014 р.

Підписано до друку з готових діапозитивів 28.07.2016 р.
Формат 84 × 108 1/32. Папір типографський.
Ум.-друк. арк. 57,77. Наклад 7000. Зам. № 16-07-2807.

Видавництво «Граматика»

ЗАМОВЛЕННЯ КНИГ ЗА ЦІНОЮ ВИДАВНИЦТВА:
+38 (096) 332-04-03,
ДОСТАВКА БЕЗКОШТОВНА

e-mail: grammarbook@ukr.net

Віддруковано з готових діапозитивів ТОВ «ПЕТ»
Св. ДК № 4526 від 18.04.2013 р.
61024, м. Харків, вул. Ольмінського, 17.







УСІ ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

Розв'язання вправ та завдань до підручників:

1 том

АЛГЕБРА	• Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.
АЛГЕБРА	• Істер О. С.
АЛГЕБРА	• Бевз Г. П., Бевз В. Г.
ХІМІЯ	• Попель П. П., Крикля Л. С.
ХІМІЯ	• Григорович О. В.
ХІМІЯ	• Ярошенко О. Г.
ІНФОРМАТИКА	• Ривкінд Й. Я., Лисенко Т. І., Чернікова Л. А., Шакотько В. В.
ІНФОРМАТИКА	• Морзе Н. В., Барна О. В., Вембер В. П.
СВІТОВА ЛІТЕРАТУРА	• Твори та творчі роботи

2 том

ГЕОМЕТРІЯ	• Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.
ГЕОМЕТРІЯ	• Істер О. С.
ГЕОМЕТРІЯ	• Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В.
ФІЗИКА	• Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Довгий С. О., Кірюхіна О. О.
ФІЗИКА	• Сиротюк В. Д.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Глазова О. П.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Заболотний О. В., Заболотний В. В.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Авраменко О. М., Борисюк Т. В., Почтаренко О. М.
РОСІЙСЬКА МОВА	• Баландіна Н. Ф., Крюченкова О. Ю. (4-й р. н.)
РОСІЙСЬКА МОВА	• Полякова Т. М., Самонова О. І. (4-й р. н.)
РОСІЙСЬКА МОВА	• Баландіна Н. Ф. (8-й р. н.)
АНГЛІЙСЬКА МОВА	• Карпюк О. Д.
АНГЛІЙСЬКА МОВА	• Несвіт А. М.
НІМЕЦЬКА МОВА	• Сотникова С. І.
УКРАЇНСЬКА ЛІТЕРАТУРА	• Твори та творчі роботи


ISBN 978-966-97435-8-9
9 789669 743589





8
КЛАС

Усі домашні завдання